فصل سوم

کاربرد تشابه در نقشه‌برداری

هدف‌های رفتاری: پس از پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

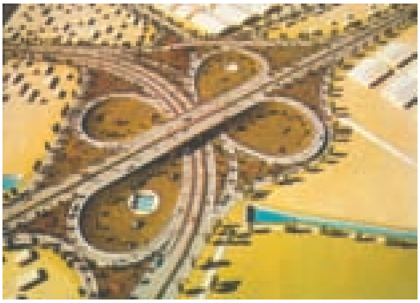
۱ــ اصطلاحات : پاره‌خط‌های متناسب، نسبت دو پاره‌خط، تناسب را شرح دهد و برای هر یک، مثالی بنویسد.

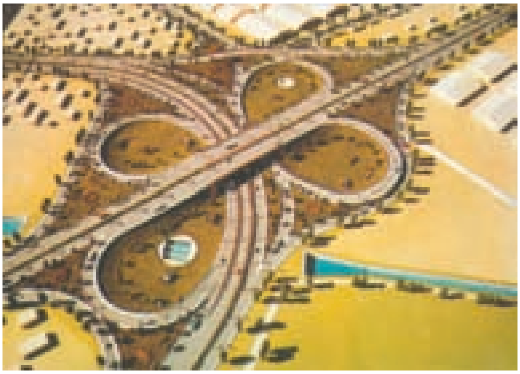
۲ــ قضیه ی تالس را بیان کند و درستی رابطه‌ی تالس را با یک مثال با رسم شکل شرح دهد.

۳ــ دو شکل متشابه را با رسم شکل توضیح دهد.

۴ــ حالت‌های مختلف دو مثلث متشابه را با رسم شکل شرح دهد و برای هر حالت یک مثال بیان کند.

۵ــ برای کاربرد تشابه حداقل ۷ مورد مختلف مثال عملیاتی را همراه راه حل آن‌ها بنویسد.





شکل ۳ــ۱ــ نمایش موضوع تشابه

۳ـ۱ـ پاره‌خط‌های متناسب

نسبت: نسبت دو مقدار از یک چیز عبارت است از خارج‌قسمت تقسیم اندازه‌های آن دو مقدار بر حسب یک واحد. نسبت دو مقدار عدد مطلق است ؛ بنابراین، برحسب واحد معین بیان نمی‌شود. نسبت دو مقدار را به‌صورت عدد کسری یا یک جفت مرتب اعداد نمایش می‌دهیم ؛ مانند : $\frac{a}{b}$ و فرض $b \neq ۰$ است.(و یا نسبت a به b با فرض $b \neq ۰$)

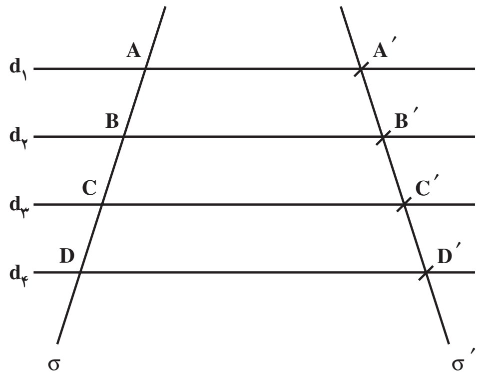
نسبت دو پاره‌خط: نسبت دو پاره‌خط، نسبت اندازه‌های آن‌ها بر حسب یک واحد طول است. نسبت دو پاره‌خط AB و CD را به‌صورت $\frac{AB}{CD}$ می‌نویسیم. اگر اندازه‌ی پاره‌خط AB مساوی ۳ سانتی‌متر و اندازه‌ی پاره‌خط CD مساوی ۶ سانتی‌متر باشد، نسبت : $\frac{AB}{CD} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ ، خواهد بود.

تناسب: تناسب رابطه‌ای است که تساوی دو نسبت را بیان می‌کند ؛ مانند رابطه‌ی : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

۳ـ۲ـ قضایای تالس

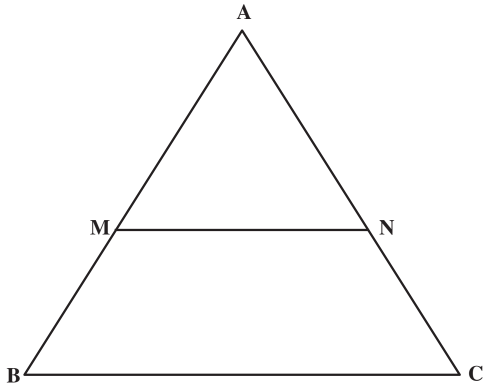
قضیه: اگر چند خط متوازی از یک صفحه یک ضلع را قطع کنند و بر آن پاره‌خط‌های متساوی پدید آورند بر هر خط دیگر که آن‌ها را قطع کند نیز پاره‌خط‌های متساوی پدید می‌آورند.

یعنی اگر در شکل ۳ـ۲ خط‌های متوازی $d_۱$ و $d_۲$ ... از صفحه‌ی P خط σ را در نقاط A ، B و C و خط دیگر σ′ را در نقاط A′ ، B′ ، C′ و ... قطع کرده باشند و $AB = BC = CD = \cdots$ باشند، ثابت می‌شود : $A'B' = B'C' = C'D' = \cdots$



شکل ۳ـ۲

قضیه‌ی تالس: خطی که موازی یک ضلع مثلثی رسم شود بر دو ضلع دیگر یا بر امتداد آن‌ها پاره‌خط‌های متناظری پدید می‌آورد که با اضلاع متناظر از آن مثلث متناسبند. در شکل ۳ــ۳ ؛ برای نمونه در مثلث : $\overset{\Delta}{ABC}$ ، $MN \parallel BC$ فرض و حکم مثلث : $\frac{AM}{AN}=\frac{BM}{CN}$ می‌باشد.



شکل ۳ــ۳

قضیه: خطی که موازی یک ضلع مثلثی رسم شود با دو ضلع دیگر یا با امتدادهای آن‌ها مثلثی پدید می‌آورد که ضلع‌های آن نظیر به نظیر با اضلاع همان مثلث، متناسب می‌شود. برای نمونه در مثلث : $\overset{\Delta}{ABC}$ ، $MN \parallel BC$ فرض و $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ حکم می‌باشد.

۳ــ۳ــ تشابه دو شکل

به دو شکل ۳ــ۱ نگاه کنید. چه شباهت‌ها و تفاوت‌هایی بین آن‌ها وجود دارد؟

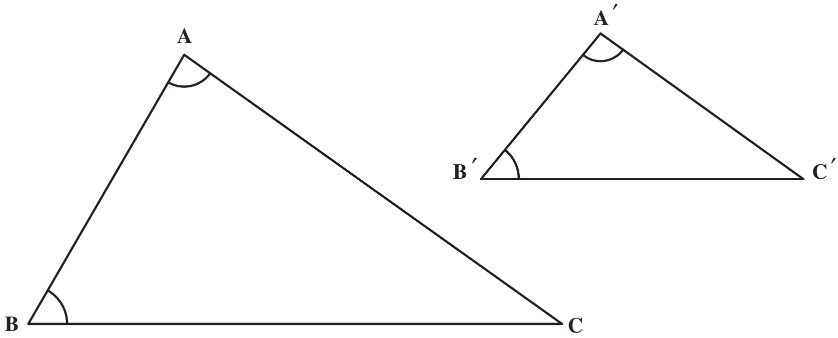
هر دو در واقع یک تصویر، اما با اندازه‌های مختلف هستند. این شکل‌های شبیه به‌هم را «متشابه» گویند. می‌بینید که تناسب بین بزرگی و کوچکی و فاصله‌های قسمت‌های مختلف در هر دو صورت یکی است و تفاوت فقط در اندازه‌های آن‌هاست. شکل‌های متشابه کاربردهای بسیاری در زندگی معمولی ما دارند.

برای مثال، یکی از بهترین راه‌های دادن نشانی (آدرس) به افراد، استفاده از نقشه است. نقشه، تصویری از دنیای واقعی در ابعاد کوچک‌تر و تشابه با آن است ؛ هم‌چنین برای ساختن یک ساختمان یا یک وسیله، طراحی ماکت آن که مشابه با ساختمان یا وسیله‌ی اصلی است، کمک مهمی به‌حساب می‌آید.

تشابه دو شکل هندسی: دو شکل هندسی را وقتی با هم «متشابه» گویند که اضلاع متناظر، متناسب باشند و زوایای نظیر به نظیر، مساوی یک‌دیگر باشند.

تشابه دو مثلث:

قضیه: هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر مساوی باشند آن دو مثلث متشابه‌اند (شکل ۳ــ۴).

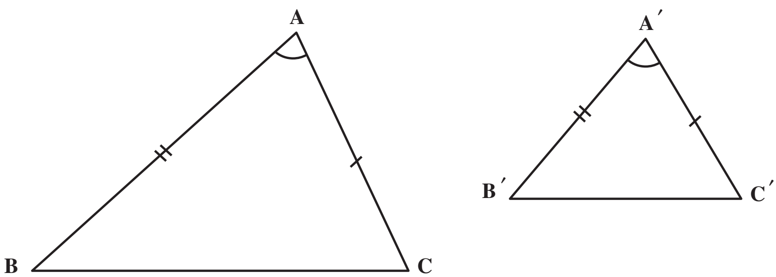


شکل ۳ــ۴

فرض: $\angle A = \angle A'$ و $\angle B = \angle B'$

حکم: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

قضیه: هرگاه یک زاویه از مثلثی با یک زاویه از مثلث دیگر متساوی و اضلاع این زاویه‌ها متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند (شکل ۳ ــ۵).

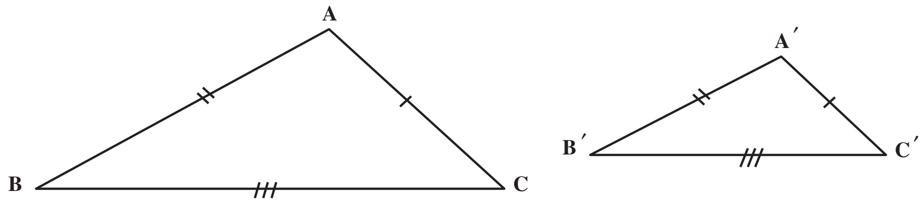


شکل ۳ــ۵

فرض: $\angle A = \angle A'$ و $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC}$

حکم: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

قضیه : هرگاه سه ضلع مثلثی با سه ضلع مثلث دیگر نظیر به نظیر متناسب باشند ؛ دو مثلث متشابه‌اند (شکل ۳ــ۶).



شکل ۳ــ۶

فرض : $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

حکم : $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

۳ــ۴ــ کاربرد تشابه

کاربرد در سینما (شکل ۳ــ۷)

شکل ۳ــ۷

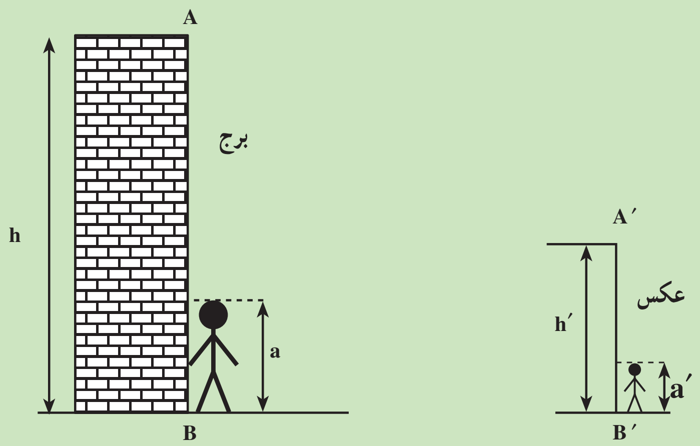
مثال ۳ــ۱ــ ارتفاع برج AB را با روش عکسبرداری (تشابه) به‌دست آورید.

راهکار کلی: اگر بخواهیم ارتفاع برج AB را به‌وسیله فن عکاسی تعیین کنیم برای این‌منظور شخصی در کنار برج می‌ایستد و سپس از برج و آن شخص عکس می‌گیریم اندازه‌ی ارتفاع برج و قد شخص را مطابق شکل به ترتیب h و a می‌نامیم و در عکس اندازه‌ی ارتفاع برج و قد شخص را (از روی عکس با خط‌کش) اندازه‌گیری می‌کنیم و آن‌ها را به ترتیب h' و a' می‌نامیم و هم‌چنین طول قد

شخص را که همان پارامتر a می‌باشد اندازه می‌گیریم با توجه به این که عکس با شکل اصلی متشابه است رابطه تشابه (که اضلاع متناظر متناسبند) را می‌نویسیم.

$$\frac{h}{a} = \frac{h'}{a'} \Rightarrow a'h = ah' \Rightarrow \boxed{h = \frac{ah'}{a'}}$$

با معلوم بودن مقادیر a و h' و a' مقدار h از فرمول فوق به‌دست می‌آید.

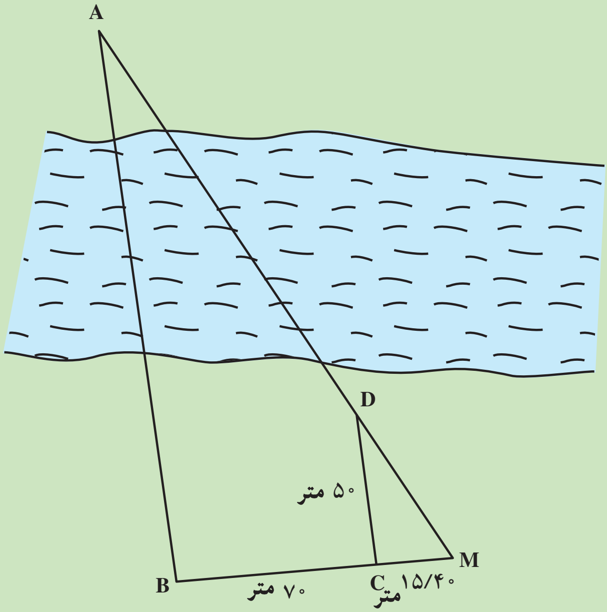


شکل ۳ــ۸

روش حل: با داشتن مقادیر a ارتفاع شخص و a' ارتفاع شخص روی عکس و h' ارتفاع برج روی عکس ارتفاع برج یعنی h به‌دست می‌آید.

بحث و بررسی: تشابه در حل مسائل نقشه‌برداری و فتوگرامتری کاربرد فراوان دارد.

مثال ۳ــ۲ــ برای اندازه‌گیری فاصله دو نقطه A و B که در دوطرف رودخانه قرار دارند و مترکشی به صورت مستقیم امکان‌پذیر نیست به‌ترتیب زیر عمل می‌کنیم (شکل۳ــ۹) از نقطه B عمودی به‌طول ۷۰ متر بر امتداد AB توسط گونیای مساحی روی زمین مشخص می‌کنیم و آن را C می‌نامیم و سپس از نقطه C عمود CD را به‌طول ۵۰ متر از نقطه C بر امتداد CB رسم می‌کنیم از تقاطع دو امتداد AD و BC نقطه M به‌دست می‌آید و طول MC را اندازه‌گیری کرده ۱۵/۴۰ متر می‌شود مطلوب است محاسبه طول AB.



شکل ۳ــ۹

راهکار کلی: برای حل این مسائل از خاصیت دو مثلث متشابه استفاده می‌کنیم در این شکل دو مثلث $\overset{\Delta}{MCD}$ و $\overset{\Delta}{MBA}$ باهم متشابه‌اند زیرا زاویه $\hat{M}$ در هر دو مشترک و زاویه $\hat{C}=\hat{B}=۹۰^\circ$ و طبق قضیه هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند آن دو مثلث متشابهند بنابراین رابطه تشابه را می‌نویسیم

$$\frac{MC}{MB}=\frac{CD}{AB} \qquad ۱$$

$MB=MC+CB \quad ۲$ با توجه به شکل

مقدار AB را می‌توان با قراردادن پارامترهای معلوم به‌دست آورد.

روش حل: در رابطه ۱ و ۲ به جای MC و CB و CD به‌ترتیب مقادیر ۱۵/۴۰ متر و ۷۰ متر و ۵۰ متر را قرار می‌دهیم

$MB=۱۵/۴۰+۷۰=۸۵/۴۰$ متر

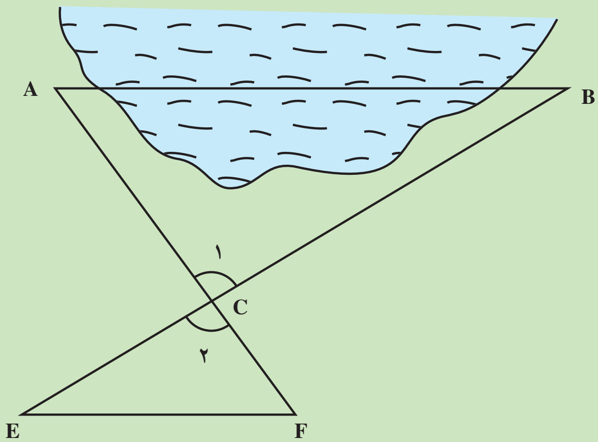
$$\frac{۱۵/۴۰}{۸۵/۴۰}=\frac{۵۰}{AB}\Rightarrow ۱۵/۴۰\times AB=۵۰\times ۸۵/۴۰$$

$$AB=\frac{۵۰\times ۸۵/۴۰}{۱۵/۴۰}=۲۷۷/۲۷ \text{ متر}$$

طول AB به‌دست می‌آید.

بحث و بررسی: با استفاده از خاصیت تشابه می‌توان مقادیر مجهول دیگر را نیز به‌دست آورد، مثلاً MA را (چگونه)؟

مثال ۳ــ۳ــ مطابق شکل زیر برای اندازه‌گیری طول AB به روش مستقیم به علت وجود مانع امکان‌پذیر نیست لذا نقطه دلخواه C را طوری انتخاب می‌کنیم که طول‌های AC و BC روی خشکی قابل اندازه‌گیری باشند و مقدار آن‌ها به‌ترتیب برابر است با متر $BC = ۱۵۷/۴۶$ و متر $AC = ۱۱۲/۲۴$ و سپس از نقطه C طول CE را مساوی نصف BC در امتداد آن می‌کشیم و هم‌چنین طول CF را نصف AC در امتداد AC ترسیم می‌کنیم و فاصله EF را اندازه‌گیری کرده مقدار آن $EF = ۹۵/۲۵$ متر شده است مطلوب است محاسبه طول AB.



شکل ۳ــ۱۰

راهکار کلی: برای حل مسئله فوق از خاصیت تشابه استفاده می‌کنیم.

دو مثلث $\overset{\Delta}{CAB}$ و $\overset{\Delta}{CEF}$ متشابهند زیرا $\hat{C}_۱ = \hat{C}_۲$ دو زاویه متقابل به رأس باهم برابرند و $\frac{FC}{CA} = \frac{EC}{CB} = \frac{۱}{۲}$ و اضلاع متناظر مجاور به زاویه C متناسبند. با استفاده از قضیه (هرگاه دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب و زاویه بین آن‌ها مساوی باشند دو مثلث متشابهند)

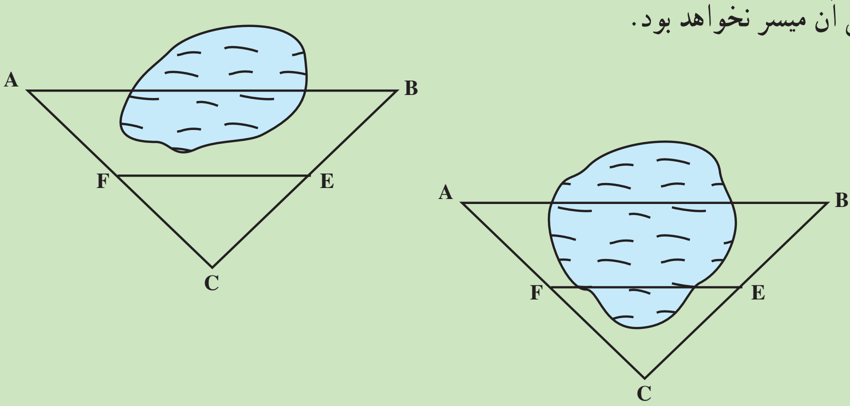
رابطه تشابه را می‌نویسیم $\frac{FC}{CA} = \frac{EC}{CB} = \frac{EF}{AB} = \frac{۱}{۲}$

با داشتن طول EF طول AB از رابطه فوق به‌دست می‌آید.

روش حل: در رابطه $\frac{۱}{۲}=\frac{EF}{AB}$ به‌جای EF مقدار اندازه‌گیری آن یعنی ۹۵/۲۵ متر را قرار می‌دهیم

$$\frac{۹۵/۲۵}{AB}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow AB=۲\times ۹۵/۲۵=۱۹۰/۵$$ متر

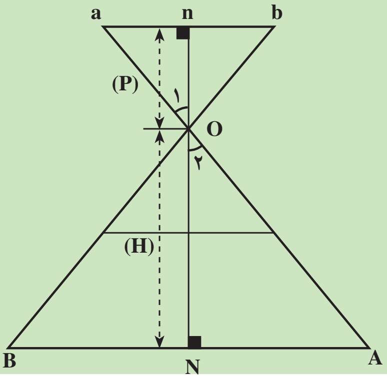
بحث و بررسی: می‌توان امتداد CE و CF را به جای آن که به امتداد دو ضلع اضافه کنیم، برروی دو ضلع CA و CB پیاده نماییم. لازم به ذکر است که طول EF نباید داخل مانع قرار بگیرد زیرا مترکشی آن میسر نخواهد بود.



شکل ۳ــ۱۱

مثال ۳ــ۴ــ با یک هواپیما با ارتفاع پرواز ۲۵۰۰ متر (نسبت به سطح متوسط زمین) از منطقه‌ای عکس گرفته شده است. اگر فاصله کانونی دوربین عکس‌برداری ۱۰۰ میلی‌متر و ابعاد قاب دوربین ۶۰×۶۰ میلی‌متر باشد ابعاد سطح مشاهده شده روی زمین چه‌قدر است؟

راهکار کلی: در شکل مقابل طول تصویر ab از روی عکس اندازه‌گیری می‌شود و طول ON ارتفاع پرواز و طول on فاصله کانونی می‌باشد می‌خواهیم طول زمین یعنی AB را به‌دست آوریم.



شکل ۳ــ۱۲

دو مثلث $\overset{\Delta}{oan}$ و $\overset{\Delta}{OAN}$ به علت دو زاویه برابر متشابه می‌شوند زیرا دو زاویه $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ متقابل به رأس هستند (باهم برابرند) و زوایای درجه $\angle n = \angle N = 90^\circ$ به فرض (امتداد نادیر noN عمود بر سطح متوسط زمین است) و بنابراین اضلاع متناظر متشابهند می‌توان نوشت :

$$\text{مقیاس عکس} = \frac{f}{H} = \frac{on}{ON} = \frac{ab}{AB}$$

نتیجه می‌شود $AB \times f = ab \times H$

که f فاصله کانونی دوربین و H ارتفاع پرواز می‌باشد. در نتیجه $AB = \frac{ab \times H}{f}$

روش حل: در فرمول بالا به جای f فاصله کانونی یعنی ۱۰۰ میلی‌متر را قرار می‌دهیم و به‌جای ab ابعاد قاب دوربین یعنی ۶۰ میلی‌متر را قرار می‌دهیم، طول AB به دست می‌آید.

$$AB = \frac{60mm \times 2500m}{100mm} = 1500 \text{ متر}$$

بحث و بررسی: تشابه در فتوگرامتری کاربرد فراوان دارند. در این مثال وسعت منطقه پوشش یک عکس با مقیاس $\frac{1}{25000}$ برابر ۱۵۰۰×۱۵۰۰ متر یا ۲۵۵ هکتار به‌دست می‌آید. به‌طور کلی این روش برای محاسبه مقدار زمینی D یک طول اندازه‌گیری شده در روی عکس d کاربرد دارد.

$$\frac{d}{D} = \frac{f}{H} \Rightarrow D = \frac{dH}{f} = d \times \frac{H}{f}$$

$\frac{H}{f}$ همان عدد مقیاس عکس است که در این مثال برابر ۲۵۰۰۰ می‌باشد بنابراین برای طول ۶۰ میلی‌متر

$$D = 60mm \times 25000 = 1500000mm = 1500m$$

مطالعه‌ی آزاد

مثال ۳ــ۵ــ اگر طول تصویر یک تیربرق در روی عکس هوایی ۱/۵ میلی‌متر و فاصله تصویر نوک تیر تا مرکز عکس قائم ۱۰۰ میلی‌متر و ارتفاع پرواز تا سطح زمین ۲۴۰۰ متر باشد ارتفاع تیر برق را به‌دست آورید.

راهکار کلی: ابتدا مفروضات و مجهولات مسأله را طبق شکل زیر می‌نویسیم.

$op = f =$ فاصله کانونی

$ab = \Delta r =$ طول تصویر تیر برق

$bp = r =$ فاصله نوک تیر تا مرکز عکس

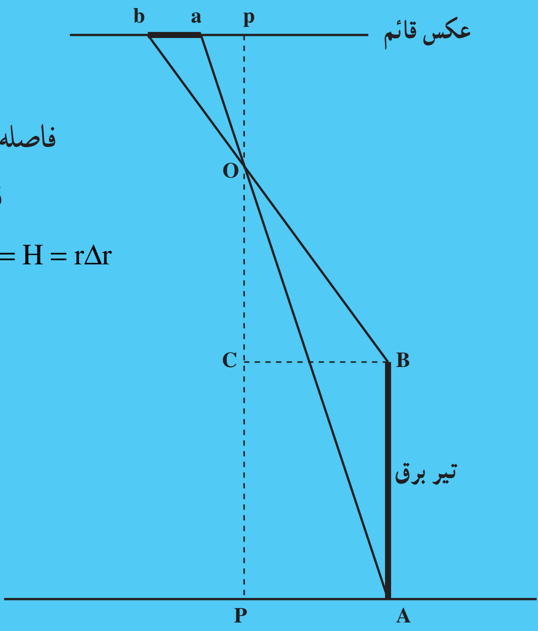
$ap =$ فاصله پای تیر تا مرکز عکس

$op =$ ارتفاع پرواز تا سطح زمین $= H = r\Delta r$

$AB =$ ارتفاع تیر برق $= h = ?$

$OC = OP - PC = H - h$

$BC = AP = D$



شکل ۳ـ۱۳

مطابق شکل دو مثلث obp و OBC باهم متشابه‌هستند زیرا زاویه $\hat{O}$ در هر دو مشترک و زاویه $\hat{p}$ و $\hat{C}$ برابر $90°$ است لذا دو مثلث به حالت دو زاویه برابر باهم متشابه هستند.

$$\frac{bp}{op} = \frac{BC}{OC} \Rightarrow \frac{r}{f} = \frac{D}{H-h} \Rightarrow fD = rH - rh \qquad ۱$$

هم‌چنین مطابق شکل دو مثلث oap و OAP باهم متشابه هستند زیرا زاویه $\hat{O}$ در هر دو مشترک و زاویه $\hat{p}$ و $\hat{P}$ برابر $90°$ است لذا دو مثلث به حالت دو زاویه برابر باهم متشابه هستند.

$$\frac{ap}{op} = \frac{AP}{OP} \Rightarrow \frac{r - \Delta r}{f} = \frac{D}{H} \Rightarrow fD = rH - \Delta rH \qquad ۲$$

با تساوی روابط ۱ و ۲ نتیجه می‌شود :

$$fD = rH - rh = rH - \Delta rH \Rightarrow rh = \Delta rH \Rightarrow h = \frac{\Delta r}{r} H$$

روش حل: در رابطه بالا داریم :

$\Delta r =$ طول تصویر تیر برق $= ۱/۵mm$

$r =$ فاصله نوک تیر تا مرکز عکس $= ۱۰۰mm$

$H =$ ارتفاع پرواز تا سطح زمین $= ۲۴۰۰m$

$$h = \text{ارتفاع تیر} = \frac{\Delta r}{r} H = \frac{۱/۵mm}{۱۰۰mm} \times ۲۴۰۰m = ۳۶m$$

بحث و بررسی: به روش فتوگرامتری حتی با یک عکس می‌توان ارتفاع اجسام را از روی اندازه گیری طول کشیدگی تصویرآن‌ها در روی عکس به دست آورد. در مثال فوق فاصله‌ی پای تیر تا تصویر مرکز عکس روی زمین نیز قابل محاسبه است :

$$D = \frac{r(H-h)}{f} = \frac{H(r-\Delta r)}{f}$$

برای این منظور نیاز به دانستن فاصله کانونی f می‌باشد. اگر فاصله کانونی برابر ۱۰۰ میلی‌متر باشد آن‌گاه فاصله تیر تا تصویر مرکز عکس در روی زمین برابر خواهد بود با :

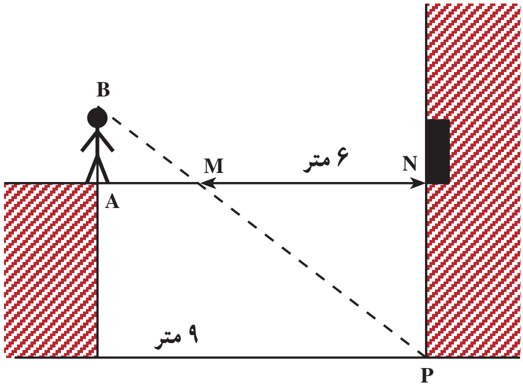
$$D = \frac{۱۰۰mm \times (۲۴۰۰m - ۳۶m)}{۱۰۰mm} = \frac{۱۰۰mm \times ۲۳۶۴m}{۱۰۰mm} = ۲۳۶۴m$$

خودآزمایی

۱ــ دو قسمت مختلف یک کارخانه به‌وسیله‌ی یک پل هوایی به هم مرتبط شده‌اند، پرویز برای پیدا کردن ارتفاع این پل مانند شکل ۳ــ۱۴ انتهای آن ایستاد و شعاع دید خود را بر رأس زاویه‌ی بین سطح زمین و ساختمان یعنی نقطه‌ی P قرار داد.

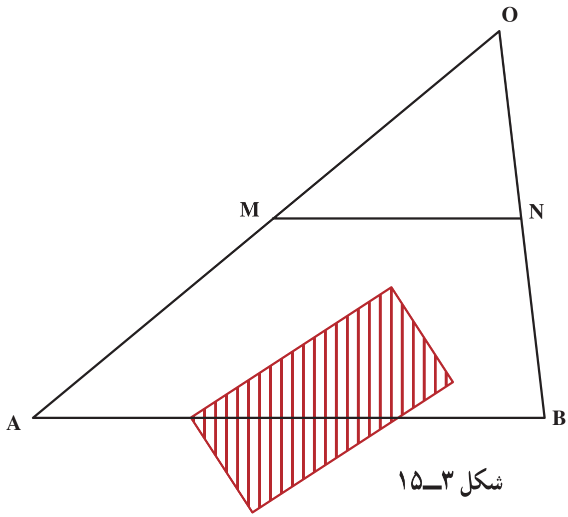
الف) چرا دو مثلث $A\overset{\Delta}{B}M$ و $M\overset{\Delta}{N}P$ با هم متشابه‌اند؟

ب) با توجه به اندازه‌های مشخص شده در شکل و طول قد پرویز که ۱۸۰ سانتی‌متر است ارتفاع پل یعنی NP را به‌دست آورید.



شکل ۳ــ۱۴

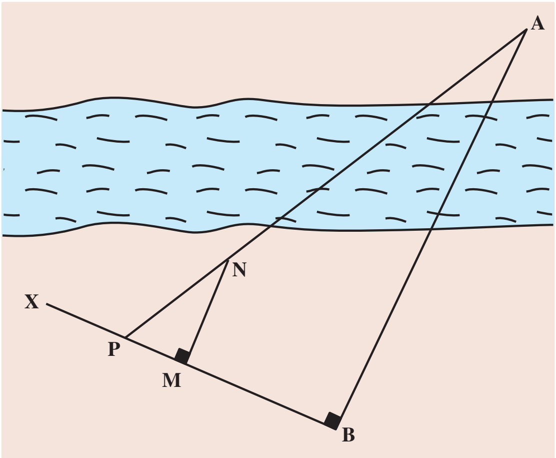
۲ــ برای اندازه‌گیری فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و B مطابق شکل ۳ــ۱۵ با مانع دید یک ساختمان مواجه شده‌ایم ؛ بنابراین ؛ نقطه‌ی O را خارج ساختمان ــ به‌گونه‌ای که نقاط A و B از آن دیده شوند ــ



شکل ۳ــ۱۵

درنظر می‌گیریم و نقاط M و N را به ترتیب وسط اضلاع OA و OB درنظر گرفته اندازه‌ی طول MN را مترکشی کرده‌ایم که مقدار آن برابر است با : $MN = ۳۰/۸۰$ متر . با استفاده از خاصیت تشابه طول AB را به‌دست آورید.

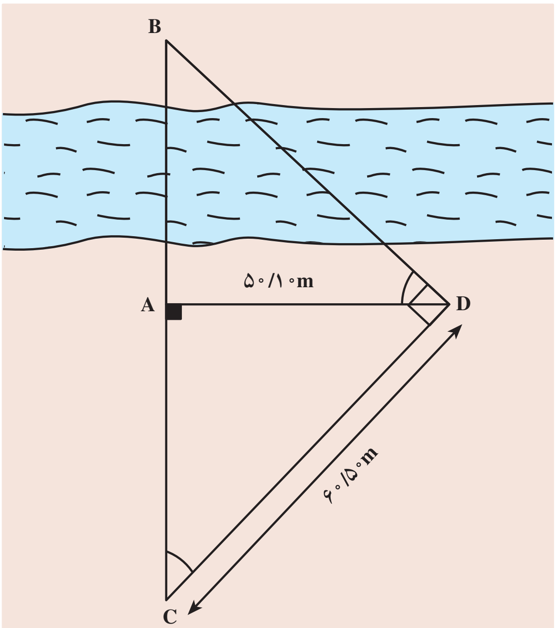
۳ــ برای اندازه‌گیری فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و B که در دو طرف رودخانه‌ای قرار دارند، به‌طور مستقیم، با متر امکان‌پذیر نیست ؛ بنابراین در شکل ۳ــ۱۶ از نقطه‌ی B عمود Bx را توسط گونیای مساحی کشیده از نقطه‌ی دل‌خواه M روی Bx عمودی بر Bx رسم کرده سپس نقطه‌ی N را به‌دل‌خواه روی آن انتخاب می‌کنیم که از تقاطع دو امتداد AN و BM نقطه‌ی P حاصل می‌شود.



شکل ۳ــ۱۶

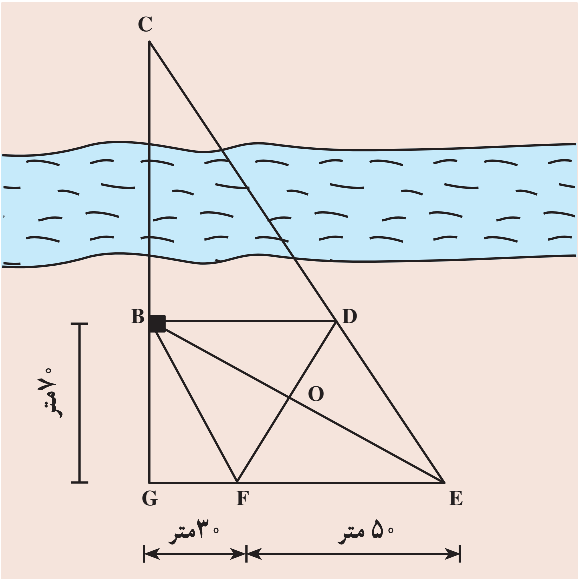
با اندازه‌گیری طول‌های $PM = ۱۸/۱۰$ متر، $MB = ۵۶/۲۰$ متر و $MN = ۳۴/۱۵$ متر، طول AB را محاسبه کنید.

۴ــ در شکل ۳ــ۱۷ امتداد CD عمود بر ضلع BD و امتداد AD عمود بر AB است. اگر طول $AD = ۵۰/۱۰$ متر و طول $CD = ۶۰/۵۰$ متر باشد مطلوب است محاسبه‌ی طول BC.



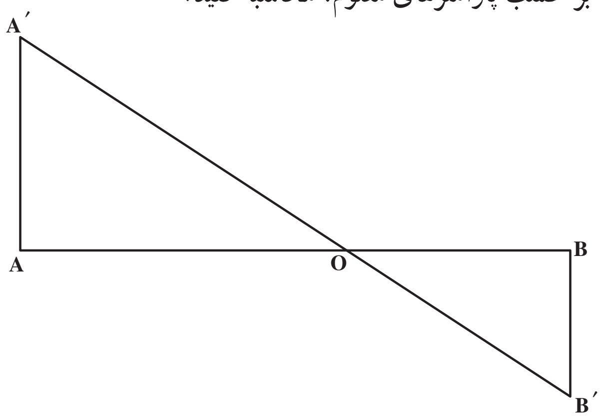
شکل ۳ــ۱۷

۵ ــ در شکل ۳ــ۱۸ چهارضلعی BDEF یک متوازی‌الاضلاع است (قطرها، یک‌دیگر را نصف کرده‌اند). اگر طول $BG = ۷۰$ متر ، $GF = ۳۰$ متر و $FE = ۵۰$ متر باشد طول BC را محاسبه کنید.



شکل ۳ــ۱۸

۶ــ برای تعیین حجم عملیات خاکی باید محل تقاطع خط زمین و خط پروژه در پروفیل طولی که آن‌را نقطه‌ی صفر می‌گویند، پیدا نمود. مطابق شکل ۳ــ۱۹، AA' و BB' که تقاطع عرضی هستند مقدار آن‌ها برابر است با $AA' = S_1$ و $BB' = S_2$ و فاصله‌ی $AB = d$ است. فاصله‌های OA و OB را بر حسب پارامترهای معلوم، محاسبه کنید.

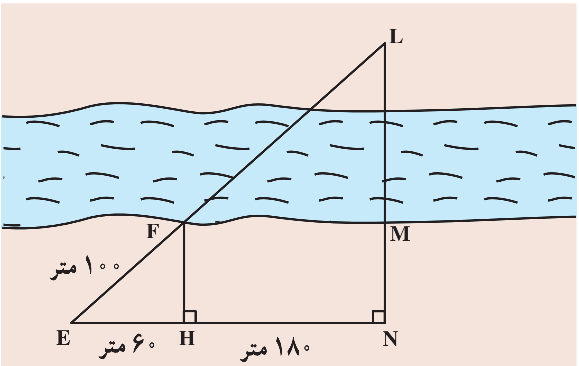


شکل ۳ــ۱۹

اگر فاصله‌ی $AB = ۳۱$ متر و مساحت، $S_۲ = ۳۰$ مترمربع و $S_۱ = ۵۰$ مترمربع باشد فواصل OA و OB چه‌قدر است؟

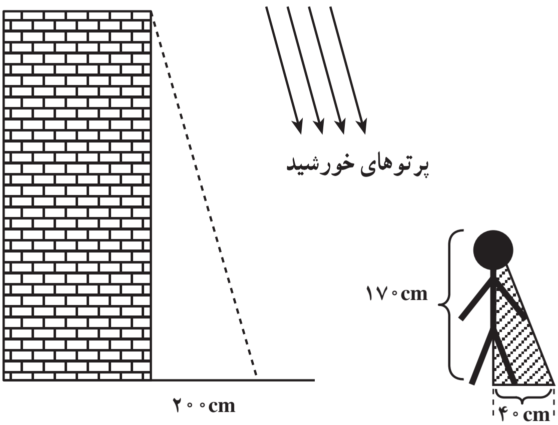
مسائل

مسأله‌ی ۱: دهکده‌ای در یک سوی رودخانه و دکل‌های سراسری انتقال نیرو در سوی دیگر رودخانه واقع است ؛ با توجه به فاصله‌های داده شده در شکل ۳ــ۲۰ طول سیم لازم برای برق‌رسانی به دهکده یعنی EL را محاسبه کنید.



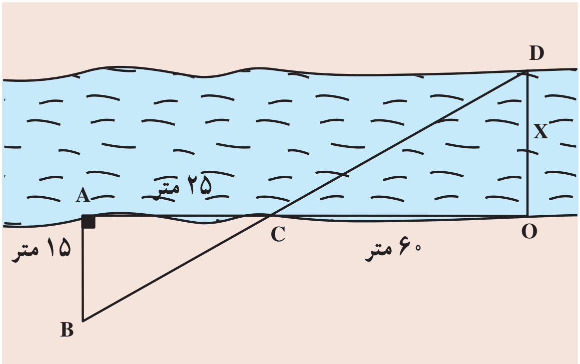
شکل ۳ــ۲۰

مسأله‌ی ۲: ارتفاع یک ساختمان را مطابق شکل ۳ــ۲۱ با توجه به امتداد و سایه‌ی آن و امتداد سایه‌ی یک شخص به قد معلوم و سایه‌ی شخص در یک زمان از تابش پرتوهای خورشید، اندازه‌گیری کنید.



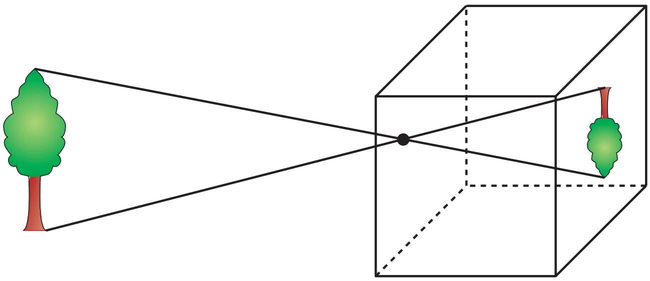
شکل ۳ــ۲۱

مسأله‌ی ۳: شکل زیر را یک نقشه‌بردار برای محاسبه‌ی عرض رودخانه رسم نموده است. به کمک اندازه‌های مشخص شده در شکل، عرض رودخانه را حساب کنید.



شکل ۳ــ۲۲

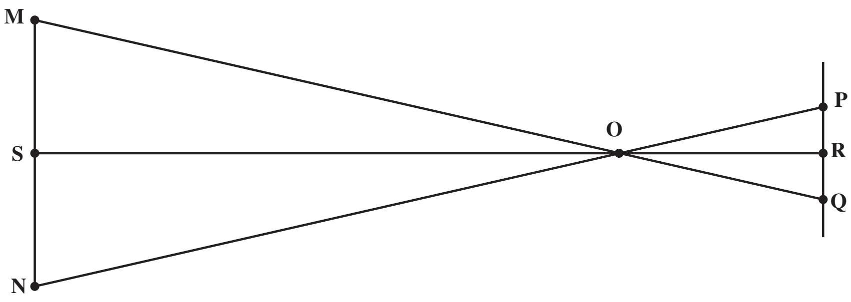
مسأله‌ی ۴: (مربوط به پاره‌خط‌های متناسب در دو مثلث متشابه) : مطابق شکل ۳ــ۲۳ با ایجاد سوراخی در مرکز دیواره‌ی یک جعبه‌ی مکعب شکل و قراردادن یک کاغذ مات در درون جعبه ــ درست رو به روی سوراخ ــ می‌توان آن را به یک دوربین عکاسی ساده به نام جعبه‌ی تاریک تبدیل نمود.



شکل ۳ــ۲۳

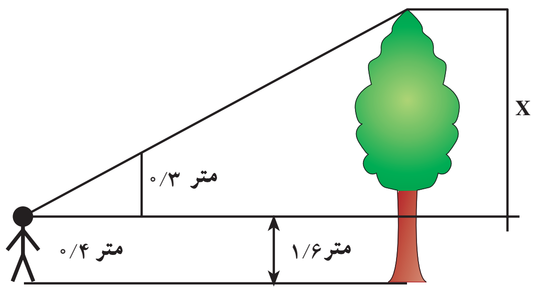
همان‌گونه که در شکل ۳ــ۲۳ می‌بینید تصویری که از یک شئ در جعبه‌ی تاریک بر روی صفحه‌ی مات ایجاد می‌شود وارونه است. پرتوهای نور که از شئ می‌تابند و از سوراخ جعبه عبور می‌نمایند دو مثلث ایجاد می‌کنند که در شکل ۳ــ۲۴ نشان داده شده است. طول تصویری که در جعبه‌ی تاریک ایجاد می‌گردد با فاصله‌ی شئ از سوراخ متناسب است. این فاصله، ارتفاع OS از

مثلث OMN است. فاصله‌ی سوراخ با صفحه‌ی مات نیز ارتفاع OR از مثلث OPQ است. اگر دو ارتفاع OS و OR، نیز طول تصویر را بدانیم آیا می‌توان طول شئ را به‌دست آورد؟



شکل ۳ــ۲۴

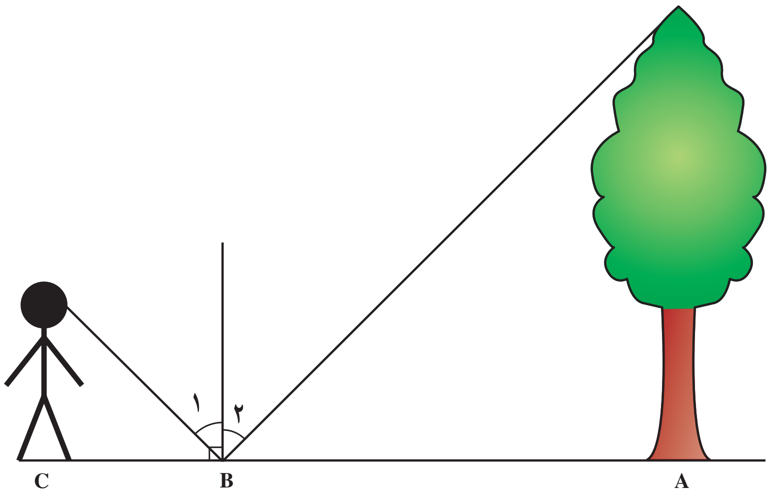
مسأله‌ی ۵: رضا برای پیدا کردن ارتفاع درخت مقابل خانه‌ی خود یک تکه مقوا به شکل مثلث قائم‌الزاویه با اندازه‌ی اضلاع زاویه‌ی قائمه مطابق شکل ۳ــ۲۵، ۰/۳ متر و ۰/۴ متر ساخت ؛ اگر او در فاصله‌ی ۸/۸ متر از درخت بایستد، می‌تواند با نگاه کردن در امتداد وتر مثلث نوک درخت را ببیند. فاصله‌ی چشم او از زمین ۱/۶ متر است. ارتفاع درخت چه‌قدر است؟



شکل ۳ــ۲۵

مسأله‌ی ۶: محاسبه‌ی ارتفاع درخت به‌وسیله‌ی سایه، یک متر فلزی که قائم بر زمین قرار گرفته است سایه‌ای به طول ۲m دارد درحالی‌که طول سایه‌ی یک برج رادیویی ۸m است ؛ ارتفاع برج رادیویی چه‌قدر است؟

مسأله‌ی ۷: شخص باهوشی که چشمانش ۲m بالاتر از زمین قرار دارند می‌خواهد ارتفاع درختی را بیابد او آیینه‌ای را به فاصله‌ی ۲۰m از این درخت و به‌طور افقی روی زمین می‌گذارد و ملاحظه می‌کند که اگر از نقطه‌ی C که ۲m از آیینه‌ی B فاصله دارد بایستد می‌تواند بازتاب نوک درخت را ببیند ارتفاع درخت چه‌قدر است؟ (شکل ۳ــ۲۶).



شکل ۳ــ۲۶

کارگروهی دانش‌آموزان

مانند فصول قبل اعضای گروه با زبان خود درس را برای یکدیگر بازگو کنند و برای سنجش میزان یادگیری اعضاء سؤالاتی طرح کنند، اعضاء به سؤالات پاسخ دهند و با تصحیح سؤالات از یادگیری همه اعضا مطمئن شوید.