



القای الکترومغناطیسی مبنای تولید انرژی الکتریکی در مولدهای جریان متناوب است. برای انتقال انرژی الکتریکی تا فاصله‌های خیلی دور از خطوط انتقال با ولتاژ بالا استفاده می‌شود.

## القای الکترومغناطیسی

## ۴-۱- پدیده‌ی القای الکترومغناطیسی

در فیزیک ۱ و آزمایشگاه دیدیم که با استفاده از روش القای الکتریکی می‌توان اجسام رسانا را باردار کرد. در فصل قبل نیز با پدیده‌ی القای مغناطیسی آشنا شدیم. در پدیده‌ی اول در اثر القا، بار الکتریکی در ماده‌ی رسانا پدیدار می‌شود. در پدیده‌ی دوم، در اثر القا در ماده‌ی فرومغناطیس خاصیت مغناطیسی ایجاد می‌شود. پدیده‌ی القایی دیگری نیز وجود دارد که در آن، جریان الکتریکی در یک رسانا القا می‌شود. این پدیده را القای الکترومغناطیسی می‌نامند. با انجام آزمایش زیر با این پدیده آشنا می‌شوید.

## آزمایش ۴-۱

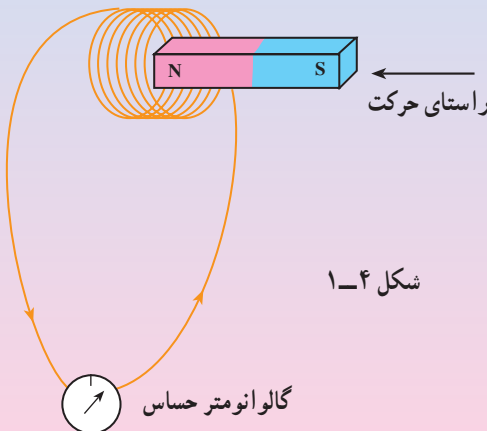
وسایله‌های آزمایش: میلی‌آمپرسنج صفر وسط (گالوانومتر)، آهنربای میله‌ای، پیچه و سیم رابط.

۱- با پیچه و گالوانومتر مداری مانند شکل ۴-۱ را ببینید.

۲- قطب N آهنربای میله‌ای را مطابق شکل به پیچه نزدیک کنید. آن چه را که در حین انجام دادن این عمل می‌بینید، یادداشت کنید.

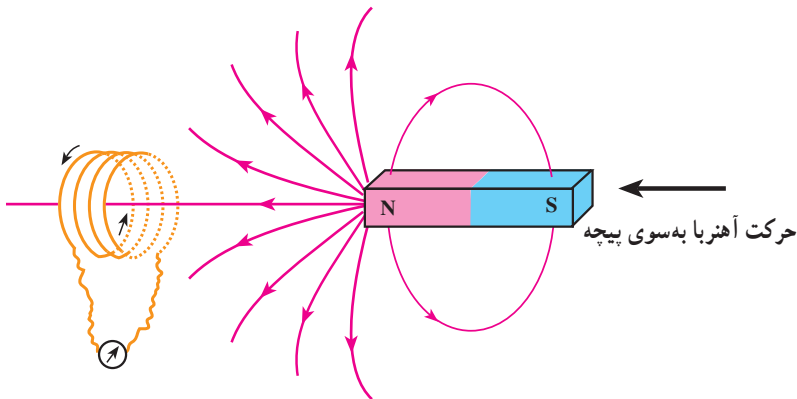
۳- قطب N آهنربای میله‌ای را نزدیک پیچه نگه دارید. سپس آن را از پیچه دور کنید. آن چه را مشاهده می‌کنید، بنویسید.

۴- بندهای ۲ و ۳ را با قطب S آهنربا نیز انجام دهید.



در سال ۱۸۳۱ میلادی مایکل فارادی دانشمند انگلیسی و تقریباً همزمان با او جوزف هانری دانشمند امریکایی، با انجام دادن آزمایش‌هایی مشابه آزمایش ۱-۴ دریافتند که با دور و نزدیک کردن آهنربا به پیچه، عقربه‌ی میلی آمپرسنج منحرف می‌شود، و عبور جریانی را از مدار نشان می‌دهد؛ مانند وقتی که در مدار یک مولد وجود داشته باشد. یعنی با حرکت آهنربا نسبت به پیچه، یک جریان الکتریکی در مدار القا می‌شود. این پدیده را القای الکترومغناطیسی و جریان تولید شده را جریان الکتریکی القایی می‌نامند. القای الکترومغناطیسی اساس کار مولد جریان متناوب، دینام، مبدل‌ها و بسیاری از وسیله‌های الکتریکی است.

دور یا نزدیک شدن آهنربا به پیچه باعث تغییر میدان مغناطیسی در محل پیچه می‌شود (شکل ۲-۴) و همین امر جریان الکتریکی القایی را در پیچه ایجاد می‌کند. پس می‌توان چنین نتیجه گرفت که: تغییر اندازه‌ی میدان مغناطیسی در محل یک مدار بسته باعث القای جریان الکتریکی در آن مدار می‌شود.



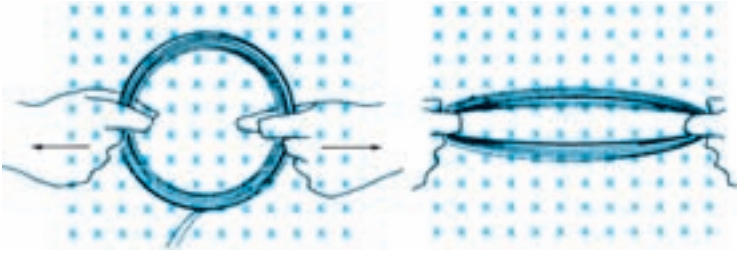
شکل ۲-۴

آزمایش نشان می‌دهد که علاوه بر روش گفته شده، به روش‌های دیگر نیز می‌توان در یک پیچه جریان الکتریکی القا کرد.

اگر پیچه‌ای از یک سیم انعطاف‌پذیر را مطابق شکل ۳-۴ در میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار دهیم، سپس پیچه را تغییر شکل دهیم به گونه‌ای که مساحت حلقه‌ی پیچه تغییر کند، خواهیم دید که در حین این عمل جریان الکتریکی در پیچه القا می‌شود. می‌توان نتیجه گرفت که:

تغییر مساحت مدار بسته در میدان مغناطیسی نیز می‌تواند عامل ایجاد جریان القایی

شود.



شکل ۴-۳- با تغییر مساحت پیچه در میدان مغناطیسی، جریان الکتریکی در پیچه القا می‌شود.

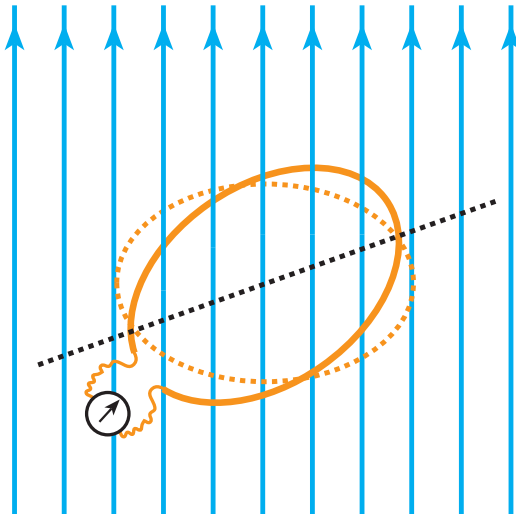
با انجام دادن فعالیت زیر، با یک روش دیگر ایجاد جریان الکتریکی القایی آشنا می‌شوید.

### فعالیت ۴-۱

یک آهنربای میله‌ای را در نزدیکی یک پیچه قرار دهید. بدون آنکه فاصله‌ی آهنربا از پیچه را تغییر دهید، پیچه را بچرخانید. هر تغییری را که در گالوانومتر مشاهده می‌کنید، بنویسید.

با چرخاندن پیچه در میدان مغناطیسی یکنواخت مطابق شکل ۴-۴، بزرگی میدان مغناطیسی و مساحت حلقه‌ی مدار تغییر نمی‌کند، ولی زاویه‌ی بین میدان مغناطیسی و سطح پیچه تغییر می‌کند. از این فعالیت نیز می‌توان نتیجه گرفت که:

تغییر زاویه‌ی بین حلقه و راستای میدان مغناطیسی نیز می‌تواند عامل برقراری جریان الکتریکی القایی شود.



شکل ۴-۴- در حین چرخش پیچه در میدان مغناطیسی و تغییر زاویه‌ی بین پیچه و راستای میدان مغناطیسی، جریان الکتریکی در پیچه القا می‌شود.

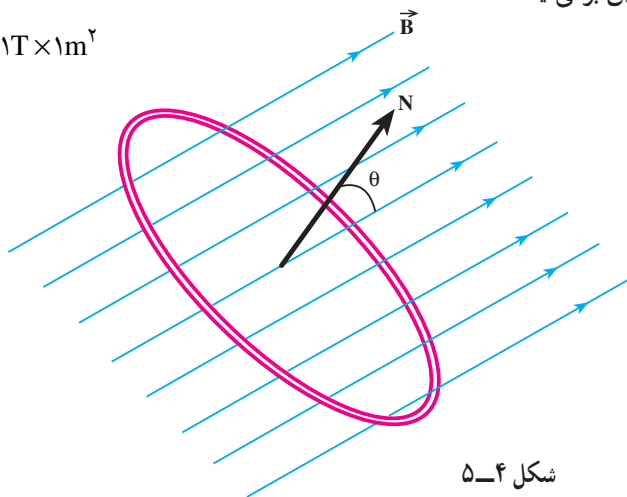
## ۴-۲- شار مغناطیسی

در آزمایش‌های قبل دیدیم که در اثر تغییر میدان مغناطیسی در حلقه، تغییر مساحت حلقه، و یا تغییر زاویه‌ی بین سطح حلقه و جهت میدان مغناطیسی، جریان الکتریکی در بیچه القا می‌شود. کمیتی به نام شار مغناطیسی، این سه کمیت را دربر دارد. این کمیت نرده‌ای به صورت زیر معرفی می‌شود. فرض کنید حلقه‌ای به مساحت  $A$  مطابق شکل ۴-۵ در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  قرار دارد. شار میدان مغناطیسی یکنواخت\* که از سطح حلقه می‌گذرد به صورت زیر تعریف و با نماد  $\Phi$  نمایش داده می‌شود.

$$\Phi = BA \cos \theta \quad (۴-۱)$$

که در این رابطه،  $\theta$  زاویه‌ی بین بردار میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  و نیم خط عمود بر سطح حلقه است (این نیم خط را می‌توان به طور اختیاری در هر یک از دو طرف سطح حلقه رسم کرد، ولی در هر مورد پس از انتخاب دیگر جهت آن را نباید عوض کرد). یکای شار مغناطیسی در SI وبر (Wb) است. از معادله‌ی ۴-۱ چنین برمی‌آید:

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \times 1 \text{ m}^2$$



شکل ۴-۵

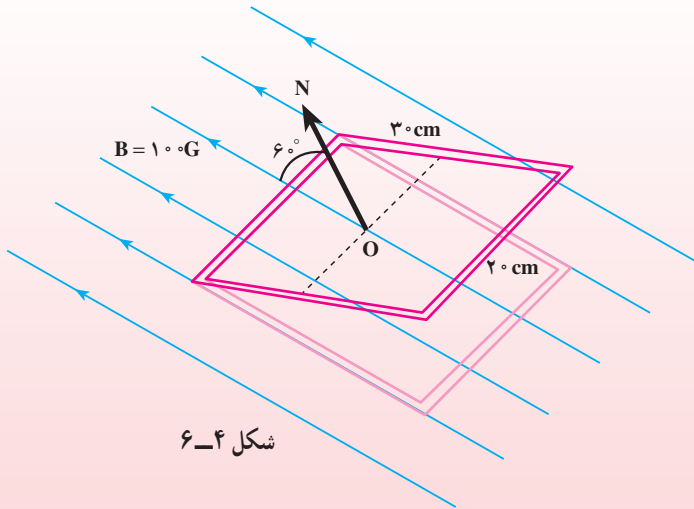
### مثال ۴-۱

الف) شار مغناطیسی عبوری از سطح یک قاب مستطیلی شکل به ابعاد  $3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  که خط عمود بر آن با میدان مغناطیسی یکنواخت  $100$  گاوس مطابق

\* اگر میدان مغناطیسی یکنواخت نباشد، رابطه‌ی مربوط به شار مغناطیسی پیچیده‌تر می‌شود. این رابطه فراتر از سطح برنامه این کتاب است.

شکل ۴-۶ زاویه‌ی  $6^\circ$  می‌سازد را به‌دست آورید.

ب) اگر این قاب را بچرخانیم به‌طوری که زاویه‌ی خط عمود بر آن با خط‌های میدان مغناطیسی از  $6^\circ$  به  $3^\circ$  کاهش یابد، شار مغناطیسی چه قدر تغییر می‌کند؟



حل: الف) نیم خط  $ON$  را مطابق شکل عمود بر سطح رسم می‌کنیم. زاویه‌ی بین خط‌های میدان و نیم خط  $ON$  برابر  $6^\circ$  است؛ بنابراین داریم:

$$A = 30 \times 20 = 600 \text{ cm}^2 = 6 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$B = 100 \text{ G} = 10^{-2} \text{ T}$$

$$\Phi = BA \cos \theta = 10^{-2} \times 6 \times 10^{-2} \cos 6^\circ = 3 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

ب) در وضعیت جدید داریم:

$$\theta = 3^\circ$$

در نتیجه، به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi' = BA \cos \theta' = 10^{-2} \times 6 \times 10^{-2} \cos 3^\circ$$

$$\Phi' = 5/2 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

تغییر شار حاصل از این چرخش برابر است با:

$$\Delta \Phi = \Phi' - \Phi = 5/2 \times 10^{-4} - 3 \times 10^{-4}$$

$$\Delta \Phi = 2/2 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

## تمرین ۴-۱

حلقه‌ای به مساحت  $5 \text{ cm}^2$  در یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  قرار دارد. با فرض این که خط‌های میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  عمود بر سطح حلقه باشند، اگر بزرگی میدان مغناطیسی بدون تغییر جهت آن به اندازه  $3 \text{ T}$  افزایش یابد، شار مغناطیسی که از سطح حلقه می‌گذرد، چه قدر تغییر می‌کند؟

با انجام دادن آزمایش‌ها و فعالیت‌های پیش درمی‌یابیم که تغییر هر یک از کمیت‌های  $A$ ،  $B$  و زاویه‌ی بین  $B$  و نیم‌خط عمود بر سطح باعث تغییر شار مغناطیسی می‌شود، و تغییر شار مغناطیسی باعث ایجاد جریان الکتریکی القایی در مدار می‌شود. درست شبیه به وضعیتی که یک مولد در مدار باشد، و نیروی محرکه‌ی آن جریانی در مدار ایجاد کرده باشد. علاوه بر این آزمایش‌ها نشان می‌دهند که هر چه تغییر شار سریع‌تر اتفاق افتد، جریان القایی و نیروی محرکه‌ی القایی بزرگ‌تر خواهد شد. مثلاً در آزمایش‌های مربوط به شکل‌های ۲-۴ تا ۴-۴ هر چه حرکتی که باعث تغییر شار مغناطیسی می‌شود، سریع‌تر انجام شود، عقربه‌ی گالوانومتر بیش‌تر منحرف می‌شود، و این نشان می‌دهد که جریان بزرگ‌تری به وجود آمده است.

لنز، فیزیکدان آلمانی روس‌تبار، و فارادی پدیده‌ی القای الکترومغناطیسی را فرمول‌بندی کردند، و قانون‌های القای الکترومغناطیسی را بیان کردند.

## ۴-۳- قانون القای الکترومغناطیسی فارادی

بنابر قانون فارادی هرگاه شار مغناطیسی‌ای که از مدار بسته‌ای می‌گذرد تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است.

یعنی هرچه آهنگ تغییر شار مغناطیسی بیش‌تر باشد، نیروی محرکه‌ی القایی و در نتیجه جریان ایجاد شده در مدار بیش‌تر خواهد بود. قانون فارادی را می‌توان با رابطه‌ی زیر بیان کرد.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (2-4)$$

در این رابطه،  $\mathcal{E}$  نیروی محرکه‌ی القایی برحسب ولت و  $\frac{d\Phi}{dt}$  آهنگ تغییر شار مغناطیسی (یعنی مشتق شار نسبت به زمان) برحسب وبر بر ثانیه ( $\frac{\text{Wb}}{\text{s}}$ ) است. علامت منفی نشان‌دهنده‌ی جهت

نیروی محرکه‌ی القایی است که در بخش بعد در مورد آن بیش‌تر سخن می‌گوییم.

**نیروی محرکه‌ی القایی در پیچه:** هر پیچه را می‌توان به صورت چند حلقه سیم که به‌طور متوالی به هم بسته شده‌اند، در نظر گرفت. تغییر شار مغناطیسی در هر حلقه‌ی پیچه نیروی محرکه‌ای القا می‌کند. نیروی محرکه‌ی القایی کل، برابر مجموع نیروی محرکه‌ی القا شده در حلقه‌هاست. به بیان دیگر، نیروی محرکه‌ی القایی در هر پیچه با تعداد دورهای پیچه (N) نیز نسبت مستقیم دارد؛ یعنی،

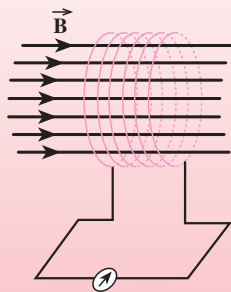
$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (۳-۴)$$

اگر شار مغناطیسی که از پیچه‌ای با N حلقه می‌گذرد در بازه‌ی زمانی  $\Delta t$  به اندازه‌ی  $\Phi$  تغییر کرده باشد، آهنگ متوسط تغییر شار مغناطیسی در بازه‌ی زمانی  $\Delta t$  برابر  $\frac{\Phi}{\Delta t}$  خواهد بود. نیروی محرکه‌ی القایی متوسط (که با  $\bar{\mathcal{E}}$  نمایش داده می‌شود) ایجاد شده در این پیچه از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Phi}{\Delta t} \quad (۴-۴)$$

### مثال ۲-۴

پیچه‌ای شامل  $200^\circ$  دور سیم با مساحت سطح مقطع  $2$  سانتی‌متر مربع مطابق شکل ۷-۴ در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار گرفته است؛ به گونه‌ای که خط‌های میدان بر سطح آن عمود است. بزرگی میدان مغناطیسی در بازه‌ی زمانی  $3/2$  میلی‌ثانیه و بدون تغییر جهت از  $18\text{T}$  به  $22\text{T}$  می‌رسد. اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط چه قدر است؟



شکل ۷-۴

**حل:** ابتدا شاری را که در دو حالت اولیه و نهایی از پیچه می‌گذرد، محاسبه

می‌کنیم.

$$\Phi_1 = B_1 A \cos \theta = 0.18 \times 2 \times 10^{-4} \times \cos 0^\circ = 3.6 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\Phi_2 = B_2 A \cos \theta = 0.22 \times 2 \times 10^{-4} \times \cos 0^\circ = 4.4 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$



تغییر شار مغناطیسی که از سطح پیچه می‌گذرد، برابر است با:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = 4/4 \times 10^{-5} - 3/6 \times 10^{-5} = 0/8 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

این تغییر شار در بازه‌ی زمانی  $3/2 \times 10^{-3}$  ثانیه روی داده است؛ بنابراین،  
آهنگ متوسط تغییر شار برابر است با:

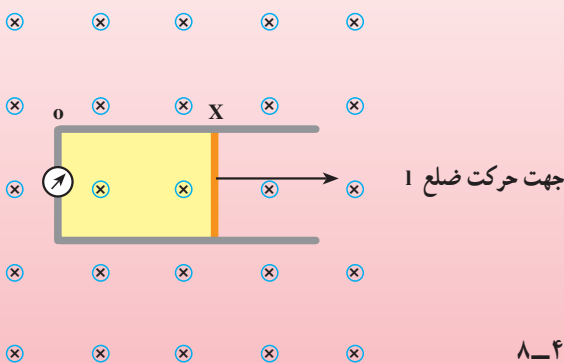
$$\frac{\Phi}{\Delta t} = \frac{0/8 \times 10^{-5}}{3/2 \times 10^{-3}} = 2/5 \times 10^{-3} \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

در نتیجه بزرگی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط برابر است با:

$$|\bar{\varepsilon}| = \left| -N \frac{\Phi}{\Delta t} \right| = \left| -200 \times 2/5 \times 10^{-3} \right| = 0/5 \text{ V}$$

### مثال ۳-۴

قاب مستطیلی شکلی که از سیم بدون روکش ساخته شده است مطابق شکل ۴-۸ در میدان مغناطیسی یکنواخت و ثابت با بزرگی  $0/18 \text{ T}$  قرار گرفته است. سطح حلقه بر میدان مغناطیسی عمود است. اگر ضلع  $l = 20 \text{ cm}$  با سرعت  $v = 20 \text{ m/s}$  در جهتی که در شکل نشان داده شده است حرکت کند بزرگی نیروی محرکه‌ی القایی را محاسبه کنید.



حل: بنابر قانون فارادی، نیروی محرکه‌ی القایی برابر است با  $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$ ، که

در آن  $\Phi$ ، شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد، برابر است با:

$$\Phi = AB \cos \theta$$

در این مسئله،  $B$  بزرگی میدان مغناطیسی ثابت است، همچنین  $\theta$  زاویه‌ی میدان مغناطیسی با نیم خط عمود بر حلقه ثابت و برابر صفر است و  $\cos \theta = 1$ ، و تنها مساحت حلقه با زمان تغییر می‌کند. مساحت حلقه در هر لحظه برابر است با:

$$A = lx = lvt$$

در نتیجه آهنگ تغییر مساحت با زمان از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$\frac{dA}{dt} = \frac{d(lvt)}{dt} = lv$$

در نتیجه، داریم:

$$|\varepsilon| = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| -\frac{d}{dt}(AB) \right| = B \frac{dA}{dt}$$

$$|\varepsilon| = lvB = 0.2 \times 20 \times 0.18$$

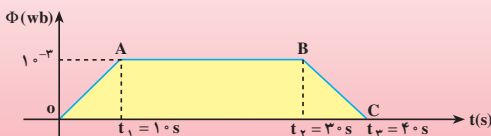
$$= 0.72 \text{ V} = 720 \text{ mV}$$

## تمرین ۲-۴

میدان مغناطیسی عمود بر یک قاب دایره‌ای شکل به قطر  $20$  سانتی‌متر با زمان تغییر می‌کند و در مدت  $5/0$  از  $28/0$  تسلا به  $12/0$  تسلا می‌رسد (تغییر علامت نشان می‌دهد که جهت میدان نیز وارون شده است). نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در حلقه را حساب کنید.

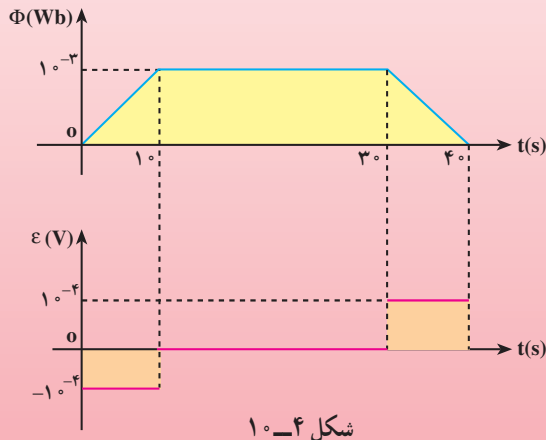
## مثال ۴-۴

نمودار تغییرات شار مغناطیسی که از یک حلقه می‌گذرد بر حسب زمان در منحنی شکل ۴-۹ داده شده است. نمودار تغییرات نیروی محرکه‌ی القا شده در حلقه را بر حسب زمان رسم کنید.



شکل ۴-۹

حل: نمودار تغییرات شار مغناطیسی بر حسب زمان نشان می‌دهد که در بازه‌ی زمانی  $t_1 = 0 - \Delta t_1$  شار به صورت خطی افزایش می‌یابد. در نتیجه، در این بازه نیروی محرکه‌ی القایی که برابر است با  $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ ، مقداری ثابت (برابر شیب خط OA) و منفی خواهد داشت و مقدار آن برابر است با  $10^{-4}$  ولت. در بازه‌ی زمانی  $t_2 = t_1 - \Delta t_2$  شار ثابت مانده است. بنابراین،  $\frac{d\Phi}{dt} = 0$  و نیروی محرکه‌ی القایی در این بازه برابر صفر است. در بازه‌ی زمانی  $t_3 = t_2 - \Delta t_3$ ، شار به صورت خطی کاهش یافته است،  $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ ؛ و در نتیجه، نیروی محرکه‌ی القایی در این بازه مثبت است و مقدار آن برابر است با  $10^{-4}$  ولت. نمودار این تغییرات در شکل ۴-۱۰ رسم شده است.



#### ۴-۴- محاسبه‌ی جریان القایی

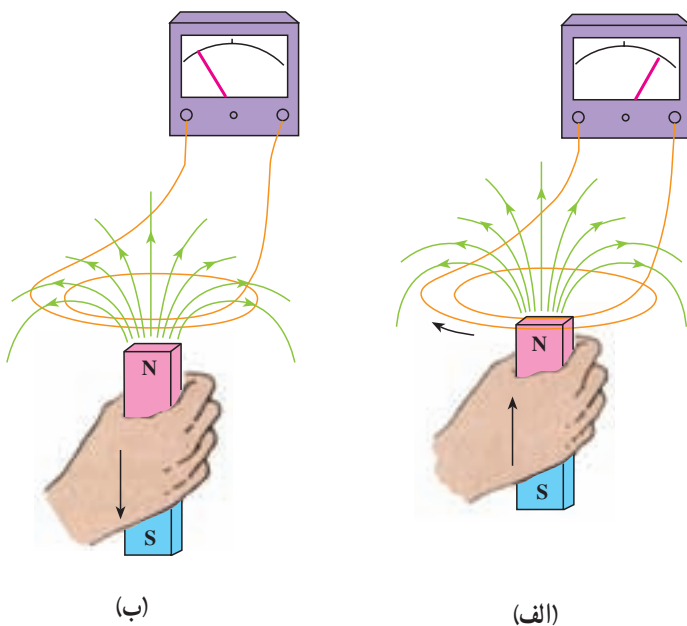
دیدیم که نیروی محرکه‌ی القایی در پیچه (و یا در حلقه) جریانی تولید می‌کند که به آن جریان القایی گفته می‌شود. اگر مقاومت پیچه برابر R باشد، جریان القا شده در آن از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{N}{R} \frac{d\Phi}{dt} \quad (5-4)$$

قانون لنز که به صورت زیر بیان می‌شود، در واقع دستورالعملی است برای تعیین جهت جریان القایی.

جریان القایی در مدار در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن با عامل

به وجود آورنده‌ی جریان القایی یعنی تغییر شار مغناطیسی مخالفت می‌کند. علامت منفی در رابطه‌ی ۴-۵ نشان‌دهنده‌ی همین مخالفت است. در عمل، برای به دست آوردن جهت جریان القایی در یک مدار از قانون لنز استفاده می‌شود. به عنوان مثال، اگر قطب N یک آهنربای میله‌ای را مطابق شکل ۴-۱۱ الف به یک پیچه نزدیک کنیم، شار مغناطیسی که از پیچه می‌گذرد، به دلیل قوی تر شدن میدان در محل پیچه، افزایش می‌یابد. جهت جریان القایی در پیچه همان‌طور که در شکل ۴-۱۱ الف نشان داده شده است در جهتی است که میدان مغناطیسی حاصل از آن در خلاف جهت میدان آهنربای میله‌ای باشد، تا با افزایش شار مغناطیسی که از پیچه می‌گذرد مخالفت کند. یعنی قطب N آهنربا را به عقب براند.



شکل ۴-۱۱- جریان القایی در جهتی است که با حرکت آهنربا به طرف پیچه مخالفت می‌کند.

### تمرین ۴-۳

قطب N یک آهنربای میله‌ای را مطابق شکل ۴-۱۱ ب از پیچه دور می‌کنیم، با استفاده از قانون لنز جهت جریان القایی را در پیچه تعیین کنید.

## مثال ۶-۴

سیملوله‌ای با  $500\ \Omega$  دور و مقاومت الکتریکی  $10\ \Omega$  و مساحت سطح مقطع  $25\text{cm}^2$  در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد. برای اینکه جریانی به شدت  $1\text{mA}$  در سیملوله القا شود، میدان مغناطیسی با چه آهنگی باید تغییر کند؟ فرض کنید سطح مقطع سیملوله بر میدان مغناطیسی عمود است.

حل: زاویه‌ی بین میدان و خط عمود بر سطح سیملوله صفر است، در نتیجه داریم:

$$\Phi = BA$$

چون مساحت هر حلقه‌ی سیملوله ثابت است، تغییر  $\Phi$  در اثر تغییر در بزرگی میدان مغناطیسی است. در نتیجه تغییر شار مغناطیسی برابر است با:

$$\Delta\Phi = A\Delta B$$

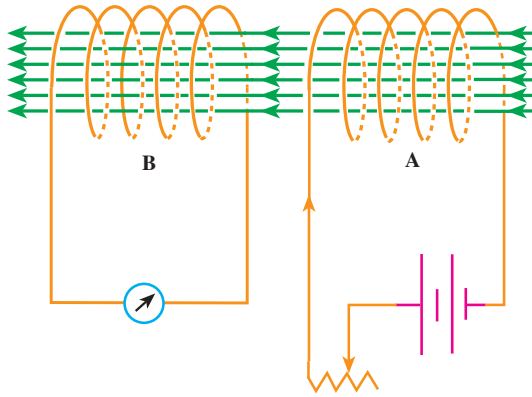
از سوی دیگر، با توجه به رابطه‌ی ۴-۴ اندازه‌ی جریان القایی برابر است با:

$$I = \left| \frac{N}{R} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{N}{R} \frac{A\Delta B}{\Delta t} \right|$$
$$= \frac{NA}{R} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$
$$10^{-3}\text{A} = \frac{500 \times 25 \times 10^{-4}\text{m}^2}{10\ \Omega} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$
$$\left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = 8 \times 10^{-3}\text{T/s}$$

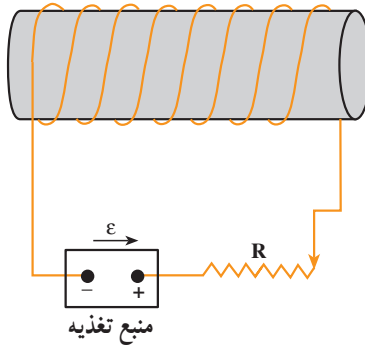
## ۵-۴- خود القایی

در آزمایش‌ها و فعالیت‌هایی که از ابتدای این فصل تا این‌جا انجام داده‌اید، همواره یک عامل خارجی باعث تغییر شار مغناطیسی و در نتیجه، القای نیروی محرکه و جریان الکتریکی در مدار شده است. برای مثال در شکل ۴-۱۲ تغییر جریان در مدار A باعث تغییر شار مغناطیسی در سیملوله‌ی B و ایجاد نیروی محرکه‌ی القایی در مدار B می‌شود. در ادامه به بررسی این موضوع می‌پردازیم که: تغییر جریان الکتریکی در یک مدار حتی در خود مدار نیروی محرکه‌ای را القا می‌کند. برای این کار مداری مطابق شکل ۴-۱۳ در نظر بگیرید.

فرض کنید که رُوستا با بیش‌ترین مقاومت در مدار قرار گرفته است و جریان ثابتی از مدار



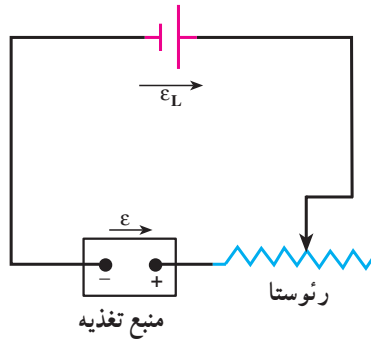
شکل ۴-۱۲- تغییر جریان در سیملوله‌ی A باعث ایجاد جریان در سیملوله‌ی B می‌شود.



شکل ۴-۱۳- خودالقایی - تغییر جریان در مدار نیروی محرکه‌ای در خود سیملوله القا می‌کند.

می‌گذرد. در نتیجه، شار مغناطیسی ثابت  $\Phi$  از سیملوله می‌گذرد. حال اگر مقاومت رثوستا را به تدریج کاهش دهیم، جریان در سیملوله افزایش می‌یابد. در مدتی که جریان در حال افزایش است، شار مغناطیسی که از سیملوله می‌گذرد افزایش پیدا می‌کند. بنابر قانون فارادی این تغییر شار باعث ایجاد نیروی محرکه‌ی القایی در خود مدار می‌شود. روشن است که در تمام مدتی که جریان ثابتی از مدار می‌گذرد، چون شار مغناطیسی تغییر نمی‌کند نیروی محرکه‌ی القایی وجود ندارد. به این پدیده که تغییر جریان در یک مدار باعث ایجاد نیروی محرکه‌ی القایی در همان مدار می‌شود خودالقایی می‌گویند. در این مثال، جهت این نیروی محرکه‌ی القایی چنان است که می‌خواهد مانع افزایش شار مغناطیسی‌ای شود که منبع تغذیه ایجاد می‌کند. افزایش شار مغناطیسی به دلیل افزایش شدت جریانی است که از مدار می‌گذرد، در نتیجه نیروی محرکه‌ی القایی در واقع در جهتی است که با افزایش شدت جریان

مقابله می کند. به عبارت دیگر در این حالت نیروی محرکه‌ی القایی معادل نیروی محرکه‌ی باتری‌ای عمل می کند که در جهت مخالف منبع تغذیه مانند شکل ۴-۱۴ در مدار قرار گرفته باشد.



شکل ۴-۱۴- خودالقایی باعث می شود که سیملوله مانند پیل  $\varepsilon$  در مدار عمل کند.

## ۲-۴ فعالیت

با بحث در گروه خود، نتیجه‌ی آزمایشی را پیش‌بینی کنید که در آن مشابه آزمایش بالا عمل شود؛ با این تفاوت که به جای کاهش مقاومت مدار، آن را افزایش دهند. دلیل وجود نیروی محرکه‌ی القایی و جهت آن را نیز مورد بحث قرار دهید.

به این ترتیب، دریافتیم که :

هرگاه جریانی که از یک سیملوله (یا یک پیچه) می‌گذرد، تغییر کند، در آن نیروی محرکه‌ای به وجود می‌آید که با عامل تغییر جریان مخالفت می‌کند و به آن نیروی محرکه‌ی خودالقایی گفته می‌شود. این پدیده را خودالقایی می‌نامند.

ضریب خودالقایی (یا القایدگی): در پدیده‌ی خودالقایی، در اثر عبور یک جریان الکتریکی متغیر از سیملوله، میدان مغناطیسی متغیری به وجود می‌آید. بزرگی این میدان در هر لحظه متناسب با جریانی است که در آن لحظه از سیملوله می‌گذرد (به عنوان مثال رابطه‌های ۳-۷ و ۳-۹ را ملاحظه کنید)، یعنی:

$$B \propto I$$

این میدان مغناطیسی متغیر، شار مغناطیسی متغیری را از سیملوله عبور می‌دهد که با میدان

مغناطیسی متناسب است و در نتیجه با شدت جریانی که از سیملوله می‌گذرد متناسب است، یعنی

$$\mathcal{E} = B \rightarrow \mathcal{E} = I$$

اگر ضریب تناسب را با نماد  $b$  نشان دهیم، داریم:

$$\Phi = bI$$

این شار مغناطیسی متغیر در هر حلقه‌ی سیملوله (یا پیچه) نیروی محرکه‌ای القا می‌کند که به صورت زیر است:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi}{dt}$$

یا:

$$\varepsilon_1 = -b \frac{dI}{dt}$$

در نتیجه اگر سیملوله دارای  $N$  حلقه باشد، نیروی محرکه‌ی القا شده در سیملوله برابر خواهد بود با:

$$\varepsilon_L = N\varepsilon_1$$

$$\varepsilon_L = -Nb \frac{dI}{dt}$$

اگر  $Nb = L$  قرار دهیم، نیروی محرکه‌ی خودالقایی سیملوله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt} \quad (4 - 5)$$

$L$  از مشخصات ساختمانی سیملوله است (به تعداد حلقه‌ها، طول سیملوله و ... بستگی دارد) و ضریب خودالقایی یا القایدگی سیملوله نام دارد. یکای خودالقایی «هانری» نام دارد که آن را با نماد  $H$  نمایش می‌دهند. یک هانری ضریب خودالقایی سیملوله‌ای است که هرگاه جریانی که از آن عبور می‌کند با آهنگ یک آمپر بر ثانیه تغییر کند، نیروی محرکه‌ای برابر یک ولت در آن القا شود.

به هر قسمتی از یک مدار که خاصیت خودالقایی داشته باشد، القاگر می‌گویند. پیچه و سیملوله در مداری با جریان متغیر القاگرند.

### مثال ۴-۷

از سیملوله‌ای به ضریب خودالقایی  $4H$ ، جریان متغیری می‌گذرد که با زمان به صورت  $I = 4t - 3$  تغییر می‌کند ( $I$  برحسب آمپر و  $t$  برحسب ثانیه است). بزرگی نیروی محرکه‌ی القا شده را محاسبه کنید.



حل: داریم

$$|\mathcal{E}| = \left| L \frac{dI}{dt} \right|$$

را از رابطه‌ی جریان برحسب زمان که در مسئله داده شده محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt}(4t - 3) = 4 \text{ A/s}$$

در نتیجه، به دست می‌آوریم

$$|\mathcal{E}| = 0.4 \times 4 = 1.6 \text{ V}$$

محاسبه‌ی ضریب خودالقایی سیملوله: در فصل ۳ دیدیم که میدان مغناطیسی حاصل از عبور جریانی به شدت  $I$  از سیملوله‌ای به طول  $l$  که دارای  $N$  حلقه است، در داخل سیملوله یکنواخت و موازی با محور سیملوله است و از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

علاوه بر این دیدیم که اگر سیملوله دارای هسته‌ای باشد، میدان مغناطیسی سیملوله تقویت می‌شود. میدان مغناطیسی سیملوله‌ای که هسته داشته باشد، در داخل سیملوله از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$B = k\mu_0 \frac{N}{l} I \quad (4-6)$$

که در آن  $k$  ضریبی است که به جنس هسته‌ی داخل سیملوله بستگی دارد و به آن تراوایی نسبی مغناطیسی هسته می‌گویند. با توجه به آن که میدان مغناطیسی در داخل سیملوله یکنواخت و موازی با محور سیملوله است، شار مغناطیسی حاصل از آن که از سیملوله می‌گذرد برابر است با:

$$\Phi_{AB} = k\mu_0 \frac{NA}{l} I \quad (4-7)$$

نیروی محرکه‌ی خودالقایی برابر است با:

$$\mathcal{E}_L = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (4-8)$$

با قرار دادن  $\Phi$  از رابطه‌ی ۴-۷ در رابطه‌ی ۴-۸ به دست می‌آوریم:

$$\varepsilon_L = -N \frac{d}{dt} \left( k\mu \cdot \frac{NA}{l} I \right)$$

یعنی :

$$\varepsilon_L = -k\mu \cdot \frac{N^2 A}{l} \frac{dI}{dt} \quad (9-4)$$

از مقایسه‌ی رابطه‌های ۴-۵ و ۴-۹ به دست می‌آوریم :

$$L = k\mu \cdot \frac{N^2 A}{l} \quad (10-4)$$

این رابطه نشان می‌دهد که ضریب خودالقایی از مشخصه‌های ساختاری القاگر است و به جریان متغیری که از القاگر می‌گذرد بستگی ندارد.

### مثال ۴-۱

سیملوله‌ای بدون هسته، با سطح مقطع  $10 \text{ cm}^2$  و طول  $50 \text{ cm}$  در نظر بگیرید. اگر تعداد حلقه‌های این سیملوله برابر  $2000$  باشد، ضریب خودالقایی آن را حساب کنید.

حل: چون سیملوله بدون هسته است،  $k = 1$  است بنابراین با استفاده از رابطه‌ی

۴-۱۰ داریم :

$$L = 1 \times 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{(2000)^2 \times (10 \times 10^{-4})}{0.5}$$

در نتیجه :

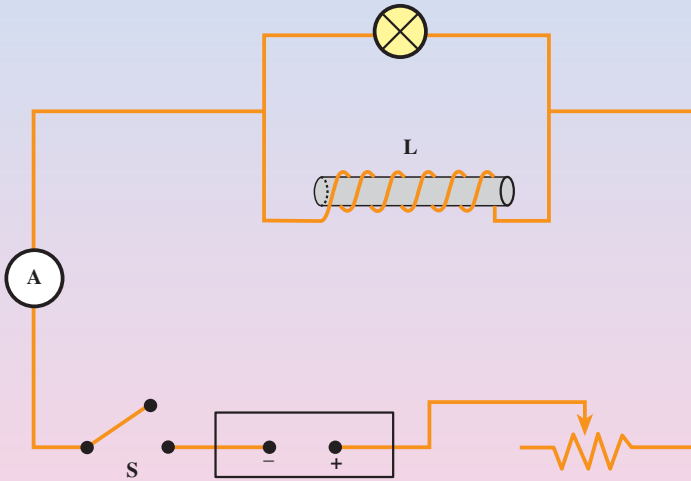
$$L = 10^{-2} \text{ H} = 10 \text{ mH}$$

### تمرین ۴-۴

دو سیملوله با سطح مقطع و تعداد دور یکسان در نظر بگیرید. اگر طول یکی از سیملوله‌ها دو برابر دیگری باشد، نسبت ضریب خودالقایی آن‌ها را محاسبه کنید.

## آزمایش ۲-۴

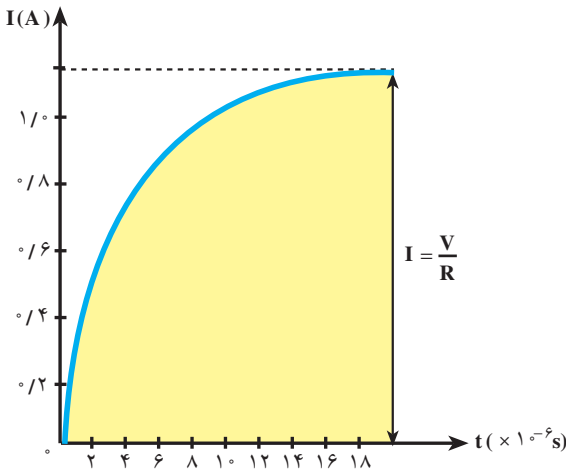
- وسایله‌های آزمایش: لامپ ۱۲ ولتی، منبع تغذیه، رئوستا، کلید، سیم رابط، سیملوله (با ۲۰۰ تا ۴۰۰ دور) و هسته‌ی آهنی.
- ۱- مداری مطابق شکل ۴-۱۵ ببندید.
  - ۲- رئوستا را به گونه‌ای تنظیم کنید تا لامپ با روشنایی ضعیف تابش کند.
  - ۳- کلید S را سریعاً قطع کنید و آنچه را مشاهده می‌کنید پس از بحث در گروه به کلاس گزارش کنید.



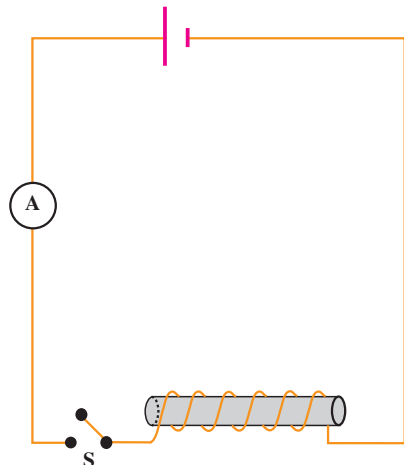
شکل ۴-۱۵

دیدیم که تغییر جریان در یک القاگر باعث ایجاد نیروی محرکه‌ی القایی در آن می‌شود. ایجاد نیروی محرکه‌ی القایی باعث می‌شود جریان به سرعت به مقدار نهایی خود نرسد. برای مثال مداری مانند شکل ۴-۱۶ در نظر بگیرید که در آن یک سیملوله با تعداد دور نسبتاً زیاد به دو سر یک باتری بسته شده است. هنگامی که کلید S را می‌بندیم، جریان به‌طور آنی به مقداری که از قانون اهم ( $I = \frac{V}{R}$ ) به دست می‌آید نمی‌رسد، بلکه با زمان تغییر می‌کند. منحنی تغییر جریان با زمان به صورت منحنی شکل ۴-۱۶ ب است.

این اثر را می‌توانیم به این صورت توجیه کنیم که به هنگام بستن کلید، جریان از صفر روبه



(ب) چگونگی تغییر جریان با زمان به هنگام بستن کلید



(الف) سیمی به مقاومت  $R$  را به صورت یک سیملوله بسته ایم

شکل ۴-۱۶ اثر خودالقایی در مدار شامل سیملوله (اعداد روی شکل مربوط به یک آزمایش خاص است)

افزایش می‌گذارد و نیروی محرکه‌ی خودالقایی در جهت مخالف نیروی محرکه‌ی مولد در سیملوله القا می‌شود، در نتیجه جریان در مدار کم‌تر از حالتی است که خودالقا در مدار وجود نداشته باشد. یعنی جریان کم‌تر از مقداری است که از رابطه‌ی  $I = \frac{V}{R}$  به دست می‌آید. با گذشت زمان و نزدیک شدن جریان به  $I$ ، آهنگ تغییر جریان کندتر می‌شود. بنابراین نیروی محرکه‌ی خودالقایی نیز کوچک‌تر می‌شود. هنگامی که جریان برابر  $I$  می‌شود، دیگر جریان تغییر نمی‌کند و نیروی محرکه‌ی خودالقایی به صفر می‌رسد.

### فعالیت ۴-۳

با توجه به مطالب بالا نتیجه‌ی آزمایش ۴-۲ را توجیه کنید.

### ۴-۶ انرژی ذخیره شده در القاگر

هنگامی که در دو سر القاگری اختلاف پتانسیل برقرار شود، از طرف مولد به القاگر انرژی داده می‌شود. بخشی از این انرژی در مقاومت  $R$  تلف می‌شود و بقیه‌ی آن در میدان مغناطیسی سیملوله ذخیره می‌شود، این انرژی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

(۴-۱۱)

این انرژی در میدان مغناطیسی حاصل از عبور جریان از القاگر ذخیره می‌شود.

### مثال ۴-۹

سیملوله‌ای با ضریب خودالقایی  $4\text{ mH}$  و مقاومت  $100\ \Omega$  مفروض است. سیملوله را مطابق شکل ۴-۱۵ به یک باتری  $6\text{ V}$  ولتی وصل می‌کنیم. چه مقدار انرژی در سیملوله ذخیره می‌شود؟

حل: پس از آنکه جریان در سیملوله به مقدار نهایی خود رسید، داریم:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{6}{100} = 0.06\text{ A}$$

با استفاده از رابطه‌ی ۴-۱۱ انرژی ذخیره شده در القاگر برابر است با:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} LI^2 \\ &= \frac{1}{2} (0.004) (0.06)^2 = 7.2 \times 10^{-4}\text{ J} \end{aligned}$$

### تمرین ۴-۵

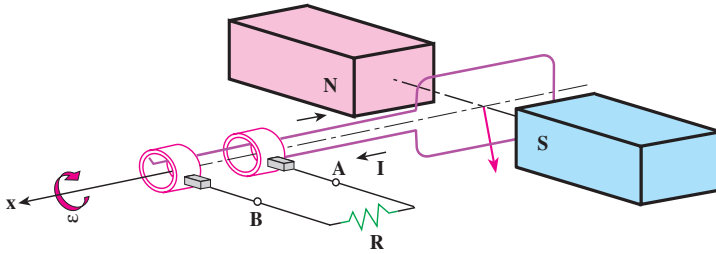
رابطه‌ای برای انرژی ذخیره شده در یک سیملوله‌ی بدون هسته بر حسب ویژگی‌های سیملوله به دست آورید.

### ۴-۷- جریان متناوب

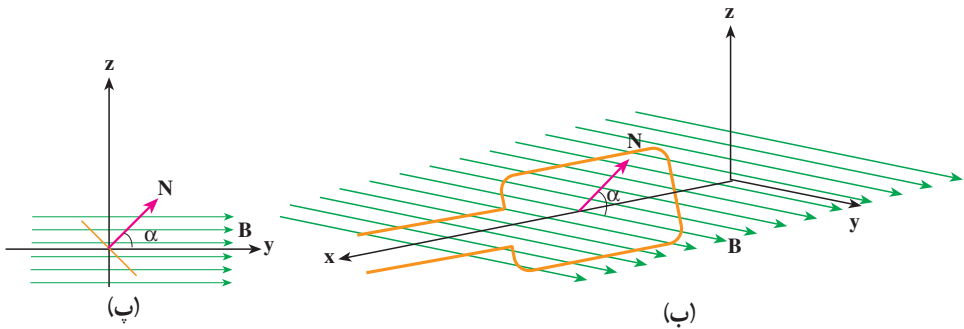
یکی از کاربردهای مهم القای الکترومغناطیسی، تولید جریان متناوب است. دیدیم که برای ایجاد نیروی محرکه‌ی القایی باید شار عبوری از مدار تغییر کند، و شار مغناطیسی‌ای که از یک پیچه می‌گذرد از رابطه‌ی  $\Phi = AB \cos \alpha$  محاسبه می‌شود، که در آن  $\alpha$  زاویه‌ی بین نیم‌خط عمود بر سطح پیچه و میدان مغناطیسی است.

ساده‌ترین راه برای تغییر شار، تغییر زاویه‌ی  $\alpha$  است. به همین لحاظ متداول‌ترین روش تولید جریان القایی، تغییر زاویه‌ی  $\alpha$  است.

شکل ۴-۱۷ الف پیچه‌ای را نشان می‌دهد که می‌تواند در میدان مغناطیسی یکنواخت حول محور  $x$  دوران کند. محور  $y$  را منطبق بر راستای میدان مغناطیسی انتخاب کرده‌ایم، شکل‌های ۴-۱۷ ب و پ نشان می‌دهند که چگونه زاویه‌ی  $\alpha$ ، با چرخش پیچه حول محور  $x$ ، تغییر می‌کند.



(الف) پیچه در میدان مغناطیسی یکنواخت می چرخد



شکل ۴-۱۷

اگر زمان یک دور چرخش پیچه T ثانیه باشد، پیچه در مدت t ثانیه  $\frac{t}{T}$  دور خواهد چرخید. هر دور کامل برابر  $2\pi$  رادیان است. در نتیجه اگر پیچه در لحظه  $t = 0$  در وضعیت عمود بر میدان مغناطیسی ( $\alpha = 0^\circ$ ) باشد، پس از گذشت t ثانیه در وضعیت زیر خواهد بود:

$$\alpha = 2\pi \frac{t}{T} \quad (۴-۱۲)$$

T یعنی زمان چرخش یک دور کامل را «دوره» یا «زمان تناوب» می نامند.  $\frac{2\pi}{T}$  را با  $\omega$

نمایش می دهند و به آن بسامد زاویه ای می گویند. در نتیجه داریم:

$$\alpha = \omega t$$

در نتیجه شار مغناطیسی  $\Phi = AB \cos \alpha$  که در لحظه  $t$  از پیچه عبور می کند برابر است با:

$$\Phi = AB \cos \omega t \quad (۴-۱۳)$$

نیروی محرکه ای القا شده در پیچه با توجه به قانون فارادی از رابطه  $۴-۳$  محاسبه می شود

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -NAB \frac{d(\cos \omega t)}{dt}$$

و یا

$$\varepsilon = NAB\omega \sin \omega t \quad (۴-۱۴)$$

یعنی نیروی محرکه‌ای که در پیچه القا می‌شود با زمان تغییر می‌کند. بیش‌ترین مقدار این نیروی محرکه مربوط به زمانی است که برای آن  $\sin \omega t = 1$  باشد و برابر است با  $\epsilon_m = NAB\omega$ . در نتیجه می‌توانیم بنویسیم:

$$\epsilon = \epsilon_m \sin \omega t \quad (15-4)$$

این رابطه نشان می‌دهد که نیروی محرکه‌ی القا شده به‌طور دوره‌ای تغییر می‌کند.

### تمرین ۴-۶

- (الف) نمودار تغییرات شاری که از مدار پیچه در شکل ۴-۱۷ الف می‌گذرد را بر حسب زمان در طول یک دوره‌ی چرخش پیچه رسم کنید.
- (ب) نمودار تغییرات نیروی محرکه‌ی القا شده در پیچه در شکل ۴-۱۷ الف را بر حسب زمان در طول یک دوره‌ی چرخش پیچه رسم کنید.

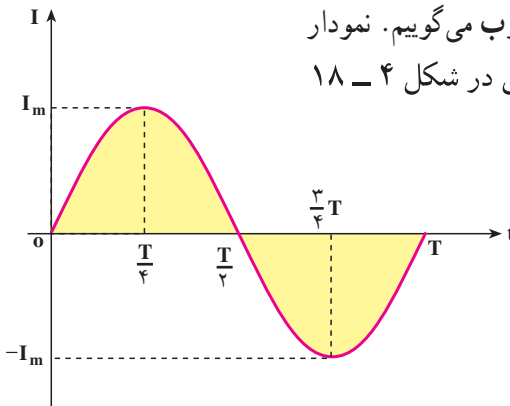
اگر مقاومت مدار برابر  $R$  باشد، جریان حاصل از این نیروی محرکه از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{\epsilon_m}{R} \sin \omega t \quad (16-4)$$

این رابطه نشان می‌دهد که جریان نیز با زمان تغییر می‌کند. بیش‌ترین مقدار جریانی که از مدار می‌گذرد، مربوط به زمانی است که  $\sin \omega t = 1$  باشد، و برابر است با  $I_m = \frac{\epsilon_m}{R}$ . در نتیجه می‌توانیم بنویسیم

$$I = I_m \sin \omega t \quad (17-4)$$

رابطه‌ی ۴-۱۷ نشان می‌دهد که جریان الکتریکی تولید شده در مدار پیچه به‌طور سینوسی تغییر می‌کند. به یک چنین جریانی، جریان متناوب می‌گوییم. نمودار تغییرات جریان متناوب در یک دوره‌ی کامل در شکل ۴-۱۸ رسم شده است.



شکل ۴-۱۸- نمودار تغییرات جریان متناوب سینوسی در یک دوره

## فعالیت ۴-۴

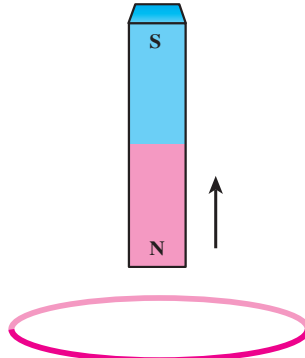
با بحث در گروه خود و با استفاده از نمودار شکل ۴-۱۸ جهت جریان متناوب را در هر بازه‌ی زمانی برابر  $\frac{1}{4}$  دوره مورد بررسی قرار دهید، و نتیجه را به کلاس گزارش کنید.

در صنعت برای ایجاد جریان متناوب از مولدهای مخصوصی استفاده می‌شود که به آن‌ها «مولدهای صنعتی جریان متناوب» گفته می‌شود. در مولدهای صنعتی، پیچ‌ها را ساکن گرفته و آهنربا را در مقابل آن‌ها می‌چرخانند.



## تمرین های فصل چهارم

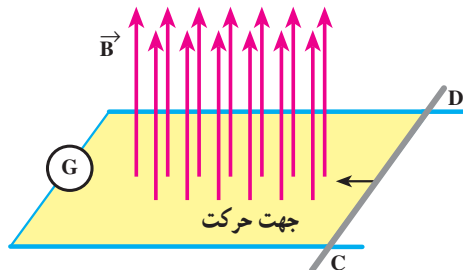
۱- قطب شمال یک آهنربا، مطابق شکل ۴-۱۹ از یک حلقه ی فلزی دور می شود. جهت جریان القایی را در حلقه مشخص کنید.



شکل ۴-۱۹

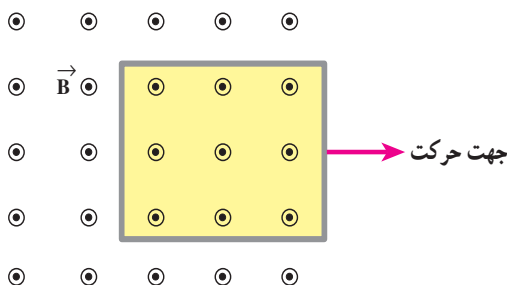
۲- یک آهنربای میله ای را به طور قائم از ارتفاع معینی نزدیک زمین رها می کنیم. اگر سطح زمین در محل برخورد آهنربا با آن نرم باشد آهنربا در زمین فرو می رود. اگر این آزمایش را بار دیگر در وضعیتی تکرار کنیم که آهنربا در حین سقوط از درون حلقه های یک پیچه بگذرد، مقدار فرورفتگی آهنربا در زمین چه تغییری خواهد کرد؟ چرا؟ (از اثر مغناطیسی زمین بر روی آهنربا چشم پوشی کنید.)

۳- دو میله ی رسانای موازی در صفحه ای عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  قرار دارند. این میله ها توسط گالوانومتری مطابق شکل ۴-۲۰ به یک دیگر بسته شده اند. میله ی رسانای CD می تواند روی دو میله ی موازی بلغزد. اگر میله ی CD در جهت نشان داده شده در شکل به حرکت درآید جهت جریان القایی در مدار در چه سویی است؟



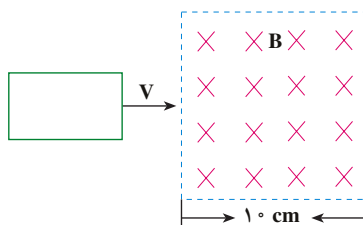
شکل ۴-۲۰

۴- بیچه‌ی مستطیلی را که شکل ۲۱-۴ نشان داده شده است به طرف راست می‌کشیم و از میدان مغناطیسی برونسو خارج می‌کنیم. جهت جریان القایی در بیچه در چه سویی است؟



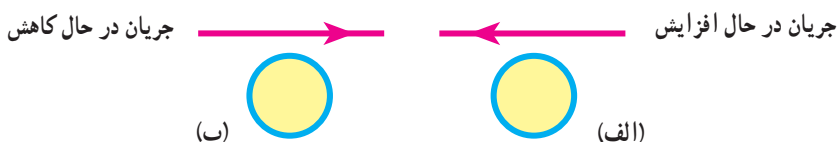
شکل ۲۱-۴

۵- حلقه‌ی فلزی مستطیل شکلی به ابعاد  $3\text{cm} \times 5\text{cm}$  مطابق شکل ۲۲-۴ با سرعت ثابت  $2\text{m/s}$  وارد میدان مغناطیسی یکنواخت  $2\text{T}$  می‌شود و از طرف دیگر آن خارج می‌شود. نمودار تغییرات شارسی که از حلقه می‌گذرد و نیروی محرکه‌ی القا شده در آن را بر حسب زمان رسم کنید.



شکل ۲۲-۴

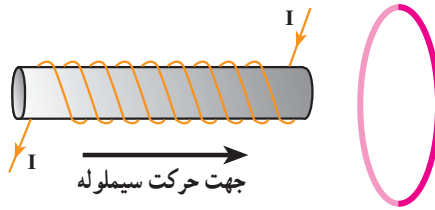
۶- جهت جریان القایی در هر یک از حلقه‌های دایره‌ای نشان داده شده در شکل ۲۳-۴ در چه سویی است؟



شکل ۲۳-۴

۷- پیچه‌ای که دارای ۱۰۰۰ حلقه است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی که اندازه‌ی آن  $0.4\text{ T}$  و جهت آن از راست به چپ است، قرار دارد. میدان مغناطیسی در مدت  $0.1\text{ s}$  تغییر کرده و به  $0.4\text{ T}$  در خلاف جهت اولیه می‌رسد. اگر سطح هر حلقه‌ی پیچه  $5\text{ cm}^2$  باشد، الف - اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در پیچه را حساب کنید. ب - جهت جریان القایی را تعیین کنید.

۸- در شکل ۴-۲۴ اگر سیملوله را در جهت نشان داده شده در شکل به حلقه نزدیک کنیم جریان القایی در حلقه در چه جهتی است؟



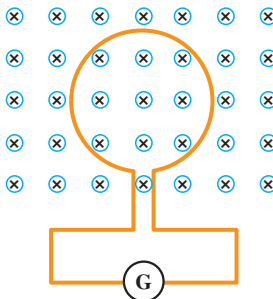
شکل ۴-۲۴

۹- پیچه‌ای با سطح مقطع  $3\text{ cm}^2$  دارای ۱۰۰۰ حلقه است و در ابتدا بر میدان مغناطیسی زمین عمود است. اگر در مدت  $0.2\text{ s}$  پیچه بچرخد و موازی میدان مغناطیسی زمین قرار بگیرد، نیروی محرکه‌ی متوسط القایی در آن چه قدر است؟ اندازه‌ی میدان زمین را  $0.5\text{ G}$  در نظر بگیرید. ۱۰- اگر شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای مطابق رابطه‌ی زیر (در SI) تغییر کند:

$$\Phi_B = (4t^2 + 3t - 1) \times 10^{-3}$$

بزرگی نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه در لحظه‌ی  $t = 2\text{ s}$  چه قدر است؟

۱۱- حلقه‌ای مطابق شکل ۴-۲۵ درون یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد. اگر اندازه‌ی میدان افزایش یابد، جهت جریان القایی را روی حلقه مشخص کنید.



شکل ۴-۲۵

۱۲- جریان متناوبی که بیشینه‌ی آن  $2A$  و دوره‌ی آن  $2s$  است از یک رسانای  $5$  اهمی می‌گذرد. (الف) در چه لحظه‌هایی شدت جریان بیشینه خواهد بود؟ در این لحظه‌ها نیروی محرکه‌ی

القایی چه قدر است؟ (ب) در لحظه‌ی  $t = \frac{1}{4}s$ ، شدت جریان چه قدر است؟

۱۳- شکل ۴-۲۶ دینام یک دوچرخه را نشان می‌دهد، تحقیق کنید چگونه این دینام، برق مورد نیاز برای روشن شدن لامپ دوچرخه را تولید می‌کند.



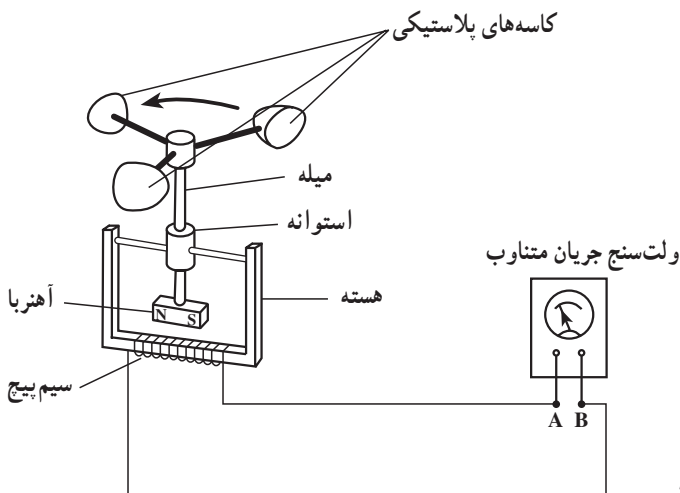
شکل ۴-۲۶- دینام دوچرخه

۱۴- شکل ۴-۲۷ ساختمان یک بادسنج را نشان می‌دهد. اگر این بادسنج را روی بام خانه نصب کنیم، به هنگام وزیدن باد میله‌ی آن می‌چرخد و ولت‌سنج عددی را نشان می‌دهد.

الف) چرا چرخش میله سبب انحراف عقربه‌ی ولت‌سنج می‌شود؟

ب) آیا با افزایش سرعت باد، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد تغییر می‌کند؟ چرا؟

پ) برای بهبود و افزایش دقت کار دستگاه دو پیشنهاد ارائه دهید.



شکل ۴-۲۷