

## جلسه پانزدهم

- حضور و غیاب هنرجویان
- پیش‌آزمون از مباحث جلسه‌های قبل (به‌صورت پرسش و پاسخ، امتحان کوتاه و غیره)
- نظارت بر انجام تکالیف و رفع اشکال‌های آن‌ها
- یادآوری مباحث جلسه قبل
- شروع درس با موضوع این جلسه

### موضوع: محاسبه حجم اجسام هندسی

قبل از ورود به بحث برای ایجاد تمرکز در هنرجویان بهتر است سؤال‌هایی به شرح زیر مطرح شود:

- ۱- تفاوت سطح کل با حجم اجسام هندسی چیست؟
- ۲- کاربرد حجم در محاسبات فنی چیست؟
- ۳- آیا حجم تمام اجسام هندسی را می‌توان با یک روش محاسبه کرد؟
- ۴- حجم ماسه داخل درجه قبل از کوبش با بعد از کوبش چه تفاوتی دارد؟
- ۵- منظور از ظرفیت بوته ریخته‌گری چیست؟
- ۶- حجم مکعبی ۱ متر مکعب است. اگر این مکعب را به ۸ مکعب تبدیل کنیم حجم آن چه تغییری می‌کند.

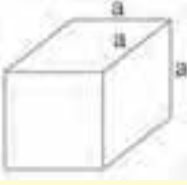
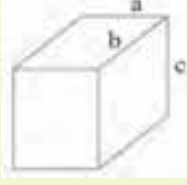
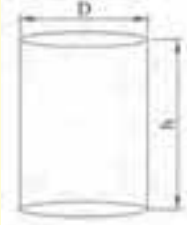
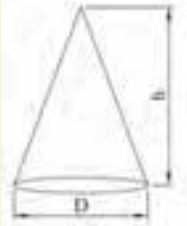
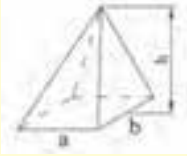
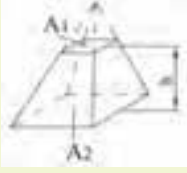
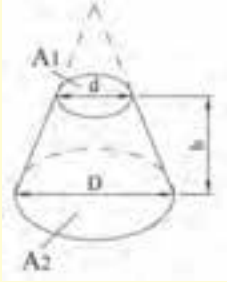
پس از شنیدن پاسخ هنرجویان می‌توان این‌گونه بیان کرد که:


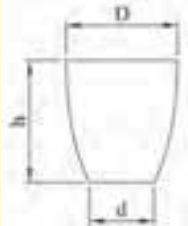
همان‌طور که قبلاً اشاره شد، حجم فضایی است که یک جسم اشغال می‌کند و اهمیت آن در این است

که:

- ۱- گنجایش اجسام هندسی را مشخص می‌کند.
  - ۲- با داشتن حجم می‌توان جرم، چگالی، وزن مخصوص، وزن و غیره را محاسبه کرد.
- حجم اجسام هندسی را با توجه به شکل آن‌ها از روابط مختلف محاسبه می‌کنند؛ طبق جدول زیر:

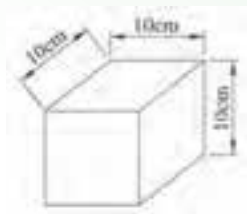
جدول ۱-۱۵: حجم اجسام هندسی

	$V = A \times h$ حجم مکعب $V = a \times a \times a = a^3$
	$V = A \times h$ حجم مستطیل $V = a \times b \times c$
	استوانه $V = A \times h = \frac{\pi D^2}{4} \times h$
	حجم مخروط $V = \frac{A \times h}{3} = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi D^2}{4} \times h \right)$
	حجم هرم $V = \frac{A \times h}{3}$
	حجم هرم ناقص $V = \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \times A_2})$ این فرمول تقریبی است $V \approx \frac{A_1 + A_2}{2} \times h$
	$V = \frac{h}{3} [A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \times A_2}]$ حجم مخروط ناقص $V = \frac{\pi h}{12} [D^2 + d^2 + (D \times d)]$ این فرمول تقریبی است $V \approx \frac{A_1 + A_2}{2} \times h$

	<p>حجم کره <math>V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\pi D^3}{6}</math></p>
	<p>حجم بوته <math>V = \frac{\pi h}{12}(\pi D^2 + d^2)</math></p>

مثال ۱-۱۵: حجم مکعبی به ضلع ۱۰ سانتی متر را به دست آورید.

مرحله اول: رسم شکل



حجم مکعب  $V = a \times a \times a$

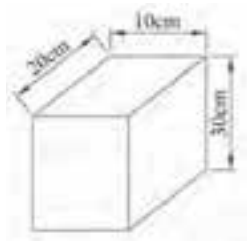
$$V = 10 \times 10 \times 10$$

$$V = 1000 \text{ cm}^3$$

مرحله دوم: نوشتن رابطه و جای گذاری

مثال ۲-۱۵: حجم مکعب مستطیل به ابعاد ۱۰ × ۲۰ × ۳۰ سانتی متر چند دسی متر مکعب است؟

مرحله اول: رسم شکل



$$V = a \times b \times c$$

$$V = 10 \times 20 \times 30$$

$$V = 6000 \text{ cm}^3$$

مرحله دوم: نوشتن رابطه و جای گذاری

$$1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{1000} \text{ dm}^3$$

مرحله سوم: تبدیل واحد

$$6000 \text{ cm}^3 = 6000 \times 1 \text{ cm}^3 = 6000 \times \frac{1}{1000} \text{ dm}^3 = 6 \text{ dm}^3$$

مثال ۱۵-۳: حجم قطعه‌ای مطابق شکل را بر حسب  $\text{cm}^3$  به دست آورید.



مرحله اول: نوشتن رابطه و جای گذاری

$$V = A \times h$$

$$V = \frac{\pi D^2}{4} \times h$$

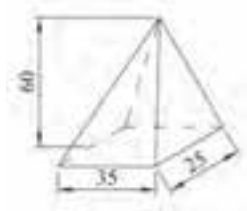
$$V = \frac{3.14(12)^2}{4} \times 30 = 3391 \text{ mm}^3$$

مرحله دوم: تبدیل واحد

$$1 \text{ mm}^3 = \frac{1}{1000} \text{ cm}^3$$

$$3391 \text{ mm}^3 = 3391 \times 1 \text{ mm}^3 = 3391 \times \frac{1}{1000} \text{ cm}^3 = 3.391 \text{ cm}^3$$

مثال ۱۵-۴: حجم قطعه‌ای مطابق شکل را بر حسب  $\text{dm}^3$  به دست آورید.



مرحله اول: نوشتن رابطه و جای گذاری

$$V = \frac{A \times h}{3} = \frac{a \times b \times h}{3}$$

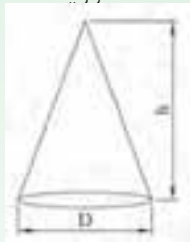
$$V = \frac{35 \times 25 \times 60}{3} = 17500 \text{ mm}^3$$

مرحله دوم: تبدیل واحد

$$1 \text{ mm}^3 = \frac{1}{1000000} \text{ dm}^3$$

$$17500 \text{ mm}^3 = 17500 \times 1 \text{ mm}^3 = 17500 \times \frac{1}{1000000} \text{ dm}^3 = 0.0175 \text{ dm}^3$$

مثال ۵-۱۵: حجم قطعه‌ای مطابق شکل را به دست آورید.



مرحله اول:

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3/14(140)^2}{4} = 5024$$

$$A_2 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3/14(120)^2}{4} = 11304$$

رابطه تقریبی است و جواب دقیق نمی باشد.  $V = \frac{A_1 + A_2}{2} \times h$

$$V = \frac{5024 + 11304}{2} \times 200 = 1632800 \text{ mm}^3$$

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3/14(140)^2}{4} = 5024$$

$$A_2 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3/14(120)^2}{4} = 11304$$

رابطه‌ی دوم که نسبت به رابطه‌ی فوق دقیق‌تر است.  $V = \frac{h}{3}(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \times A_2})$

$$V = \frac{200}{3}(5024 + 11304 + \sqrt{5024 \times 11304})$$

$$V = 1590933 / 3 \text{ mm}^3$$

مثال ۶-۱۵: حجم کره‌ای به قطر ۲۰۰ میلی‌متر را به دست آورید.

مرحله اول: رسم شکل



مرحله دوم: نوشتن رابطه و جای‌گذاری

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi D^3}{6}$$

$$V = \frac{3/14(200)^3}{6} = 4186666 / 6 \text{ mm}^3$$

مثال ۷-۱۵: حجم بوته‌ای که قطر بزرگ و کوچک داخل آن به ترتیب ۳۰۰ و ۲۰۰ میلی‌متر و ارتفاع داخلی

آن ۵۰۰ میلی‌متر باشد را برحسب  $\text{dm}^3$  به دست آورید.

مرحله اول: نوشتن رابطه و جای گذاری

$$V = \frac{\pi h}{12} (\rho D^2 + d^2)$$

$$V = \frac{\pi / 14 \times 500}{12} [2(300)^2 + (200)^2]$$

$$V = \frac{\pi / 14 \times 500}{12} [180000 + 40000]$$

$$V = \frac{\pi / 14 \times 500}{12} \times 220000$$

$$V = 287813333 / 3 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ mm}^3 = \frac{1}{1000000} \text{ dm}^3$$

مرحله دوم: تبدیل واحد

$$287813333 / 3 \text{ mm}^3 = 287813333 / 3 \times \frac{1}{1000000} \text{ dm}^3 = 28 / 78 \text{ dm}^3$$

بهتر است هنرآموز چند تمرین دیگر نیز مطرح کند هنرجویان با نظارت هنرآموز محترم آن‌ها را مورد بحث

و بررسی قرار دهند.

### نتیجه‌گیری

حجم فضایی است که یک جسم اشغال می‌کند و از روابط زیر محاسبه می‌شود.

۱- حجم مکعب  $V = A \times h = a^3$       ۲- حجم مکعب مستطیل  $V = A \times h = a \times b \times h$

۳- حجم استوانه  $V = A \times h = \frac{\pi D^2}{4} \times h$

۴- حجم هرم و مخروط کامل  $V = \frac{A \times h}{3}$

۵- حجم هرم و مخروط ناقص  $V = \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \times A_2})$

۶- حجم کره  $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi D^3}{6}$

۷- حجم بوته ریخته‌گری  $V = \frac{\pi h}{12} (\rho D^2 + d^2)$

### تمرین

تمرین‌های صفحه ۴۵ و ۴۶ از شماره ۱ تا ۵ برای تکلیف در منزل مشخص شود و در جلسه

آینده مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

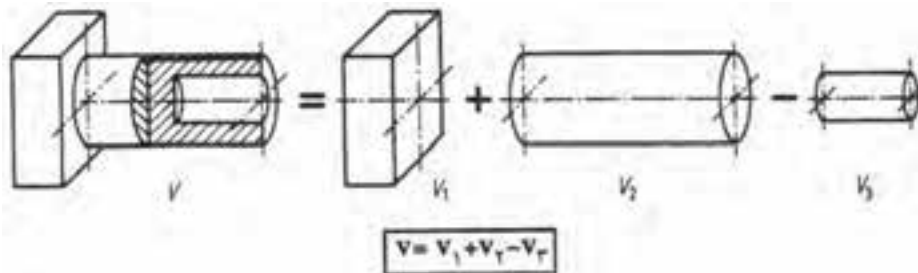
## جلسه شانزدهم

- حضور و غیاب هنرجویان
- پیش‌آزمون از مباحث جلسه قبل (به صورت پرسش و پاسخ، امتحان کوتاه و غیره)
- نظارت بر انجام تکالیف و رفع اشکال‌های آن‌ها
- یادآوری مباحث جلسه قبل
- شروع درس با موضوع این جلسه

### موضوع: محاسبه حجم اجسام مرکب

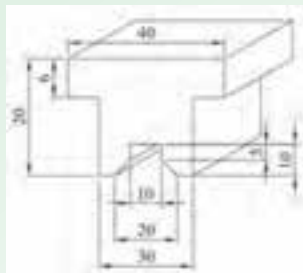
- قبل از ورود به بحث و آمادگی هنرجویان بهتر است سؤال‌هایی به شرح زیر مطرح شود:
- ۱- اگر جسمی از چند قسمت مختلف تشکیل شده باشد، حجم آن را چگونه محاسبه می‌کنند؟
  - ۲- حجم کپسول گاز را چگونه می‌توان محاسبه کرد؟
  - ۳- حجم مواد لازم برای ساخت یک چکش کارگاهی چگونه محاسبه می‌شود؟
  - ۴- حجم مواد لازم برای ساخت یک جعبه مکعب شکل چگونه محاسبه می‌شود؟
  - ۵- آیا حجم مواد لازم برای ساخت یک لیوان با حجم داخلی لیوان یکسان است؟
- پس از شنیدن پاسخ هنرجویان می‌توان این‌گونه بیان کرد که:

برای محاسبه حجم اجسام هندسی مرکب ابتدا شکل مورد نظر را به اجسام هندسی کوچک‌تر مانند مکعب، مکعب مستطیل، استوانه و غیره تجزیه می‌کنیم و پس از محاسبه حجم هریک، حجم شکل موردنظر از جمع جبری آن‌ها به دست می‌آید.



مثال ۱-۱۶: حجم قطعه‌ای به طول ۱۲۰ میلی‌متر با مقطع مطابق شکل را برحسب دسی‌متر مکعب به

دست آورید.



حل:

مرحله اول: تفکیک شکل و به دست آوردن مساحت قاعده قطعه:

$$A = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]} - \text{[Diagram 3]} - \text{[Diagram 4]}$$

$$A = a \times b + a \times b - \frac{a+b}{2} \times h - a \times b$$

$$A = 40 \times 6 + 30 \times 14 - \frac{10+20}{2} \times 5 - 10 \times 5$$

$$A = 240 + 420 - 75 - 50$$

$$A = 535 \text{ mm}^2$$

مرحله دوم: نوشتن رابطه حجم و جای گذاری و محاسبه

$$V = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده}$$

$$V = A \times h$$

$$V = 535 \times 120$$

$$V = 64200 \text{ mm}^3$$

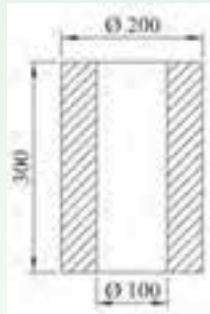
مرحله سوم: تبدیل واحد از  $\text{mm}^3$  به  $\text{dm}^3$

$$1 \text{ mm}^3 = \frac{1}{1000000} \text{ dm}^3$$

$$64200 \text{ mm}^3 = 64200 \times 1 \text{ mm}^3 = 64200 \times \frac{1}{1000000} \text{ dm}^3 = 0.0642 \text{ dm}^3$$

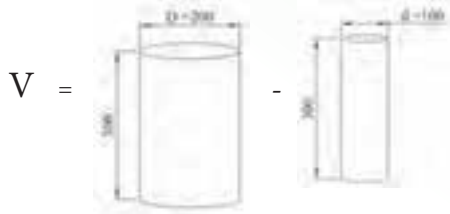


مثال ۱۶-۲: حجم قطعه‌ای مطابق شکل را برحسب  $\text{cm}^3$  به دست آورید.



حل:

مرحله اول: ابتدا شکل را به دو استوانه تفکیک می‌کنیم؛ به طوری که از داخل استوانه‌ای به قطر ۲۰۰ میلی متر، استوانه‌ای به قطر ۱۰۰ میلی متر خالی شده باشد.



$$V = \frac{\pi D^2}{4} \times h - \frac{\pi d^2}{4} \times h$$

$$V = \frac{3/14(200)^2}{4} \times 300 - \frac{3/14(100)^2}{4} \times 300$$

$$V = 9420000 - 2355000$$

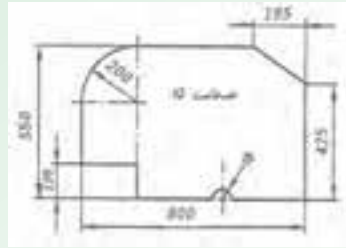
$$V = 7065000 \text{ mm}^3$$

مرحله دوم: تبدیل واحد از  $\text{mm}^3$  به  $\text{cm}^3$

$$1 \text{ mm}^3 = \frac{1}{1000} \text{ cm}^3$$

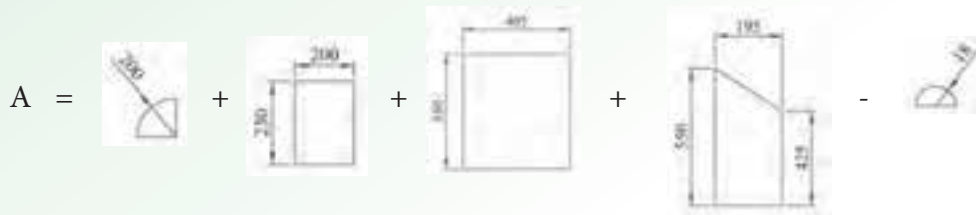
$$7065000 \text{ mm}^3 = 7065000 \times 1 \text{ mm}^3 = 7065000 \times \frac{1}{1000} \text{ cm}^3 = 7065 \text{ cm}^3$$

مثال ۱۶-۳: حجم قطعه‌ای مطابق شکل را برحسب  $dm^3$  به دست آورید.



حل:

مرحله اول: تفکیک شکل و به دست آوردن مساحت قاعده قطعه:



$$A = \frac{1}{4}(\frac{\pi D^2}{4}) + a \times b + a \times b + \frac{a+b}{2} \times h - \frac{1}{4}(\frac{\pi D^2}{4})$$

$$A = \frac{1}{4} \left[ \frac{\pi / 14 (200)^2}{4} \right] + (200 \times 230) + (400 \times 260) + \left( \frac{285 + 425}{2} \times 195 \right) - \frac{1}{4} \left[ \frac{\pi / 14 (180)^2}{4} \right]$$

$$A = \frac{1}{4} [31400] + 46000 + 222750 + 95062 / 2 - \frac{1}{4} [254 / 34]$$

$$A = 7850 + 46000 + 222750 + 95062 / 2 - 127 / 17$$

$$A = 371535 / 33 mm^2$$

مرحله دوم: نوشتن رابطه حجم و جای گذاری و محاسبه

$$V = A \times h$$

$$V = 371535 / 33 \times 10$$

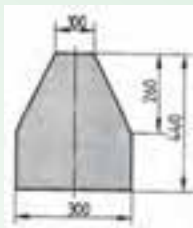
$$V = 3715353 / 3 mm^3$$

مرحله سوم: تبدیل واحد از  $mm^3$  به  $dm^3$

$$1 mm^3 = \frac{1}{1000000} dm^3$$

$$3715353 / 3 mm^3 = 3715353 / 3 \times 1 mm^3 = 3715353 / 3 \times \frac{1}{1000000} dm^3 = 3 / 72 dm^3$$

مثال ۴-۱۶: حجم قطعه‌ای مطابق شکل را برحسب  $\text{cm}^3$  به دست آورید.



حل:

مرحله اول: تفکیک شکل به دو شکل استوانه و مخروط ناقص و محاسبه حجم دو شکل به طور جداگانه

سپس، از مجموع این دو حجم، حجم کل را به دست می‌آوریم.

$$V = V_1 + V_2$$

$$V_1 =$$

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi / 14 (100)^2}{4} = 7185 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi / 14 (300)^2}{4} = 70650 \text{ mm}^2$$

$$V_1 = \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \times A_2})$$

$$V_1 = \frac{260}{3} (7185 + 70650 + \sqrt{7185 \times 70650})$$

$$V_1 = \frac{260}{3} \times 102050$$

$$V = 88443333 / 3333$$

$$V_2 =$$

$$V_2 = \frac{\pi D^2}{4} \times h$$

$$V_p = \frac{\pi/14(300)^2}{4} \times 180$$

$$V_p = 12717000 \text{ mm}^3$$

$$V = V_1 + V_p$$

$$V = 88443333 / 3333 + 12717000$$

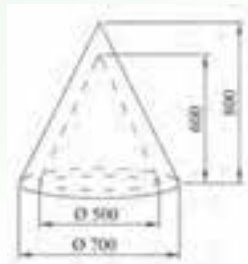
$$V = 215613333 / 3333$$

مرحله دوم: تبدیل واحد از  $\text{mm}^3$  به  $\text{cm}^3$

$$1 \text{ mm}^3 = \frac{1}{1000} \text{ cm}^3$$

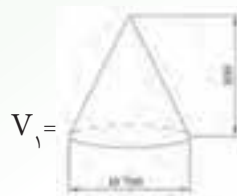
$$215613333 / 3333 \text{ mm}^3 = 215613333 / 3333 \times 1 \text{ mm}^3 = 215613333 / 3333 \times \frac{1}{1000} \text{ cm}^3 = 215613 / 3 \text{ cm}^3$$

مثال ۵-۱۶: حجم ماده لازم برای ساخت قطعه مخروطی شکل زیر را بر حسب  $\text{dm}^3$  به دست آورید.



حل:

مرحله اول: تفکیک شکل به دو مخروط

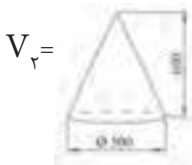


$$V_1 = \frac{1}{3} A \cdot h$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi D^2}{4} \times h \right)$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \left[ \frac{\pi/14(700)^2}{4} \times 800 \right]$$

$$V = 1025733333 \text{ mm}^3$$



$$V_p = \frac{1}{3} A \cdot h$$

$$V_p = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi D^2}{4} \times h \right)$$

$$V_p = \frac{1}{3} \left[ \frac{3/14(500)^2}{4} \times 600 \right]$$

$$V_p = \frac{1}{3} (117750000)$$

$$V_p = 39250000$$

$$V = V_1 - V_p$$

$$V = 1025733333 - 39250000$$

$$V = 986483333 \text{ mm}^3$$

مرحله دوم: تبدیل  $\text{mm}^3$  به  $\text{dm}^3$

$$1 \text{ mm}^3 = \frac{1}{1000000} \text{ dm}^3$$

$$986483333 \text{ mm}^3 = 986483333 \times 1 \text{ mm}^3 = 986483333 \times \frac{1}{1000000} \text{ dm}^3 = 986.483333 \text{ dm}^3$$

پیشنهاد می‌شود هنرآموز محترم چند نمونه تمرین دیگر نیز مطرح کند و هنرجویان آن‌ها را با نظارت هنرآموز مورد بحث و بررسی قرار دهند.

### نتیجه‌گیری

۱- برای محاسبهٔ احجام هندسی مرکب، ابتدا شکل موردنظر را به احجام هندسی کوچکتر مانند مکعب، استوانه، غیره تجزیه می‌کنیم و پس از محاسبهٔ حجم هریک، آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

۲- در مورد احجام هندسی که ارتفاع یکسان دارند ولی سطح مقطع آن‌ها از شکل‌های هندسی متفاوت تشکیل شده است، ابتدا مساحت قاعده را از جمع مساحت شکل‌های مختلف به‌دست آورده، در ارتفاع ضرب می‌کنیم تا حجم قطعه به‌دست آید.

## تمرین

تمرین‌های صفحه‌های ۴۷ و ۴۸ و ۴۹ از شماره‌های ۱ تا ۸ برای تکلیف در منزل مشخص شود و در جلسه آینده مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

ارزشیابی (۲)

هنرآموز محترم در این جلسه از فصل‌های ۱، ۲ و ۳، ۴ ارزشیابی به عمل آورد. لازم است ۲۵٪ سؤال‌ها از فصل‌های ۱ و ۲ و ۷۵٪ سؤال‌ها از فصل‌های ۳ و ۴ طرح شود.

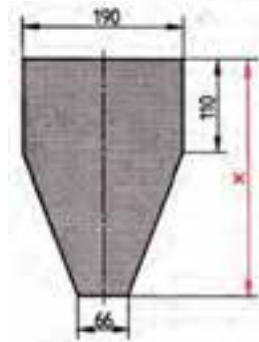
نمونه سؤال‌های پیشنهادی

۱- حاصل عبارات زیر را به دست آورید:

$$m^2 = ? \quad 3 : 5 - 0.87m^2 : 5 - 0.7/25m^2 \text{ الف}$$

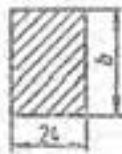
$$cm^2 = ? \quad 4 : 8640mm^2 + 7/8dm^2 + 4 \times 360cm^2 \text{ ب)}$$

۲- اندازه  $x$  در قطعه مطابق شکل چقدر است؟ مساحت مقطع آن  $3/825$  دسی‌متر مربع می

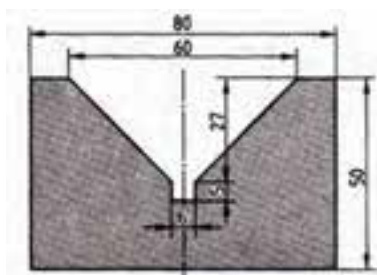


باشد.

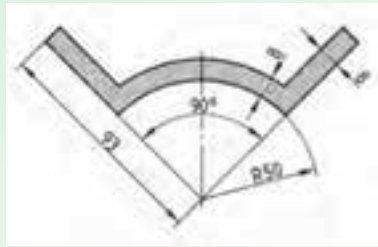
۳- اگر مساحت مقطع راهبر در شکل مقابل  $840mm^2$  باشد، اندازه  $b$  را به دست آورید؟



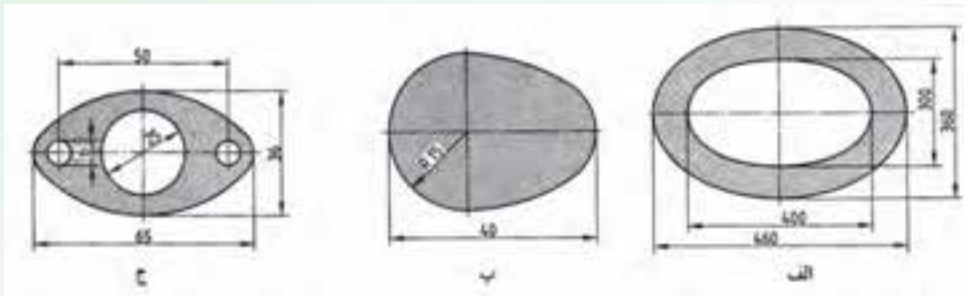
۴- مساحت مقطع منشور مطابق شکل را به دست آورید.



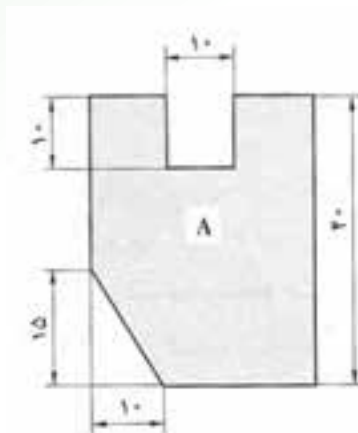
۵- مساحت مقطع پروفیل مطابق شکل را به طور تقریبی به دست آورید.



۶- مساحت قطعات مطابق شکل را محاسبه کنید.

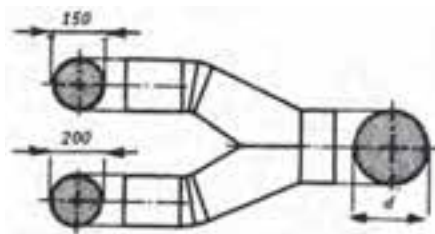


۷- مساحت سطح قطعه مطابق شکل را بر حسب  $\text{cm}^2$  به دست آورید.



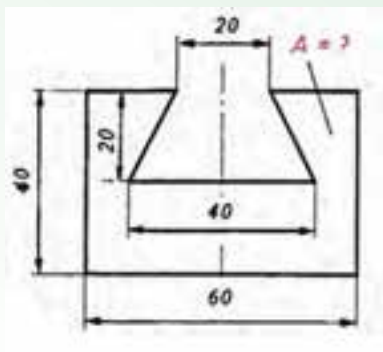
۸- مطابق شکل قطر لوله (d) کانال انشعابی را حساب کنید؛ در صورتی که لازم باشد سطح

مقطع کانال ورودی با سطح مقطع کانال‌های خروجی مساوی باشد.

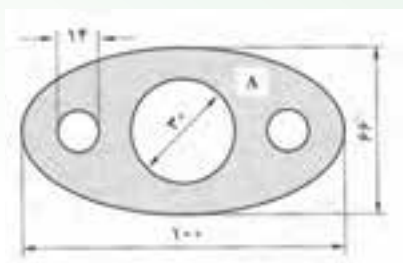




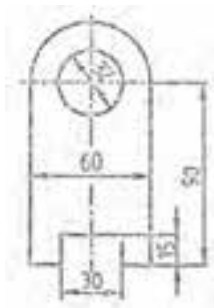
۹- مساحت مقطع قطعه مطابق شکل چند سانتی متر مربع است؟



۱۰- درصد دور ریز را در شکل زیر به دست آورید؟



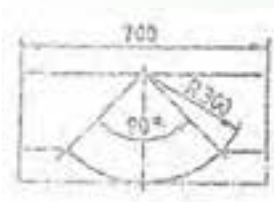
۱۱- درصد دور ریز را در شکل های زیر به دست آورید؟



الف



ب



ج

۱۲- مطابق شکل زیر سطح ورق اولیه برای ساختن قاب محافظ سنگ سنباده را حساب کنید؛

در صورتی که دور ریز، ۲۵ درصد سطح ورق اولیه باشد.



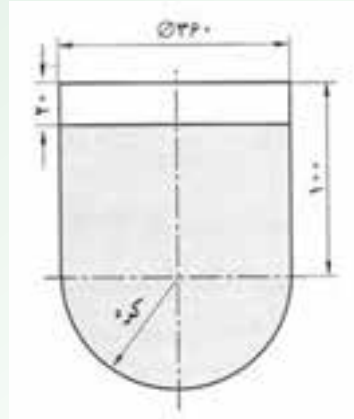
۱۳- مقادیر حجمی داده شده را برحسب واحدهای خواسته شده به دست آورید.

- الف)  $3/43 \text{ cm}^3$  را به  $\text{mm}^3$  (الف)  
 ب)  $0/052 \text{ m}^3$  را به  $\text{cm}^3$  (ب)  
 ج)  $0/043 \text{ m}^3$  را به  $\text{dm}^3$  (ج)  
 د)  $0/3 \text{ mm}^3$  را به  $\text{dm}^3$  (د)

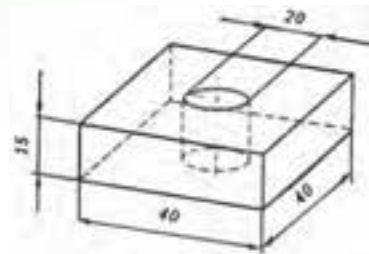
۱۴- سطح جانبی و حجم مکعبی با طول ضلع ۴۵ میلی متر را به دست آورید.

۱۵- حجم شیر داخل مخزن مطابق شکل را برحسب لیتر حساب کنید (ابعاد روی شکل

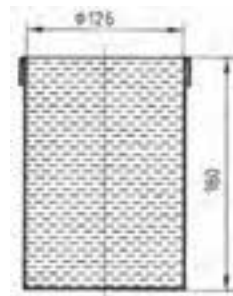
برحسب سانتی متر است)



۱۶- مطابق شکل حجم قطعه چند سانتی متر مکعب است؟



۱۷- مطابق شکل حساب کنید:

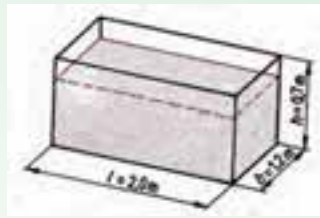


الف) حجم ظرف را برحسب لیتر

ب) برای ساخت ۱۲ عدد از آن چند متر مربع ورق مورد نیاز است؟ در صورتی که برای ایجاد

لبه و درز لحیم ۱۵٪ اضافه منظور شود.

۱۸- ظرف خنک‌کاری مطابق شکل با ۱۴۵۰ لیتر از آب پر شده است. حساب کنید:



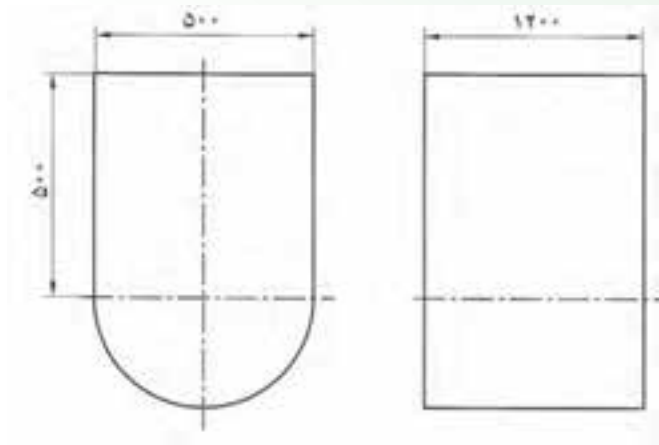
الف) حجم ظرف را

ب) ارتفاع سطح آب تا لبه ظرف را برحسب میلی‌متر.

ج) جرم آب داخل ظرف را.

۱۹- برای حمل زغال‌سنگ در معادن، از واگن‌هایی که ظرف آن‌ها مطابق شکل است، استفاده

می‌شود. حساب کنید:

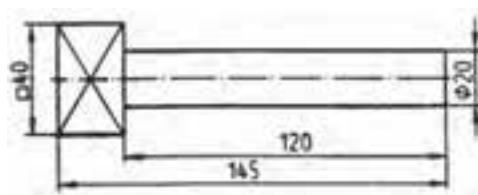


الف) حجم آن را برحسب متر مکعب.

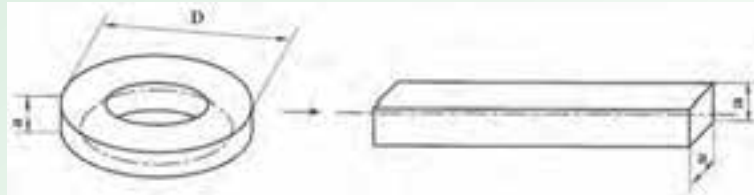
ب) سطح ورق اولیه لازم برای ساخت آن را برحسب متر مربع در صورتی که ۱۰ درصد سطح

قطعه دورریز به حساب آید.

۲۰- حجم شکل زیر را به دست آورید.



۲۱- حلقه‌ای مطابق شکل از فولاد چهارگوش و با مشخصات  $a = 8\text{mm}$  و  $D = 95\text{mm}$  ساخته خواهد شد. حساب کنید:

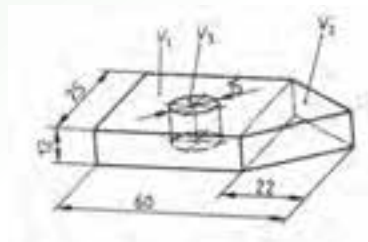


- الف) طول مواد اولیه (طول گسترده) آن را بر حسب میلی‌متر.  
 ب) حجم آن را بر حسب سانتی‌متر مکعب.  
 ج) سطح کل آن را بر حسب سانتی‌متر مربع

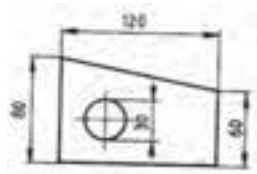
$$a = 8\text{mm}$$

$$D = 95\text{mm}$$

۲۲- حجم شکل زیر را به دست آورید؟

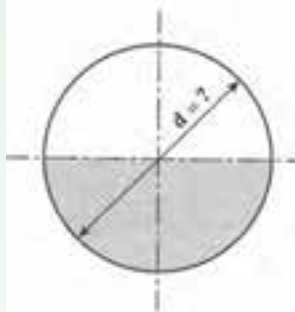


۲۳- سطوح پشت و روی قطعه مطابق شکل به ضخامت ۵ میکرون با مس پوشانده خواهد شد. حساب کنید:



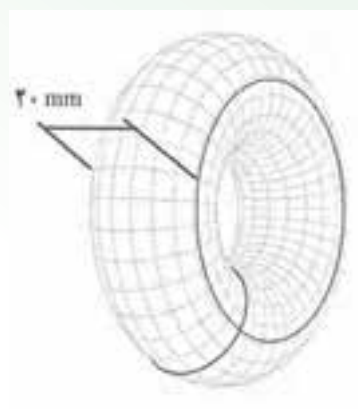
- الف) مساحتی که با مس پوشانده خواهد شد.  
 ب) مس مورد نیاز برای آب‌کاری ۱۶۵۰ عدد از این قطعه را. جرم مخصوص مس ۸/۹ گرم بر سانتی‌متر مکعب است.

۲۴- حجم کره‌ای  $523/33$  دسی‌متر مکعب است قطر آن را محاسبه کنید.



۲۵- حجم حلقه‌ای مطابق شکل با قطر خارجی  $60$  میلی‌متر را بر حسب میلی‌متر مکعب

تعیین نمایید.



### جرم و چگالی

#### هدف

- ۱- محاسبه جرم و تبدیل‌های مربوط به اجزا و اضعاف آن
- ۲- محاسبه چگالی و تبدیل‌های مربوط به اجزا و اضعاف آن
- ۳- محاسبه چگالی نسبی

#### مفاهیم کلی

- ۱- مفهوم جرم
- ۲- مفهوم چگالی
- ۳- مفهوم چگالی نسبی

#### مفاهیم اساسی

- ۱- مقدار ماده موجود در جسم را جرم گویند.
- ۲- جرم کمیتی است اسکالر (عددی) و واحد آن کیلوگرم است.
- ۳- جرم را با ترازو اندازه‌گیری می‌کنند.
- ۴- جرم یک جسم به نیروی جاذبه بستگی ندارد و مقدار آن در محل‌های مختلف ثابت است.

۵- جرم هر جسم دارای دو ویژگی مهم است؛ یکی مقاومت در مقابل تغییر حرکت و دیگری این که تمام اجسام متناسب با جرم‌های خود همدیگر را جذب می‌کنند.

۶- واحد جرم در دستگاه SI کیلوگرم است. کیلوگرم استاندارد، جرم استوانه‌ای از آلیاژ پلاتین - ایریدیم به قطر و طول ۳۹ میلی‌متر است که در سازمان اوزان و مقادیر بین‌المللی در موزه سور فرانسه نگهداری می‌شود.

۷- چگالی یا جرم حجمی یا جرم مخصوص عبارت است از جرم موجود در واحد حجم و آن را با  $\rho$  (رو) نمایش می‌دهند.

۸- واحد چگالی در سیستم SI کیلوگرم بر متر مکعب است.

۹- چگالی نسبی عبارت است از نسبت چگالی یک جسم به چگالی جسم دیگر.

**انتظارات آموزشی:** دانش‌آموز باید در پایان این فصل قادر باشد:

### الف) در سطح دانش

- ۱- جرم را تعریف کند.
- ۲- ویژگی‌های جرم را نام ببرد.
- ۳- واحدهای جرم را نام ببرد.
- ۴- کیلوگرم را تعریف کند.
- ۵- چگالی را تعریف کند.
- ۶- واحدهای چگالی را نام ببرد.
- ۷- چگالی نسبی را تعریف کند.

### ب) در سطح درک و فهم مطالب

- ۱- جرم و عوامل مؤثر بر آن را توضیح دهد.
- ۲- ویژگی‌های جرم را توضیح دهد.
- ۳- چگالی را توضیح دهد.
- ۴- رابطه بین جرم و حجم و چگالی را توضیح دهد.
- ۵- چگالی نسبی را توضیح دهد.
- ۶- رابطه چگالی نسبی را توضیح دهد.

### ج) در سطح کاربرد معلومات

- ۱- تبدیل واحدهای جرم را برای حل مسایل به کار برد.
- ۲- رابطه بین جرم، حجم و چگالی را برای حل مسائل به کار برد.
- ۳- تبدیل واحدهای چگالی را برای حل مسایل به کار برد.
- ۴- رابطه چگالی نسبی را برای حل مسایل به کار برد.

### د) تجزیه و تحلیل

- ۱- رابطه جرم با نیروی جاذبه را مورد بررسی قرار دهد.
- ۲- جرم و وزن را با یکدیگر مقایسه کند.
- ۳- واحدهای جرم را در سیستم‌های مختلف اندازه‌گیری با یکدیگر مقایسه کند.
- ۴- چگالی و چگالی نسبی را با یکدیگر مقایسه کند.
- ۵- واحدهای چگالی را با یکدیگر مقایسه کند.

زمان پیش بینی شده: برای این فصل یک جلسه ۱۰۰ دقیقه‌ای جهت تدریس مطالب، حل مسایل و تمرین‌ها و بررسی تکالیف در نظر گرفته شده است.

- حضور و غیاب هنرجویان
- پیش‌آزمون از مباحث جلسه قبل (به‌صورت پرسش و پاسخ، امتحان کوتاه و غیره)
- نظارت بر انجام تکالیف و رفع اشکال‌های آن‌ها
- یادآوری مباحث جلسه قبل
- شروع درس با موضوع این جلسه

### موضوع: محاسبه جرم و چگالی

قبل از ورود به بحث ابتدا برای ایجاد تمرکز هنرجویان سؤال‌هایی را به شرح زیر مطرح می‌کنیم:

- ۱- کمیت‌های اصلی کدامند؟
- ۲- مقدار ماده موجود در یک جسم را چه گویند؟
- ۳- مقدار ماده موجود در یک جسم با چه چیزی قابل اندازه‌گیری است؟
- ۴- واحد جرم چیست؟
- ۵- ویژگی‌های جرم جسم کدام است؟
- ۶- تفاوت جرم و وزن چیست؟
- ۷- اینرسی را تعریف کنید؟

پس از شنیدن پاسخ سؤال‌ها و تجزیه و تحلیل آن‌ها می‌توان چنین گفت که جرم، یک کمیت اصلی در فیزیک است. مقدار ماده موجود در یک جسم را (مجموعه‌هایی که در آن به حالت‌های فیزیکی جامد، مایع و گاز وجود دارد) جرم جسم گویند. به‌طوری که هرچه ماده موجود در جسم بیشتر باشد، جرم آن نیز بیشتر خواهد بود.

از ویژگی‌های جرم هر جسم می‌توان به دو مورد زیر اشاره کرد:

**الف) مقاومت در مقابل تغییر حرکت:** اگر جرم جسمی زیاد باشد، برای به حرکت درآوردن آن نیروی زیادی لازم است، مانند حرکت دادن یک قطار، و چنان چه جرم جسم کم باشد، برای تغییر سرعت آن احتیاج به نیروی کمتری خواهد بود، مانند به حرکت درآوردن یک استوانه توخالی آلومینیومی. بنابراین، مقاومت در برابر



تغییر سرعت یا حرکت را اینرسی گویند.

**ب) جاذبه:** طبق قانون جاذبهٔ عمومی، تمام اجسام متناسب با جرم‌های خود همدیگر را جذب می‌کنند. زمین که جسمی بزرگ و دارای جرم زیادی است، همهٔ اجسام را به طرف خود می‌کشد و آن‌ها را جذب می‌کند. بزرگی میدان گرانش هر جسم از تقسیم وزن هر جسم بر جرم آن به‌دست می‌آید.

$$\text{میدان گرانش} = \frac{\text{وزن جسم}}{\text{جرم جسم}}$$

**واحد جرم:** واحد جرم در دستگاه SI کیلوگرم است که آن را با علامت اختصاری kg نشان می‌دهند. کیلوگرم استاندارد، جرم استوانه‌ای از آلیاژ پلاتین – ایریدیم است که در ادارهٔ استاندارد بین‌المللی در نزدیکی شهر پاریس (فرانسه) نگه‌داری می‌شود.

یک کیلوگرم برابر با جرم  $1000/0.28 \text{ cm}^3$  آب خالص در دمای  $4^\circ \text{C}$  است. در محاسبات فنی می‌توان یک کیلوگرم را تقریباً معادل  $1000 \text{ cm}^3$  آب خالص منظور کرد.

**اجزا و اضعاف واحد جرم:** اجزای واحد جرم (کیلوگرم) عبارتند از گرم و میلی‌گرم و اضعاف آن عبارتند از تن و مگاتن.

$$\text{میلی‌گرم} \xleftarrow{\div 1000} \text{گرم} \xleftarrow{\div 1000} \text{کیلوگرم} \xleftarrow{\div 1000} \text{تن} \xleftarrow{\div 10^6} \text{مگاتن}$$

$$\text{Mt} \xrightarrow{\times 10^6} \text{t} \xrightarrow{\times 1000} \text{kg} \xrightarrow{\times 1000} \text{g} \xrightarrow{\times 1000} \text{mg}$$

روابط اجزا و اضعاف واحد جرم را می‌توان با نماد علمی نیز نشان داد.

$$1\text{g} = \frac{1}{1000}\text{kg} = 10^{-3}\text{kg}$$

$$1\text{mg} = \frac{1}{1000}\text{g} = 10^{-3}\text{g} = 10^{-3} \times 10^{-3}\text{kg} = 10^{-6}\text{kg}$$

$$1\text{t} = 1000\text{kg} = 10^3\text{kg}$$

$$1\text{Mt} = 10^6\text{t} = 10^6 \times 10^3\text{kg} = 10^9\text{kg}$$

**مثال ۱-۱۸:** جرم داده شده را برحسب تن و گرم به‌دست آورید؟

$$1\text{kg} = \frac{1}{1000}\text{ton}$$

$$425\text{kg} = 425 \times 1\text{kg} = 425 \times \frac{1}{1000}\text{ton} = 0.425\text{ton}$$

$$1\text{kg} = 1000\text{gr}$$

$$425\text{kg} = 425 \times 1\text{kg} = 425 \times 1000\text{gr} = 425000\text{gr}$$

واحد جرم در سیستم انگلیسی: واحدهای متداول در این سیستم عبارتند از:

$1 \text{ slug} = 14 / 59 \text{ kg}$
$1 \text{ (oz)}^2 = 28 / 35 \text{ g}$
$1 \text{ (lb)}^3 = 0 / 45359237 \text{ kg} \sim 0 / 454 \text{ kg} = 454 \text{ g}$
$1 \text{ (carat)} = 2 \times 10^{-4} \text{ kg} = 0 / 2 \text{ g}$
$1 \text{ (cwt)}^4 = 50 / 80 \text{ kg}$
$1 \text{ t}^5 = 2000 \text{ lb} = 907 / 184 \text{ kg}$
$1 \text{ t}^6 = 1016 / 05 \text{ kg}$

۱ - slug

۴ - Hundredweight

۲ - Ounce

۵ - Short ton

۳ - Pound = Libra

۶ - Long ton

**تعریف چگالی:** چگالی یا جرم حجمی یا جرم مخصوص عبارت است از جرم موجود در واحد حجم

$$\text{چگالی یک جسم} = \frac{\text{جرم جسم}}{\text{حجم جسم}} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V}$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که هرچه حجم جسم بیشتر باشد، جرم آن نیز بیشتر است. به عبارت دیگر،

جرم موجود در یک جسم متناسب با حجم آن است که ضریب تناسب همان چگالی خواهد بود.

**واحد چگالی در سیستم SI:** اگر جرم جسم را برحسب kg و حجم آن را برحسب  $\text{m}^3$  اندازه بگیریم،

چگالی آن برحسب  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  به دست می‌آید.

در محاسبات فنی ممکن است واحد جرم را با kg و واحد حجم را با  $\text{dm}^3$  منظور کنند.  $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

از طرفی هر 1000 gr برابر یک کیلوگرم و  $1000 \text{ cm}^3$  برابر یک  $\text{dm}^3$  است. از این رو خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$\frac{1\text{kg} \times 1000}{1\text{dm}^3 \times 1000} = \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

رابطه‌ی ریاضی بین جرم و حجم و چگالی: با توجه به رابطه‌ی چگالی  $\rho = \frac{m}{V}$  و به کمک یک تناسب مستقیم به سادگی می‌توان رابطه را به‌دست آورد:

$$m = \rho \cdot V$$

**چگالی نسبی:** عبارت است از نسبت چگالی یک جسم به چگالی جسم دیگر معمولاً چگالی جامد است و مایعات را با چگالی آب خالص در دمای ۴ درجه سانتی‌گراد مقایسه می‌کنند. برای تعیین چگالی نسبی، جسم مشخص را انتخاب می‌کنند. اگر جرم این تعداد ماده را بر جرم همین مقدار آب تقسیم کنیم

چگالی نسبی آن ماده به‌دست می‌آید.

$$\text{چگالی نسبی} = \frac{\text{چگالی ماده}}{\text{چگالی آب}} = \frac{\text{جرم ماده}}{\text{جرم آب هم حجم ماده}}$$

باید توجه کرد که چگالی نسبی تنها با اندازه‌گیری جرم حجم‌های یکسانی از دو جسم به‌دست می‌آید. چگالی نسبی واحد ندارد.

$$d = \frac{\rho}{\rho'} = \frac{\text{چگالی جسم}}{\text{چگالی آب}} = \frac{\frac{m}{V}}{\frac{m'}{V}} = \frac{\text{جرم جسم}}{\text{جرم آب هم حجم جسم}}$$

$$\Rightarrow d = \frac{\rho}{\rho'} = \frac{m}{m'}$$

**مثال:** چگالی نسبی جیوه را به‌دست آورید:

$$\rho = 13/6 \quad \rho' \text{ آب} = 1$$

$$d = \frac{\rho}{\rho'} = \frac{13/6}{1} = 13/6$$

**مثال ۲-۱۸:** جرم ۵۰۰ عدد ساچمه فولادی با قطر ۳ mm چند گرم است؟

$$\left( \rho = 7/85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \right)$$

$$V' = \frac{\pi d^3}{6} = \frac{3/14 \times 3^3}{6} = 14/13 \text{ mm}^3$$

$$V = V' \times n = 14/13 \times 500 = 7065 \text{ mm}^3 = 0/007065 \text{ dm}^3 \quad \text{جرم ۵۰۰ ساچمه}$$

$$m = \rho \cdot V = 7/85 \times 0/007065 = 0/05546 \text{ kg} = 55/46 \text{ gr}$$

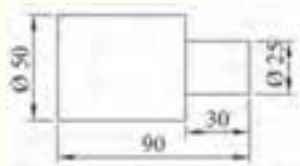
مثال ۱۸-۳: جرم یک حلقه مسی، ۴۸/۵ gr است. حجم آن چند سانتی متر مکعب است؟

$$\rho = 8/9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

$$m = \rho \cdot V \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$V = \frac{0/0485}{8/9} = 5/45 \times 10^{-3} \text{ dm}^3 = 5/45 \text{ cm}^3$$

مثال ۱۸-۴: جرم قطعه‌ای مطابق شکل را بر حسب کیلوگرم به دست آورید.  $\left( \rho = 2/6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \right)$



حل:

مرحله اول: ابتدا با تفکیک شکل، حجم قطعه را بر حسب  $\text{dm}^3$  به دست می‌آوریم.

$$V = \text{Volume of large cylinder} + \text{Volume of small cylinder}$$

$$V = \frac{\pi D^2}{4} \times h + \frac{\pi d^2}{4} \times h$$

$$V = \frac{3/14(0/5)^2}{4} \times 0/9 + \frac{3/14(0/25)^2}{4} \times 0/3$$

$$V = 0/176625 + 0/01471875$$

$$V = 0/19134375 \text{ dm}^3$$

مرحله دوم: نوشتن رابطه جرم و جای‌گذاری و محاسبه

$$m = \rho \cdot V$$

$$m = 2/6 \times 0/19134375$$

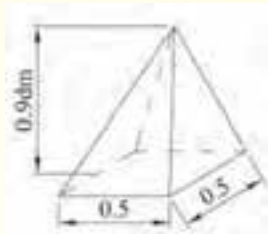
$$m = 0/4975 \text{ kg}$$

مثال ۱۸-۵: جرم هرمی از جنس آلومینیم با سطح قاعده مربع، به ضلع ۵۰ میلی‌متر و ارتفاع ۹۰ میلی‌متر

را به دست آورید. ( $\rho = ۲/۷ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ )

حل:

مرحله اول: رسم شکل با ابعاد dm



مرحله دوم: نوشتن رابطه حجم هرم کامل و جای گذاری و محاسبه

$$V = \frac{1}{3} Ah = \frac{a \times b \times h}{3} = \frac{0.5 \times 0.5 \times 0.9}{3} = 0.075 \text{ dm}^3$$

مرحله سوم: نوشتن رابطه جرم و جای گذاری و محاسبه

$$m = \rho \cdot V$$

$$m = 2/7 \times 0.075$$

$$m = 0.2025 \text{ kg}$$

مثال ۱۸-۶: جرم یک قطعه فولادی ۲/۵ کیلوگرم و جرم آب هم‌حجم آن ۰/۳۵ کیلوگرم است چگالی

نسبی آن را به دست آورید.

$$d = \frac{m}{m'} = \frac{2/5}{0.35} = 7/14$$

هنرآموز محترم بهتر است چند تمرین دیگر نیز طرح کند و هنرجویان این تمرین‌ها را با نظارت هنرآموز

در کلاس مورد بحث و بررسی قرار دهند.

### نتیجه‌گیری

- ۱- مقدار ماده موجود در جسم را جرم گویند.
- ۲- جرم واحد حجم یک جسم را چگالی گویند.
- ۳- نسبت چگالی یک جسم به چگالی آب را چگالی نسبی گویند.
- ۴- واحد جرم در سیستم SI کیلوگرم است.
- ۵- واحد چگالی در سیستم SI کیلوگرم بر متر مکعب است.
- ۶- چگالی نسبی واحد ندارد.

## تمرین

تمرین‌های صفحه‌های ۵۹ و ۶۰ و ۶۱ از شماره ۱ الی ۱۲ به عنوان تکلیف در منزل مشخص شود و در جلسه آینده مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

### وزن

#### هدف

- ۱- وزن را تعریف کند.
- ۲- شتاب ثقل زمین را در نقاط مختلف بررسی کند.
- ۳- رابطه وزن، جرم و شتاب ثقل زمین را بررسی کند.
- ۴- تبدیلات مربوط به واحدهای وزن و شتاب ثقل زمین را انجام دهد.
- ۵- با استفاده از رابطه وزن مسائل مربوط به وزن را محاسبه نماید.
- ۶- رابطه وزن مخصوص و جرم مخصوص را بررسی کند.

#### مفاهیم کلی

- ۱- مفهوم وزن
- ۲- مفهوم میدان جاذبه زمین
- ۳- مفهوم شتاب ثقل زمین
- ۴- مفهوم وزن مخصوص
- ۵- مفهوم اجزا مخصوص

#### مفاهیم اساسی

- ۱- وزن برآیند نیروهایی است که از طرف کره زمین به ذرات یک جسم وارد می‌شود.
- ۲- نیرویی که زمین در هر نقطه به واحد جرم وارد می‌کند، شدت میدان جاذبه در آن نقطه را مشخص می‌کند.
- ۳- وزن کمیتی است برداری و آن را با نیروسنج اندازه‌گیری می‌کنند.
- ۴- هرگاه جسمی در میدان جاذبه زمین و در نزدیکی آن در امتداد قائم سقوط کند، حرکتی خواهد داشت مستقیم‌الخط تندشونده به طوری که شتاب این حرکت یعنی تغییرات سرعت آن در واحد زمان، شدت میدان جاذبه خواهد بود.
- ۵- واحد شتاب جاذبه یا شتاب ثقل زمین متر بر مجذور ثانیه یا نیوتن بر کیلوگرم است.
- ۶- واحد وزن در سیستم SI نیوتن است و یک نیوتن نیرویی است که اگر بر جرم یک کیلوگرم وارد شود به آن شتابی برابر یک متر بر مجذور ثانیه می‌دهد.

۷- وزن واحد حجم یک جسم را وزن مخصوص یا وزن حجمی گویند.  
انتظارات آموزشی: دانش‌آموز باید در پایان این فصل قادر باشد:

### الف) در سطح دانش

- ۱- وزن را تعریف کند.
- ۲- شدت میدان جاذبه را تعریف کند.
- ۳- شتاب جاذبه یا شتاب ثقل را تعریف کند.
- ۴- واحدهای وزن را نام ببرد.
- ۵- واحدهای شتاب ثقل را نام ببرد.
- ۶- وزن مخصوص را تعریف کند.
- ۷- واحدهای وزن مخصوص را نام ببرد.

### ب) در سطح درک و فهم مطالب

- ۱- وزن و عوامل مؤثر در آن را توضیح دهد.
- ۲- واحدهای وزن براساس رابطه آن را توضیح دهد.
- ۳- شدت میدان جاذبه زمین را توضیح دهد.
- ۴- شتاب ثقل زمین در نقاط مختلف را توضیح دهد.
- ۵- رابطه بین وزن، جرم و شتاب ثقل را توضیح دهد.
- ۶- رابطه وزن مخصوص را توضیح دهد.

### ج) در سطح کاربرد معلومات

- ۱- تبدیل واحدهای وزن را برای حل مسائل به کار برد.
- ۲- رابطه بین وزن، جرم و شتاب ثقل را برای حل مسائل به کار برد.
- ۳- رابطه وزن مخصوص و جرم مخصوص (چگالی) را در حل مسائل به کار برد.
- ۴- تبدیل واحدهای شتاب ثقل را در حل مسائل به کار برد.

### د) تجزیه و تحلیل

- ۱- رابطه وزن با شتاب جاذبه را مورد بررسی قرار دهد.
- ۲- علل تغییرات شتاب ثقل زمین در نقاط مختلف را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهد.
- ۳- نحوه تعیین وزن اجسام را مورد بررسی قرار دهد.
- ۴- تفاوت بین جرم و وزن را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهد.
- ۵- واحدهای اندازه‌گیری وزن در سیستم‌های مختلف را مورد بررسی قرار دهد.



۶- چگالی و وزن مخصوص را با یکدیگر مقایسه کند.

زمان پیش‌بینی شده: برای این فصل یک جلسه ۱۰۰ دقیقه‌ای جهت تدریس مطالب، حل مسائل و تمرینات و بررسی تکالیف در نظر گرفته شده است.