۴

تخت جمشید ــ شمال شیراز

بیش از ۲۵۰۰ سال پیش، ایرانیان با ذوق و سخت‌کوش تمدنی را برپا کردند که بخشی از آثار به جای ماندهٔ آن را در این تصویر می‌بینید. این مکان به **دروازهٔ همهٔ کشورها** معروف بوده است.

فصل
۴

کار و انرژی

هنگامی که فعالیت‌های یک روز خود را در نظر می‌گیرید، مشاهده می‌کنید که کارهای متفاوتی انجام می‌دهید : راه می‌روید، از پله بالا می‌روید، می‌نویسید، کیف خود را حمل می‌کنید. با انجام این کارها انرژی جنبشی یا پتانسیل گرانشی خود و یا اجسام را کاهش و یا افزایش می‌دهید و برای انجام آن‌ها به انرژی نیاز دارید که توسط موادغذایی تأمین می‌شود. افراد دیگر نیز به همین ترتیب فعالیت‌های گوناگون دارند. بسیاری از این کارها، توسط وسیله‌هایی چون اتومبیل، جرثقیل و ... که برای انجام فعالیت‌های خاصی طراحی شده‌اند نیز انجام می‌شوند. این وسیله‌ها از انرژی الکتریکی ، شیمیایی و یا ... استفاده می‌کنند. بنابراین، ملاحظه می‌کنید که همواره در اطراف شما انجام کارهای متفاوت و تبدیل‌های مختلف انرژی در جریان‌اند. در فیزیک (۱) و آزمایشگاه تا حدی با مفهوم انرژی و نوع‌های مختلف آن و تبدیل انرژی‌ها به یکدیگر آشنا شدید. در این فصل با مفهوم کار، انرژی مکانیکی و توان آشنا می‌شوید و تعریف دقیق‌تری از نوع‌های مختلف انرژی پتانسیل ارائه می‌شود.

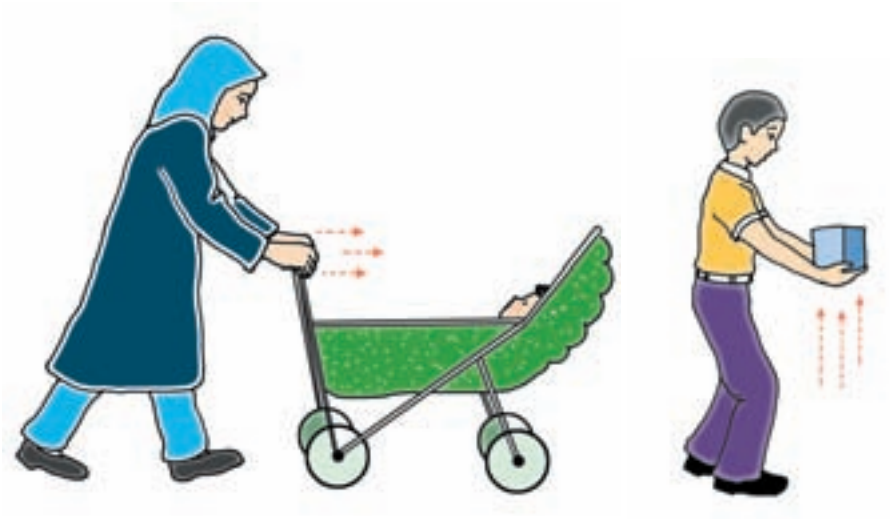
۴ــ۱ــ کار

همه‌روزه با افرادی که در حال کارکردن هستند مواجه می‌شوید. نجّار را می‌بینیم که درحال اره و یا رنده‌کردن است. در فعالیت‌های ساختمانی کارگران مصالح ساختمانی را از محلی به محل دیگر حمل می‌کنند و ... البته بعضی از کارها توسط ماشین‌های مخصوص انجام می‌شوند.

در شکل (۴ــ۱) تعدادی از این فعالیت‌ها نشان داده شده‌اند.

فعالیت ۴ــ۱

تعداد دیگری از کارهایی را که در اطراف خود مشاهده می‌کنید یادداشت و به کلاس گزارش کنید. در انجام این کارها چه عامل‌هایی مشترک‌اند؟ این سؤال را در گروه به بحث بگذارید.



الف ب

پ

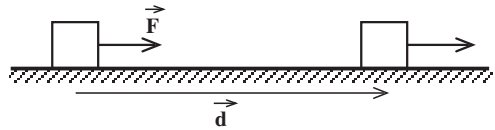
شکل ۴ــ۱

در کارهایی که انجام می‌شوند ؛

الف ــ به اجسام نیرو وارد می‌شود. ب ــ آن‌ها جابه‌جا می‌شوند.

به‌عنوان مثال، در شکل (۴ــ۱ــالف) شخص به جسم نیرویی به سمت‌بالا وارد می‌کند و آن را بالا می‌برد. در شکل (۴ــ۱ــ ب) شخص به کالسکه نیرو وارد می‌کند و آن را به جلو می‌راند. باتوجه به آنچه گفته شد کار به‌صورت حاصل‌ضرب نیرو در جابه‌جایی تعریف می‌شود. یعنی، اگر مطابق شکل (۴ــ۲) به جسم نیرویی به اندازهٔ F وارد و آن را به اندازهٔ d جابه‌جا کنیم، طبق تعریف، کار نیروی ثابت F، با رابطه زیر داده می‌شود :

$$W_F = Fd \qquad (۱ــ۴)$$



شکل ۴ــ۲

یکای کار N.m است که ژول نامیده می‌شود. این یکا را با نماد J نمایش می‌دهیم.

کار یک کمیت نرده‌ای است و مثلاً اگر در شکل(۴ــ۲) کار را با چند جابه‌جایی متوالی انجام دهیم، کار کل را می‌توان از جمع‌جبری کار انجام‌شده در تک‌تک جابه‌جایی‌ها به‌دست آورد.

مثال ۴ــ۱

در شکل (۴ــ۱ــ ب) اگر شخص نیرویی افقی برابر ۴N را به کالسکه وارد و آن را به اندازه ۱۰m جابه‌جا کند، چه مقدار کار انجام می‌دهد؟

حل: بر طبق رابطه (۴ــ۱) داریم :

$$W = Fd$$

$$W = ۴ \times ۱۰ = ۴۰J$$

مثال ۴ــ۲

مطابق شکل (۴ــ۱ــ الف) اگر شخصی نیرویی برابر ۳۰ نیوتون را به جسم‌وارد کند و آن را به اندازه ۰/۵ متر بالا ببرد چه مقدار کار انجام می‌دهد؟

حل:

$$W = Fd$$

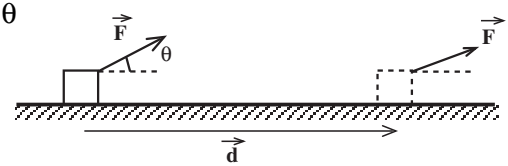
$$W = ۳۰ \times ۰/۵ = ۱۵J$$

در مثال ۴ــ۲ نیروی وزن نیز به جسم وارد می‌شود. این نیرو در خلاف جهت جابه‌جایی است.

هم‌چنین، در شکل (۴ــ۱ــ پ) نیروی وارد به جسم، با افق زاویه می‌سازد. در این‌گونه موارد کار را چگونه می‌توان تعریف کرد؟ برای این منظور به‌صورت زیر عمل می‌کنیم.

فرض کنید که نیروی وارد به جسم مطابق شکل (۴ــ۳) با بردار جابه‌جایی زاویهٔ θ می‌سازد، در این حالت کار نیروی ثابت F به‌صورت زیر تعریف می‌شود :

$$W_F = Fd\cos\theta \qquad (۴ــ۲)$$



شکل ۴ــ۳

اگر در این رابطه $\theta = 0^\circ$ باشد، رابطه (۴ــ۱) به‌دست می‌آید.

مثال ۴ــ۳

در شکل (۴ــ۳) نیروی ۵ نیوتونی را تحت زاویهٔ 60° به جسم وارد می‌کنیم. کار نیروی F را در ۶ متر جابه‌جایی حساب کنید.

حل: بر طبق رابطه (۴ــ۲) داریم :

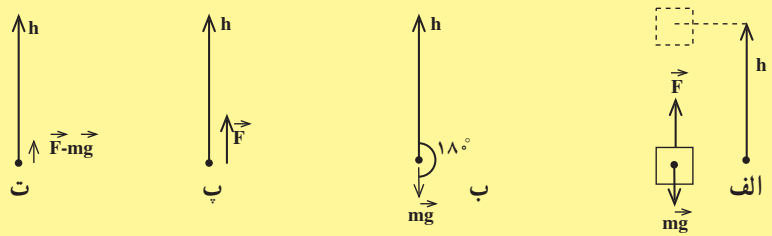
$$W_F = Fd\cos\theta$$

$$W_F = Fd\cos\theta = 5 \times 6 \times \cos 60^\circ = 15J$$

در مواردی که بیش از یک نیرو به جسم وارد می‌شود، می‌توان کار هریک از نیروها را از رابطه (۴ــ۲) به‌دست آورد. به چند مثال در این مورد توجه کنید.

مثال ۴ــ۴

جسمی به جرم m را مطابق شکل (۴ــ۴ــ الف) به اندازه h بالا می‌بریم. کار نیروی وزن چه‌قدر است؟



شکل ۴ــ۴

حل: در این حالت زاویه بین وزن و بردار جابه‌جایی 180° است (شکل ۴ــ۴ــب).

در نتیجه، بر طبق رابطه (۴ــ۲) داریم :

$$W_{mg} = mgh\cos 180^\circ$$

$$W_{mg} = -mgh$$

مثال ۴ـ۵

درمثال (۴ـ۴)،

الف ـ کار نیروی F

ب ـ کار نیروی برایند را محاسبه کنید.

حل: الف ـ زاویه نیروی F و جابه‌جایی صفر است (شکل ۴ـ۴ـپ) درنتیجه کار نیروی F برابر Fh است.

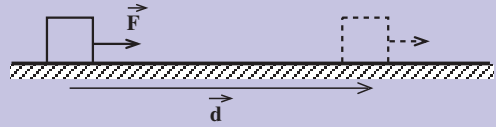
ب ـ بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم برابر $F - mg$ است. زاویه بردار برایند نیروها و بردار جابه‌جایی صفر است (شکل ۴ـ۴ـت). درنتیجه، با استفاده از رابطه (۴ـ۲) داریم :

$$W_{\text{برایند}} = (F - mg)h\cos 0^\circ$$
$$W_{\text{برایند}} = (F - mg)h$$

درقسمت الف مثال (۴ـ۵) دیدیم که کار نیروی F برابر Fh است و همان‌طور که در مثال (۴ـ۴) دیدیم کار نیروی وزن برابر با $-mgh$ است. درنتیجه، کار برایند نیروها را می‌توان با جمع کردن کار هر یک از نیروها نیز به‌دست آورد. این نتیجه برای یک مثال خاص اثبات شد ولی می‌توان نشان داد که در حالت کلی هم برقرار است.

تمرین ۴ـ۱

در شکل (۴ـ۵) نیروی ثابت F در امتداد افق به جسمی به جرم m وارد می‌شود و آن را در روی سطحی با ضریب اصطکاک جنبشی μ_k جابه‌جا می‌کند. مطلوبست الف ـ کار نیروی F ب ـ کار نیروی اصطکاک جنبشی پ ـ کار نیروی عمودی تکیه‌گاه ت ـ کار نیروی وزن ث ـ کار برایند نیروها ج ـ نشان دهیدکه کار برایند نیروها برابر است با جمع جبری کار حاصل از تک تک نیروها.



شکل ۴ـ۵

مثال ۴ـ۶

فرض کنید که شخص در شکل (۴ـ۱ـالف) جسم را به بالا ببرد و همان‌جا نگاه دارد. او برای نگهداری جسم چه مقدار کار انجام می‌دهد؟

حل: در این حالت شخص برای نگاهداشتن جسم نیرویی برابر با وزن آن به جسم وارد می‌کند. ولی چون جابه‌جایی صفر است، کار او برابر است با :

$$W = Fd = mg \times ۰ = ۰$$

یعنی، شخص برای نگهداری جسم کاری انجام نمی‌دهد.

مثال ۴ـ۷

شخصی با سرعت ثابت در حال حرکت است و سطل آبی به جرم m رامطابق شکل (۴ـ۶) حمل و به اندازه d جابه‌جا می‌کند. او برای حمل سطل چقدر کار انجام می‌دهد.

حل: شخص برای این‌که سطل را نگه دارد، باید نیرویی برابر با وزن سطل رو به بالا به آن وارد کند. چون سطل با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شخص نیرویی در جهت افقی به آن وارد نمی‌کند. زاویه بین نیرو و جابه‌جایی ۹۰° است، درنتیجه :

$$W = Fd\cos\theta = mgd\cos ۹۰^\circ = ۰$$

شکل ۴ـ۶

یعنی شخص برای حمل سطل، با سرعت ثابت، کاری انجام نمی‌دهد.

مثال‌های (۴ـ۶ و ۴ـ۷) نشان می‌دهند کاری را که در فیزیک تعریف می‌شود با مفهوم کاری که در گفت و گوهای عادی خود به‌کار می‌بریم تفاوت دارد. زیرا، در صحبت‌های روزمره فعالیت‌های ذکرشده در مثال‌های بالا را نیز کار می‌نامیم. ولی با تعریفی که برای کار ارائه کردیم، در مثال‌های یاد شده کاری انجام نمی‌شود.

۴ــ۲ــ قضیه کار و انرژی

در کتاب فیزیک (۱) و آزمایشگاه دیدیم که انرژی جنبشی جسمی به جرم m و سرعت v با رابطه

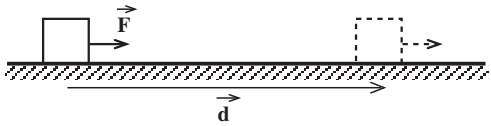
$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \qquad (۳ــ۴)$$

داده می‌شود. هنگامی که توپی را در امتداد قائم به هوا پرتاب می‌کنیم، سرعت توپ رفته‌رفته کاهش می‌یابد. درنتیجه، انرژی‌جنبشی توپ درحین بالا رفتن کاهش می‌یابد. اگر توپ را ازحال سکون از یک بلندی رها کنیم، انرژی‌جنبشی توپ در حین پایین‌آمدن افزایش می‌یابد. ما روزانه شاهد تغییر انرژی‌جنبشی اجسام در محیط اطراف خود هستیم. انرژی‌جنبشی اتومبیلی که ترمز کرده است، کاهش می‌یابد. هنگامی که میخی را به دیوار می‌کوبیم، درحین برخورد چکش به میخ انرژی‌جنبشی میخ ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

فعالیت ۴ــ۲

مثال‌های دیگری که درمورد تغییر انرژی‌جنبشی اجسامِ اطراف خود می‌بینید را یادداشت و به کلاس گزارش کنید.

قضیه کار و انرژی، رابطه بین کار و تغییر انرژی‌جنبشی را بیان می‌کند. برای توضیح‌دادن این قضیه مثال زیر را درنظر می‌گیریم. جسمی به جرم m را مطابق شکل (۴ــ۷) درنظر بگیرید که برایند نیروهای وارد بر آن ثابت و برابر $\vec{F}$ است و جسم تحت‌تأثیر این نیرو به اندازهٔ d بر روی یک سطح افقی جابه‌جا می‌شود.



شکل ۴ــ۷

کار نیروی F با رابطهٔ زیر داده می‌شود :

$$W = Fd \qquad (۴ــ۴)$$

از طرف دیگر چون F برایند نیروهای وارد بر جسم است، داریم

$$F = ma \qquad (۵ــ۴)$$

دراثر اعمال نیروی F سرعت جسم از مقدار $v_۱$ در نقطهٔ (۱) به مقدار $v_۲$ در نقطهٔ (۲) تغییر می‌کند. با استفاده از رابطه (۲ــ۱۱) داریم :

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲ad \qquad (۶ــ۴)$$

اگر از این رابطه a را به‌دست آوریم و در رابطهٔ (۴ــ۵) قرار دهیم، خواهیم داشت :

$$F = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} \qquad (۴ــ۷)$$

با قرار دادن این رابطه در رابطهٔ (۴ــ۴) رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (۴ــ۸)$$

جملهٔ اول طرف راست در این رابطه انرژی‌جنبشی جسم در نقطه (۲) و جملهٔ دوم انرژی‌جنبشی جسم در نقطه (۱)است.

درنتیجه اگر این دو انرژی‌جنبشی را به‌ترتیب با K_2 و K_1 نشان دهیم، رابطهٔ (۴ــ۸) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت :

$$W = K_2 - K_1 \qquad (۴ــ۹)$$

رابطهٔ (۴ــ۹) قضیه کار و انرژی نامیده می‌شود. برطبق این قضیه، **کار برایند نیروی وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی برابر است با تغییر انرژی‌جنبشی جسم در آن جابه‌جایی.**

باتوجه به این رابطه می‌توان دریافت که انرژی‌جنبشی اجسام چگونه تغییر می‌کند. اگر کار برایند نیروها مثبت باشد، $K_2 > K_1$ است و انرژی‌جنبشی جسم افزایش می‌یابد. اگرکار برایند نیروها منفی باشد، $K_2 < K_1$ است و انرژی‌جنبشی جسم کاهش می‌یابد. اگر کار برایند نیروها صفر باشد، $K_2 = K_1$ است و انرژی‌جنبشی جسم تغییر نمی‌کند.

فعالیت ۴ــ۳

باتوجه به نکات فوق علّت افزایش و یا کاهش انرژی‌جنبشی اجسام را در مثال‌هایی که در ابتدای این بخش ذکر شدند توضیح دهید.

قضیه کار و انرژی رادر رویدادهایی که در اطراف خود می‌بینید به‌کار ببرید.

مثال ۴ــ۸

جسمی به جرم ۱ کیلوگرم را از ارتفاع ۱۰متری رها می‌کنیم. با استفاده از قضیه کار و انرژی تعیین کنید هنگامی که جسم به زمین می‌رسد، انرژی‌جنبشی آن چه‌قدراست (شتاب گرانش را $10\,m/s^2$ فرض کنید).

حل: دراین مثال تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است. کار این نیرو برابر است با :

$$W = mgh\cos(0^\circ) = 1\times 10\times 10\times 1 = 100\,J$$

انرژی جنبشی اولیه آن صفر است. بر طبق قضیه کار و انرژی داریم :

$$W = K_2 - K_1$$

با قرار دادن مقادیر W و K_1 دراین رابطه خواهیم داشت :

$$100 = K_2 - 0$$

$$K_2 = 100\,J$$

مثال ۴ـ۹

اتومبیلی به جرم ۱۵۰۰kg با سرعت ۷۲km/h در حرکت است. اگر راننده ترمز کند، اتومبیل پس از طی مسافتی می‌ایستد. کار نیروی اصطکاک را به‌دست‌آورید.

حل: سرعت اتومبیل قبل از ترمز کردن برابر است با :

$$v_1 = \frac{72\times 1000}{3600} = 20\,m/s$$

درنتیجه، انرژی جنبشی آن قبل از ترمزکردن برابر است با :

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(1500)(20)^2 = 300{,}000\,J$$

همچنین $K_2 = 0$ است.

از طرف دیگر، نیروی اصطکاک ، نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی وزن نیروهایی هستند که بر جسم اثر می‌کنند. درنتیجه :

$$W_{\text{برایند}} = W_f + W_N + W_{mg}$$

شکل ۴ـ۸

ولی کار نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی وزن برابر صفر است. درنتیجه :

$$W_f = K_2 - K_1 = 0 - 300000 = -300000\,J$$

از قضیهٔ کار و انرژی می‌توان برای محاسبه کمیت‌های مختلف استفاده کرد. این امر در مثال‌های زیر نشان داده شده است.

مثال ۴ـ۱۰

اتومبیلی به جرم یک تن با سرعت $۳۶\,km/h$ در حرکت است. راننده ترمز می‌کند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جاده و لاستیک‌های اتومبیل ۰/۵ باشد، اتومبیل پس از طی چه مسافتی متوقف می‌شود ($g = ۱۰\,m/s^۲$ فرض می‌شود)؟

حل: در این مسئله نیروی اصطکاک جنبشی و نیروی عمودی تکیه‌گاه و نیروی وزن بر جسم وارد می‌شوند. کار نیروی اصطکاک برابر است با :

$$W_f = f d \cos\theta = \mu_k mgd \cos ۱۸۰^\circ$$
$$= -۰/۵ \times ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times d = -۵۰۰۰d$$

و کار نیروی عمودی تکیه‌گاه و وزن صفر است. سرعت اولیه جسم برابر است با :

$$v_۱ = \frac{۳۶ \times ۱۰۰۰}{۳۶۰۰} = ۱۰\,m/s$$

درنتیجه، انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با :

$$K_۱ = \frac{۱}{۲} m v_۱^۲ = \frac{۱}{۲}(۱۰۰۰)(۱۰)^۲ = ۵۰۰۰۰\,J$$

و $K_۲ = ۰$ است. با استفاده از قضیه کار و انرژی داریم :

$$W = K_۲ - K_۱$$
$$-۵۰۰۰d = ۰ - ۵۰۰۰۰$$

که از آن مقدار $d = ۱۰\,m$ به‌دست می‌آید.

فعالیت ۴ـ۴

آزمایشی طراحی کنید که با استفاده از آن بتوان ضریب اصطکاک جنبشی لاستیک ماشین و جاده را تخمین زد.

مثال ۴ـ۱۱

جسمی را از ارتفاع h رها می‌کنیم.

با استفاده از قضیه کار و انرژی سرعت آن را در ارتفاع $\frac{۳}{۴}h$ به‌دست‌آورید.

(از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید).

حل:

جسم به اندازهٔ $\frac{۱}{۴}h$ سقوط می‌کند. تنها نیروی وارد بر جسم وزن آن است. کار وزن در این‌جابه‌جایی برابر $\frac{۱}{۴}mgh$ است. انرژی جنبشی اولیه $K_۱ = ۰$ و انرژی جنبشی نهایی برابر $K_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$ است. درنتیجه :

$$W = K_۲ - K_۱$$

$$\frac{۱}{۴}mgh = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - ۰$$

$$v_۲ = \sqrt{\frac{۱}{۲}gh}$$

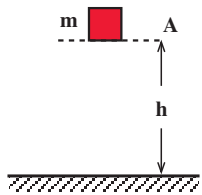
تمرین ۴ـ۲

مثال (۴ـ۱۱) را برای ارتفاع‌های $\frac{۱}{۲}h$ و $\frac{۱}{۴}h$ و صفر نیز حل کنید و جدول زیر را تکمیل کنید (قسمت‌های مربوط به انرژی پتانسیل و مجموع آن با انرژی جنبشی را پس از حل تمرین (۴ـ۳) پر کنید).

ارتفاع	انرژی جنبشی	سرعت	انرژی پتانسیل	مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل
h				
$\frac{۳}{۴}h$				
$\frac{۱}{۲}h$				
$\frac{۱}{۴}h$				
۰				

۴ـ۳ـ انرژی پتانسیل

در فیزیک (۱) و آزمایشگاه دیدیم که انرژی پتانسیل گرانشی انرژی‌ای است که جسم به علت ارتفاعش از سطح زمین دارد. یعنی، اگر جسم مطابق شکل (۴ـ۹) در ارتفاع



شکل ۴ـ۹

h از سطح زمین باشد، دارای انرژی پتانسیل گرانشی است.

چگونه می‌توان فهمید که این جسم دارای انرژی پتانسیل گرانشی است؟

در این بخش می‌خواهیم این انرژی را به‌صورت کمّی تعریف کنیم. برای بالابردن جسم از سطح زمین تا ارتفاع h باید کار انجام دهیم. چون جسم انرژی پتانسیل گرانشی را از این‌طریق کسب کرده‌است، می‌توان گفت کار انجام شده به‌صورت انرژی پتانسیل درجسم ذخیره شده است.

باتوجه به نکات فوق انرژی پتانسیل گرانشی به‌صورت زیر تعریف می‌شود :

«انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم در یک نقطه نسبت به زمین برابر است با کاری که انجام می‌دهیم تا جسم را با سرعت ثابت از سطح زمین تا نقطه یادشده منتقل کنیم».

برای این‌که جسم در شکل (۴ــ۹) را با سرعت ثابت تا ارتفاع h بالا ببریم، باید نیرویی برابر با وزن جسم رو به بالا به آن وارد کنیم. درنتیجه، کار انجام شده برابر است با :

$$W = mgh\cos(0) = mgh$$

با استفاده از تعریف فوق انرژی پتانسیل گرانشی جسم در ارتفاع h با رابطه زیر داده می‌شود :

$$U = mgh \qquad (۴ــ۱۰)$$

تمرین ۴ــ۳

انرژی پتانسیل جسم در شکل (۴ــ۹) را در ارتفاع $\frac{۳}{۴}h$ ، $\frac{۱}{۲}h$ و $\frac{۱}{۴}h$ و صفر به‌دست آورید و جدول تمرین (۴ــ۲) را تکمیل و نمودار تغییرات انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی و مجموع آن‌ها را برحسب ارتفاع رسم کنید.

لازم به تذکر است که اگر شرط با سرعت ثابت در تعریف انرژی پتانسیل ذکر نمی‌شد، سرعت جسم مثلاً افزایش می‌یافت و مقداری از کار صرف افزایش انرژی جنبشی جسم می‌گردید.

انرژی پتانسیل کشسانی را نیز می‌توان به روش فوق تعریف کرد. درکتاب فیزیک (۱) وآزمایشگاه دیدیم هنگامی که فنر، مطابق شکل (۴ــ۱۰ الف و ب)، کشیده و یا فشرده شده است دارای انرژی پتانسیل است.

چگونه می‌توان پی‌برد که در این حالت‌ها انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره شده است؟

شکل ۴ــ۱۰

در این حالت نیز می‌توان گفت کاری که با سرعت ثابت برای کشیدن فنر تا نقطه A و یا فشردن آن تا نقطه B انجام می‌دهیم، به‌صورت انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره می‌شود. به‌عبارت دیگر:

انرژی پتانسیل فنر در یک وضعیت کشیدهٔ (فشردهٔ) خاص، نسبت به حالت آزاد فنر، برابر است با کاری که انجام می‌دهیم تا آن را از حالت آزاد با سرعت ثابت به‌وضعیت یادشده برسانیم.

لازم به تذکر است که نیروی کشسانی فنر متغیر است و مقدار آن، همان‌طور که رابطه (۳ــ۱) نشان می‌دهد، به‌مقدار کشیدگی و یا فشردگی فنر بستگی دارد. چون در این فصل فقط چگونگی محاسبه کار نیروی ثابت را بیان کرده‌ایم، از این رو محاسبه کار نیروی فنر از سطح این کتاب خارج است و درنتیجه ارایه یک رابطهٔ کمّی مانند رابطه (۴ــ۱۰) برای انرژی پتانسیل کشسانی فنر مقدور نیست. در سال‌های بعد با این رابطه آشنا خواهید شد.

مثال ۴ــ۱۲

نشان دهید که هرچه فنر کشیده‌تر و یا فشرده‌تر باشد، انرژی پتانسیل آن نسبت به وضعیت آزاد فنر بیشتر است.

حل: برای کشیدن فنر باید کار انجام دهیم و این کار در فنر به‌صورت انرژی پتانسیل ذخیره می‌شود. برای این‌که فنر را بیشتر بکشیم باید کار بیشتری انجام دهیم. درنتیجه، انرژی پتانسیل آن بیشتر می‌شود.

درمورد فشردگی فنر نیز می‌توان به همین روش استدلال کرد.

فعالیت ۴ــ۵

وسیله‌هایی رانام ببرید که با استفاده از انرژی پتانسیل کشسانی فنر کار می‌کنند.

اکنون به تعریف انرژی پتانسیل الکتریکی می‌پردازیم. در شکل (۴ــ۱۱ــ الف) دو بار همنام و در شکل (۴ــ۱۱ــ ب) دو بار غیرهمنام نشان داده شده‌اند. این دوبار باید به طریقی ساکن نگه‌داشته شوند. زیرا، اگر هریک از آن‌ها آزاد باشد، شروع به حرکت خواهد کرد. درنتیجه، می‌توان گفت که مجموعه دو بار دارای انرژی پتانسیل است. دراین‌حالت نیز می‌توان گفت کاری که با سرعت ثابت

شکل ۴ــ۱۱

برای نزدیک کردن دوبار در شکل (۴ــ۱۱ــ الف) و دورکردن آن‌ها در شکل (۴ــ۱۱ــ ب) انجام می‌دهیم، به‌صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در دو بار ذخیره می‌شود. در این حالت نیز می‌توان کار انجام شده را محاسبه و یک رابطهٔ کمّی برای انرژی پتانسیل الکتریکی ارایه کرد که انجام آن از سطح این کتاب خارج است.

تمرین ۴ــ۴

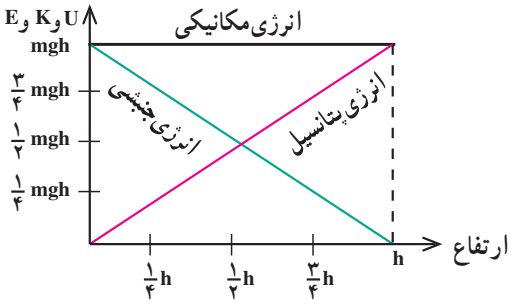
نشان دهید هر اندازه دوبار همنام به یکدیگر نزدیک‌تر باشند، انرژی پتانسیل آن‌ها بیشتر و هر اندازه دوبار غیرهمنام، از یکدیگر دورتر باشند، انرژی پتانسیل آن‌ها بیشتر است.

فعالیت ۴ــ۶

آزمایشی طراحی کنید که در آن بتوان ذخیره‌شدن انرژی پتانسیل الکتریکی را آزمود. این آزمایش را انجام دهید و نتیجه آن را به کلاس گزارش دهید.

۴ــ۴ــ پایستگی انرژی مکانیکی

هنگامی که جسمی به جرم m را از ارتفاع h رها می‌کنیم، انرژی جنبشی و پتانسیل جسم درحین سقوط تغییر می‌کند. مقادیر انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل این جسم در تمرین‌های (۴ــ۲) و (۴ــ۳) به‌دست آمده‌اند و نمودار تغییرات آن‌ها در شکل (۴ــ۱۲) نشان داده شده است.



شکل ۴ــ۱۲

همان‌طور که مقادیر به‌دست آمده، در جدول مربوط به این تمرین‌ها و نیز نمودار شکل (۴ــ۱۲) نشان می‌دهند، درحینِ سقوط انرژی پتانسیل جسم کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد. ولی مجموع این دو انرژی درحین حرکت پایسته (ثابت) می‌ماند.

مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل انرژی مکانیکی نامیده می‌شود. این انرژی را با E نمایش می‌دهیم.

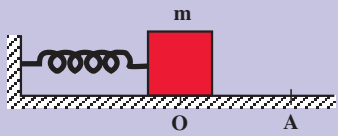
$$E = K + U \qquad (۴ــ۱۱)$$

این مثال نشان می‌دهد که **انرژی مکانیکی در سقوط آزاد یک جسم پایسته است.**

هرچند **پایستگی انرژی‌مکانیکی** در مورد این مثال خاص نشان داده شد، ولی می‌توان نشان‌داد در مواردی که با نیروهایی مانند کشسانی فنر، نیروی الکتریکی و ... سروکار داریم نیز انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند.

تمرین ۴ـ۵

در شکل (۴ـ۱۳) جسمی به جرم m به فنر متصل است و روی یک سطح بدون اصطکاک قراردارد. جسم را تا نقطه A می‌کشیم و سپس رها می‌کنیم. با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی چگونگی حرکت جرم m را توصیف کنید.



شکل ۴ـ۱۳

مثال ۴ـ۱۳

در شکل (۴ـ۱۴) بار q_1+ با سرعت $\vec{v}_0$ به طرف بار q_2+ که ساکن نگه‌داشته شده است پرتاب می‌شود. فرض کنید به جز نیروی الکتریکی، نیروی دیگری به بار q_1 وارد نمی‌شود. چگونگی حرکت بار q_1 را با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی توضیح دهید.

شکل ۴ـ۱۴

حل: با نزدیک شدن بار q_1 به بار q_2 انرژی پتانسیل آن‌ها افزایش می‌یابد و چون انرژی مکانیکی پایسته است، انرژی جنبشی q_1 کاهش می‌یابد. هرچه q_1 به q_2 نزدیک‌تر می‌شود، کاهش انرژی جنبشی بیشتر می‌شود تا این‌که درنهایت در نقطه‌ای مانند A سرعت q_1 صفر می‌شود و جسم برمی‌گردد. با دورشدن q_1 از q_2 انرژی پتانسیل آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد و هرچه q_1 از q_2 دورتر می‌شود، سرعت آن بیشتر می‌شود.

در مواردی که به جسم در حال حرکت نیروی اصطکاک جنبشی (یا نیروی اتلاف کننده دیگری چون مقاومت هوا) وارد می‌شود، جسم انرژی مکانیکی خود را ازدست می‌دهد. انرژی ازدست‌رفته به‌صورت انرژی درونی جسم و سطح تماس و یا محیط درمی‌آید. در این‌گونه موارد انرژی مکانیکی پایسته نیست.

با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان کمیت‌های مختلف را محاسبه کرد. این‌امر در مثال‌های زیر نشان داده شده است.

مثال ۴ـ۱۴

جسمی به جرم $۰/۵\ kg$ را از ارتفاع $۲m$ با سرعت $۱۰m/s$ به بالا پرتاب می‌کنیم. این جسم حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود ($g = ۱۰m/s^۲$ فرض و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود).

حل: انرژی جنبشی جسم در نقطه پرتاب برابر است با :

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۵)(۱۰)^۲ = ۲۵J$$

و انرژی پتانسیل گرانشی آن در همین نقطه برابر است با :

$$U_۱ = mgh_۱ = ۰/۵ \times ۱۰ \times ۲ = ۱۰J$$

انرژی جنبشی آن در بالاترین نقطه $K_۲ = ۰$ است و انرژی پتانسیل گرانشی آن در این نقطه برابر است با : $U_۲ = mgh_۲ = ۰/۵ \times ۱۰ \times h_۲ = ۵h_۲$

برطبق پایستگی انرژی مکانیکی $U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲$

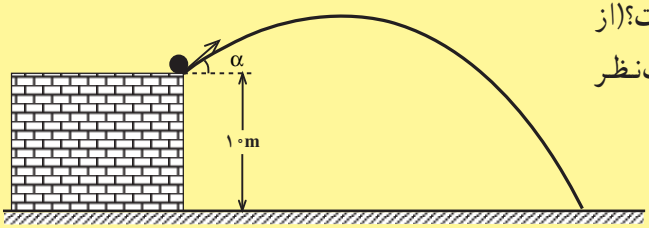
با جای‌گذاری مقادیر آن‌ها داریم : $۱۰ + ۲۵ = ۵h_۲ + ۰$

که با حل آن، مقدار زیر برای ارتفاع نهایی جسم به‌دست می‌آید :

$$h_۲ = ۷m$$

مثال ۴ـ۱۵

از بالای یک بلندی به ارتفاع ۱۰متر جسمی به جرم $۰/۴$ کیلوگرم را مطابق شکل (۴ـ۱۵) با سرعت $۲۰m/s$ پرتاب می‌کنیم. سرعت جسم در هنگام برخورد بازمین چه‌قدراست؟(از مقاومت هوا صرف‌نظر شود).



شکل ۴ـ۱۵

حل: انرژی‌های جنبشی و پتانسیل گرانشی جسم در نقطه پرتاب برابرند با :

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(0/4)(20)^2 = 80J$$

$$U_1 = mgh_1 = 0/4 \times 10 \times 10 = 40J$$

و نیز انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی جسم در لحظه برخورد با زمین به ترتیب برابرند با :

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 0/4 \times v_2^2 = 0/2v_2^2$$

$$U_2 = mgh_2 = 0/4 \times 10 \times 0 = 0$$

بر طبق پایستگی انرژی مکانیکی داریم :

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

با جای‌گذاری مقدارها داریم :

$$80 + 40 = 0/2v_2^2 + 0$$

$$v_2 \simeq 24/5 m/s$$

۴ــ۵ــ توان

در بخش (۴ــ۱) در مورد محاسبه کار انجام‌شده بحث شد. ولی، در مورد زمانی که این کار انجام می‌شود، صحبتی نشد. کار می‌تواند کُند و یا تند انجام شود. یک جسم را می‌توانیم مثلاً در ۲ و یا ۵ ثانیه به یک ارتفاع معین برسانیم. در هر دو مورد کار انجام شده یکسان است. ولی در مورد اول کار سریع‌تر انجام شده است. برای درنظرگرفتن زمان انجام کار کمیّت مناسبی را به نام توان تعریف می‌کنیم.

فرض کنید کار W در زمان t انجام شده است. توان متوسط $\overline{P}$ به‌صورت کار انجام‌شده در واحد زمان تعریف می‌شود و از تقسیم کردن کار به زمان انجام آن به‌دست می‌آید :

$$\overline{P} = \frac{W}{t} \qquad (۱۲ــ۴)$$

یکای توان در SI ژول بر ثانیه (J/s) است که به احترام کارهای علمی جیمز وات، وات (W) نامیده می‌شود.

برطبق این تعریف، هراندازه کار معینی در زمان کمتری انجام شود و یا در زمان معینی کار بیشتری انجام گیرد، توان مقدار بیشتری دارد.

مثال ۴ـ۱۶

چمدانی به جرم ۲۰ کیلوگرم را با سرعت ثابت به اندازهٔ ۰/۵ متر در ۲ ثانیه بالا می‌بریم. این کار با چه توان متوسطی انجام شده است؟ (g را برابر با $10\ m/s^2$ فرض کنید).

حل: ابتدا کار انجام‌شده را محاسبه می‌کنیم. چون سرعت ثابت است برای این‌کار باید نیرویی برابر با mg به چمدان وارد کنیم.

$$W = mgh = 20 \times 10 \times 0/5 = 100\,J$$

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{100}{2} = 50\,W$$

فعالیت ۴ـ۷

از پله‌های یک ساختمان یک‌بار به صورت عادی و باردیگر به سرعت بالا روید. و در هر حالت توان خود را به‌دست آورید.

هر وسیله‌ای مانند اتومبیل، جاروبرقی، آسانسور و ... که کاری را انجام دهد، انرژی مصرف می‌کند. برای استفاده از این وسیله‌ها باید به آن‌ها انرژی داد. این انرژی را انرژی ورودی یا مصرفی می‌نامند.

فعالیت ۴ـ۸

فهرستی از وسیله‌های اطراف خودرا که هر کدام کار خاصی انجام می‌دهند تهیه و مشخص کنید انرژی ورودی هریک چگونه تأمین می‌شود.

ازآنجا که مقداری از این انرژی به علت اصطکاک تلف و یا صرف حرکت‌دادن اجزای وسیله می‌شود، کار یا انرژی مفید خروجی وسیله با انرژی ورودی آن برابر نیست. درنتیجه، فقط کسری از انرژی ورودی قابل استفاده است.

این کسر معمولاً به‌صورت درصد بیان می‌شود و بازده نامیده می‌شود :

$$\text{بازده} = \frac{\text{کار خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100$$

این کمیت تعیین می‌کند که چه درصدی از انرژی ورودی به کار یا انرژی خروجی تبدیل می‌شود.

مثال ۴ ـ ۱۷

دریک ساختمان، مصالح ساختمانی را با استفاده از یک موتور الکتریکی با توان متوسط یک‌کیلووات بالا می‌برند. اگر بازده موتور ۸۰ درصد باشد، بار ۱۰۰ کیلوگرمی را در چند ثانیه می‌توان به ارتفاع ۱۰متری برد؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$ فرض شود).

حل: با استفاده از رابطه بازده توان خروجی موتور برابر است با :

$$\bar{P} = ۱۰۰۰ \times ۰/۸ = ۸۰۰ W$$

$$W = mgh = ۱۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰۰۰ J$$

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

$$۸۰۰ = \frac{۱۰۰۰۰}{t}$$

$$t = ۱۲/۵ s$$

تمرین‌های فصل چهارم

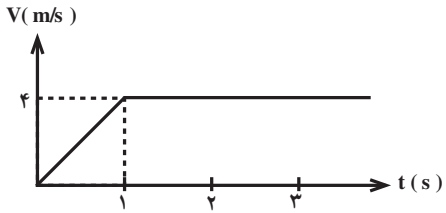
۱ــ شخصی به جرم ۵۰ کیلوگرم در داخل آسانسوری قرار دارد. آسانسور ۵ متر بالا می‌رود. در هریک از موارد زیر کار هریک از نیروهای وارد بر شخص و کار نیروی برایند وارد بر او را حساب کنید.

الف ــ آسانسور با سرعت ثابت بالا می‌رود.

ب ــ آسانسور با شتاب $2\ m/s^2$ بالا می‌رود.

۲ــ در تمرین ۱ کار برایند نیروها را با استفاده از قضیه کار و انرژی به‌دست آورید.

۳ــ نمودار سرعت ــ زمان متحرکی به جرم 5kg در شکل ۴ــ۱۶ داده شده است. کار نیروی برایند را الف) به‌طور مستقیم ب) با استفاده از قضیه کار و انرژی برای این متحرک حساب کنید.



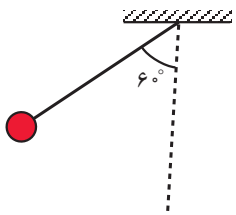
شکل ۴ــ۱۶

۴ــ گلوله‌ای به جرم ۲۴ گرم با سرعت $500\ m/s$ وارد تنهٔ درختی می‌شود. اگر گلوله به اندازه $12cm$ در تنه درخت فرو رود، نیروی متوسطی که تنه به آن وارد می‌کند چند نیوتون است؟

۵ــ اتومبیلی به جرم یک تن با سرعت $72\ km/h$ در حرکت است. راننده اتومبیل ناگهان مانعی را در ۳۰ متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند. اگر ضریب اصطکاک بین لاستیک اتومبیل و جاده ۰/۵ باشد، آیا اتومبیل به مانع برخورد می‌کند؟

این تمرین را یک بار با استفاده از قضیه کار و انرژی و بار دیگر با استفاده از معادله‌های فصل حرکت‌شناسی و دینامیک حل کنید.

۶ــ آونگی به جرم m و طول l را مطابق شکل (۴ــ۱۷) به اندازهٔ ۶۰° از وضعیت قائم منحرف و از حال سکون رها می‌کنیم.



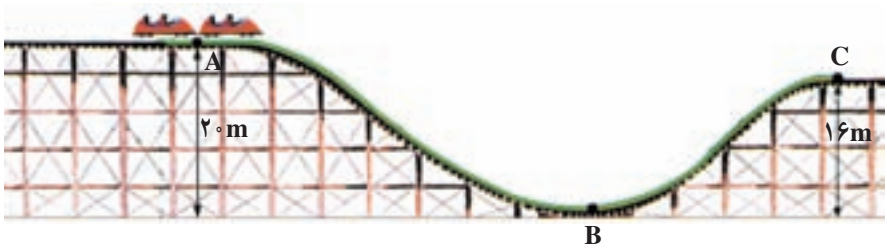
شکل ۴ــ۱۷

الف ــ سرعت آونگ هنگامی که از وضعیت قائم می‌گذرد چقدر است؟

ب ــ آونگ تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

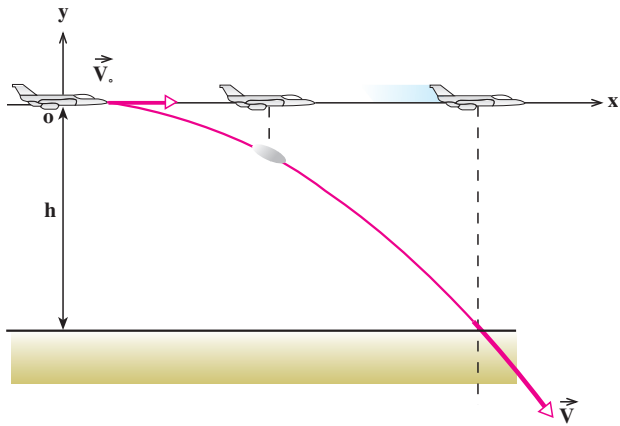
(از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

۷ــ درشکل (۴ــ۱۸) یک واگن تفریحی نشان داده شده است. اگر واگن در A ازحال سکون شروع به حرکت کند، سرعت آن در B و C چقدر است؟ از اصطکاک قطار با ریل صرف‌نظر کنید.



شکل ۴ــ۱۸

۸ــ در شکل (۴ــ۱۹) هواپیمای بمب‌افکنی که در ارتفاع ۲۰۰ متری با سرعت ۹۰۰km/h به‌طور افقی پرواز می‌کند بمب خود را رها می‌کند. سرعت بمب در هنگام برخورد به زمین چه‌قدر است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)



شکل ۴ــ۱۹

۹ــ شخصی به جرم ۷۰ کیلوگرم، ۵۰ پله را در زمان یک دقیقه طی می‌کند. توان متوسط او چند وات است؟ ارتفاع هر پله را ۳۰ سانتی‌متر فرض کنید.

۱۰ــ آسانسوری با سرعت ثابت ۱۰ نفر مسافر را در ۳ دقیقه تا ارتفاع ۸۰ متر بالا می‌برد. اگر جرم متوسط هرمسافر ۸۰kg و جرم آسانسور ۱۰۰۰kg باشد، توان متوسط موتور آن چند وات است؟