

موج‌های مکانیکی



فصل

موج‌های مکانیکی

نگاهی به فصل: مبحث موج یکی از مباحث‌های مهم فیزیک است. بیشترین اطلاعاتی که از جهان اطرافمان دریافت می‌کنیم، از طریق انتشار موج‌ها صورت می‌گیرد.

برخی از موج‌ها برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند؛ این‌گونه موج‌ها را موج‌های مکانیکی می‌نامند. تشکیل موج بر سطح آب راکد، در اثر وزش باد یا هر عامل دیگری که باعث برهم‌زدن تعادل آب شود، نمونه‌ای آشنا از موج‌های مکانیکی است. انتقال صوت از منبع به شنونده، با موج‌های صوتی که در هوا منتشر می‌شوند، صورت می‌گیرد. موج صوتی نیز نوعی موج مکانیکی است که در فصل اول فیزیک ۲ با ویژگی‌های آن بیشتر آشنا می‌شوید.

نوع دیگری از موج‌ها که می‌توانند در محیط‌های غیرمادی (خلاً) نیز منتشر شوند، موج‌های الکترومغناطیسی نامیده می‌شوند؛ برای مثال، هم‌اکنون که در حال خواندن این نوشته‌ها هستید، اطلاعات را به صورت نوری که از صفحه کتاب باز می‌تابد دریافت می‌کنید. نور نوعی موج الکترومغناطیسی است. در فصل دوم فیزیک ۲ با ماهیت و ویژگی‌های این‌گونه موج‌ها آشنا می‌شوید. هرچند ماهیت موج‌های مکانیکی و الکترومغناطیسی با یکدیگر تفاوت دارند، اما رفتار و ویژگی‌های آنها از جهت‌های زیادی، مشابه یکدیگر است؛ برای مثال، هر دو در حین انتشار می‌توانند انرژی را از نقطه‌ای به نقطه دیگر منتقل کنند.

۴-۱-۱ موج

پیش از این با نیروی کشسانی فنر آشنا شدیم. اگر در یک فنر تغییر طولی ایجاد کنیم، بین هر دو حلقه مجاور فنر نیروی کشسانی به وجود می‌آید که می‌خواهد فنر را به حالت اولیه برگرداند. به فنر یا هر محیط دیگری که مانند فنر عمل می‌کند محیط کشسان گفته می‌شود. پس محیط کشسان محیطی است که وقتی در آن تغییر شکلی ایجاد شود نیروهای کشسان ایجاد شده بین اجزای محیط، تمایل دارند محیط را به حالت اول خود برگردانند. بیشتر جامدها، مایع‌ها و گازها محیط‌های کشسان هستند مثلاً اگر

یک تیغه فنری را خم کرده و رها کنیم، به حالت اول برمی‌گردد. اگر تویی را که بر سطح آرام آب درون تشتکی قرار دارد، کمی بیشتر در آب فرو برده و رها کنیم، به حالت اول برمی‌گردد. به همین ترتیب، اگر انتهای سُرنگی را با دست مسدود کرده و پیستون را به درون آن فرو ببریم و رها کنیم، پیستون به حالت اول برمی‌گردد. در همه این مثال‌ها، تیغه فنری، آب و هوای درون سرنگ محیط‌هایی کشسان هستند.

فعالیت ۱-۴

طناب درازی را به نقطه‌ای محکم کنید و آن را بکشید (شکل ۱-۴ الف). اکنون مطابق شکل ۱-۴ ب تغییر شکلی در آن ایجاد کنید. رفتار بعدی طناب را مشاهده و نتیجه مشاهده‌های خود را به کلاس گزارش کنید. همین آزمایش را با یک فنر تکرار کنید.



شکل ۱-۴

یک محیط کشسان در حال تعادل را در نظر بگیرید. اگر تغییر شکلی در جزء کوچکی از این محیط ایجاد نموده و آن را به حال خود رها کنیم چه روی می‌دهد؟
مثلاً فنری را در نظر بگیرید که روی یک سطح افقی صاف به حال سکون قرار دارد (شکل ۱-۴ الف). اگر مطابق شکل ۱-۴ ب، چند حلقه فنر را به یک سمت بکشیم و تغییر شکلی در آن ایجاد کرده و آن را رها کنیم، می‌بینیم که حلقه‌های جابه‌جا شده به جای اول برگشته و حلقه‌های مجاور آن از وضع تعادل خارج می‌شوند و همان شکل حلقه‌های قبلی را به خود می‌گیرند. این تغییر شکل، جزء به جزء در طول فنر منتقل می‌شود و تا آخر در آن پیش می‌رود (شکل‌های ۱-۴ پ و ت) علت انتقال تغییر شکل، وجود نیروی بازگرداننده بین حلقه‌های فنر است.



شکل ۲-۴

به همین ترتیب، هرگاه تغییر شکلی (و یا آشفستگی) در یک جزء از محیط کشسانی که به حال تعادل است، ایجاد کنیم، به علت وجود نیروی کشسانی بین اجزای محیط، آن تغییر شکل، جزء به جزء در محیط منتقل می‌شود. تغییر شکل ایجاد شده در محیط را تپ و انتقال تپ در محیط را انتشار می‌گوییم.

فعالیت ۲-۴

سنگ کوچکی را از بالای سطح آب آرام استخر یا برکه‌ای رها کنید و آنچه را که رخ می‌دهد به دقت مشاهده کنید. نتیجه مشاهده خود را به کلاس گزارش کنید.

موج سینوسی: اگر یک جزء از محیط کشسانی را که در حال تعادل است با حرکت هماهنگ ساده به نوسان درآوریم، با نوسان آن جزء، تپ‌های متوالی در محیط تولید و به دنبال یکدیگر، منتشر می‌شوند. چنین موجی را، موج سینوسی می‌نامیم. چشمه موج سینوسی، نوسانگری است که می‌تواند، با بسامد (یا دوره) و دامنه ثابتی، حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. دیاپازون یکی از وسیله‌هایی است که به‌عنوان چشمه موج در آزمایش‌ها به‌کار برده می‌شود.

نوسان دیاپازون با دامنه ثابت

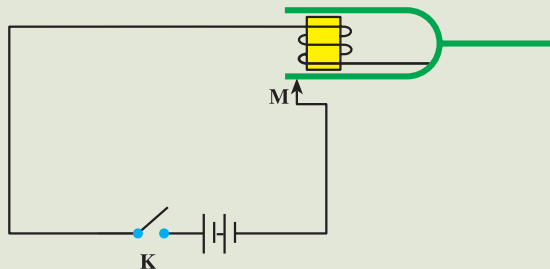
دیاپازون، دو شاخه‌ای مانند شکل ۳-۴ است که اگر به یکی از شاخه‌های آن



شکل ۳-۴

ضربه‌ای وارد کنیم، هر دو شاخه با حرکت هماهنگ ساده نوسان می‌کنند. این نوسان میرا است و دیاپازون بعد از تعدادی نوسان از حرکت باز می‌ایستد. برای آنکه نوسان‌های دیاپازون ادامه یابد، می‌توان آن را در مداری الکتریکی مانند شکل ۴-۴ قرار داد. در این مدار، توسط آهنربای الکتریکی، نیروی مغناطیسی‌ای به‌طور دوره‌ای، بر شاخه‌های دیاپازون (که خود از ماده مغناطیسی ساخته شده است) وارد و آن را به نوسان دائم وادار

می‌کند. با اتصال کلید K جریان الکتریکی در مدار برقرار و شاخه‌های دیاپازون، جذب آهنربای الکتریکی می‌شوند. در نتیجه در نقطه M ، شاخه دیاپازون از مدار جدا شده و جریان الکتریکی نیز قطع می‌شود. با قطع جریان، خاصیت مغناطیسی از بین می‌رود و شاخه‌های دیاپازون به‌جای اول برمی‌گردند و دوباره اتصال برقرار می‌شود و این عمل ادامه می‌یابد. به این ترتیب، نوسان‌های دیاپازون پایدار می‌ماند.



شکل ۴-۴

شکل ۴-۵ - الف تا پ ایجاد و انتشار موج سینوسی را در طناب، فنر و سطح آب نشان می‌دهد.



ب - نوسان‌های دست، در فنر موج دوره‌ای به صورت تراکم و انبساط ایجاد کرده است.

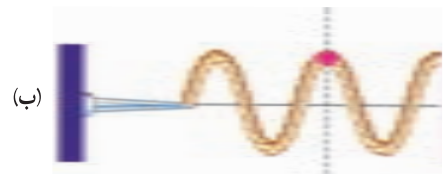


الف - دست با نوسان خود در طناب موجی دوره‌ای به صورت برجستگی و فرورفتگی ایجاد کرده است.

پ - موج‌های ایجاد شده در سطح آب به صورت دایره‌های متوالی برجسته و فرورفته منتشر می‌شوند.



شکل ۴-۵



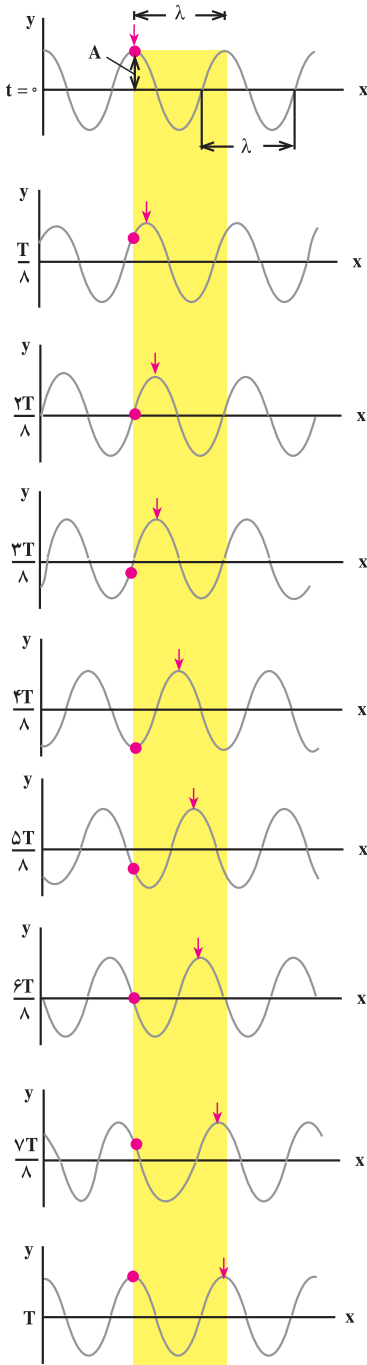
موج‌های ایجاد شده در طناب، فنر و سطح آب، نمونه‌هایی از موج‌های مکانیکی اند. این موج‌ها در محیط‌های مادی کشسان تولید و منتشر می‌شوند.

بسامد موج: وقتی یک چشمه موج با بسامد ν در محیطی کشسان شروع به نوسان می‌کند، ذره‌های مجاور خود را نیز با همان بسامد به نوسان وامی‌دارد. به همین ترتیب، همه ذره‌های محیط با همان بسامد چشمه موج به نوسان درمی‌آیند.

شکل ۴-۶ - الف تا ت چگونه نوسان یک ذره محیط را که با رنگ قرمز مشخص شده است، ضمن انتشار موج نشان می‌دهد.

شکل ۴-۶ - ضمن انتشار موج به طرف راست، یک ذره از طناب، حرکت هماهنگ ساده با بسامد موج، انجام می‌دهد.

انتشار موج: شکل ۷-۴ حالت‌های مختلف



شکل ۷-۴ انتشار موج در طناب

طنابی را نشان می‌دهد که در آن موجی سینوسی منتشر می‌شود. در این شکل‌ها، یک قله موج را با پیکان مشخص کرده‌ایم. در حالت‌های مختلف شکل مشاهده می‌شود که پیکان در جهت محور x جابه‌جا می‌شود که نشان دهنده پیشروی موج در طول طناب است. این شکل‌ها، وضعیت نقطه‌های مختلف طناب را در بازه‌های زمانی $\frac{T}{\lambda}$ نشان می‌دهد. اگر در یک لحظه معین یکی از نقطه‌های طناب در قله موج باشد و پس از t ثانیه نقطه دیگری که به فاصله x از آن واقع است به همان وضعیت برسد، سرعت پیشروی موج که آن را سرعت انتشار می‌نامیم برابر است با:

$$v = \frac{x}{t} \quad (۱-۴)$$

سرعت انتشار موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط (جنس، دما و...) بستگی دارد اما به شرایط فیزیکی چشمه موج (بسامه، دامنه و...) بستگی ندارد؛ برای مثال، سرعت انتشار موج در یک طناب که با نیروی F کشیده شده است، به نیروی کشش طناب و نیز به جرم واحد طول آن بستگی دارد. سرعت انتشار موج عرضی (در همین فصل با موج‌های طولی و عرضی آشنا می‌شویم) در طناب (و یا در تار) یکنواختی به جرم m و طول L از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{m/L}} \quad (۲-۴) \text{ الف}$$

برای سادگی، $\frac{m}{L}$ (که جرم واحد طول است) را با μ نشان می‌دهیم.

$$\mu = \frac{m}{L}$$

در نتیجه، سرعت انتشار موج در یک طناب را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (4-2 \text{ ب})$$

در این رابطه، F نیروی کشش طناب بر حسب نیوتون μ جرم واحد طول طناب بر حسب کیلوگرم بر متر و v سرعت انتشار موج مکانیکی در طناب بر حسب متر بر ثانیه است.

مثال ۱۴-۱

ریسمانی به طول یک متر و جرم 100 g بین دو نقطه محکم کشیده شده است. اگر نیروی کشش ریسمان برابر 40 N باشد، سرعت انتشار موج‌های عرضی را در این طناب، محاسبه کنید.

پاسخ

ابتدا جرم واحد طول ریسمان را محاسبه می‌کنیم:

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$\mu = \frac{0.1}{1} = 0.1 \text{ kg/m}$$

اکنون به کمک رابطه ۴-۲ ب سرعت انتشار را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

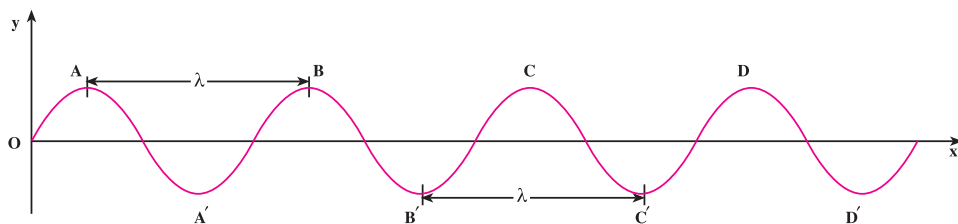
$$v = \sqrt{\frac{40}{0.1}} = 20 \text{ m/s}$$

فعالیت ۱۴-۳

در فعالیت ۱۴-۱، مشاهده انتقال تپ به دلیل آن که سرعت انتشار آن در طناب زیاد است، مشکل است. چه راه‌هایی پیشنهاد می‌کنید تا بتوان با کاهش سرعت انتشار، انتقال تپ را مشاهده کرد؟ پیشنهادهای خود را در کلاس به بحث بگذارید.

طول موج: به حالت‌های مختلف شکل ۴-۷ توجه کنید. در مدتی که یک نقطه محیط (مثلاً نقطه واقع در قله موج) یک نوسان انجام می‌دهد؛ یعنی، در مدت یک دوره T، قله موج که با علامت پیکان مشخص شده است، به اندازه پهنای نوار زرد رنگ پیش می‌رود اندازه این پیشروی را طول موج می‌نامیم و آن را با λ نشان می‌دهیم. اگر به هر نقطه دیگر موج، مثلاً دره موج هم توجه کنید، می‌بینید که در مدت یک دوره به اندازه طول موج منتقل می‌شود. بنابراین، طول موج را می‌توان به صورت مسافتی که موج در مدت یک دوره می‌پیماید، تعریف کرد.

در شکل ۴-۸ که انتشار موج را در یک طناب نشان می‌دهد، فاصله دو قله متوالی موج و یا فاصله دو دره متوالی برابر طول موج است.



شکل ۴-۸

بار دیگر به شکل ۴-۸ توجه کنید. در این شکل نقطه‌های دیگری نیز می‌توان یافت که فاصله آنها از یکدیگر برابر طول موج است. همچنین می‌توان دریافت که هر دو نقطه که فاصله آنها از یکدیگر برابر طول موج است، همواره در وضعیت نوسانی مشابهی قرار دارند. به چنین دو نقطه‌ای، نقاط هم‌فاز گفته می‌شود؛ برای مثال، نقطه‌های A و B و C و D همه در قله موج واقع‌اند و در نتیجه هم‌فازند. به همین ترتیب، نقطه‌هایی که فاصله آنها از یکدیگر دو، سه و یا $n \dots$ برابر λ (عدد صحیح) باشد، همواره در یک وضعیت نوسانی‌اند. پس می‌توان گفت: نقطه‌هایی از محیط که فاصله آنها از یکدیگر مضرب صحیحی از طول موج یا مضرب زوجی از نصف طول موج باشد، هم‌فازند.

اگر فاصله دو نقطه هم‌فاز را با Δx نشان دهیم داریم:

$$\Delta x = n\lambda = 2n \frac{\lambda}{2} \quad (۴-۳)$$

اکنون به دو نقطه متوالی طناب در شکل ۴-۸ که یکی در قله موج (نقطه A) و دیگری در دره موج (نقطه A') قرار دارد توجه کنید. اگر حرکت این دو نقطه را دنبال کنید، متوجه خواهید شد که حرکت آنها همواره در جهت‌های مخالف یکدیگر است. چنین دو نقطه‌ای را در فاز مخالف می‌نامیم.

فاصله این دو نقطه از یکدیگر در راستای انتشار، برابر نصف طول موج است. به همین ترتیب، نقطه‌های دیگری نیز می‌توان مشخص کرد که با یکدیگر در فاز مخالف‌اند. فاصله این نقطه‌ها از یکدیگر مضرب فردی از نصف طول موج است. بنابراین: نقطه‌هایی از محیط که فاصله آنها از یکدیگر مضرب فردی از نصف طول موج باشد، در فاز مخالف‌اند. برای این نقطه‌ها داریم:

$$\Delta x = (2n - 1) \frac{\lambda}{2} \quad (4-4)$$

پرسش ۱-۴

روی شکل ۸-۴ نقطه‌هایی را که هم‌فازند و نقطه‌هایی را که در فاز مخالف‌اند پیدا کنید.

رابطه طول موج با سرعت و بسامد: اگر زمان انتشار برابر یک دوره، یعنی $t = T$ باشد، مسافتی که موج در این مدت می‌پیماید، برابر طول موج می‌شود؛ یعنی $x = \lambda$ است. با توجه به تعریف طول موج و رابطه ۱-۴ داریم:

$$\lambda = vT \quad (5-4)$$

چون دوره و بسامد، عکس یکدیگرند خواهیم داشت:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \quad (6-4)$$

مثال ۲-۴

نیروی کشش طنابی 12 N و جرم واحد طول آن $30 \frac{\text{g}}{\text{m}}$ است. الف) اگر سر این طناب را با دیاپازونی که بسامد آن 100 Hz است، عمود بر راستای طناب به نوسان درآوریم، طول موج در طناب را پیدا کنید. ب) اگر نیروی کشش طناب را نصف کنیم، بسامد و طول موج در طناب را حساب کنید.

$$\mu = 30 \text{ g/m} = 0.03 \text{ kg/m}$$

پاسخ

الف) با استفاده از رابطه ۲-۴ داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$v = \sqrt{\frac{12}{0.03}} = 20 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

طول موج را از رابطه ۴-۶ محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ m}$$

ب) با تغییر نیروی کشش طناب، سرعت انتشار موج در طناب تغییر می‌کند، اما بسامد موج همچنان برابر بسامد دیاپازون است. با تغییر سرعت انتشار، طول موج تغییر می‌کند. داریم:

$$f_1 = f_2 = 100 \text{ Hz}$$

از رابطه ۴-۲ ب و با توجه به این که $\mu_1 = \mu_2$ است داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{6}{12}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

چون بسامد نوسان‌ها ثابت است، از رابطه ۴-۶ نتیجه می‌شود:

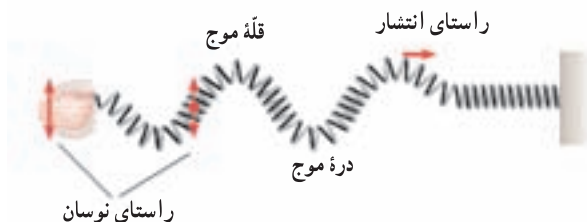
$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda_2 = 0.2 \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.14 \text{ m}$$

۴-۲- موج‌های عرضی - موج‌های طولی

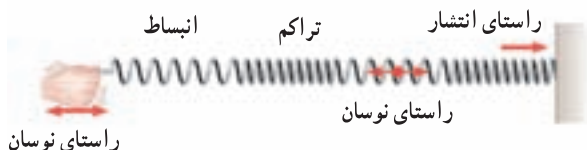
گفتیم وقتی یک چشمه موج با بسامد f در محیطی کشسان نوسان می‌کند ذره‌های مجاور خود را نیز با همان بسامد به نوسان درمی‌آورد و بدین ترتیب، همه ذرات محیط به نوسان درمی‌آیند. راستای نوسان این ذره‌ها، ممکن است عمود بر راستای انتشار موج و یا موازی با آن باشد.

الف) موج عرضی: اگر راستای نوسان ذره‌های محیط، عمود بر راستای انتشار موج باشد موج را عرضی می‌نامند؛ برای مثال، موج‌های ایجاد شده در فنر در شکل ۹-۴ عرضی اند. موج عرضی در فنر و یا در طناب با قلّه‌ها و درّه‌ها قابل تشخیص است.



شکل ۹-۴- موج عرضی در فنر

ب) موج طولی: اگر راستای نوسان ذره‌های محیط، موازی با راستای انتشار موج باشد، موج را طولی می‌نامند؛ برای مثال، در شکل ۱۰-۴ وقتی دیاپازون را به نوسان درآوریم، حلقه‌های فنر به چپ و راست، یعنی در امتداد طول فنر، نوسان می‌کنند و موج طولی در طول فنر منتشر می‌شود.



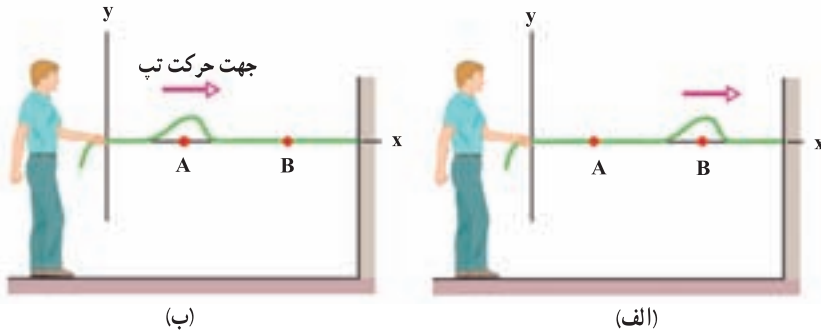
شکل ۱۰-۴- انتشار موج طولی در فنر

وقتی موج طولی در فنر منتشر می‌شود، حلقه‌های فنر به طور متناوب به هم نزدیک یا از هم دور می‌شوند. وقتی به هم نزدیک می‌شوند، حلقه‌ها متراکم شده و وقتی از هم دور می‌شوند، حلقه‌ها انبساط پیدا می‌کنند. موج طولی در فنر را با همین تراکم‌ها و انبساط‌های پی در پی می‌توان تشخیص داد. در فنر می‌توان هر دو نوع موج عرضی و طولی را ایجاد کرد.

۳-۴- تابع موج

وقتی یک موج در یک محیط همگن در حال انتشار است، شکل موج، در ضمن انتشار از نقطه‌ای به نقطه دیگر تغییر نمی‌کند؛ مثلاً، اگر شکل یک تپ در یک لحظه (مثلاً در $t = 0$) و در نقطه A به صورت شکل ۱۱-۴ الف باشد، بعد از Δt ثانیه (در لحظه t) این تپ به نقطه B می‌رسد. شکل تپ

در نقطه B و در لحظه t همان است که Δt ثانیه قبل در نقطه A بوده است (شکل ۴-۱۱-ب). به بیان دیگر، وضعیت نقطه B در لحظه t مانند وضعیت A در Δt ثانیه قبل از آن است.



شکل ۴-۱۱

اکنون فرض کنید چشمه موجی با دوره T (بسامد f) و دامنه A حرکت هماهنگ ساده‌ای انجام دهد و نوسان‌های آن با سرعت v در طنابی همگن منتشر شود. مبدأ مختصات را منطبق بر چشمه موج (ابتدای طناب) و راستای طناب را پیش از نوسان، محور x انتخاب می‌کنیم. وقتی چشمه به نوسان درآید، نوسان‌ها در طول طناب، منتشر می‌شوند.

چشمه موج و نقطه‌ای از طناب که به آن متصل است در مکان $x = 0$ واقع‌اند. اگر جابه‌جایی هر نقطه طناب را از وضع تعادل خود با u نشان دهیم، وضعیت نوسانی آن با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$u = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (7-4)$$

موج بعد از زمان $\Delta t = \frac{x}{v}$ به نقطه‌ای واقع در مکان x می‌رسد. وضعیت این نقطه، همان‌گونه که قبلاً بیان شد، مانند وضعیت چشمه موج در Δt ثانیه قبل است که با جایگزین کردن مقدار « $t - \frac{x}{v}$ » به جای t در رابطه ۷-۴ مشخص می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$u = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = A \sin \left(\omega t - \frac{\omega x}{v} \right) \quad (8-4)$$

و با توجه به رابطه‌های $\omega = \frac{2\pi}{T}$ و $\lambda = vT$ داریم:

$$u = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \quad (9-4)$$

را با $\frac{2\pi}{\lambda}$ نشان می‌دهند و به آن عدد موج می‌گویند.

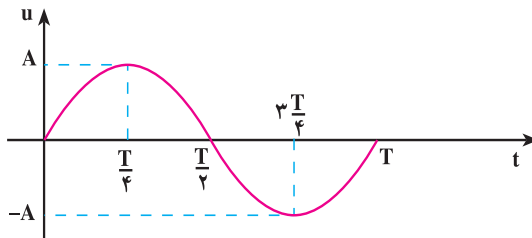
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} \quad (10-4)$$

یکای عدد موج در SI رادیان بر متر (rad/m) است؛ در نتیجه رابطه ۹-۴ به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$u = A \sin(\omega t - kx) \quad (۱۱-۴)$$

رابطه ۱۱-۴ وضعیت نوسانی نقطه‌ای از محیط را که به فاصله x از مبدأ مختصات (چشمه موج) واقع است، در لحظه t نشان می‌دهد. به این رابطه تابع موج می‌گوییم.

تابع موج، تابعی دو متغیره است؛ یعنی در آن، u تابع دو متغیر زمان (t) و مکان (x) است؛ برای مثال، اگر به یک نقطه محیط نگاه کنیم (x را ثابت بگیریم) خواهیم دید که این نقطه در لحظه‌های مختلف وضعیت‌های نوسانی متفاوتی پیدا می‌کند؛ یک لحظه در وضعیت تعادل است، لحظه‌ای دیگر از وضع تعادل خارج شده و فاصله آن از وضع تعادل برابر u می‌شود و در لحظه‌ای دیگر، در دورترین فاصله از وضع تعادل قرار می‌گیرد ($u = A$). به عبارت دیگر u تابع زمان است. پس با ثابت گرفتن x می‌توان تابع u را بر حسب زمان (t) برای هریک از ذره‌های محیط به دست آورد و نمودار آن را نیز رسم کرد؛ مثلاً، این تابع برای چشمه موج که آن را مبدأ مختصات گرفته‌ایم ($x = 0$) به صورت $u = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ و نمودار آن نیز به صورت زیر است:



شکل ۱۲-۴

تابع u برای یک ذره که به فاصله $x = d$ از چشمه موج واقع است، $u = A \sin(\frac{2\pi}{T} t - kd)$ خواهد بود. نمودار u برای این نقطه در شکل ۱۳-۴ آمده است. توجه کنید که شروع نمودار به d بستگی دارد.

شکل ۱۳-۴

مثال ۳-۴

یک چشمه موج با بسامد 10^6 Hz نوسان‌هایی با دامنه 5 mm ایجاد می‌کند که با سرعت 10 m/s در امتداد محور x منتشر می‌شوند. طول موج و عدد موج را محاسبه کنید و تابع موج آن را نیز بنویسید.

پاسخ

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

با استفاده از رابطه ۴-۶ داریم:

$$\lambda = \frac{10}{10^6} = 10^{-5} \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

با توجه به رابطه ۴-۱۰ خواهیم داشت:

$$k = \frac{2\pi}{10^{-5}} = 2 \cdot 10^5 \text{ rad/m}$$

با استفاده از رابطه ۴-۱۱ داریم:

$$u = A \sin(\omega t - kx) = A \sin(2\pi f t - kx)$$

$$u = 5 \times 10^{-3} \sin(2 \cdot 10^6 \pi t - 2 \cdot 10^5 \pi x) = 5 \times 10^{-3} \sin 2 \cdot 10^5 \pi (10^6 t - x)$$

تمرین ۱-۴

تابع موجی که در جهت محور x منتشر می‌شود برحسب یکاهای SI به صورت $u = 0.2 \sin(2\pi t - 4\pi x)$ است. دامنه، بسامد، طول موج و سرعت انتشار این موج را محاسبه کنید.

اگر موج عرضی باشد، نوسان ذره‌های محیط عمود بر محور x (مثلاً در راستای محور y) است. برای نشان دادن راستای نوسان، نام محوری را که نوسان در راستای آن انجام می‌شود زیرنویس u قرار می‌دهیم؛ برای مثال، تابع زیر نشان دهنده یک موج عرضی است که نوسان آن در راستای محور y و انتشار آن در جهت محور x است:

$$u_y = A \sin(\omega t - kx)$$

(۴-۱۲)

حال اگر موج طولی در جهت محور x منتشر شود، تابع آن به صورت زیر خواهد بود :

$$u_x = A \sin(\omega t - kx) \quad (13-4)$$

همچنین می توان نشان داد که اگر موج در خلاف جهت محور x منتشر شود، تابع آن به صورت

زیر خواهد بود :

$$u_x = A \sin(\omega t + kx) \quad (14-4)$$

در رابطه های ۱۲-۴ و ۱۴-۴ به $\varphi = \omega t - kx$ و یا $\varphi = \omega t + kx$ ، فاز موج گفته می شود. چون

شکل موج در هنگام انتشار تغییر نمی کند؛ فاز آن هم با گذشت زمان و انتشار موج، ثابت می ماند.

تمرین ۲-۴

نشان دهید که در تابع های $u = A \sin(\omega t - kx)$ و $u = A \sin(\omega t + kx)$ به ترتیب، سرعت های انتشار موج مثبت و منفی است؛ یعنی این تابع ها، موج هایی را نشان می دهند که در جهت محور x و در خلاف جهت آن منتشر می شوند.

تمرین ۳-۴

نقش یک موج را در لحظه ای مانند شکل ۸-۴ در نظر بگیرید. نشان دهید نقاطی که وضعیت نوسانی یکسان در دو لحظه دارند دارای اختلاف فاز $2n\pi$ است که $(n = 0, 1, \dots)$ و نقاطی که دارای وضعیت نوسانی قرینه اند دارای اختلاف فاز $(2m - 1)\pi$ است که $(m = 1, 2, \dots)$.

مثال ۱۴-۴

با دیافازونی به بسامد 50 Hz سر طناب کشیده شده ای را به نوسان درمی آوریم. دامنه نوسان ها 5 mm در راستای محور y و سرعت انتشار موج در طناب برابر 100 m/s و نوسان ها در جهت مثبت محور x منتشر می شود.
الف) تابع موج ایجاد شده در طناب را بنویسید.

ب) معادله نوسان نقطه M از طناب را که به فاصله ۲۵cm از سر طناب (نقطه O) واقع است بنویسید.

پاسخ

الف) با استفاده از رابطه‌های $\omega = 2\pi f$ ، $\lambda = \frac{v}{f}$ و $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ داریم:

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{50} = 2 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/m}$$

با استفاده از رابطه ۴-۱۲ داریم:

$$u_y = A \sin(\omega t - kx)$$

$$u_y = 5 \times 10^{-3} \sin(100\pi t - \pi x)$$

ب) برای نقطه یاد شده داریم:

$$x = 0.25 \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

با قرار دادن مقدار x در تابع موج، نتیجه می‌شود:

$$u_M = 5 \times 10^{-3} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

تمرین ۴-۴

چشمه موجی نوسان‌هایی با بسامد 20 Hz و دامنه 5 cm در یک محیط کشسان و در راستای محور y انجام می‌دهد. اگر این نوسان‌ها در خلاف جهت محور x و با سرعت 10 m/s در این محیط منتشر شوند:

الف) طول موج و عدد موج را محاسبه کنید.

ب) تابع این موج را بنویسید.

پ) کمترین فاصله نقطه M از چشمه موج چه اندازه باشد تا با چشمه موج در فاز

مخالف قرار گیرد.

فاصله دو نقطه محیط از یکدیگر: محیطی را در نظر بگیرید که در آن موجی در حال انتشار است. معادله نوسان دو نقطه A و B از این محیط که در یک جهت انتشار موج و به فاصله x_B و x_A از مبدأ مختصات واقع اند، با توجه به رابطه ۴-۱۲، به صورت زیر است:

$$u_A = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_A\right) \quad u_B = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_B\right)$$

اختلاف فاز این دو نقطه برابر است با:

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi}{\lambda} |x_B - x_A|$$

اگر « $x_B - x_A$ » را با Δx نشان دهیم، داریم:

$$|\Delta\phi| = \frac{2\pi}{\lambda} |\Delta x| = k |\Delta x| \quad (15-4)$$

از رابطه ۴-۱۵ با معلوم بودن اختلاف فاز دو نقطه محیط که در یک جهت انتشار موج اند، می توان فاصله دو نقطه را از یکدیگر (یعنی Δx) محاسبه کرد.

رابطه ۴-۱۵ نشان می دهد که اختلاف فاز دو نقطه محیط که به فاصله $\Delta x = 1\text{ m}$ از یکدیگر و در یک جهت انتشار موج اند، برابر است با:

$$\Delta x = 1\text{ m} \quad \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} = k \quad (16-4)$$

رابطه ۴-۱۶ را می توان تعریفی برای عدد موج دانست و گفت: عدد موج برابر اختلاف فاز دو نقطه محیط است که به فاصله یک متر از یکدیگر قرار دارند.

مثال ۴-۵

موجی در یک محیط، در حال انتشار است. معادله نوسانی نقطه های A و B از این محیط، در SI، به صورت $u_B = 0.2 \sin(5\pi t - 0.7\pi)$ و $u_A = 0.2 \sin(5\pi t - 0.4\pi)$ است؛ اگر موج از نقطه A به نقطه B برود، کمترین فاصله دو نقطه را از یکدیگر به دست آورید. سرعت انتشار موج 20 m/s است.

پاسخ

ابتدا بسامد نوسانها و سپس طول موج را محاسبه می کنیم:

$$\omega = 2\pi f$$

$$2\pi f = 50\pi \Rightarrow f = 25\text{Hz}$$

با استفاده از رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ داریم:

$$\lambda = \frac{20}{25} = 0.8\text{m} = 80\text{cm}$$

اکنون اندازه اختلاف فاز دو نقطه را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta\phi = |\phi_B - \phi_A|$$

$$\Delta\phi = 0.7\pi - 0.4\pi = 0.3\pi\text{rad}$$

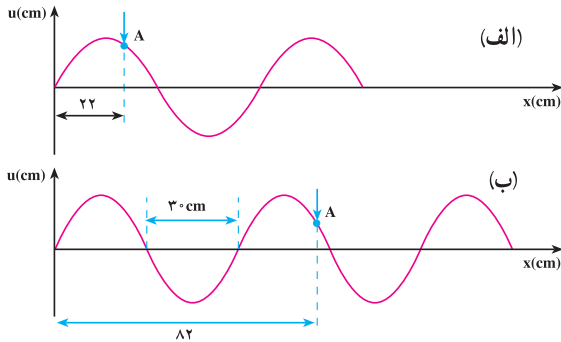
با استفاده از رابطه $15-4$ داریم:

$$\frac{3\pi}{10} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{80} \Delta x \Rightarrow \Delta x = AB = 12\text{cm}$$

فعالیت ۱۴-۴

با استدلال توضیح دهید که چرا در مثال ۵-۴، Δx کمترین فاصله دو نقطه از محیط است که در یک جهت انتشار موج واقع‌اند.

تمرین ۱۴-۵



شکل ۱۴-۴

شکل‌های ۱۴-۴ الف

و ب، نقش یک موج را در دو لحظه t_1 و t_2 نشان می‌دهد که در امتداد محور x منتشر می‌شود. علامت پیکان، یک نقطه از موج را در این دو لحظه نشان می‌دهد. با فرض اینکه محور قائم، لزوماً محور y نیست مطلوب است:

الف) این موج طولی است یا عرضی و عدد موج آنچه اندازه است؟

ب) اگر بسامد نوسان‌ها 25Hz باشد، $\Delta t = t_2 - t_1$ چند ثانیه است؟