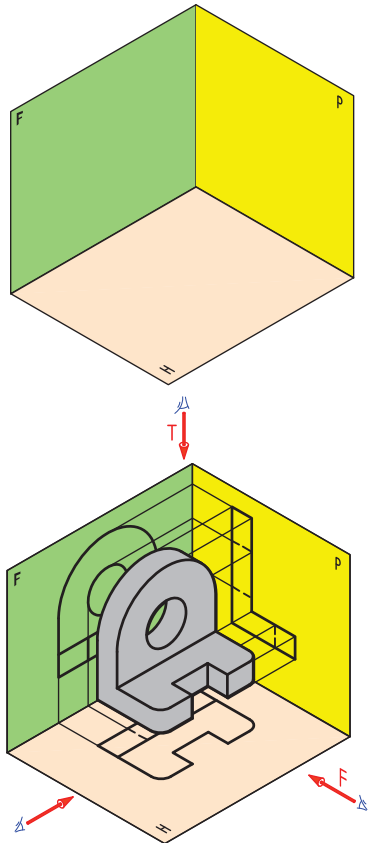
فصل اوّل

برج میلاد



به کمک هندسهٔ ترسیمی می‌توان اجسام سه بعدی را با اندازه‌های حقیقی روی صفحهٔ دو بعدی نمایش داد.

گاسپارد مونژ

اصول هندسهٔ ترسیمی

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

۱ــ تاریخچهٔ هندسه ترسیمی را بیان کند.

۲ــ مفهوم هندسهٔ ترسیمی را بیان کند.

۳ــ فرجه‌های اول تا چهارم را بیان کند.

۴ــ فرجه‌ها را بر روی صفحه تسطیح کند.

۵ــ طول، بعد و ارتفاع را معرفی کند.

۶ــ فرجه‌هایی را که در نقشه‌کشی مورد استفاده قرار می‌گیرند، شناخته و بیان کند.

۱ــ۱ــ تاریخچهٔ هندسهٔ ترسیمی

به درستی نمی‌توان گفت که بشر از کی و از کجا با هندسه آشنا شد، اما به هرحال با تشخیص شکل‌ها و یافتن تفاوت آنها از هم، مانند خط راست، چهارگوش، دایره، سه گوش و.... احجام مانند استوانه، مکعب، مخروط، کره و ... که هر روز و به شکل‌های گوناگون با آنها روبه‌رو بود، هندسه را شروع و مفاهیم آن را تجربه کرد. علمی که به کمک آن می‌توانست بین نقطه ، خط، سطح وحجم رابطه برقرار کند، در زندگی روزانه از آن استفاده و مشکلات بسیاری را با آن حل کند. بدین ترتیب و بر طبق اسناد به دست آمده بشر از دیر باز با هندسه آشنایی داشته، به عبارت دیگر هندسه جزیی جدایی ناپذیر از زندگی انسان بوده است. مصریان باستان در چند هزار سال قبل از میلاد با روش‌های هندسی آشنایی داشته‌اند. ریسمان معروف مصری دارای دوازده قسمت متساوی بود که با گره‌هایی مشخص می‌شد. از این ریسمان برای ساختن زاویهٔ قائمه استفاده می‌کردند[1]. آنها مجبور بودند هرسال بعد از فرو نشستن طغیان نیل، مرز زمین‌های کشاورزی را دوباره تعیین کنند. این کار بی‌استفاده از اصول هندسی، امکان نداشت. ساختن بناهای عظیم مانند اهرام سه‌گانه، مجسمه‌های غول پیکر و ساختمان‌های زیبا، بدون ارتباط نزدیک با علمی به نام هندسه ممکن نبود. بااین همه، اطلاعات موجود حکایت از آن دارد که پایه‌گذاری مطالعهٔ علمی دربارهٔ هندسه به وسیلهٔ دانشمندانی مثل **اقلیدس، فیثاغورس، افلاطون، تالس، آپولونیوس و ارشمیدس** با استفاده از اطلاعات هندسی گردآوری شده توسط مصریان، بابلیان، ... شروع شد. هندسه که شاخه‌ای از ریاضی است، طی هزاران سال آنقدر پیشرفت کرد که امروزه خود دارای بیش از ۳۰ شاخه است. ابتدا اقلیدس اصول معروف خود را بیان کرد و این آغاز مطالعهٔ جدی و علمی در مورد هندسه است. او در اصل پنجم گفت :

۱ــ آنها با ساختن یک مثلث به اضلاع ۳، ۴ و ۵ زاویهٔ قائمه را به دست می‌آوردند.

از یک نقطه در خارج یک خط، فقط یک خط می‌توان با آن موازی رسم کرد. اصل اقلیدس قابل اثبات نیست ،همچنین نمی‌توان آن را رد کرد. این علم به همراه سایر علوم به پیش می‌رفت، پس از قرن‌ها، با پیدایش زغال سنگ و کشف روش‌های نوین تولید آهن، انقلابی در زندگی انسان به وقوع پیوست، **انقلاب صنعتی** ، پدیده‌ای نوین بود که به هرحال به پیش می‌رفت. دانشمندان اروپا بیش از دیگران درگیر این مسائل بودند. آنها ناچار بودند افکار خود را به نحوی بیان کنند. البته از روزگاران گذشته برای ساخت مصنوعات انسانی، نقشه رایج بود. اما این نقشه‌ها با آنکه در بسیاری موارد بسیار خوب کشیده می‌شدند ، دارای یک نقطهٔ کور و یک حالت مبهم بودند. در اینجا باید گفت که در این دوران، تصاویری شبیه به نقشهٔ امروزی دارای نمای افقی و عمودی توسط طراح آلمانی **آلبرشت دورر** ترسیم شده بود و بزرگانی چون **لئوناردو داوینچی** و **ایوان کولیبین** و مانند آنها طرح‌های بسیاری رسم کرده بودند، با این همه، این طرح‌ها و نقشه‌ها، معماران و صنعتگران را به درستی قانع نمی‌کرد.

در این دوران، صنعت با مسائل تازه‌ای روبه‌رو بود که نیاز به انجام محاسبات پیچیده و مشکل را داشت. انجام جنگ‌های بزرگ در اروپا نیز مسائلی جدید را به وجود آورده بود[1].

سال‌های ۱۷۴۶ تا ۱۸۱۸، سال‌های مهمی در تاریخ هندسه هستند. گاسپارد مونژ، ریاضی‌دان، مهندس و فیزیک دان بزرگ فرانسوی در این سال‌ها می‌زیست. او که مدتی در ارتش فرانسه خدمت می‌کرد به سبب همین نیازها و مشکلات، در جستجوی راهی ترسیمی بود تا بتواند مسائل موجود را حل کند. مطالعات او سرانجام منجر به ابداع بزرگی شد. ابداعی بزرگ در سی و سه سالگی او به نام هندسهٔ ترسیمی[2]. در سال ۱۷۷۹ او دریافت که می‌توان اجسام سه بعدی را با تصاویری دو بعدی معرفی کرد[3]، به طوری که همهٔ اندازه‌های حقیقی و جزئیات ساختمانی طرح مورد نظر معرفی شود. به طور خلاصه : **هندسهٔ ترسیمی در حقیقت مجموعهٔ قواعدی است که به کمک آنها می‌توان اجسام فضایی یعنی سه بعدی را ، آن چنان که در حقیقت هستند، بر روی دو صفحهٔ تخت عمود بر هم نمایش داد و مسائل هندسهٔ فضایی را به کمک دستورهای هندسهٔ مسطحه حل و رسم کرد.** او توانست با ابداع جدید خود نقشه‌های جنگی را به صورتی اصولی و علمی تنظیم کند. کاربرد هندسهٔ اختراعی او به نقشه‌های جنگی منحصر نبود بلکه بسیاری از مسائل را به جای محاسبه از طریق ترسیم حل می‌نمود. مانند کوتاه‌ترین فاصلهٔ میان دو خط متنافر، اندازهٔ حقیقی مقاطع، اندازهٔ طول قوس‌ها و....

روش مونژ سال‌ها جزءِ اسرار ارتش بود ولی پیشرفت سریع صنعت نیازمند زبانی کامل و توانا بود و هندسهٔ اختراعی مونژ جوابی قاطع به این نیاز بود که با کوشش طراحان و مهندسین، رفته رفته کاملتر و گویاتر شد[4]. دانشمندان زیادی در ایران در زمینهٔ هندسهٔ ترسیمی فعالیت داشته‌اند از جمله استاد احمد بی‌رشک که یکی از تألیفات ایشان به نام هندسهٔ ترسیمی و هندسهٔ رقومی در سال ۱۳۲۸ توسط انتشارات دانشگاه تهران چاپ شده است.

باید گفت که ورود هندسهٔ ترسیمی و درک جایگاه آن در صنعت، توسط صنعتگران، انقلابی در مبادلات صنعتی و طراحی به وجود آورد به طوری که می‌توان پیدایش هندسهٔ ترسیمی را یکی از بزرگترین تحولات در تاریخ هندسه دانست.

امروزه مطالعهٔ علمی در اصول و قواعد تصویر، روابط بین اجزای تصویر مانند نقطه، خط و سطح و حجم را با عنوان «هندسهٔ ترسیمی» انجام می‌دهیم و حالت‌های کاربردی و ساده شدهٔ هندسهٔ ترسیمی در نقشه‌کشی با عنوان ، رسم فنی مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین یادآوری می‌شود که در تصاویر مربوط به هندسهٔ ترسیمی به دلایل درک بهتر یا پیچیدگی مسئله، نقاط نامگذاری

۱ــ مانند نیاز به داشتن نقشه‌های دقیق جنگی، دارای اطلاعات گوناگون چون پستی و بلندی زمین، موقعیت‌های استراتژیک و . . . .

۲ــ با الهام از کارهای دانشمندان پیشین. همچنین اصطلاح هندسهٔ ترسیمی را اول‌بار خود مونژ به کار برد.

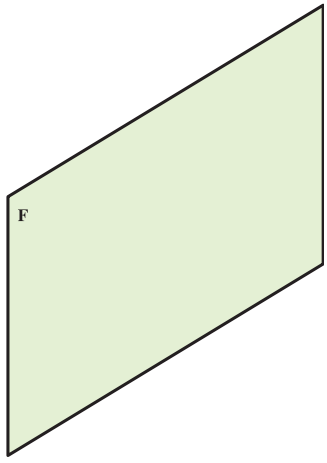
۳ــ با دادن فاصله‌هایشان از دو صفحهٔ تخت عمود بر هم به نام صفحات تصویر.

۴ــ البته همان‌طور که می‌دانید وظیفهٔ سر و سامان دادن نهایی به قواعد موجود به عهدهٔ سازمان بین‌المللی استاندارد یا ISO است.

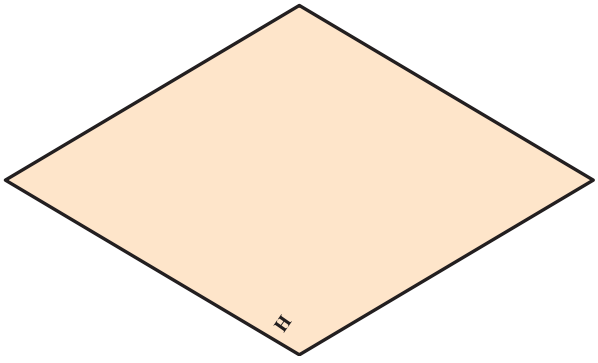
می‌شوند اما در رسم فنی نه. ولی در مجموع، هم تصاویر رسم فنی و هم تصاویر ترسیمی را می‌توان نقشه نامید.

۲ــ۱ــ مفهوم هندسهٔ ترسیمی

هندسهٔ ترسیمی عبارت است از نمایش یک چیز با تصاویری دوبعدی از آن به تعداد لازم مثلاً دوتا. این چیز می‌تواند یک نقطه، یک خط، یک سطح یا یک جسم باشد. وقتی ناظر مثلاً جسم را از روبه‌رو نگاه می‌کند، باید آنچه را که می‌بیند روی سطحی به نام F[1] یا صفحهٔ روبه‌روی تصویر (شکل ۱ــ۱) و آنچه را که از بالا می‌بیند روی سطحی به نام H[2] یا صفحهٔ افقی تصویر رسم کند (شکل ۲ــ۱).



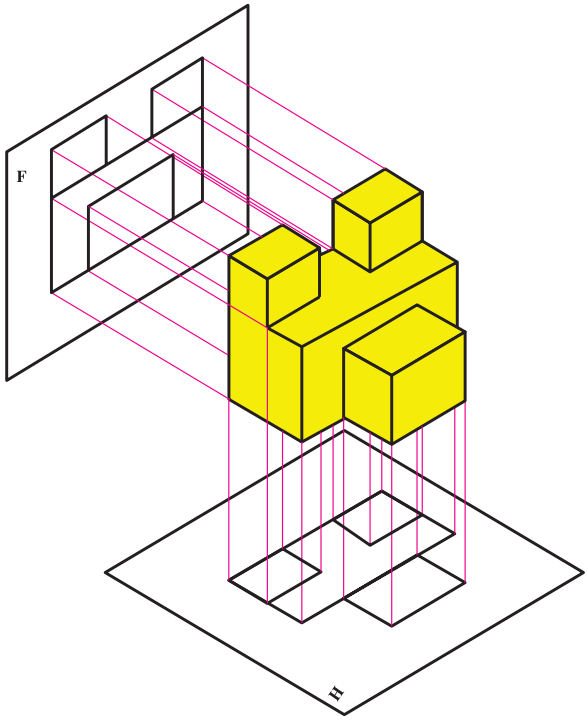
شکل ۱ــ ۱



شکل ۲ــ ۱

از این تصاویر دوبعدی، می‌توان جسم سه‌بعدی را نتیجه گرفت.

پس به‌جای جسم فضایی که سه‌بعدی و ترسیم آن هم مشکل است، تنها تصاویر دوبعدی آن را روی صفحه‌های دوبعدی نمایش می‌دهیم. هندسهٔ ترسیمی برای رسیدن به این هدف دارای دستورات خاص خود می‌باشد و از واژه‌ها و عباراتی مانند فرجه، نما یا تصویر، خط رابط، خط زمین و ... استفاده می‌کند (شکل ۳ــ۱).



شکل ۳ــ ۱

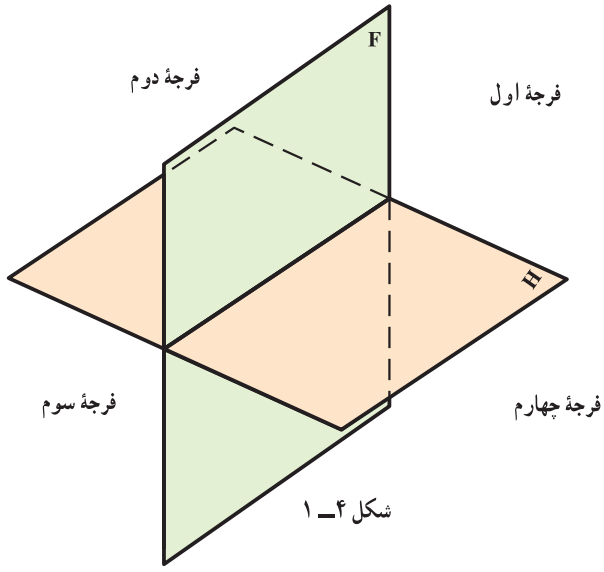
۱ــ روبه‌رو Frontal به این صفحه عمودی یا Vertical هم می‌گویند.

۲ ــ افقی Horizontal سطحی است موازی با زمین (یا خود زمین) مانند سطح میز شما.

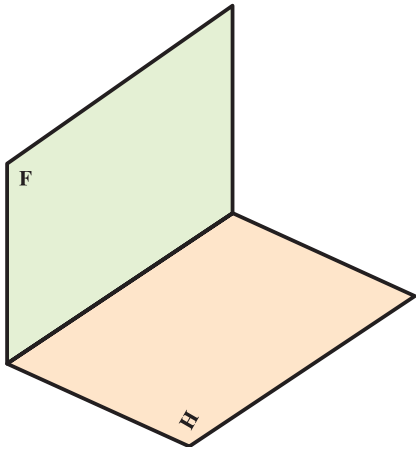
۳ــ۱ــ صفحات تصویر و فرجه‌ها

با انتخاب دو صفحهٔ عمود برهم با نام‌های روبه‌رو و افقی به راحتی می‌توان فضا را به چهار ناحیه، (بازه یا فرجه)، تقسیم کرد شکل۴ــ۱. این دو صفحه در یک خط با یکدیگر مشترک هستند. این خط مشترک را خط زمین می‌نامند.

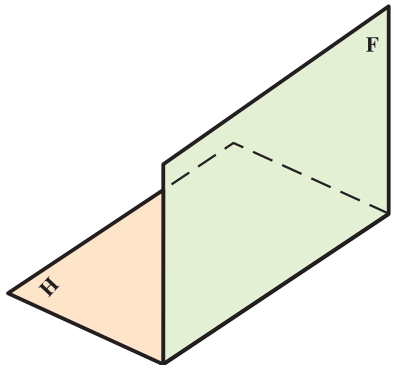
این چهار فرجه را به ترتیب، فرجهٔ اول، فرجهٔ دوم، فرجهٔ سوم و فرجهٔ چهارم نامیده‌اند (شکل‌های ۵ــ۱ تا ۸ــ۱).



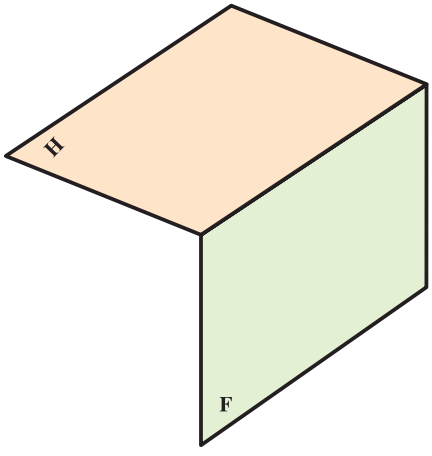
شکل ۴ــ ۱



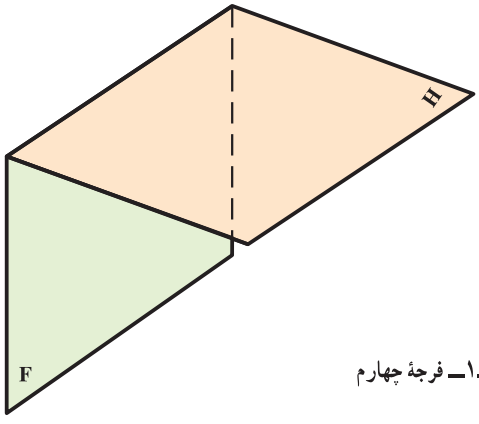
شکل ۵ــ۱ــ فرجهٔ اول



شکل ۶ــ۱ــ فرجهٔ دوم

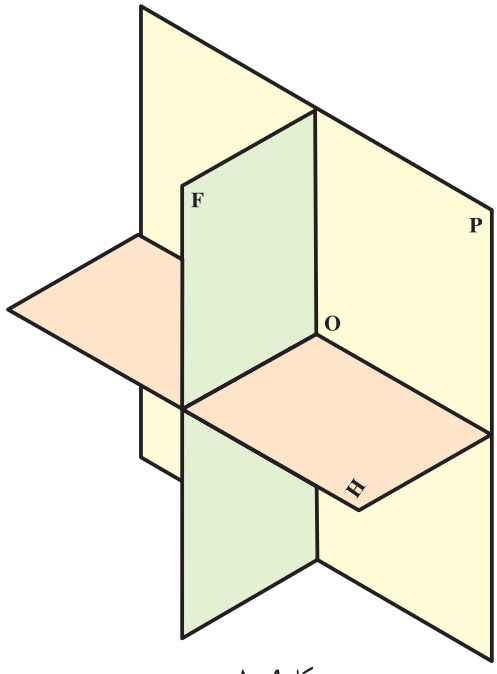


شکل ۷ــ۱ــ فرجهٔ سوم

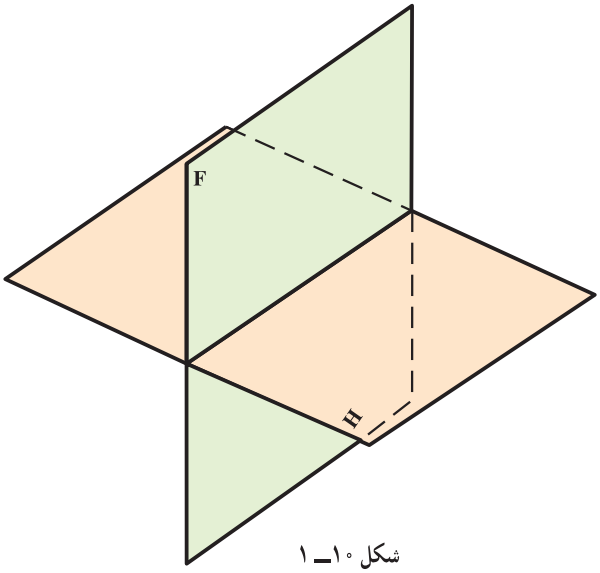


شکل ۸ــ۱ــ فرجهٔ چهارم

اغلب می‌توان صفحهٔ تصویر سومی هم در نظر گرفت. این صفحه را نیمرخ یا جانبی گویند که بر F و H عمود می‌باشد[1]. در هندسهٔ ترسیمی صنعتی فقط از فرجهٔ اول (روش اروپایی) و از فرجهٔ سوم (روش آمریکایی) استفاده می‌شود (شکل ۹ــ۱).



شکل ۹ــ ۱



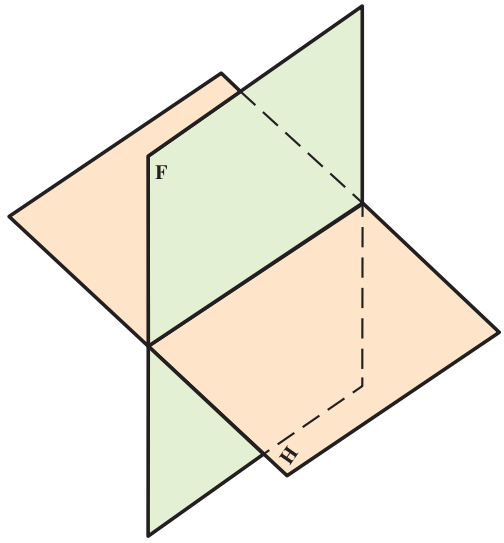
شکل ۱۰ــ ۱

۴ ــ ۱ــ هم‌سطح کردن[2] صفحات تصویر

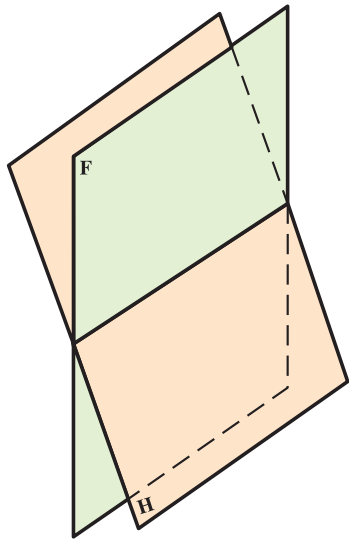
فرجه‌ها، به صورت سه‌بعدی قابل استفاده نیستند پس برای سادگی کار، طبق قراردادی که خواهیم پذیرفت؛ با هم‌سطح کردن، وضعیت سه‌بعدی فرجه را قابل انطباق بر صفحهٔ دو بعدی می‌نماییم. به همین جهت صفحهٔ روبه‌رو تصویر را به عنوان صفحهٔ نخست و اصلی انتخاب می‌کنیم و صفحهٔ افقی تصویر را با چرخشی 90°، در جهت عقربه‌های ساعت در راستای صفحهٔ روبه‌رو تصویر قرار می‌دهیم (شکل‌های ۱۰ــ۱ الی ۱۳ــ۱).

۱ــ البته دو صفحهٔ F و H کافی است ولی برای ساده شدن بحث و پرهیز از روش‌های ویژه‌ای که خود موئز به‌کار برده است، صفحهٔ سوم در نظر گرفته می‌شود. این کار به‌ویژه در رسم فنی امروزی متداول است. صفحهٔ سوم را با نماد P از Profile نمایش می‌دهیم.

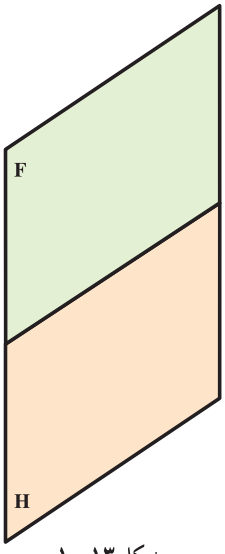
۲ــ هم‌سطح کردن به معنی تخت کردن، صاف کردن، تسطیح ... کاری است که برای آوردن یک فضای سه‌بعدی بر روی سطح دو بعدی و تبدیل آن به صفحه‌ای تخت انجام می‌شود.



شکل ۱۱ــ ۱

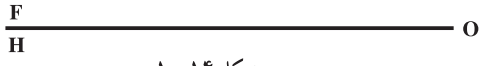


شکل ۱۲ــ ۱



شکل ۱۳ــ ۱

همان‌طور که می‌دانیم اندازه زاویه فرجه در دو صفحهٔ عمود بر هم برابر 90° می‌باشد. پس از هم‌سطحی صفحهٔ افقی بر صفحهٔ عمودی مقدار زاویه 180° درجه می‌شود. مرز مشترک بین دو صفحه را به‌صورت یک خط باقی می‌گذاریم[1]. از طرفی به نظر می‌رسد که خط زمین به تنهایی برای نشان دادن صفحات تصویر کافی است. زیرا این صفحات را می‌توان نامحدود در نظر گرفت. در اینجا تأکید می‌شود که حرف F در بالای خط زمین نمایندهٔ صفحهٔ عمودی یا روبه‌روی تصویر و در زیر آن حرف H نمایانگر صفحهٔ افقی تصویر خواهد بود(شکل ۱۴ــ۱).

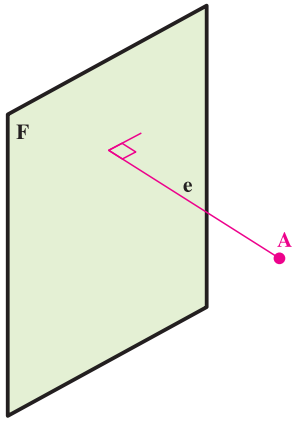


شکل ۱۴ــ ۱

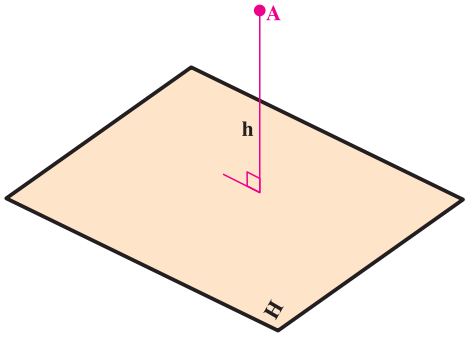
خط نشان داده شده در شکل۱۴ــ۱ به این معنی است که در ابتدا دو صفحهٔ تصویر یکی عمودی و دیگری افقی در اختیار بوده است که طبق قرارداد، صفحهٔ روبه‌رو تصویر ثابت، و صفحهٔ افقی تصویر در جهت عقربه‌های ساعت، 90° چرخانده شده و در راستای صفحهٔ F قرار داده شده است.

۵ــ۱ــ طول و بعد و ارتفاع

هر نقطه دارای فاصله‌ای از صفحهٔ F است که آن را بُعد می‌نامند و با حرف e نشان می‌دهند و هم‌چنین فاصله‌ای تا صفحهٔ افقی تصویر دارد، که به آن ارتفاع گویند و با حرف h نشان می‌دهند و نیز فاصله‌ای از صفحه نیمرخ دارد که آن‌را طول گویند و با حرف x مشخص می‌شود (شکل‌های ۱۵ــ۱ الی۱۷ــ۱).

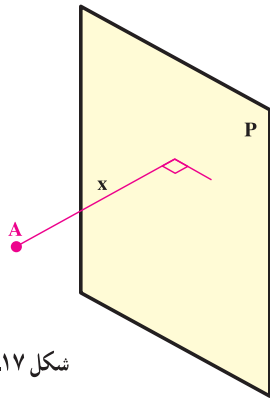


شکل ۱۵ــ ۱



شکل ۱۶ــ ۱

۱ــ این خط باید نازک باشد، اما برای توجه بیشتر، در این کتاب از خط پهن استفاده می‌شود.

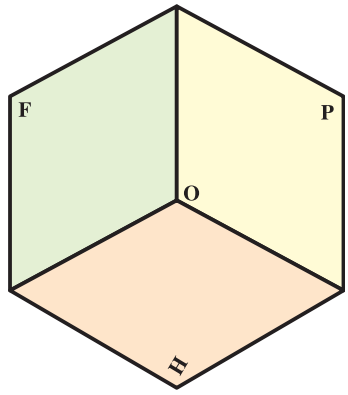


شکل ۱۷ــ ۱

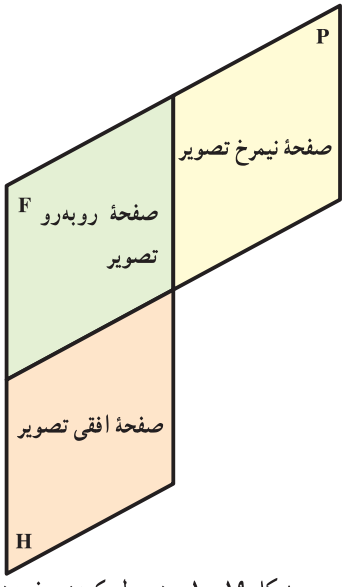
با توجه به این که فرجهٔ اول را به عنوان فرجهٔ مبنا انتخاب کرده‌ایم، طبق قرارداد طول و بعد و ارتفاع یعنی مقدار x و e و h هر نقطه‌ای واقع در این فرجه، مثبت در نظر گرفته می‌شود.

۶ ــ۱ــ فرجه‌های مورد استفاده در رسم فنی

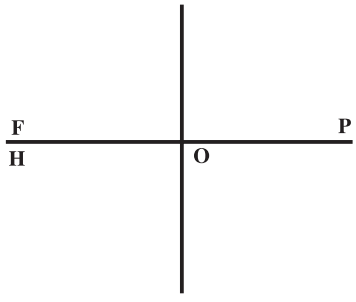
از میان چهار فرجهٔ موجود، تنها دو فرجه، یکی فرجهٔ اول و دیگری فرجهٔ سوم، در نقشه‌کشی به‌کار می‌روند. فرجهٔ اول پس از هم‌سطح کردن به شکل‌های زیر در می‌آید (شکل‌های ۱۹ــ۱ و ۲۰ــ۱).



شکل ۱۸ــ ۱ــ فرجهٔ اول

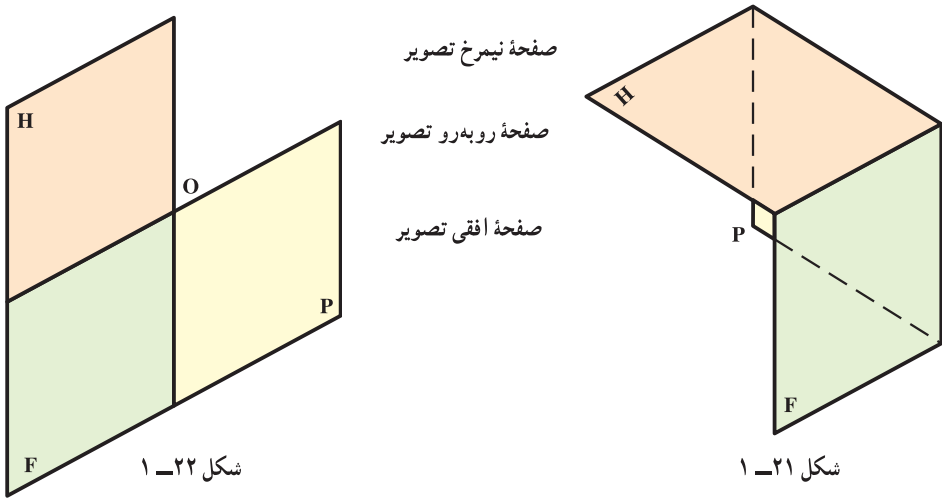


شکل ۱۹ــ ۱ــ هم‌سطح کردن صفحه‌های تصویر

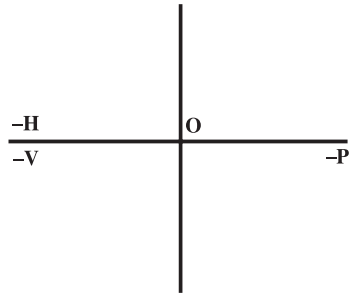


شکل ۲۰ــ ۱

فرجهٔ سوم پس از هم‌سطحی به شکل‌های ۲۲ــ۱ و ۲۳ــ۱ درمی‌آید[۱].



شکل ۲۲ــ ۱ شکل ۲۱ــ ۱



شکل ۲۳ــ ۱

ترسیم در فرجهٔ اول معروف به روش اروپایی و ترسیم در فرجهٔ سوم معروف به روش امریکایی است. در هر دو روش تصویر روبه‌رو به عنوان نمای اصلی در نظر گرفته می‌شود. اما در فرجهٔ اول، تصویر افقی زیر نمای روبه‌رو واقع می‌شود و در فرجهٔ سوم ، همان‌گونه که دیده شد،تصویر افقی بالای نمای روبه‌رو قرار می‌گیرد. اگر چهار فرجه را باهم درنظر گیریم، برای بعدها و ارتفاع‌ها، جدول زیر را خواهیم داشت (جدول فاصله‌های ۱ــ۱).

جدول ۱ــ۱

فرجهٔ اول	فرجهٔ دوم	فرجهٔ سوم	فرجهٔ چهارم
+d	–d	–d	+d
+h	+h	–h	–h

F جایگاه ارتفاع‌های مثبت و بعدهای منفی

H جایگاه بعدهای مثبت و ارتفاع‌های منفی

۱ــ روشن است، در کتاب‌هایی که برپایهٔ فرجهٔ سوم هستند، نشانه‌های منفی در نظرگرفته نمی‌شود.

ارزشیابی

۱ــ همهٔ آن چیزهایی را که واژهٔ هندسه، برای شما یادآوری می‌کند، نام ببرید.

۲ــ خط زمین جایگاه همه نقطه‌هایی است، که بعد و ارتفاع آنها،.....باشد.

۳ــ هر نقطه‌ای که فاصله‌اش از صفحهٔ افقی تصویر صفر باشد در ....قرار دارد.

۴ــ هر نقطه‌ای که فاصله‌اش از صفحهٔ روبه‌روی تصویر صفر باشد در.... قرار دارد.

۵ــ F صفحهٔ... تصویر وH صفحهٔ... تصویر است.

۶ــ عامل مشترک در دو صفحهٔ تصویر روبه‌رو و افقی چیست؟

۷ــ برای هم‌سطح کردن،کدام یک از صفحات تصویر را ثابت در نظر می‌گیریم؟

۸ــ فاصله‌های x و e و h هرکدام نسبت به کدام صفحه تصویر سنجیده می‌شوند؟

۹ــ هم‌سطح کردن به چه منظوری انجام می‌شود؟

۱۰ــ تفاوت دو شکل الف و ب را توضیح دهید.

الف

ب

۱۱ــ صفحهٔ تصویر نیمرخ بر کدام یک از صفحات F و H عمود است؟

۱۲ــ آیا نقطه‌ای می‌شناسید که فاصله‌های آن از F و H و P صفر باشد؟

برای مطالعه

۱ــ جایگاه همهٔ نقاط فضا که از O (نقطهٔ مشترک F و H و P) به فاصلهٔ ۵۰ هستند، چیست؟

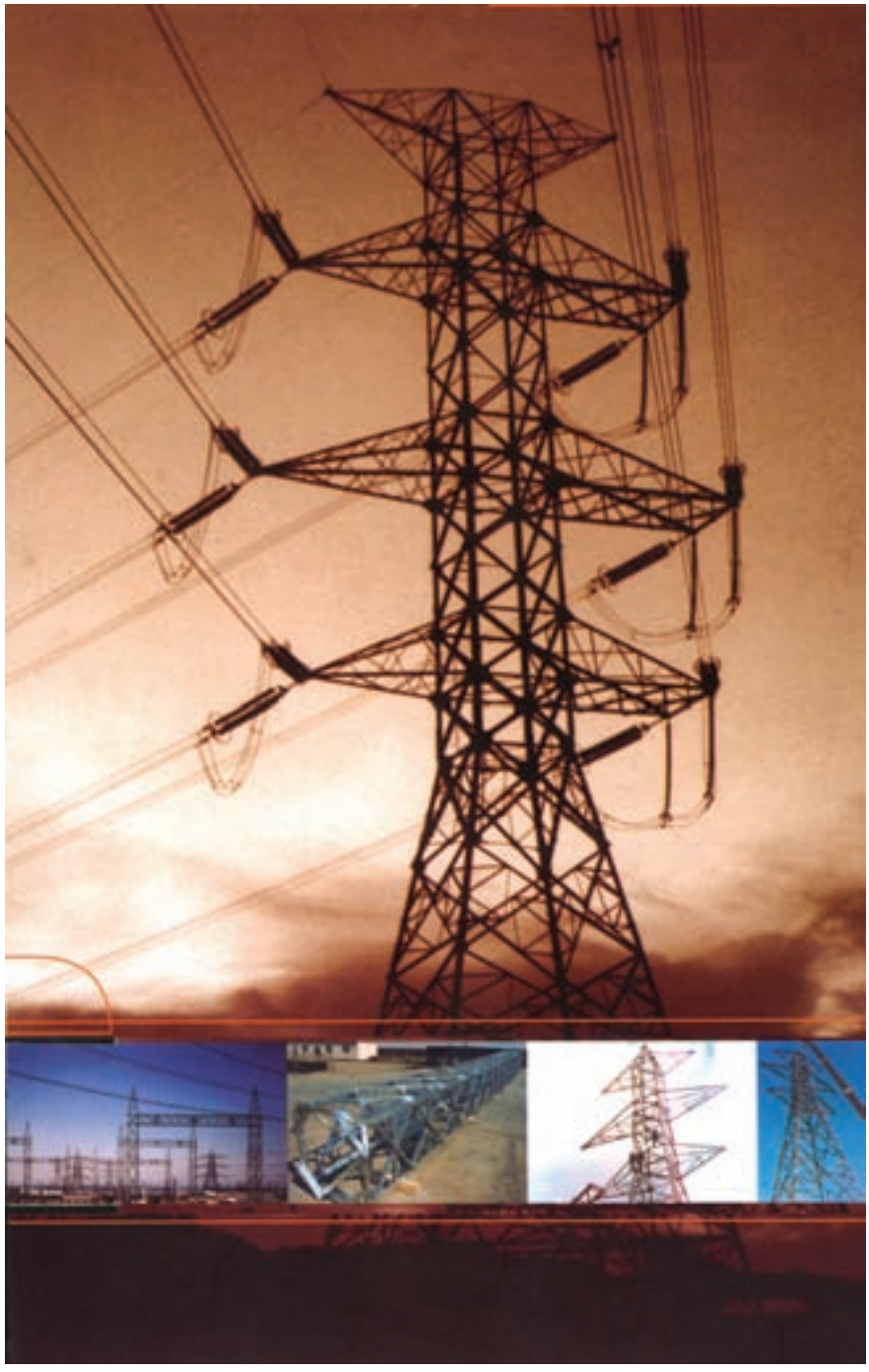
۲ــ همهٔ نقاط فضا که از H به فاصلهٔ ۳۰ هستند، چیست؟

۳ــ همهٔ نقاط فضا که بعد و ارتفاع آنها برابر است، چه جایگاهی دارند؟

۴ــ چند نقطه می‌توان درفضا معین کرد که فاصله‌های آنها از F و H و P برابر باشد؟

آیا می‌توایند جایگاه همهٔ آنها را تصور کنید؟

فصل دوم



نقطه را می‌توان با فاصله‌هایش از دو صفحهٔ عمود برهم، در فضا مشخص نمود (گاسپارد مونژ)

نقطه و مختصات آن

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

۱ــ مختصات نقطه را تعیین کند؛

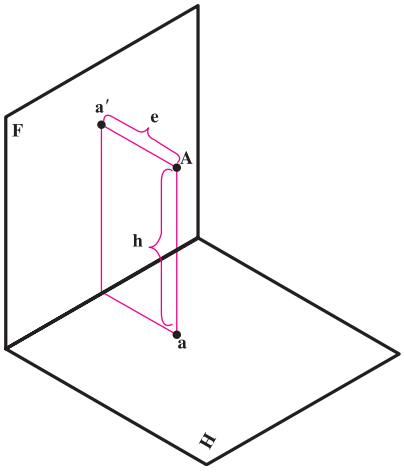
۲ــ تسطیح فرجه و نمایش تصویر را انجام دهد؛

۳ــ حالات خاص نقطه را بیان کند.

۱ــ۲ــ نقطه و مختصات آن

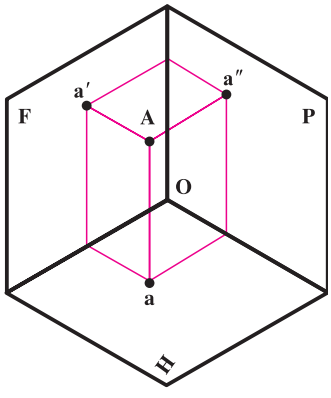
کوچکترین جزء هندسی را نقطه نامند[۱]. نقطهٔ A را در فضا در نظر می‌گیریم. فاصلهٔ این نقطه را تا F بُعد و فاصلهٔ آن را تا H، ارتفاع می‌نامند. گفتیم که می‌توان بعد را با e و ارتفاع را با h معرفی کرد. پس طبق شکل ۱ــ۲ داریم :

$\overline{Aa'} = h$ و $\overline{Aa'} = e$



شکل ۱ــ۲

نقاط را در فضا با حرف بزرگ، و تصاویر آن روی صفحات تصویر را با همان حرف اما کوچک نشان می‌دهیم. مانند نقطهٔ فضایی A که تصویر افقی آن a و تصویر روبه‌روی آن a□ و نمای جانبی آن a□□ خواهد بود (شکل ۲ــ۲).



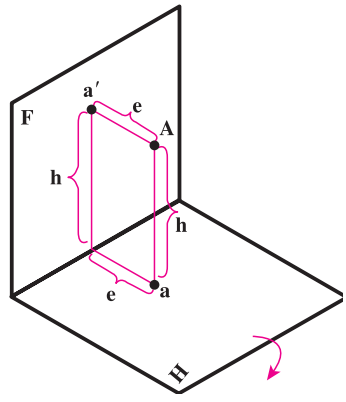
شکل ۲ــ۲

۱ــ البته مفاهیمی مانند نقطه، خط و سطح، به‌گونه‌ای دقیق، قابل تعریف نیستند.

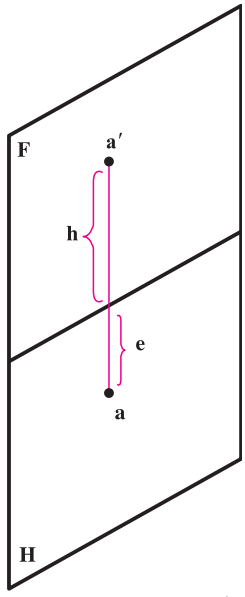
۲ــ۲ــ هم‌سطح کردن چهار فرجه و بررسی وضع نقطه در هر یک از چهار فرجه

ــ پس از هم‌سطح کردن چهار فرجه، وضعیت نقطه به شرح زیر است :

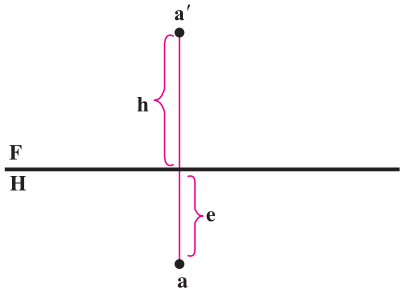
۱ــ۲ــ۲ــ فرجهٔ یکم ــ با ثابت نگه‌داشتن F و چرخاندن H به اندازهٔ ۹۰ درجه و در جهت عقربهٔ ساعت، به دور خط زمین، H در راستایF قرار می‌گیرد. به سادگی معلوم می‌شود که a با □a هم راستا خواهد شد (شکل‌های ۳ــ۲ تا ۵ــ۲).



شکل ۳ــ۲ ــ شکل فضایی فرجهٔ اول



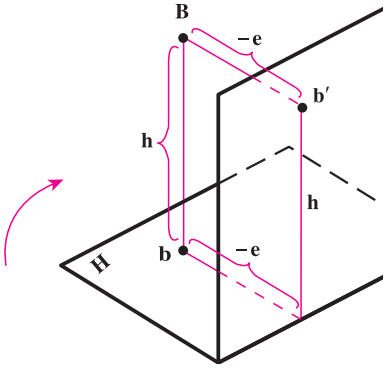
شکل ۴ــ۲ــ هم‌سطح شده فرجه اول



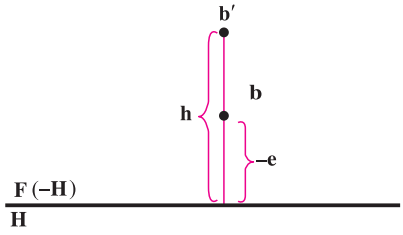
شکل ۵ ــ۲ــ (نقشه) فرجهٔ اول

در هندسهٔ ترسیمی آنچه را که در قسمت F است، تصویر روبه‌رو وآنچه را که در قسمت H است نمای افقی گویند. همواره می‌توان دو نمای یک نقطه را با یک خط نازک به‌هم وصل کرد.

۲ــ۲ــ۲ــ فرجهٔ دوم ــ چنانچه نقطه در فرجهٔ دوم قرار گیرد (شکل۶ــ۲). پس از هم‌سطحی، یعنی چرخاندن H در جهت عقربهٔ ساعت، شکل ۷ــ۲ حاصل می‌شود. چنانچه دقت کنیم، بعد نقطه، در قسمت بالای خط زمین قرار گرفته است. بنابراین طبق جدول فاصله‌ها، علامت آن منفی خواهد شد.

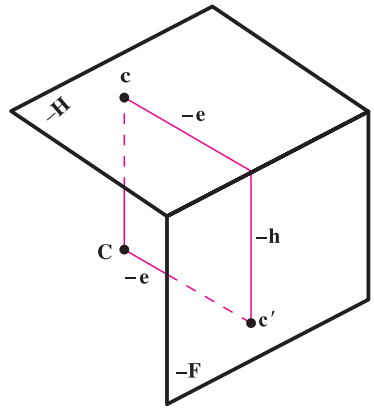


شکل ۶ ــ۲ــ فرجه دوم

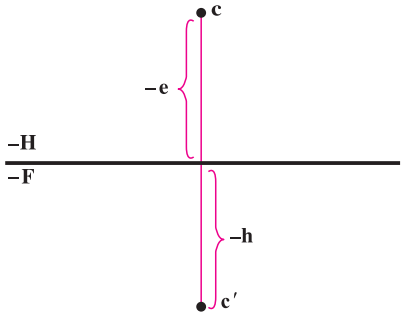


شکل ۷ ــ۲ــ فرجهٔ دوم (نقشه)

۳ــ۲ــ۲ــ فرجهٔ سوم ــ اگر نقطه در فرجهٔ سوم باشد (شکل ۸ــ۲)، پس از هم‌سطحی، شکل **۹ــ۲** به‌دست می‌آید.



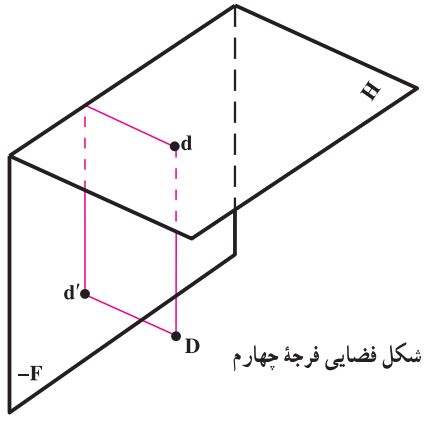
شکل ۸ ــ۲ــ(شکل فضایی)فرجهٔ سوم



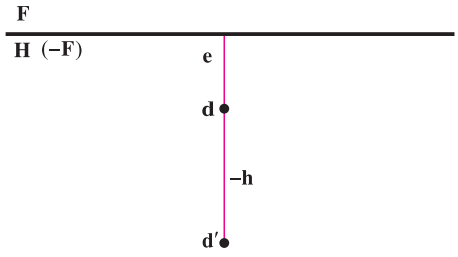
شکل ۹ــ۲ــ (نقشه) فرجهٔ سوم

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ارتفاع نقطه در قسمت پایین خط زمین و بعد نقطه در قسمت بالای خط زمین، قرار گرفته است.
با مراجعه به جدول ۱ــ۱ نشانه‌های فاصله‌ها، مشخص می‌شود، که در فرجهٔ سوم، تصویر افقی، بالای تصویر روبه‌رو قرار می‌گیرد.
چون هم ارتفاع نقطه و هم بعد نقطه منفی می‌باشند

۴ــ۲ــ۲ــ فرجهٔ چهارم ــ طبق شکل‌های ۱۰ــ۲ و ۱۱ــ۲، ارتفاع نقطهٔ واقع در فرجهٔ چهارم منفی است. (چرا؟)



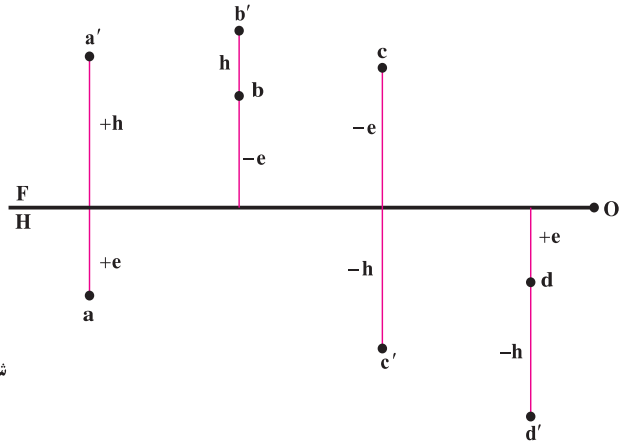
شکل ۱۰ــ۲ــ شکل فضایی فرجهٔ چهارم



شکل ۱۱ــ۲ــ (نقشه) فرجهٔ چهارم

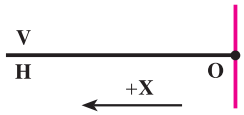
۳ــ۲ــ نمایش نقطه‌ها

نقاط A و B و C و D با مختصات $A\begin{vmatrix}x_1\\+e\\+h\end{vmatrix}$ $B\begin{vmatrix}x_2\\-e\\+h\end{vmatrix}$ $C\begin{vmatrix}x_3\\-e\\-h\end{vmatrix}$ $D\begin{vmatrix}x_4\\+e\\-h\end{vmatrix}$ در نقشه به شکل ۱۲ــ۲ نشان داده می‌شود.



شکل ۱۲ــ۲

همان‌گونه که دیده می‌شود، هنوز مشخصات نقطه کامل نیست. به همین‌جهت به‌آسانی رسم آن ممکن نمی‌باشد. زیرا معلوم نیست، در کدام نقطهٔ خط زمین باید خط رابط کشیده شود، تا مقادیر عددی e و h روی آن خط رابط انتقال یابد. بنابراین برای کامل شدن مشخصات نقطه، نیاز به صفحهٔ نیمرخ «P» می‌باشد و لازم است، که پس از کشیدن خط زمین خط برخورد دو صفحهٔ روبه‌رو و نیمرخ با خط زمین مشخص شود (مانند شکل ۱۳ــ۲).



شکل ۱۳ــ۲

پس دیده می‌شود که نیاز به داشتن طول نقطه (x) برای رسم نقطه هست. در مشخصات نقطه، نخست X را می‌نویسیم، سپس e وh را در دوم و سوم مشخص می‌کنیم.

$A\begin{vmatrix}x\\e\\h\end{vmatrix}$ یعنی $A\begin{vmatrix}\text{طول}\\\text{بعد}\\\text{ارتفاع}\end{vmatrix}$

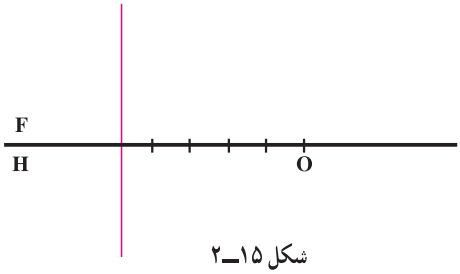
اکنون به حل یک نمونه می‌پردازیم :

نقطه $A\begin{vmatrix}۵\\۳\\۲\end{vmatrix}$ یا A(۵, ۳, ۲) را در نقشه نشان دهید.

ــ ابتدا خط زمین را رسم و نقطهٔ O را که نشان‌دهندهٔ مبدأ برای x و جهت آن می‌باشد، مشخص می‌کنیم (شکل ۱۴ــ۲).

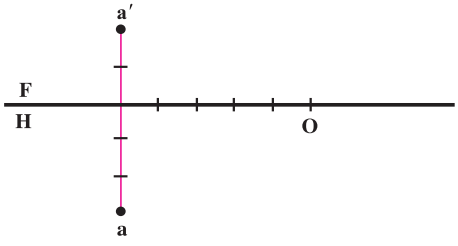
شکل ۱۴ــ۲

ــ با توجه به نخستین عدد ، روی خط زمین در سمت چپ، به اندازهٔ ۵ واحد جدا و سپس خط رابط را رسم می‌کنیم (شکل۱۵ــ۲).

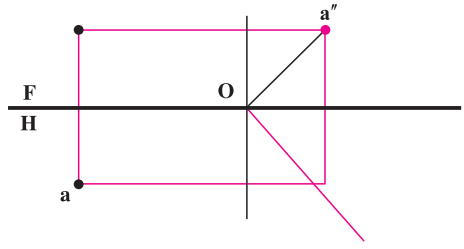


شکل ۱۵ــ۲

ــ عدد دوم که نشان‌دهندهٔ بعد نقطه است و علامتش مثبت روی خط رابط پایین خط زمین، عدد سوم را که نشان‌دهندهٔ ارتفاع نقطه است و علامتش مثبت روی خط رابط بالای خط زمین، با توجه به واحد انتخابی جدا می‌کنیم.(شکل الف ــ۱۶ــ۲).



شکل ۱۶ــ۲ ــ الف



شکل ۱۶ــ۲ ــ ب

در شکل ۱۶ – ۲– ب، نمای نیمرخ A یعنی □□a به دست آمده است.

یادداشت ۱ــ در صورتی که بخواهیم تنها بعد و ارتفاع نقطه را معرفی کنیم به صورت $A\begin{vmatrix}e\\h\end{vmatrix}$ می‌نویسیم، برای نمونه اگر داشته باشیم $M\begin{vmatrix}۲۰\\۱۴\end{vmatrix}$ یا M(۲۰, ۱۴)، منظور نقطه‌ای است به بعد ۲۰ و ارتفاع ۱۴ با رابط دلخواه.

یادداشت ۲ــ در نمای نیمرخ (دید از چپ می‌توانید فاصلهٔ نقطه را تا خط زمین ببینید که برابر $\overline{a''o}$ می‌باشد.

۴ــ۲ــ حالات خاص نقطه

برخی از نقطه‌ها دارای ویژگی‌هایی هستند.

۱ــ۴ــ۲ــ نقطه روی خط زمین قرار دارد. در این حالت بعد و ارتفاع نقطه صفر است. به عبارت دیگر خط زمین مکان هندسی نقاطی است، که بعد و ارتفاع آنها صفر است.

۲ــ۴ــ۲ــ نقطه در F است. در این حالت بعد نقطه صفر است، به‌عبارت دیگر F مکان هندسی نقاطی است که بعد آنها صفر است.

۳ــ۴ــ۲ــ نقطه در H است. در این حالت ارتفاع نقطه صفر است، به‌عبارت دیگر صفحه افقی تصویر، مکان هندسی نقاطی است، که ارتفاع آنها صفر است.

۴ــ۴ــ۲ــ نقطه در o (مبدأ) است. پس طول و بعد و ارتفاع آن صفر است

۵ــ۴ــ۲ــ نقطه روی صفحهٔ نیمرخ تصویر قرار دارد، پس طول آن صفر است.

ارزشیابی

۱ــ نقطهٔ A $\begin{vmatrix}۱۵\\۱۰\\۲۵\end{vmatrix}$ را رسم کنید[۱].

۲ــ نقطهٔ B $\begin{vmatrix}۲۰\\-۱۵\\-۳۰\end{vmatrix}$ را رسم کنید.

۳ــ مختصات نقطه‌ای را به دلخواه، در فرجهٔ اول بنویسید.

۴ــ مختصات نقطه‌ای را به دلخواه، در فرجهٔ چهارم بنویسید.

۵ــ فاصله‌های نقطه‌ای از هر سه صفحهٔ تصویر ۲۰ می‌باشد؛ آن‌را رسم کنید.

۶ــ مطلوب است رسم نماهای نقاط داده شده، سپس توضیح لازم برای هر کدام. (یعنی هریک در کدام فرجه‌اند؟).

A $\begin{vmatrix}۰\\۰\\۰\end{vmatrix}$ B $\begin{vmatrix}۱۲\\۰\\۵۰\end{vmatrix}$ C $\begin{vmatrix}۳۰\\۱۰\\۰\end{vmatrix}$ D $\begin{vmatrix}۵۰\\۰\\۰\end{vmatrix}$ E $\begin{vmatrix}۱۰\\-۷۰\\-۳۰\end{vmatrix}$ F $\begin{vmatrix}۱۰\\۵۰\\۱۵\end{vmatrix}$ G $\begin{vmatrix}۴۰\\-۳۰\\۸۰\end{vmatrix}$ I $\begin{vmatrix}۱۵\\-۱۰\\-۱۰\end{vmatrix}$ J $\begin{vmatrix}۱۰\\۵\\۵\end{vmatrix}$

۷ــ نسبت بعد نقطهٔ A به ارتفاع آن $\sqrt{۲}$ است. اگر ارتفاع نقطه ۵۰ باشد، نقطه را نمایش دهید «جای رابط دلخواه».

۸ــ تصاویر نقطهٔ A را رسم کنید به شرطی که فاصله‌اش از خط زمین ۵۱ و بُعدش ۳۷ باشد[۲] «جای رابط دلخواه».

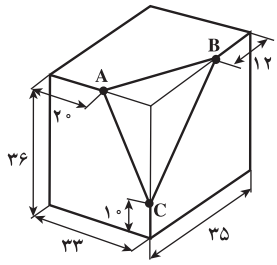
۹ــ فاصلهٔ نقطهٔ A از خط زمین ۴۳ و نسبت بعد آن به ارتفاعش $\frac{۲}{۳}$ است. نقطه را با انتخاب رابط دلخواه نمایش دهید.

۱۰ــ صفحهٔ نیمرخ تصویر ... هندسی نقاطی است که ... آنها ... است.

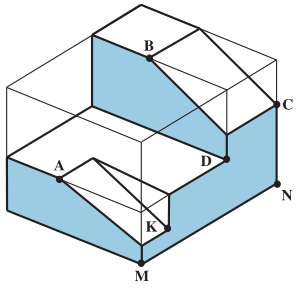
۱ــ همهٔ تمرین‌ها باید روی کاغذ سفید و با رعایت دقت کامل و اصول نقشه‌کشی انجام شود.

۲ــ فاصلهٔ یک نقطه تا یک خط، درازای عمودی است که از نقطه بر خط رسم شود. شما می‌توانید در نمای نیمرخ این فاصله را ببینید.

۱۱ــ شکلی رسم کنید و در آن تنها سه نقطهٔ Aو Bو C را با توجه به طول و بعد و ارتفاع آنها نمایش دهید.



۱۲ــ با در نظر گرفتن هر مربع برابر ۱۰، تنها نقطه‌های A، B، C، D، M، N وK را با توجه به طول و بعد و ارتفاع، در یک نقشه نمایش دهید.



برای مطالعه

۱ــ دو نقطهٔ A وB با مشخصات (۳۵ ,۳۰ ,۴۰)A و (۳۵ ,۳۰– ,۴۰)B را در نظر بگیرید. چه عنوانی را برای دو نقطهٔ A و B مناسب می‌دانید؟

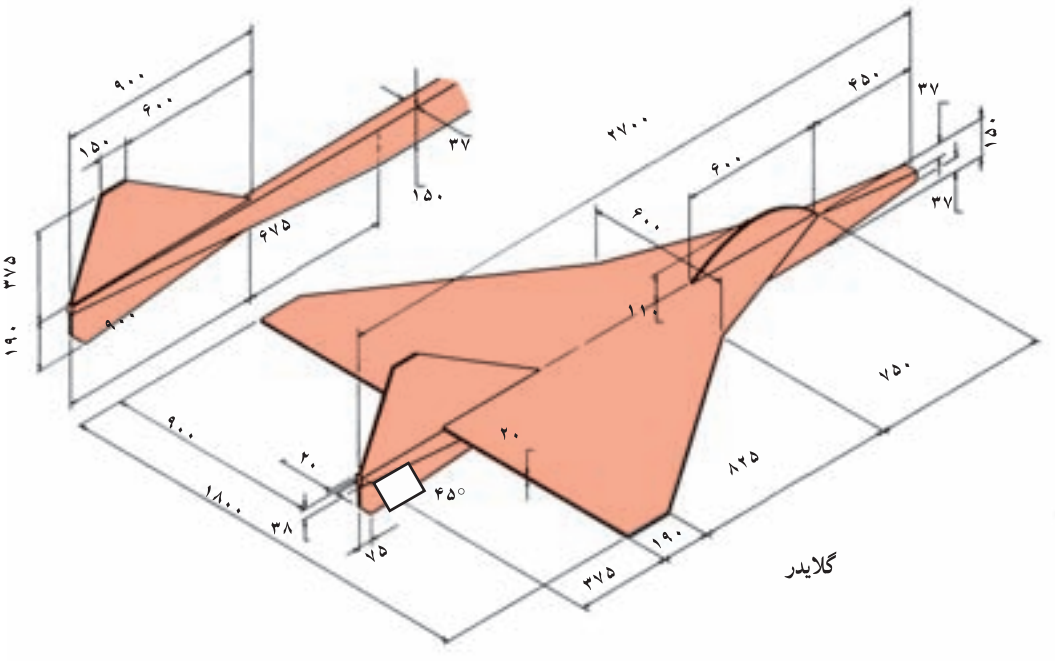
۲ــ دو نقطهٔ (۴۰ ,۳۰ ,۵۰)A و (۴۰– ,۳۰– ,۵۰)B را در نظر بگیرید. چه عنوانی را برای آنها مناسب می‌دانید؟

۳ــ آیا می‌توان نقطهٔ (۳۰ ,۵۰–)A را قرینهٔ نقطهٔ (۳۰ ,۵۰)B دانست؟ نسبت به کدام صفحه؟

۴ــ قرینه (۳۷, ۲۷)A نسبت به H چه بُعد و ارتفاعی دارد؟

۵ــ تفاضل بعد و ارتفاع نقطهٔ A، ۳۰ و فاصله‌اش از خط زمین ۷۰ است. نقطه را نمایش دهید.

فصل سوم



خط مهمترین عامل در به‌وجود آمدن یک نقشه است.

خط و انواع آن

هدف‌های رفتاری : در پایان این فصل از فراگیر انتظار می‌رود :

۱ــ خط را تعریف و نامگذاری کند.

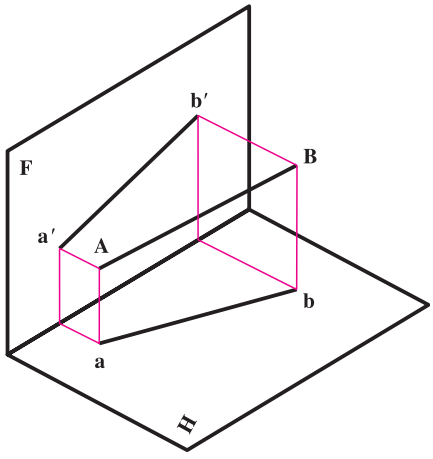
۲ــ وضعیت خط را نسبت به صفحات تصویر نشان دهد.

۳ــ اندازهٔ حقیقی خط دلخواه را تعیین کند.

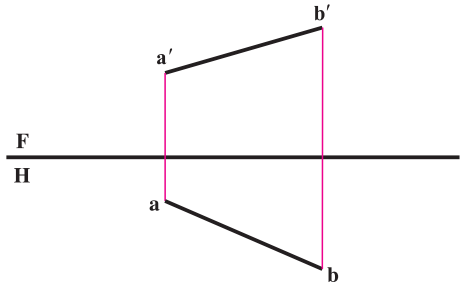
۱ــ۳ــ خط

تعریف : وقتی نقطه شروع به حرکت کند خط پدید می‌آید. یا می‌توان گفت که از برخورد دو سطح خط به‌وجود می‌آید.

همچنین می‌توانیم بگوییم که مطابق شکل ۱ــ۳، خط $\overline{AB}$ از اتصال دو نقطهٔ A و B ساخته می‌شود، که پس از هم‌سطح کردن صفحات تصویر نماهای خط به شکل ۲ــ۳ خواهد بود و می‌توان هر خط را با شناسایی ابتدا و انتهای آن نامگذاری کرد[۱].



شکل ۱ــ۳



شکل ۲ــ۳

۲ــ۳ــ اوضاع مختلف خط نسبت به صفحه‌های تصویر

خط نسبت به صفحه‌های تصویر حالت‌های گوناگونی دارد که در هر مورد نامی معین دارد. می‌توان خط‌ها را به سه گروه تقسیم کرد.

۱ــ ۲ــ ۳ــ گروه اول خط‌های خاص ــ هر کدام بر یکی از صفحه‌های تصویر عمودند. پس ویژگی موازی بودن را هم دارند.

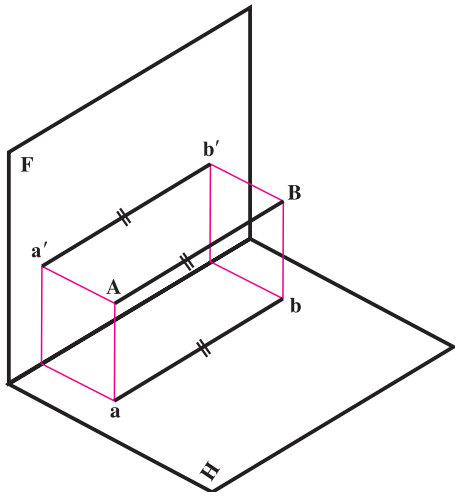
۱ــ بیشتر به جای اصطلاحات درست پاره‌خط و نیم‌خط، به همان واژهٔ خط بسنده شده است. نیز روشن است که بر دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد.

۲ــ۲ــ۳ــ گروه دوم خط‌های نیمه‌خاص ــ هر کدام با یکی از رویه‌های تصویر موازی‌اند، اما ویژگی عمود بودن را ندارند.

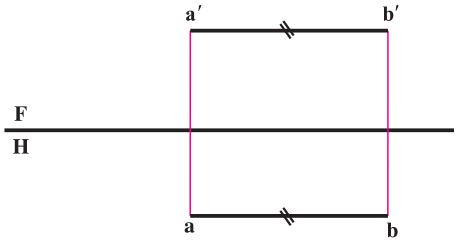
۳ــ۲ــ۳ــ گروه سوم خط‌های غیرخاص ــ آنها ویژگی آشنایی ندارند.

۳ــ۳ــ گروه اول، خط‌های خاص

شامل خط مواجه، خط قائم و خط منتصب است که به ترتیب، آنها و ویژگی‌های تصویریشان را معرفی می‌کنیم.



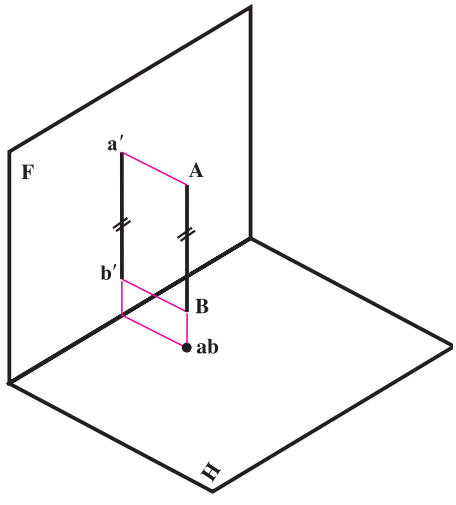
شکل ۳ــ۳



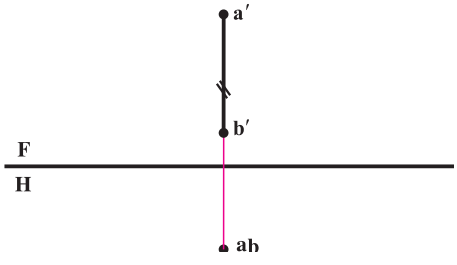
شکل ۴ــ۳

۱ــ۳ــ۳ــ خط مواجه : خطی است موازی با خط زمین (شکل ۳ــ۳). چون خط موازی هر دو صفحهٔ تصویر است، بعد همهٔ نقاط با هم برابر و ارتفاع همهٔ نقاط نیز با هم برابر است. به همین دلیل هر دو تصویر خط به موازات خط زمین خواهد بود و نماهای خط به شکل ۴ــ۳ درخواهد آمد. همان‌طوری که از شکل فضایی پیداست، هم تصویر روبه‌رو و هم تصویر حقیقی به اندازهٔ حقیقی خط در فضا می‌باشد. پس $\overline{AB} = \overline{ab} = \overline{a'b'}$[1]. وضعیت این خط نسبت به صفحهٔ نیمرخ چیست؟

۲ــ۳ــ۳ــ خط قائم : خطی عمود بر H است (شکل ۵ــ۳). بنابراین با F موازی خواهد بود. تصویر افقی تنها یک نقطه و نمای روبه‌رو خطی به اندازهٔ حقیقی است. پس $\overline{AB} = \overline{a'b'}$ و امتداد $\overline{a'b'}$ عمود است بر خط زمین (شکل ۶ــ۳).



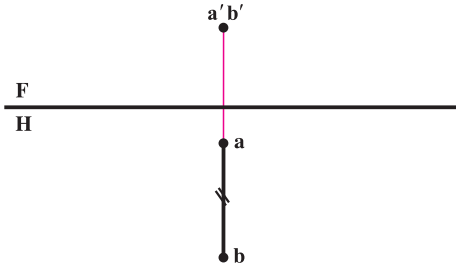
شکل ۵ــ۳



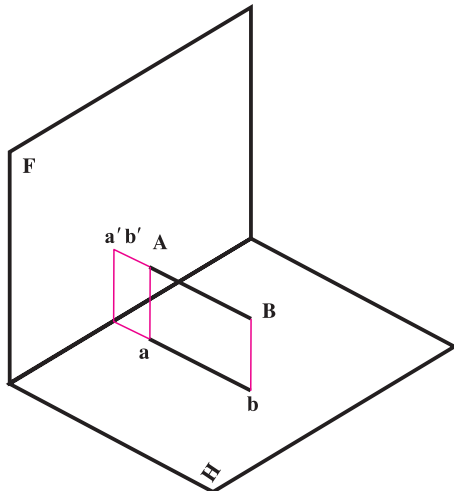
شکل ۶ــ۳

۱ــ نکتهٔ خیلی مهم آن است که در زمان ساخت قطعات همیشه باید از اندازه‌های حقیقی استفاده کرد. بنابراین روی اندازهٔ حقیقی مرتباً تأکید خواهد شد. ضمناً نقشه‌ای ارزشمند است که بتواند تمام اندازه‌های حقیقی جسم را در اختیار سازنده قرار دهد.

۳ــ۳ــ۳ــ خط منتصب : خطی است عمود برF (شکل ۷ــ۳). پس با H موازی و تصویر افقی به اندازهٔ حقیقی است یعنی $\overline{AB} = \overline{ab}$ و امتداد ab عمود بر خط زمین و تصویر روبه‌رو تنها یک نقطه است (شکل ۸ــ۳).



شکل ۸ــ۳

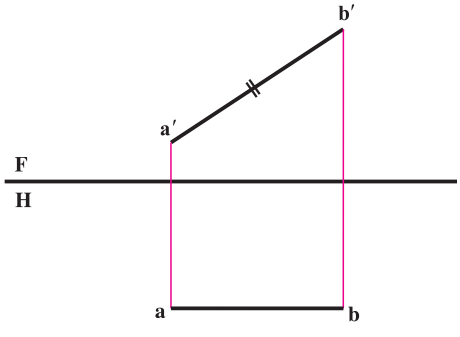


شکل ۷ــ۳

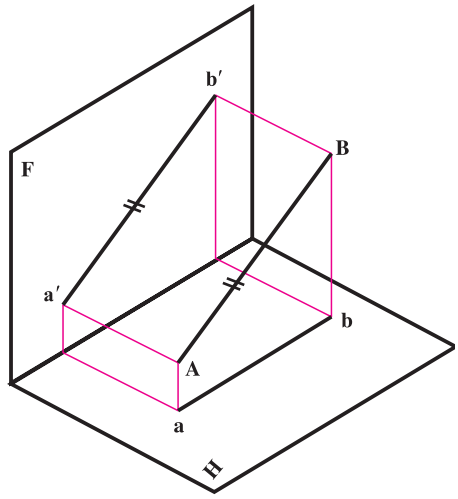
۴ــ۳ــ گروه دوم خط، یعنی خط‌های نیمه‌خاص

شامل خط جبهی، خط افقی و خط نیمرخ است.

۱ــ۴ــ۳ــ خط جبهی : این خط با F موازی است (شکل ۹ــ۳). پس نمای روبه‌روی آن به اندازهٔ حقیقی می‌باشد یعنی داریم $\overline{AB} = \overline{a'b'}$. نمای افقی موازی با FH (خط زمین) و بعد همهٔ نقاط برابر است. زاویه‌ای که این خط با H می‌سازد در نمای روبه‌رو دیده خواهد شد (شکل ۱۰ــ۳).

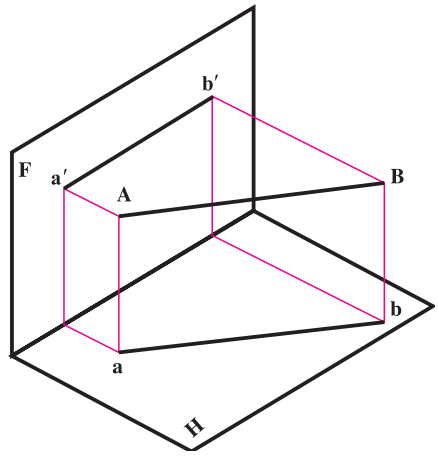


شکل ۱۰ــ۳

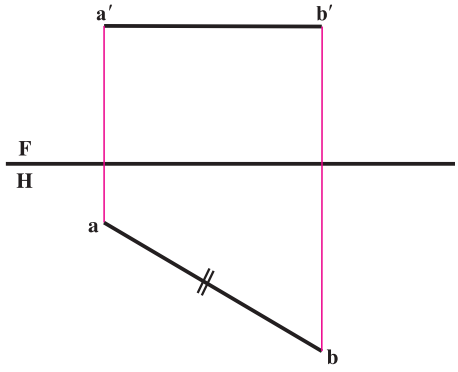


شکل ۹ــ۳

۲ــ۴ــ۳ــ خط افقی : این خط با H موازی است، پس در تصویر افقی به اندازهٔ واقعی است یعنی $\overline{AM} = \overline{ab}$.
ارتفاع همهٔ نقاط آن مساوی و نمای روبه‌رو موازی با FH خواهد بود. زاویهٔ حقیقی آن با F در تصویر افقی دیده خواهد شد (شکل‌های ۱۱ــ۳ و ۱۲ــ۳).

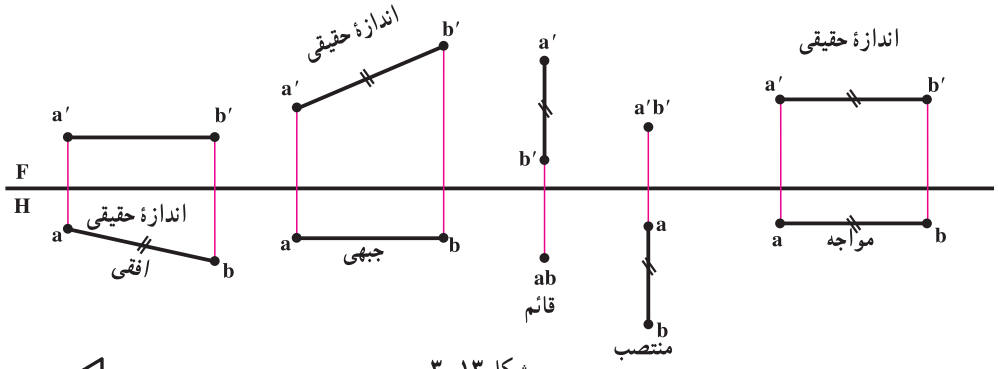


شکل ۱۱ــ۳



شکل ۱۲ــ۳

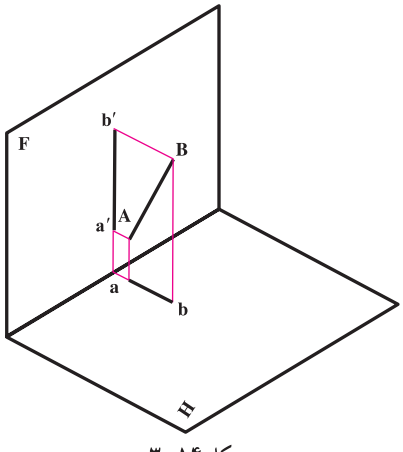
در شکل ۱۳ــ۳ پنج خط گفته شده یک‌جا و برای مقایسه دیده می‌شوند.
دقت کنید : خاصیت مهم این پنج خط، به اندازهٔ حقیقی دیده شدن آنها دست کم در یکی از نماها است. با تأکید دوباره که، چون در کار ساخت و تولید تنها اندازه‌های حقیقی مورد استفاده قرار می‌گیرند، داشتن اندازه‌های حقیقی خیلی مهم است.



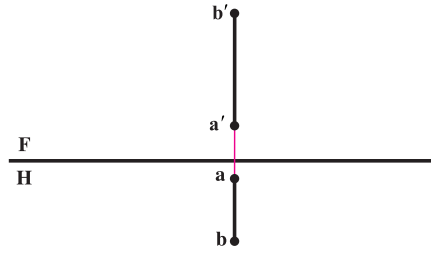
شکل ۱۳ــ۳

بدین ترتیب دیده می‌شود که تنها با داشتن تصاویر این پنج خط، می‌توان به اندازهٔ حقیقی آنها در فضا پی‌برد.

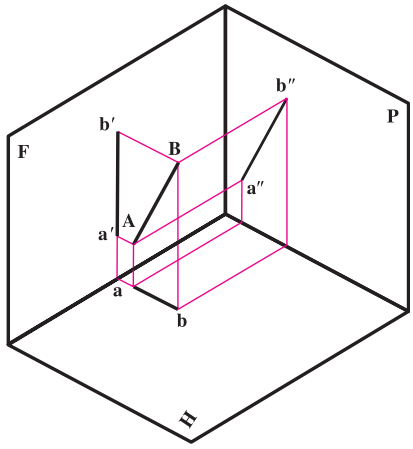
۳ــ۴ــ۳ــ خط نیمرخ : خطی است عمود بر خط زمین یا موازی با صفحهٔ نیمرخ تصویر (شکل۱۴ــ۳). همان‌گونه که از شکل فضایی پیداست، تصاویر روبه‌رو و افقی آن کوچکتر از اندازهٔ حقیقی است. در شکل۱۵ــ۳ دو تصویر خط در راستای یک خط رابط قرار می‌گیرند. بدین ترتیب نمای جانبی اندازهٔ حقیقی خط را می‌دهد (چرا؟) (مطابق شکل‌های ۱۶ــ۳ و ۱۷ــ۳).



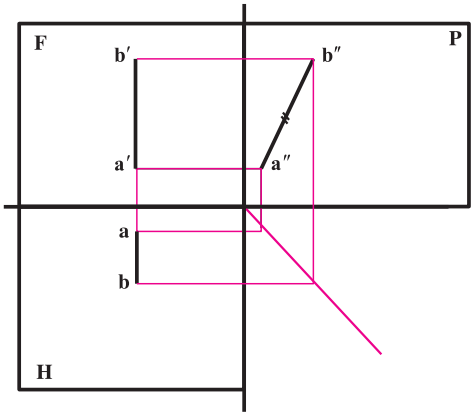
شکل ۱۴ــ۳



شکل ۱۵ــ۳



شکل ۱۶ــ۳

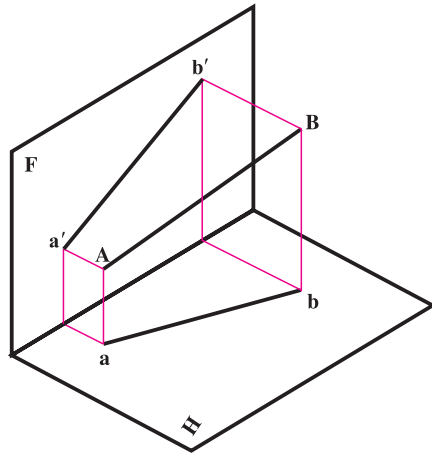


شکل ۱۷ــ۳

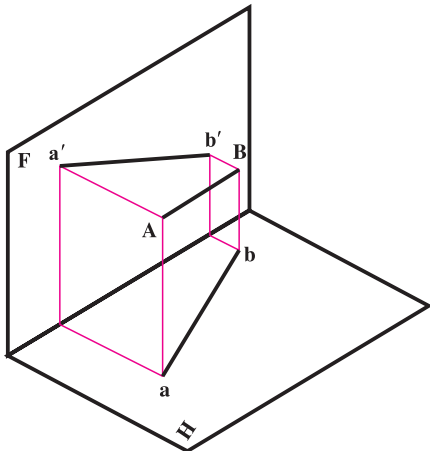
پس گاهی برای رسیدن به اندازهٔ حقیقی خط می‌توان از نمای سوم استفاده کرد.

۵ــ۳ــ خط غیرخاص

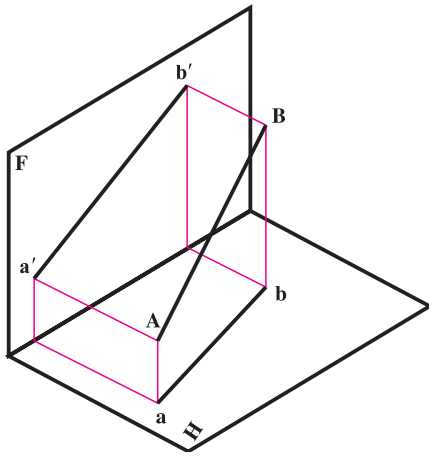
اگر خطی نسبت به صفحه‌های تصویر وضعی دلخواه داشته باشد، به آن غیرخاص گویند. پس با هیچ یک از صفحات موازی و بر هیچ کدام عمود نیست. شکل‌های ۱۸ــ۳ تا ۲۰ــ۳ نمونه‌هایی را معرفی می‌کند.



شکل ۱۸ــ۳

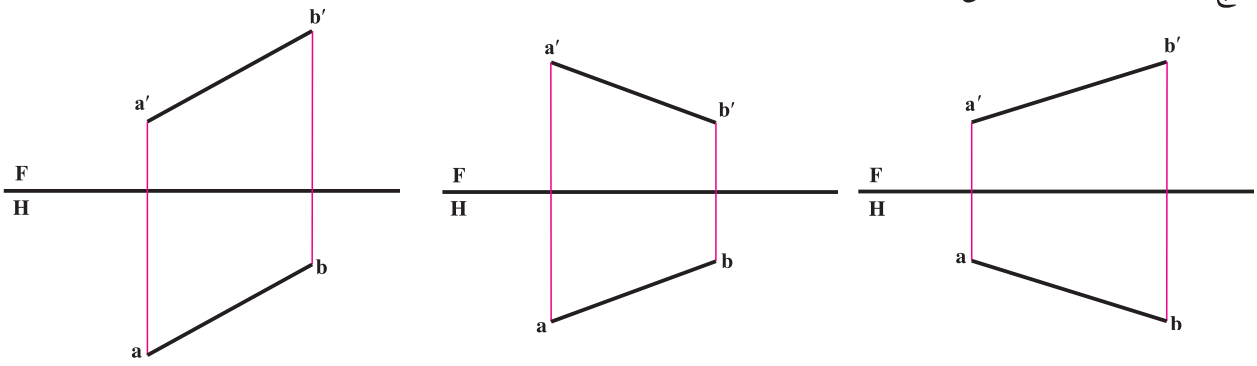


شکل ۱۹ــ۳



شکل ۲۰ــ۳

شکل‌های ۲۱ــ۳ تا ۲۳ــ۳ به‌ترتیب نماهای شکل‌های فضایی ۱۸ــ۳ تا ۲۰ــ۳ می‌باشند. بدیهی است که خط غیرخاص در هیچ یک از نماها اندازهٔ حقیقی ندارد.[۱]



شکل ۲۱ــ۳ شکل ۲۲ــ۳ شکل ۲۳ــ۳

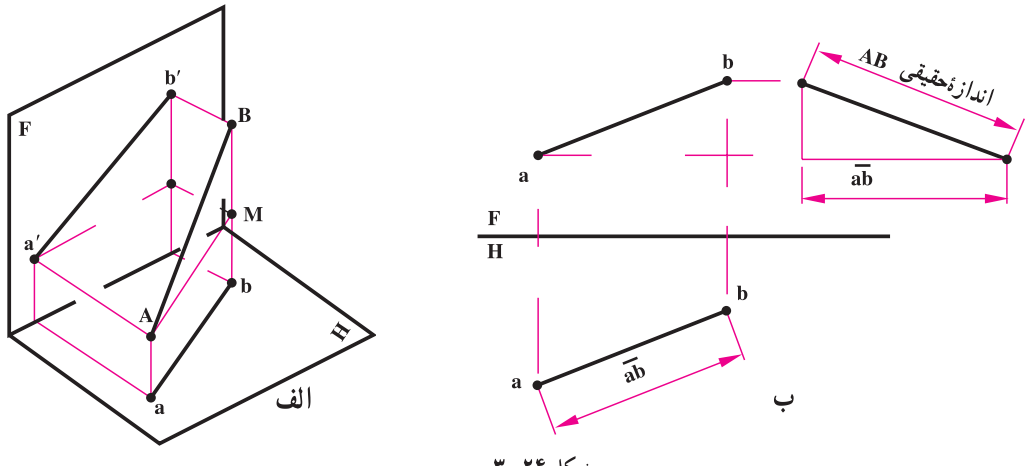
۶ــ۳ــ اندازهٔ حقیقی خط غیرخاص

گفته شد که خط غیرخاص در نماهای سه‌گانهٔ خود دارای اندازهٔ حقیقی نیست. پس برای تعیین اندازهٔ حقیقی آن باید روش مناسبی انتخاب نمود. برای این کار روش‌های گوناگون وجود دارد که تنها دو مورد گفته می‌شود «در فصل پنجم راه دیگری نیز گفته خواهد شد».

۱ــ۶ــ۳ــ روش ترسیمه : شکل ۲۴ــ۳ــ الف را درنظر بگیرید. همان‌طور که دیده می‌شود، AB عبارت‌است از وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ ABM، دقت کنید که :

$$\overline{AB} = \text{اندازهٔ حقیقی}$$
$$\overline{AM} = \overline{ab}$$
$$\overline{Aa} = \overline{Mb}$$
$$\overline{BM} = \overline{Bb} - \overline{Mb} = h_B - h_A$$

اکنون مطابق شکل ۲۴ــ۳ــ ب می‌توان یک ترسیمهٔ ساده برای رسیدن به اندازهٔ حقیقی AB کشید.

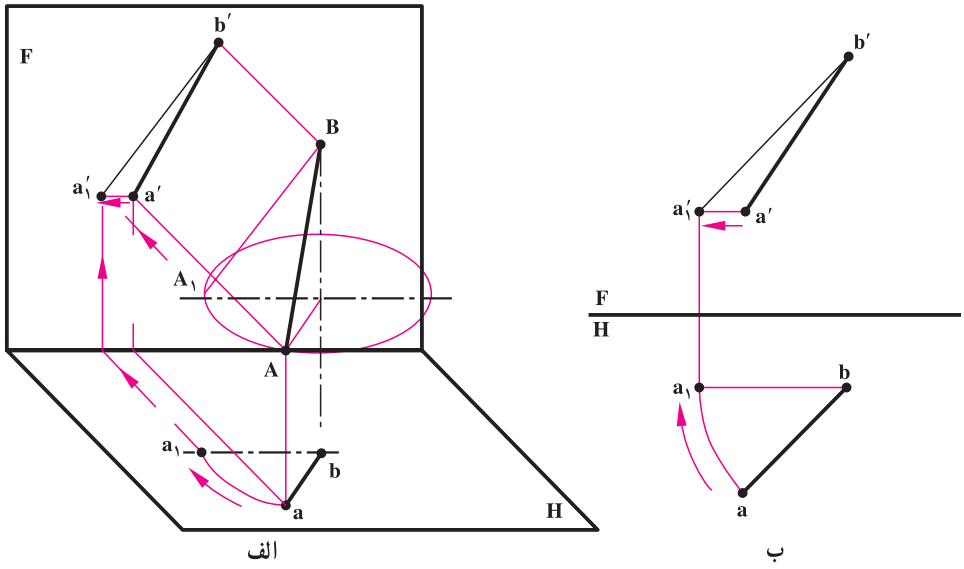


شکل ۲۴ــ۳

۱ــ تقسیمات خط به صورت یاد شده ویژهٔ هندسهٔ ترسیمی صنعتی است ولی در هندسهٔ ترسیمی کلاسیک خطوط بسیار دیگر با ویژگی‌هایی موجودند که مابه علت آشنا نبودن با آنها همه را غیرخاص می‌نامیم.

۲ــ۶ــ۳ ــ روش دوران : مطابق شکل ۲۵ــ۳ــ الف پاره‌خط AB را می‌توان یکی از مولدهای مخروطی فرضی درنظر گرفت. پس خط غیرخاص AB می‌تواند مساوی با پاره‌خط A_1B باشد. اما A_1B یک خط جبهی خواهد بود. پس ساده است که با دوران A با شعاع $\overline{ba}$ و به مرکز b می‌توان به وضعیت a_1b در نقشه رسید. این کار در شکل ۲۵ــ۳ــ ب انجام شد. بنابراین :

اندازه حقیقی $= \overline{a'_1b'} = \overline{AB}$



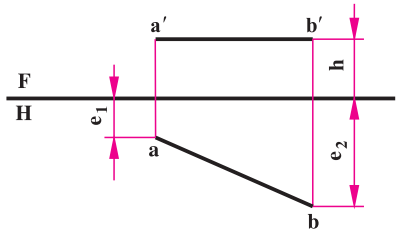
شکل ۲۵ــ۳

انتخاب هر یک از روش‌های بالا، به شرایط مسئله هم بستگی دارد.

ارزشیابی

۱ــ از سه تعریف داده شده برای خط کدام‌یک را بهتر می‌پسندید؟ چرا؟

۲ــ خط داده شده یک خط... است که بلندی همهٔ نقاط آن ..... ولی ..... نقاط آن ..... است.



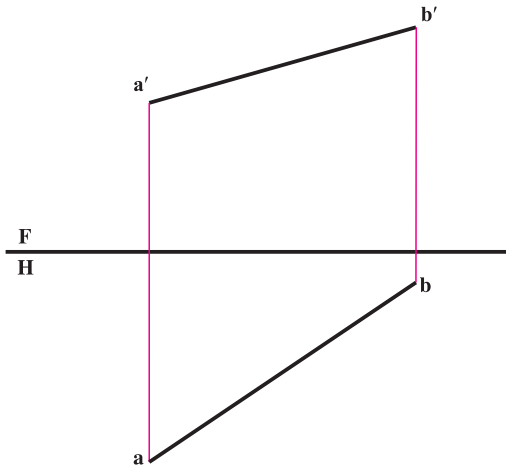
شکل ۲۶ــ۳

پرسشی مطابق پرسش بالا، به همراه شکل مناسب برای خط جبهی تنظیم کنید و پاسخ دهید.

۳ــ خط AB به مختصات $A\left|\begin{matrix}۵۵\\۵۰\\۱۰\end{matrix}\right.$ و $B\left|\begin{matrix}۱۰\\۱۰\\۴۰\end{matrix}\right.$ را رسم و نام آن را معین کنید.

۴ــ الف : روی راستای AB نقطه‌ای مانند M تعیین کنید، که فاصله‌اش از صفحهٔ افقی تصویر برابر ۱۵^{mm} باشد.

ب : نقطهٔ دیگری مانندN تعیین کنید، که فاصله‌اش از صفحهٔ روبه‌روی تصویر برابر۱۰^{mm} باشد. سپس اندازهٔ حقیقی خط MN را پیدا کنید. (همهٔ کارها با انتقال شکل و با مقیاس ۱ :۲ انجام شود). نمای سوم خط را هم به‌دست آورید.



شکل ۲۷ــ۳

۵ــ مطلوب است، رسم سه تصویر از خط مواجه AB، به طول ۵۰^{mm}، که فاصله‌اش از F برابر۱۵^{mm} ، و از H برابر ۳۵^{mm} باشد. A سمت چپ B و طول B برابر ۱۰. اکنون نقاط M و N را به ترتیب با طول‌های ۱۲ و ۳۷ روی آن مشخص کنید.

۶ــ از نقطهٔ A خطی جبهی به اندازهٔ ۷۰^{mm} رسم کنید، که زاویه‌اش با صفحهٔ افقی تصویر برابر ۳۰° باشد.

۵
۱۵
۵۰

این پرسش چند پاسخ دارد؟

۷ــ از نقطهٔ A (۱۰، ۵۰، ۲۵) یک خط افقی به طول ۴۷ رسم کنید که زاویه‌اش با صفحهٔ روبه‌روی تصویر ۴۵ درجه باشد و در تعداد جواب‌ها بحث کنید. آیا با تغییر مقدار زاویه، تعداد جواب‌ها فرق می‌کند؟

۸ــ نماهای خطی را رسم کنید که در صفحهٔ افقی تصویر قرار دارد زاویه‌اش با خط زمین ۶۰ درجه و طولش ۵۵ می‌باشد. آیا قبل از ترسیم می‌توانید، درازای نمای روبه‌رو را معین کنید.

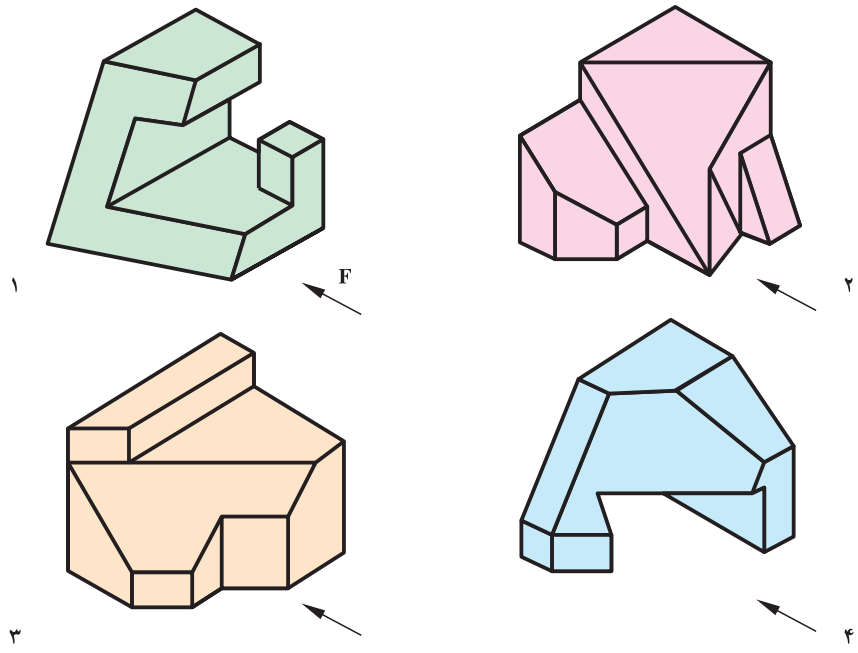
۹ــ همهٔ نقاطی که دارای بعد ۳۰ و فاصلهٔ ۵۰ تا خط زمین می‌باشند را رسم کنید. ارتفاع نقاط چیست؟

۱۰ــ نمودار شکل ۱۳ــ۳ را با افزودن دو خط نیمرخ و غیرخاص و با اندازه‌های دلخواه، دوباره رسم کنید. سپس ویژگی‌های هر خط را زیر آن بنویسید.

۱۱ــ با توجه به دید روبه‌روی داده شده، تعداد هر خط موجود در هر جسم را معین کنید (شکل ۲۸ــ۳).

راهنمایی : می‌توان برای هر شکل جدول صفحهٔ بعد را تشکیل داد :

خط	مواجه	قائم	منتصب	جبهی	افقی	نیمرخ	غیرخاص
تعداد							



شکل ۲۸ــ۳

۱۲ــ دو رابط به طول‌های ۱۰ و ۷۰ رسم کنید. ابتدا خط جبهی AB را به طول حقیقی ۷۵ رسم کنید به گونه‌ای که دو سر آن متکی بر این دو رابط باشد و داشته باشیم A(۱۰, ۳۰, ۱۰). سپس AB را به نسبت ۱ و۲ و ۳ تقسیم کنید.

۱۳ــ ابتدا خط AB را رسم کنید به گونه‌ای که داشته باشیم A(۱۲, ۴۰, ۱۵) و B(۵۰, ۱۰, ۴۰). سپس نقطهٔ C = (۴۰, ۳۰, ۳۰) را در نظر بگیرید. آیا می‌توانید از C خطی موازی با AB رسم کنید؟ در این صورت دیگر مشخصات D که ارتفاع آن صفر است چه خواهد بود؟ اندازهٔ حقیقی AB چیست؟

برای مطالعه

حکیم عمر خیام

حکیم ابوالفتح عمرخیام نیشابوری (زادهٔ ۴۳۹ هجری قمری، وفات حدود ۵۲۶ هجری قمری)، حکیم، فیلسوف، شاعر و ریاضی‌دان بزرگ و از چهره‌های درخشان ایران و جهان است. او مطالعات زیادی در معادلات جبری برای نمونه در معادلات درجه سوم، انجام داد و با استفاده از مقاطع مخروطی به حل این معادلات پرداخت. ضمناً با طبقه‌بندی معادلات برای آنها روش‌های هندسی پیشنهاد کرد. به این ترتیب او از اولین کسانی است که جبر را با هندسه تلفیق نمود. همچنین خیام به پژوهش‌های متعددی دربارهٔ اصول موضوعه دست زد. اصول موضوعه مجموعهٔ قوانین در هندسه هستند که در این علم بدون برهان و استدلال پذیرفته می‌شوند. خیام دربارهٔ اصل پنجم از اصول موضوعه اقلیدس با این مضمون که از یک نقطه در خارج از یک خط راست تنها یک خط می‌توان موازی با آن رسم کرد پژوهش کرد و مانند بسیاری از دانشمندان یونانی پیش از خود در درستی این اصل تردید نمود و نتایج حاصل از تردیدهای خیام مقدمه‌ای برای پایه‌گذاری هندسه‌های نااقلیدسی توسط ریاضی‌دانان غربی به شمار می‌آید. رباعیات خیام شهرت جهانی دارد.

برای مطالعه

۱ــ اندازهٔ پاره‌خط AB برابر ۸۰ و B روی خط زمین و در سمت چپ A است. اگر داشته باشیم، A(۳۰, ۴۰, ۴۸) طول B چیست؟

۲ــ دو خط رسم کنید که هر دو از A(۸۰, ۴۰, ۵۰) بگذرند. AB یک خط افقی به طول ۶۰ به گونه‌ای که B روی F باشد و AC یک نیمرخ به طول ۵۰ که C روی F باشد. در تعداد جواب‌ها بحث کنید.

۳ــ زاویهٔ AB با H، ۴۵ درجه، طول آن ۶۰ است و داریم :

A(۰, ۵۰, ۵۰) و B(۴۰, e, h)، AB را نمایش دهید.

۴ــ دکل فولادی MN نشان داده شده در شکل ۲۹ــ۳ با سیم‌های فولادی مهار شده است. طول کل سیم بکسل را برحسب متر با ۱۰٪ اضافی تعیین کنید. مقیاس نقشه ۲۵۰ : ۱ می‌باشد.

۵ــ گزاره را کامل کنید :

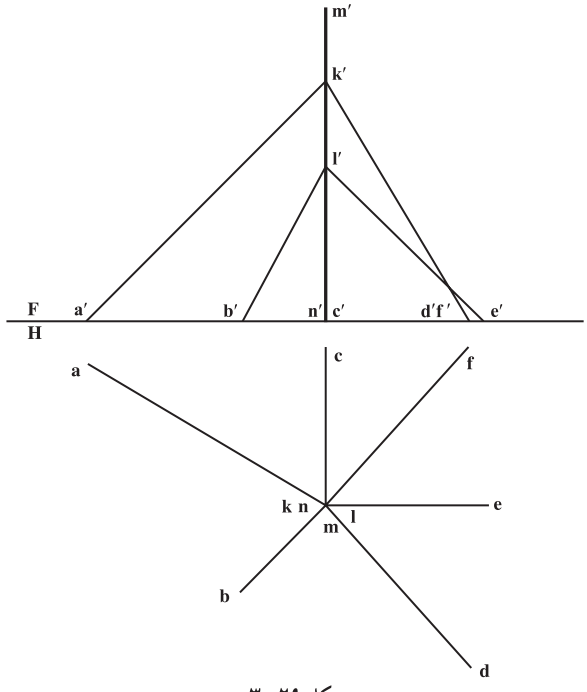
همیشه ..... نقطه‌ای با بعد و ارتفاع .... بر روی یک خط دلخواه، تعیین کرد

۶ــ بررسی کنید که آیا سه نقطهٔ، A(۰, ۸۰, ۱۰)، B(۸۰, ۴۰, ۳۴) و C(۱۴۴, ۸, ۵۶) روی یک خط راست هستند یا نه؟

۷ــ روی راستای AB با مشخصات A(۲۰, ۷۰, ۵) و B(۱۴۰, ۲۰, ۵۰) نقطه‌ای به ارتفاع صفر بیابید. برای این نقطه، بعد چقدر است؟ آیا می‌توانید نامی برای این نقطه بگذارید؟ آیا روی این خط نقطه‌ای با بعد صفر هم وجود دارد؟ در صورت آری، ارتفاع آن چیست؟

۸ــ بر A(۰, ۶۰, ۳۰) خطی افقی بگذرانید که BC با شرایط B(۱۳۰, ۷۰, ۶۰) و C(۲۵, ۲۰, ۱۰) را قطع کند.

۹ــ روی خط AB با شرایط A(۵۰, ۵۰, ۱۰) و B(۵۰, ۷, ۷۰) نقطه‌ای با بعد ۳۵ مشخص کنید.



شکل ۲۹ــ۳