

شکل ۱۴-۵

حل: برای حل این مثال، در جست و جوی مفصل‌هایی برمی‌آییم که مشابه با مفصل‌های ارائه شده در شکل‌های ۱۲-۵ و ۱۳-۵ باشند، داریم:

مفصل G شکل ۱۴-۵ ب:

$$\sum f_y = 0 \uparrow \Rightarrow F_{GC} = 0 \quad \text{پاسخ}$$

مفصل D شکل ۱۴-۵ ج:

$$\sum f_y = 0 \uparrow \Rightarrow F_{DF} = 0 \quad \text{پاسخ}$$

مفصل F شکل ۱۴-۵ د:

$$\sum f_y = 0 \uparrow \Rightarrow F_{FC} \cos \theta + F_{FD} \cos \beta = 0 \Rightarrow F_{FC} \cos \theta = 0 \quad \text{پاسخ}$$

چون $\theta \neq 0$ پس

$$F_{FC} = 0 \quad \text{پاسخ}$$

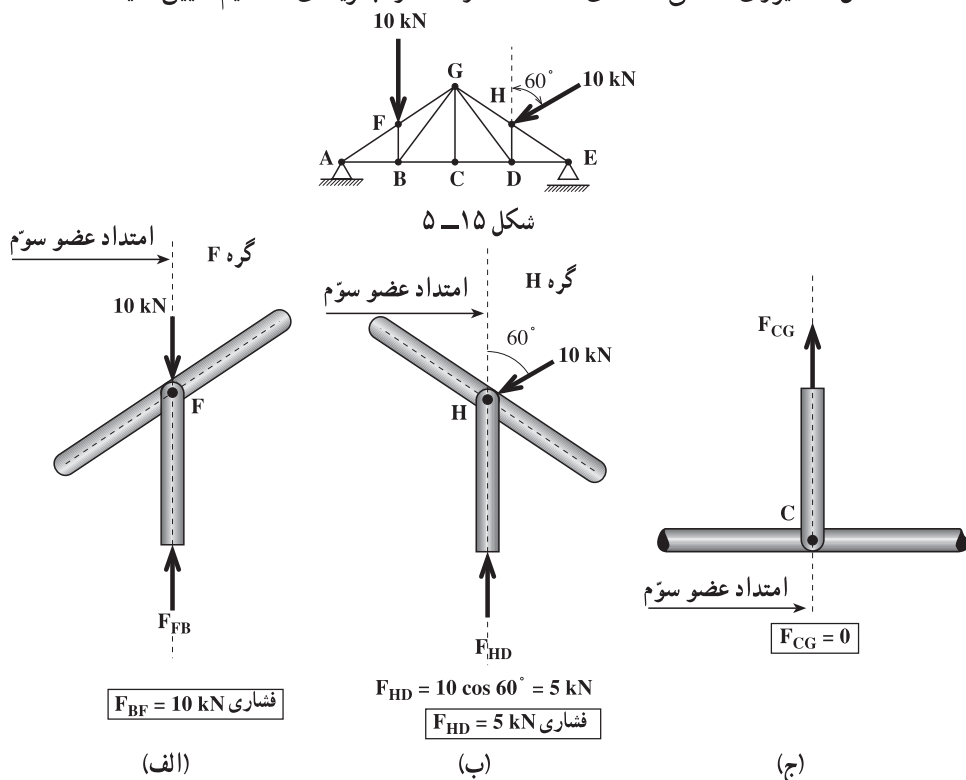
توجه کنید که اگر مفصل B را تحلیل کنیم، (شکل ۱۴-۵ ه) خواهیم داشت:

$$\sum f_y = 0 \downarrow \Rightarrow 2 - F_{BH} = 0 \Rightarrow F_{BH} = 2 \text{ kN}$$

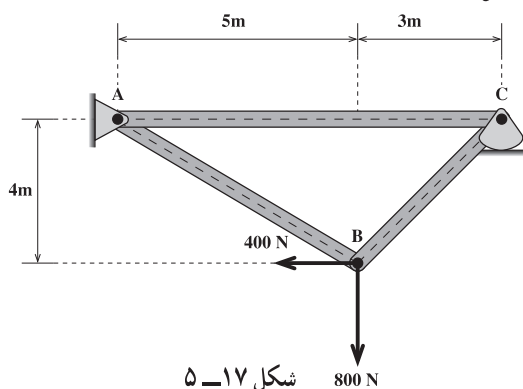
با محاسبه‌ی مقدار عددی F_{BH} می‌توان شرایط تعادل در مفصل H، شکل ۱۴-۵ و را بررسی کرد. اگر برای تعادل در مفصل H، رابطه‌ی تعادل $\sum F_y = 0$ در آن مفصل تشکیل شود، نتیجه می‌گیریم که عضو HC، یک عضو صفر نیرویی نیست.

نتیجه‌گیری: اگر در یک گره سه عضو متصل باشند، به طوری که دو عضو از آن‌ها در یک امتداد باشند، نیروی عضو سوم برابر است با مقدار و یا تصویر نیروی خارجی همان گره در امتداد خودش.

مثال ۵: نیروی داخلی اعضای FB، HD و CG را بطریقه‌ی مستقیم تعیین کنید.



شکل ۵-۱۶

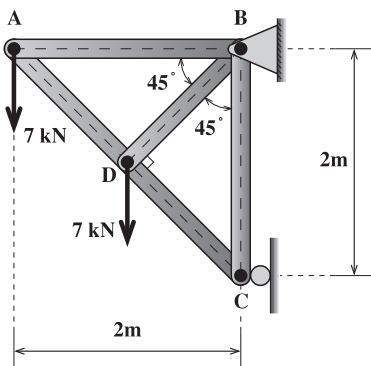


تمرین

۱- نیروی مؤثر بر هریک از عضوهای خراب را تعیین و بیان کنید که عضوها کششی هستند یا فشاری.

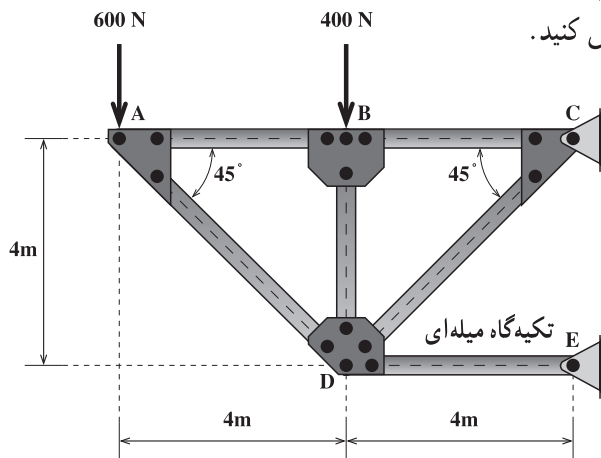
۱- این قاعده را برای گره‌هایی که دو عضو به آن‌ها متصل است می‌توان به کار گرفت. برای این منظور می‌توان در آن گره یک عضو موهومی (با سطح مقطع صفر) را در جهت دلخواهی و موازی با یکی از اعضا فرض کرد.

۲- نیروی مؤثر بر هریک از عضوهای خراب را تعیین و کششی یا فشاری بودن آن‌ها را مشخص کنید.



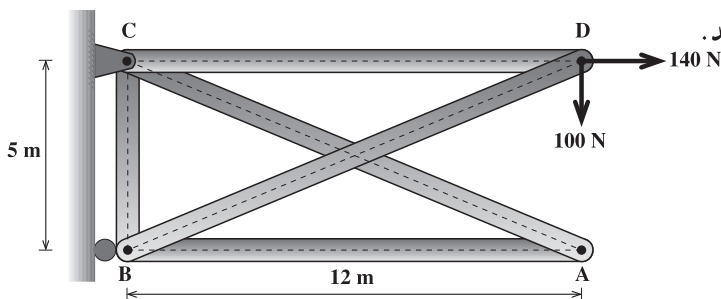
شکل ۱۸-۵

۳- خرابایی که در شکل ۵-۱۹ مشاهده می‌شود برای تحمل بار یک بالکن مورد استفاده قرار می‌گیرد. این خراب تحت اثر بارگذاری نشان داده‌شده قرار دارد. با فرض این که همه‌ی عضوها به وسیله‌ی پین به هم متصل شده‌اند، نیروی مؤثر بر هر عضو را به دست آورید و کششی یا فشاری بودن آن‌ها را نیز مشخص کنید.



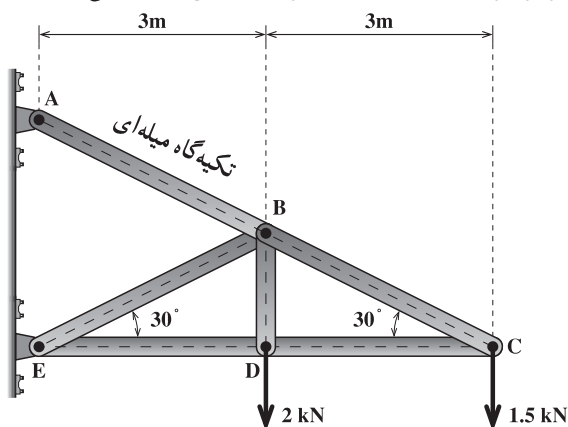
شکل ۱۹-۵

۴- نیروی مؤثر بر هریک از عضوهای خراب را تعیین و کششی یا فشاری بودن آن‌ها را مشخص کنید.



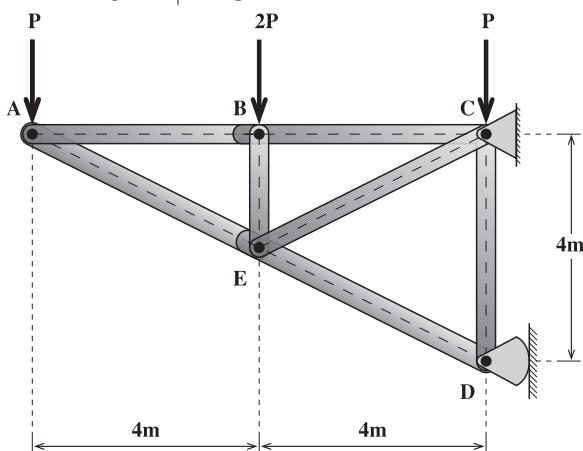
شکل ۲۰-۵

۵- نیروی مؤثر بر هریک از عضوهای خرپا را تعیین و کششی یا فشاری بودن هریک را مشخص کنید.

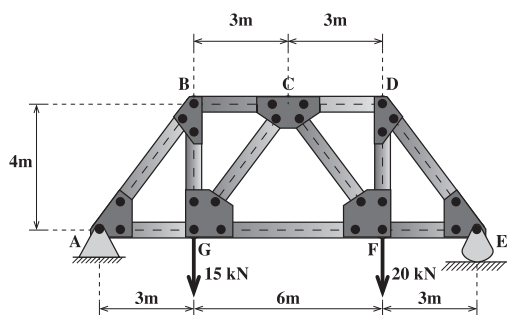


شکل ۲۱-۵

۶- نیروی مؤثر بر هریک از عضوهای خرپا را تعیین و کششی یا فشاری بودن هریک را مشخص کنید. فرض کنید همه‌ی اعضا به وسیله‌ی پین به هم متصل شده‌اند. $P = 4 \text{ kN}$



شکل ۲۲-۵



شکل ۲۳-۵

۷- در شکل ۵-۲۳ یک خرابای پل را مشاهده می‌کنید. این خرابا تحت اثر بارگذاری نشان داده شده قرار دارد. نیروی مؤثر بر هریک از اعضا را تعیین و کششی یا فشاری بودن عضو را نیز مشخص کنید. فرض کنید که همه‌ی اعضا به وسیله‌ی پین به هم متصل شده‌اند.

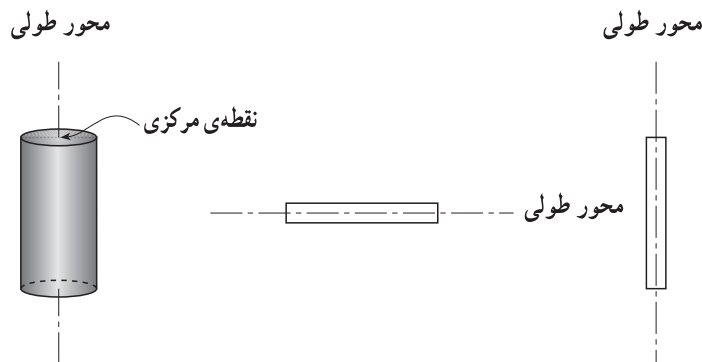
بارهای محوری

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل، هنرجو باید بتواند:

- ۱- بار محوری را تعریف کند.
- ۲- اثرات بار محوری را نام ببرد.
- ۳- تنش را توضیح دهد و معادله‌ی مربوط به آن را بیان کند.
- ۴- تنش قائم ناشی از بار محوری را محاسبه کند.

۱-۶- بار محوری

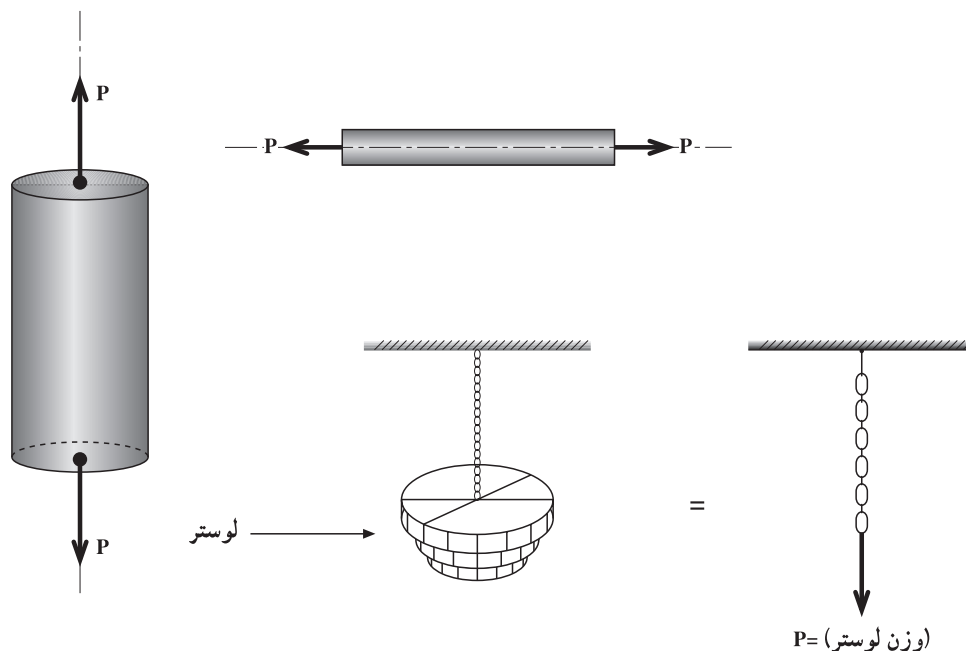
اگر بارهای خارجی، یا برآیند آن‌ها، در امتداد محور طولی عضو باشند، این نوع بار را بارهای محوری می‌نامند. منظور از محور طولی عضو، محوری است که در امتداد طول عضو و از نقطه‌ی مرکزی^۱ سطح مقطع عبور کند (شکل ۱-۶).



شکل ۱-۶

۶-۲- بار کششی

اگر اعمال بار به گونه‌ای باشد که طول جسم میل به افزایش داشته باشد، بار را کششی گویند. واضح است که در این حالت طول ثانویه بیش‌تر از طول اولیه‌ی جسم خواهد بود. علامت اختصاری این بار P است و طبق قرارداد آن را با علامت مثبت ($+P$) در نظر می‌گیرند. شکل‌های زیر نمونه‌هایی از بارهای کششی را نشان می‌دهد.

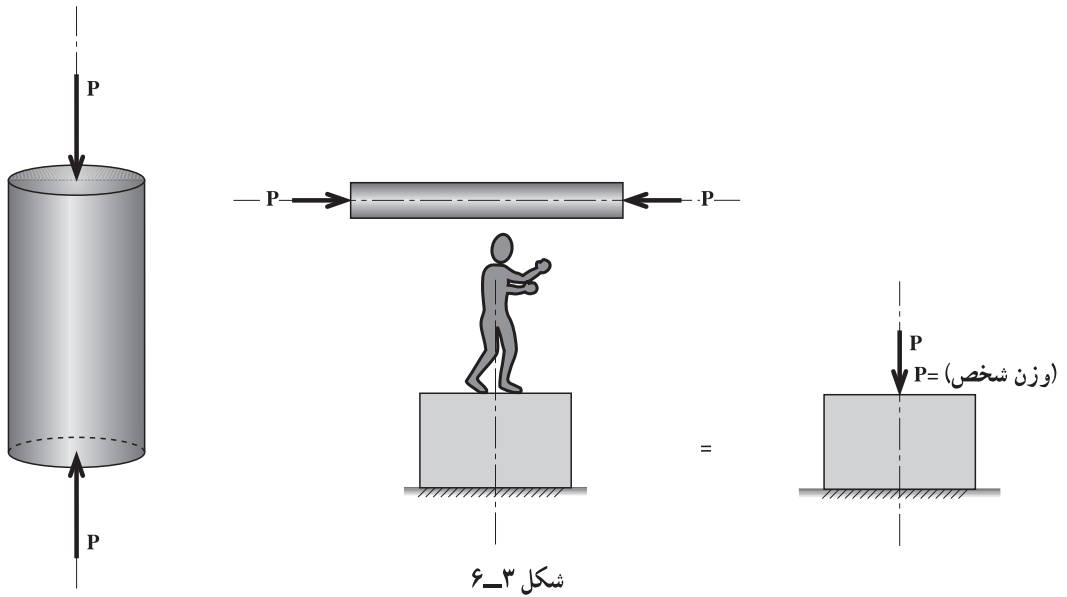


شکل ۶-۲

۶-۳- بار فشاری

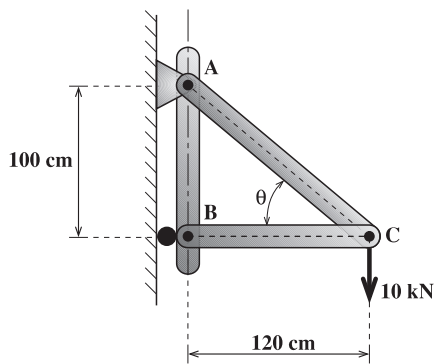
در صورتی که اعمال بار به گونه‌ای باشد که طول جسم میل به کاهش داشته باشد، بار را فشاری گویند. بدیهی است طول ثانویه‌ی جسم از طول اولیه‌ی آن کم‌تر خواهد بود. در این فصل فرض بر آن است که طول جسم به اندازه‌ی کافی کوتاه بوده و اثر کمانشی^۱ در آن مطرح نیست. در صفحه‌ی بعد نمونه‌هایی از بارهای فشاری نشان داده شده‌اند.

۱- این مبحث در بخش ستون‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.



برای نشان دادن نیروهای کششی و فشاری در یک سازه، به حل یک مثال اقدام می‌کنیم:

مثال ۱: نیروهای عضوهای نشان داده شده در شکل ۶-۴ را محاسبه کنید.

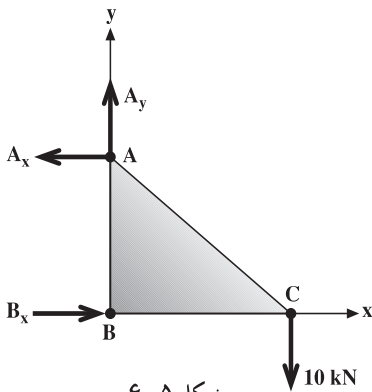


شکل ۶-۴

حل: با فرض صلب بودن عضوهای داخلی را با تعیین زاویه θ محاسبه می‌کنیم.

گام ۱: محاسبه‌ی عکس‌العمل‌ها:

$$\theta = \text{Arctg} \frac{1}{2} = 39.8^\circ$$



شکل ۵-۶

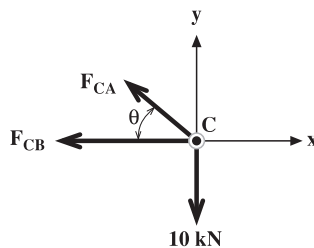
$$\sum f_x = 0 \rightarrow + \Rightarrow +B_x - A_x = 0 \Rightarrow B_x = A_x$$

$$\sum f_y = 0 \uparrow \Rightarrow +A_y - 10 = 0 \Rightarrow A_y = 10 \text{ kN} \leftarrow$$

$$\sum M_A = 0 \curvearrowright \Rightarrow +10 \times 1/2 - B_x \times 1/0 = 0 \Rightarrow B_x = 12 \text{ kN} \rightarrow$$

$$A_x = B_x = 12 \text{ kN}$$

گام ۲: بررسی تعادل یکی از گره‌های A، B یا C: بدین منظور نمودار پیکره‌ی آزاد یکی از گره‌ها را که دارای مجهولات کم‌تری (حداکثر ۲ مجهول) باشد رسم می‌کنیم، سپس دستگاه مختصات مناسبی را به دلخواه در آن در نظر می‌گیریم. آنگاه با نوشتن روابط تعادل ($\sum f_y = 0$ و $\sum f_x = 0$) اقدام به محاسبه‌ی نیروی داخلی می‌کنیم.



شکل ۶-۶

با فرض بررسی تعادل گره‌ی C، می‌توان، براساس جهت عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی، نتیجه گرفت که نیروی عضو AC کششی و نیروی عضو BC فشاری خواهد بود.

$$\sum f_x = 0 \rightarrow + \Rightarrow -F_{CB} - F_{CA} \cos \theta = 0 \quad (1) \quad -1$$

$$\sum f_y = 0 \uparrow \Rightarrow -10 + F_{CA} \sin \theta = 0 \quad (2)$$

از معادله‌ی (۲) داریم :

$$F_{CA} = \frac{1^\circ}{\sin \theta} = \frac{1^\circ}{\sin 64^\circ} = +15/62$$

$$F_{CA} = 15/62 \text{ kN}$$

کششی

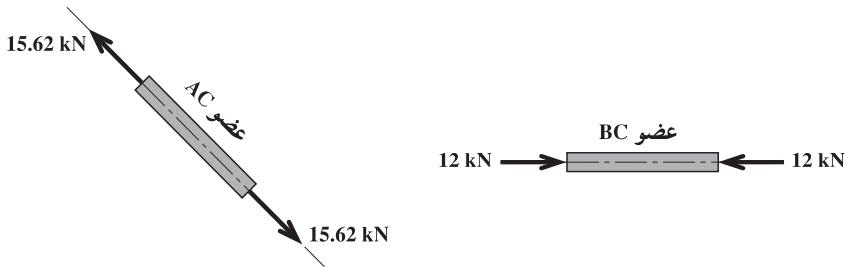
جهت فرض شده برای نیروی CA صحیح می‌باشد زیرا جواب به دست آمده مثبت است. با جایگزینی F_{CA} در معادله‌ی (۱) داریم :

$$-F_{CB} - F_{CA} \cos \theta = 0 \quad F_{CB} = -15/62 \times \cos 64^\circ / 77 = -12 \text{ kN}$$

علامت منفی نمایانگر فرض اشتباه جهت واقعی نیرو در عضو CB می‌باشد، پس نیرو در این عضو فشاری است.

$$F_{CB} = 12 \text{ kN}$$

فشاری



شکل ۶-۷

۶-۴- تنش ناشی از بار محوری

تنش عمودی^۱ (قائم): تنش به مقدار نیروی داخلی در واحد سطح گفته می‌شود. رابطه‌ی تنش عمودی عبارت است از :

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

(۶-۱)

* به نیروهای خارجی در واحد سطح «فشار» گفته می‌شود.

رابطه‌ی ۶-۱ بیانگر تنش قائم ناشی از بارگذاری محوری در یک عضو است که دیمانسیون آن در سیستم SI عبارت است از :

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{F}{L^2} = FL^{-2} = M.L.T^{-2}.L^{-2} = M.L^{-1}.T^{-2}$$

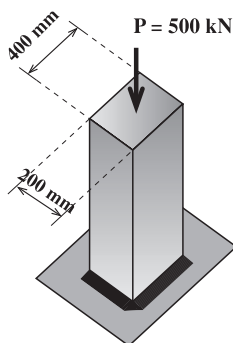
۱- (Normal Stress) این تنش بر سطح مقطع عمود است و واحد آن نیوتن بر متر مربع (پاسکال - Pa) و یا نیوتن بر میلی‌متر مربع

(مگاپاسکال - MPa) است. $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 10^6 \frac{\text{N}}{(1000 \text{ mm})^2} = 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \Rightarrow 1 \text{ MPa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

قرار داد: در رابطه ی ۶-۱ نیروهای کششی با علامت مثبت و نیروهای فشاری با علامت منفی دخالت داده می شوند، به همین دلیل شکل کلی رابطه ی ۶-۱ به صورت زیر است، و به تنشی که از این رابطه محاسبه می شود تنش متوسط گفته می شود.

$$\sigma = \pm \frac{P}{A} \quad (۶-۲)$$

مثال ۲: ستونی مطابق شکل ۶-۸ تحت تأثیر بار محوری ۵۰۰ کیلونیوتن قرار دارد. مطلوب است محاسبه ی تنش در پای ستون (از وزن ستون صرف نظر شود).



شکل ۶-۸

اطلاعات مسئله

$$P = -۵۰۰۰۰۰ \text{ N}$$

$$A = ۴۰۰ \times ۲۰۰ = ۸۰۰۰۰ \text{ mm}^2$$

$$\sigma = ?$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{-۵۰۰۰۰۰}{۸۰۰۰۰} = -۶/۲۵ \text{ N/mm}^2 = -۶/۲۵ \text{ MPa} \quad \text{حل:}$$

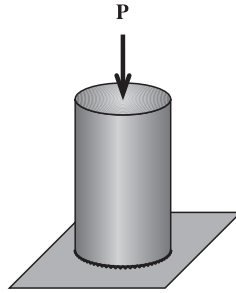
علامت منفی نمایانگر تنش فشاری در مقطع است که در اثر آن عضو فشرده می شود.

مثال ۳: ستونی با مقطع دایره و به شعاع ۱۰۰ میلی متر چه مقدار نیروی محوری را می تواند تحمل کند به طوری که تنش آن از حد ۱ نیوتن بر میلی متر مربع تجاوز نکند؟

$$r = ۱۰۰ \text{ mm} \Rightarrow A = \pi r^2 = ۳/۱۴ \times (۱۰۰)^2 = ۳/۱۴ \times ۱۰۰۰۰ = ۳۱۴۰۰ \text{ mm}^2$$

$$\sigma = ۱ \text{ N/mm}^2$$

$$P = ?$$



شکل ۹-۶

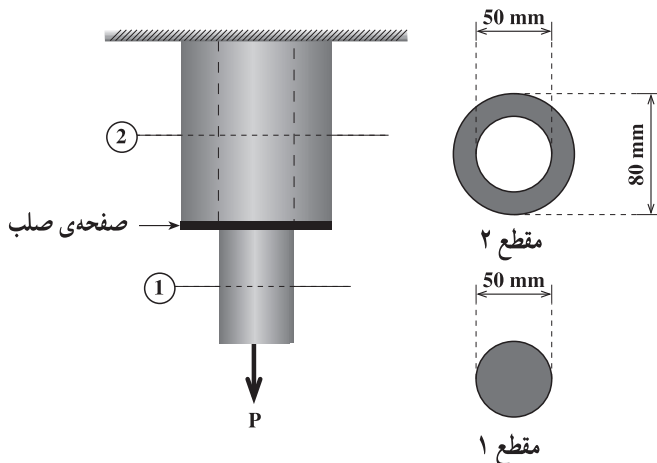
حل: بدون توجه به جهت بار می توان نوشت :

$$\sigma = \frac{P}{A} \Rightarrow P = \sigma \cdot A$$

$$P = 1 \times 31400 = 31400 \text{ N} = 31/4 \text{ kN}$$

حداکثر بار قابل تحمل :

مثال ۴: دو میله ی فولادی مطابق شکل ۱۰-۶، از سقفی آویزان شده اند. اگر اتصال آن ها به اندازه ی کافی قوی باشد و خواسته باشیم تنش ماکزیمم در آن ها به 1 N/mm^2 محدود شود، مطلوب است محاسبه ی حداکثر بار P.



شکل ۱۰-۶

$$A_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3/14 \times 50^2}{4} = 1962/5 \text{ mm}^2 \quad \sigma_1 = 1 \text{ N/mm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3/14 (80^2 - 50^2)}{4} = 3061/5 \text{ mm}^2 \quad \sigma_2 = 1 \text{ N/mm}^2$$

حل:

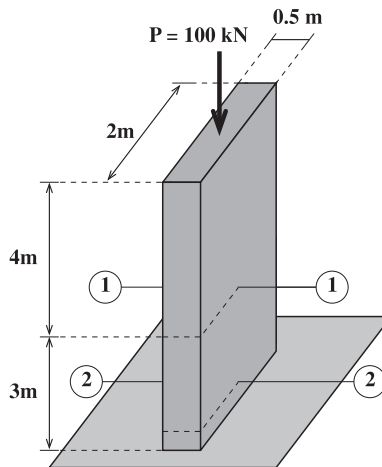
$$P_1 = A_1 \times \sigma_1 = 1962/5 \times 1 = 1962/5 \text{ N}$$

$$P_2 = A_2 \times \sigma_2 = 3061/5 \times 1 = 3061/5 \text{ N}$$

از بین دو نیروی P_1 و P_2 نیروی کم‌تر انتخاب می‌شود تا تنش از حد مشخص شده در میله‌ها تجاوز نکند.

$$P = 1962/5 \text{ N}$$

مثال ۵: اگر وزن مخصوص بتن $\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$ باشد مطلوب است محاسبه‌ی تنش در مقطع ۱-۱ و مقطع ۲-۲ و در سطح تماس نیرو در دیوار بتنی شکل ۱۱-۶، با فرض این‌که نیرو در سطح فوقانی به وسیله‌ی صفحه‌ی کاملاً صُلبی در تمام سطح دیوار انتقال پیدا کرده باشد.



شکل ۱۱-۶

$$\text{سطح فوقانی } A = 2000 \times 500 = 1000000 \text{ mm}^2 \quad \text{نیروی سطح فوقانی } P = 100000 \text{ N}$$

$$\text{نیروی مقطع ۱-۱ } P_1 = P + \gamma \cdot V_1 = 100000 + 24000 \times 0/5 \times 2 \times 4 = 196000 \text{ N}$$

$$A_1 = 1000000 \text{ mm}^2$$

$$\text{نیروی مقطع ۲-۲ } P_2 = P + \gamma \cdot V_2 = 100000 + 24000 \times 0/5 \times 2 \times 7 = 268000 \text{ N}$$

$$A_2 = 1000000 \text{ mm}^2$$

$$\text{سطح فوقانی } \sigma = \frac{-100000}{1000000} = -0/1 \text{ N/mm}^2 = -0/1 \text{ MPa}$$

$$۱-۱ \quad \sigma_1 = \frac{-۱۹۶۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰۰} = -۰/۱۹۶ \text{ N/mm}^2 = -۰/۱۹۶ \text{ MPa}$$

$$۲-۲ \quad \sigma_2 = \frac{-۲۶۸۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰۰} = -۰/۲۶۸ \text{ N/mm}^2 = -۰/۲۶۸ \text{ MPa}$$

خلاصه‌ی فصل ششم

- ۱- به بارهایی که بر محور طولی عضو منطبق باشند و همچنین از نقطه‌ی مرکزی سطح جسم بگذرند «بارهای محوری» گویند.
- ۲- تأثیر بارهای محوری، کشش و فشار در اعضا می‌باشد.
- ۳- خرابی یک عضو در اثر بار محوری کششی به صورت پارگی و بریدگی است.
- ۴- خرابی یک عضو در اثر بار محوری فشاری به صورت پکیدگی و خردشدگی می‌باشد.
- ۵- تنش عبارت است از نیرو در واحد سطح (در این فصل، منظور از نیرو در واحد سطح، نیروی عمود بر سطح می‌باشد) گاهی به تنش نیروی یکه نیز گفته می‌شود.

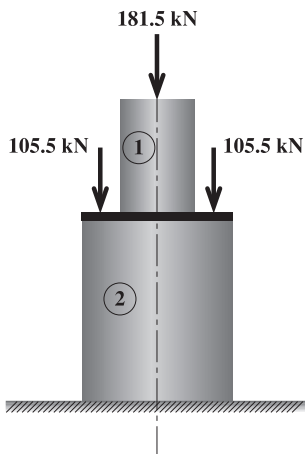
روابط مهم

$$\sum f_x = 0 \quad \sum f_y = 0 \quad \sum M_o = 0 \quad ۱- \text{شرایط تعادل}$$

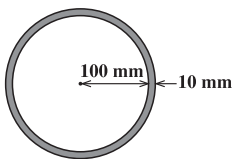
O- هر نقطه در صفحه‌ی xy می‌باشد.

$$\sigma = \pm \frac{P}{A} \quad ۲- \text{تنش قائم}$$

تمرین



- ۱- لوستری به وزن ۵۰ kN از کابلی به قطر ۳۰ میلی‌متر آویزان است. مطلوب است محاسبه‌ی تنش قائم کابل.
- ۲- ستونی از جنس بتن، با مقطع دایره، مطابق شکل تحت تأثیر سه نیرو قرار دارد. مطلوب است محاسبه‌ی قطر هریک از دو عضو فوقانی و تحتانی، در صورتی که خواسته باشیم تنش در هر عضو از ۸ MPa تجاوز نکند (از وزن اعضا صرف‌نظر شود).
- ۳- باری برابر ۶۰۰ kN بر ستونی فلزی از لوله با



ضخامت جدار ۱۰ میلی متر و قطر داخلی ۲۰۰ mm اثر می کند.

مطلوب است محاسبه ی تنش فشاری در ستون.

۴- در صورتی که بار محوری کششی برابر ۱۰۰ kN داشته

باشیم و در نظر باشد برای تحمل آن از یک مقطع دایره ای توخالی با

ضخامت جداره ی ۱۵ mm استفاده کنیم، به طوری که تنش حداکثر

آن ۸۰ MPa باشد، مطلوب است محاسبه ی قطر داخلی و خارجی ستون.

۵- نیرویی برابر ۹۶۰ kN بر یک صفحه ی زیرسری ستون^۱ وارد می شود، اگر در نظر باشد تنش

زیر صفحه حداکثر ۶ MPa باشد، مطلوب است محاسبه ی ابعاد صفحه ی زیرسری، در صورتی که:

الف - مربع باشد؛

ب - نسبت طول به عرض آن $\frac{4}{3}$ باشد؛

ج - نسبت عرض به طول آن ۵/۰ باشد؛

د - دایره ای باشد؛

ه - مثلث متساوی الاضلاع باشد.

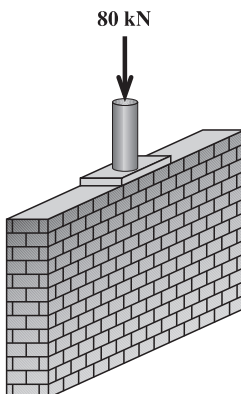
۶- یک پایه ی گرد چوبی به قطر ۱۰۰ mm نیرویی برابر ۸۰ kN را بر روی دیواری به ضخامت

۲۰۰ میلی متر وارد می کند. در صورتی که در نظر باشد، تنش در دیوار حداکثر به ۱ MPa برسد مطلوب

است:

الف - محاسبه ی ابعاد زیرسری؛

ب - محاسبه ی تنش زیر پایه (تنش بین پایه و صفحه ی زیرسری).



نیروی برشی (مماسی) مستقیم

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل، هنرجو باید بتواند:

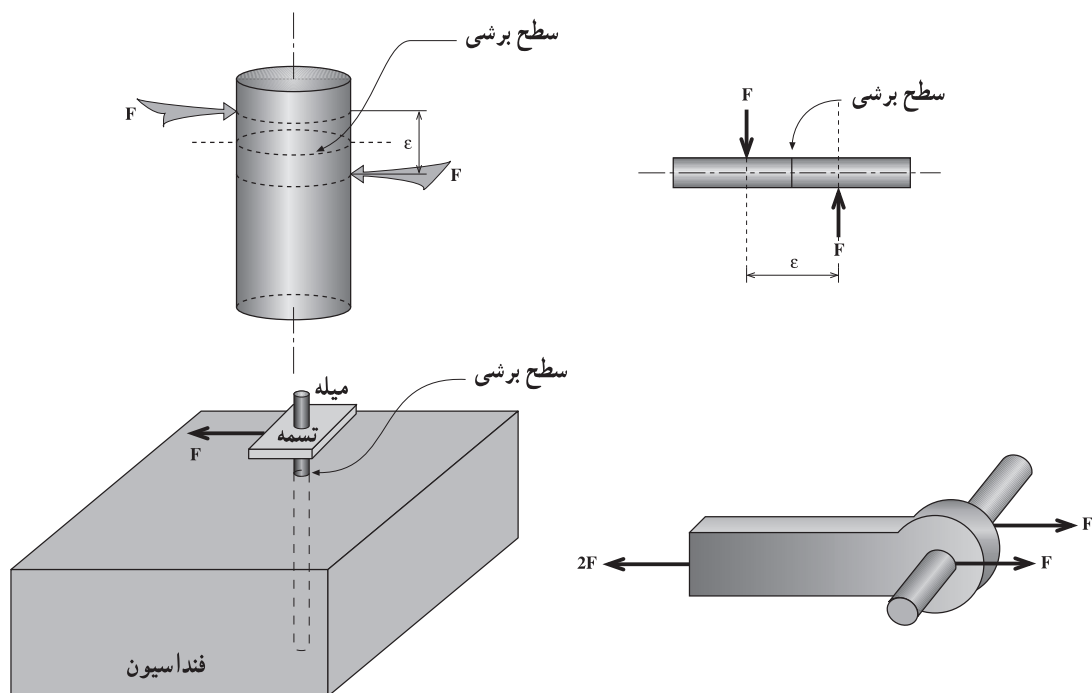
- ۱- نیروی برشی یا مماسی را توضیح دهد.
- ۲- تنش برشی را توضیح دهد و معادله‌ی مربوط به آن را بیان کند.
- ۳- انواع اتصالات تحت اثر نیروی برشی را نام ببرد.
- ۴- برش منفرد و مضاعف را توضیح دهد.
- ۵- تنش برشی واسطه‌ها را محاسبه کند.
- ۶- تنش کششی تسمه‌ها را محاسبه کند.
- ۷- تنش لهیدگی را محاسبه کند.

۷-۱- نیروی برشی^۱ (مماسی) مستقیم

اگر اثر بارهای خارجی یا برآیند آن‌ها، بر سطح مقطع عضو مماس باشد به آن‌ها نیروی برشی یا مماسی گفته می‌شود. در این فصل سطح مقطعی مورد نظر ماست که عمود بر محور طولی عضو باشد. در صفحه‌ی بعد نمونه‌هایی از اتصالات و اعضای تحت اثر برش را ملاحظه می‌کنید.

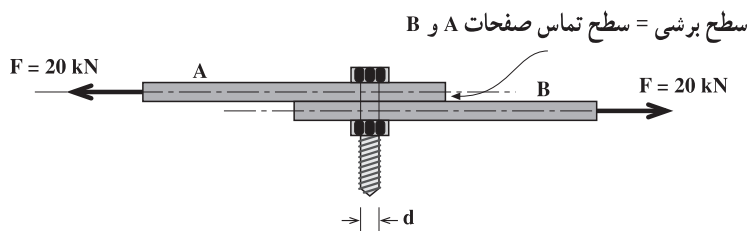
چنان که در تصاویر شکل ۷-۱ نشان داده شده برای این که اثرات دیگر بارهای مماسی حذف شود، باید فاصله‌ی اثر آن‌ها به حداقل ممکن برسد، در غیر این صورت مانند اثر یک زوج نیرو، کوپلی در مقطع عضو تحت برش پدید می‌آید که عضو را تحت تأثیر قرار می‌دهد و گاهی به دلیل ترکیب آن با برش خطر آن افزون می‌گردد.

^۱ Direct Shearing forces



شکل ۷-۱

مثال ۱: دو تسمه با یک پیچ به قطر d به هم متصل شده‌اند، اگر نیروی کششی تسمه‌ها 20 kN باشد، مطلوب است تعیین نیروی برشی پیچ.



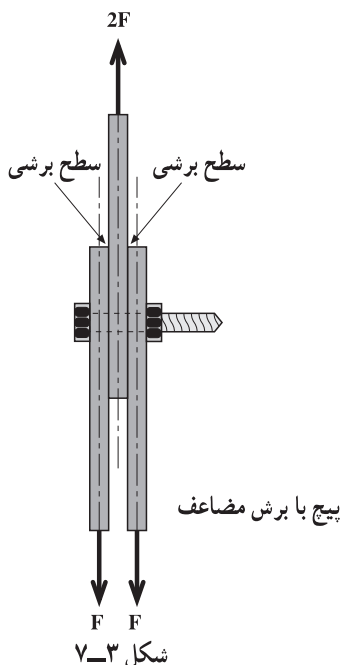
شکل ۷-۲

حل: نیروی F در تسمه‌ها نیروی محوری است. این نیرو از تسمه‌ی A توسط سطح تماس AB به تسمه‌ی B منتقل می‌شود. واضح است که نیروی F در محل سطح تماس تسمه‌های A و B از طریق مقطع پیچ منتقل می‌شود زیرا دو صفحه‌ی A و B به هم اتصالی ندارند. نیرو در محل تماس صفحات A

و B بر مقطع پیچ مماس است. می توان نتیجه گرفت که نیروی F در پیچ، نیروی برشی محسوب می گردد. در صورتی که مقاومت پیچ کم تر از نیروی F باشد، پیچ در بین این دو صفحه به صورت مماس روی هم می لغزد و بریده می شود. در این مثال، برش احتمالی در یک محل و آن هم بین صفحات A و B به وجود می آید.

(نیروی محوری تسمه) $= 20 \text{ kN} =$ نیروی برشی پیچ

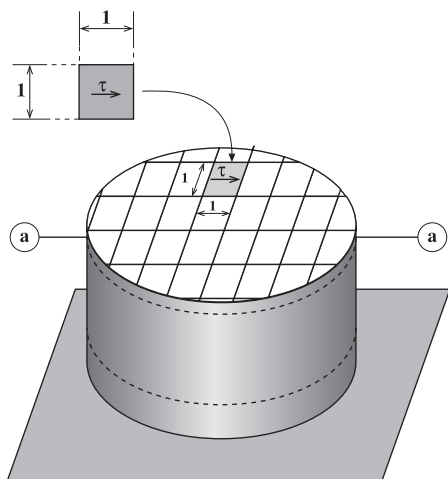
نکته: در مثال ۱ چون پیچ دارای یک سطح برش است آن را برش منفرد می گویند. در صورتی که پیچ دارای دو سطح برش (شکل ۷-۳) باشد آن را برش مضاعف می نامند.



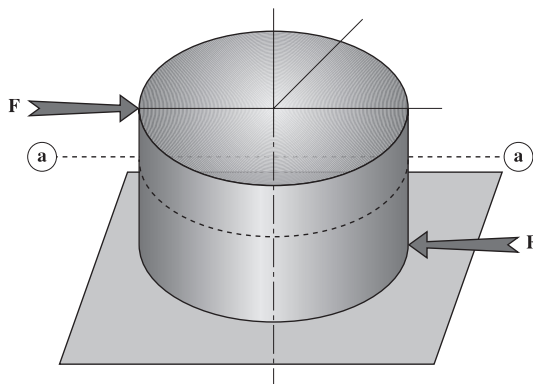
۷-۲- تنش ناشی از نیروهای برشی یا مماسی

در شکل ۷-۴ اثری که نیروی F در مقطعی مانند $a-a$ دارد، نیروهای مماسی کوچکی هستند که برآیند آن ها برابر F و جهت آن ها در خلاف F است. به این نیروها، نیروهای مماسی گفته می شود. اگر این نیروها در واحد سطح باشند به تنش موسوم اند. از طرفی به دلیل مماس بودن این نیروها در مقطع مورد بررسی، به تنش حاصل شده تنش برشی یا مماسی گفته می شود و با حرف یونانی τ (تاو) نشان داده می شود (شکل ۷-۵).

۱- (Shear stress) این نوع تنش به دلیل مماس بودن بر سطح مقطع به تنش مماسی موسوم است.



شکل ۷-۵



شکل ۷-۴

رابطه‌ی تنش برشی عبارت است از :

$$\tau = \frac{F}{A}$$

(۷-۱)

رابطه‌ی ۷-۱ بیانگر تنش برشی در سطح مقطع عضوی است که تحت اثر نیروی مماسی F قرار گرفته باشد و دیمانسیون آن مانند تنش قائم عبارت‌اند از :

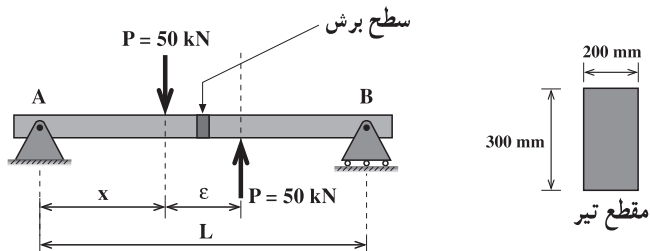
$$F = M.L.T^{-2}$$

$$A = L^2$$

$$\tau = \frac{M.L.T^{-2}}{L^2} = M.L^{-1}T^{-2}$$

در سیستم SI

مثال ۲: در شکل ۷-۶ تنش برشی در تیر نشان داده شده را محاسبه کنید.



شکل ۷-۶

حل: با لانگرگیری نسبت به تکیه‌گاه‌های A و B عکس‌العمل‌ها برابر صفر تعیین می‌شوند. در قسمتی از تیر که بین دو نیروی نشان داده شده قرار دارد، به دلیل اختلاف جهت نیروها و فاصله‌ی کم آن‌ها در محل

۱- تعریف دقیق تنش برشی به وسیله‌ی رابطه‌ی $\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$ بیان می‌شود و تنشی که از این رابطه محاسبه می‌گردد به

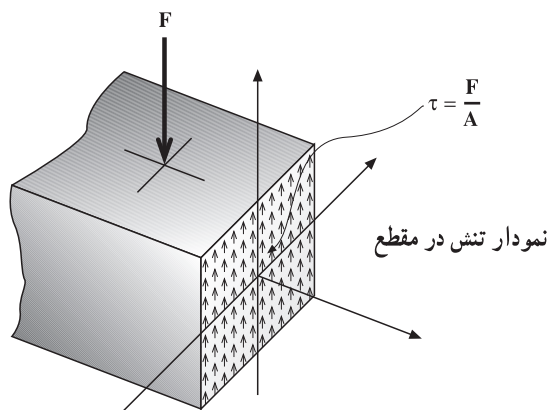
تنش برش متوسط موسوم است.

هاشورخورده، نیروی برشی پدید می‌آید، و لنگر ناشی از زوج نیروها به دلیل فاصله‌ی ε دو بازوی زوج نیرو به سمت صفر میل می‌کند. چون امتداد نیرو مماس بر سطح مقطع تیر می‌باشد، نیرو از نوع برشی است.

$$F = P = 50.000 \text{ N}$$

$$A = 200 \times 300 = 60.000 \text{ mm}^2$$

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{50.000}{60.000} = 0,833 \text{ N/mm}^2 = 0,833 \text{ MPa}$$
 تنش در واحد سطح



شکل ۷-۷

۷-۳- اتصالات تحت اثر برش

معمول‌ترین اتصالات تحت اثر برش در ساختمان عبارت‌اند از:

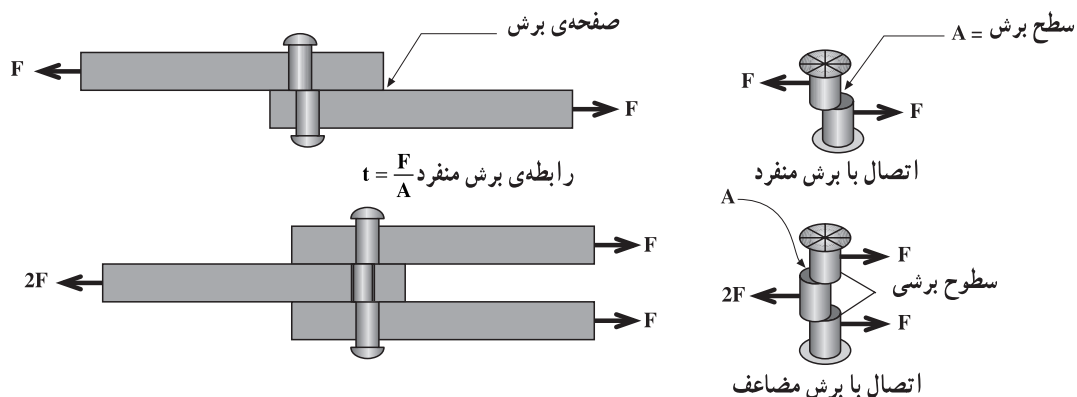
الف - اتصالات ساده‌ی پیچی یا پرچی (پینی)؛

ب - اتصالات جوشی (این مبحث در کتاب فن‌آوری ساختمان‌های اسکلت فلزی مورد بررسی قرار می‌گیرد).

۷-۴- بررسی اتصالات ساده‌ی پیچ یا پرچی

تنش‌های موجود در واسطه‌ی این اتصالات که معمولاً تک و یا گروهی از پیچ‌ها، پرچ‌ها، و یا پین‌ها می‌باشند به صورت برشی خواهد بود. نیرو از تسمه‌ها، به صورت محوری در طول تسمه انتشار می‌یابد و در محل اتصال به وسیله‌ی سطوحی از پرچ‌های واسطه‌ای به تسمه‌ی دیگر منتقل می‌شود. مکانیزم خرابی این اتصالات معمولاً به پنج صورت رخ می‌دهد که عبارت‌اند از:

۱- **برش واسطه‌ها:** اگر واسطه‌ها (پیچ، پرچ و پین) در برابر نیروی برشی ضعیف باشند، واسطه‌ی اتصال در سطح بین تسمه‌ها ضمن روی هم لغزیدن بریده می‌شود که این برش می‌تواند منفرد یا مضاعف باشد.

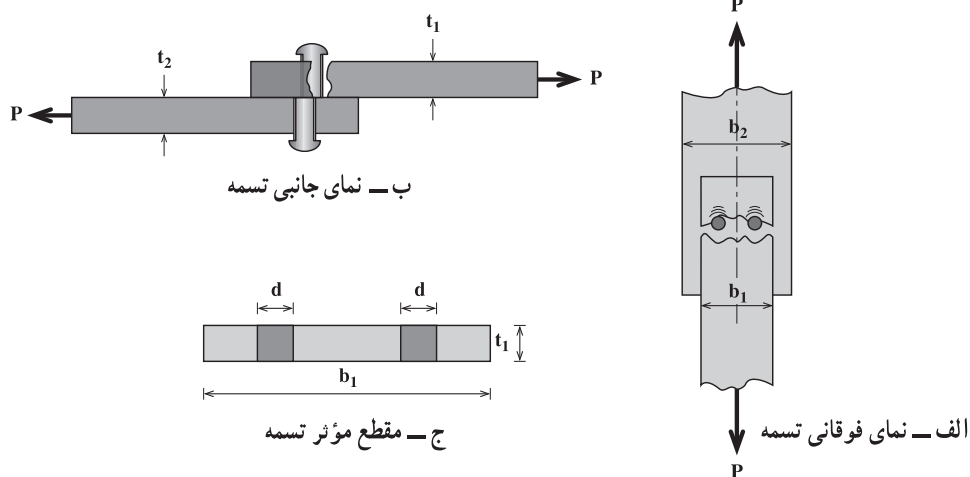


شکل ۷-۸

$$\tau = \frac{2F}{2A} = \frac{F}{A}$$

رابطه‌ی برش مضاعف (۷-۲)

۲- خرابی کششی تسمه‌ها در محل‌های تضعیف شده: اگر عرض تسمه در طول ثابت باشد، به دلیل ایجاد سوراخ برای نصب واسطه‌ها، سطح تسمه‌ها در محل سوراخ‌ها کم شده و تنش کششی این محل‌ها افزایش می‌یابد، و در صورت ضعیف بودن تسمه در برابر نیرو، تسمه از این محل بریده می‌شود (شکل ۷-۹).



شکل ۷-۹

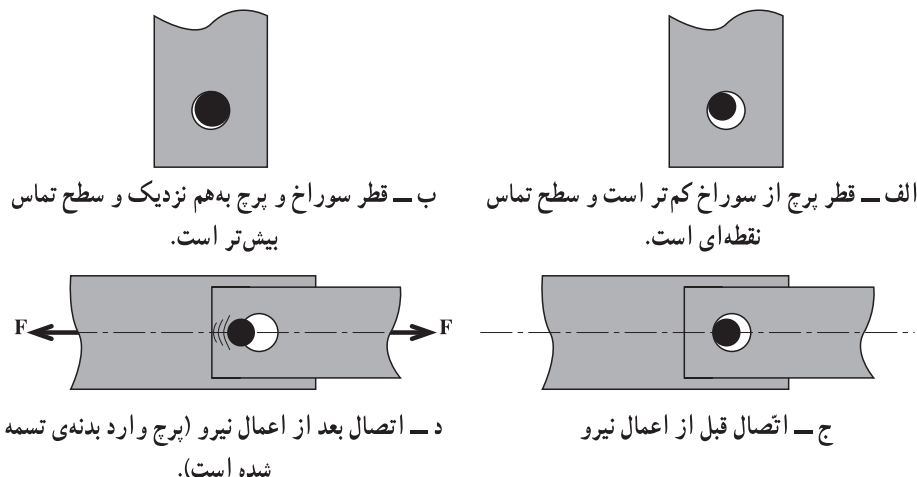
$$A_n = (b_1 - 2d)t_1 \text{ سطح خالص تسمه}$$

(۷-۳)

$$\sigma = + \frac{P}{A_n} = \frac{P}{(b_1 - 2d)t_1} \quad (7-4)$$

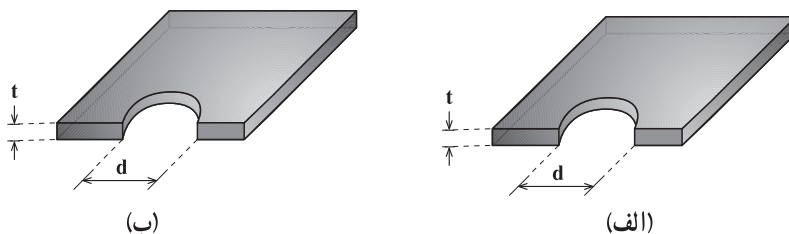
تنش در محل تضعیف شده^۱

۳- خرابی فشاری ناشی از تکیه‌ی پرچ یا پیچ روی تسمه‌ها (خرابی لهیدگی): در اثر این نوع از خرابی، فشار متمرکز نقطه‌ی تماس پرچ باعث می‌شود که پرچ وارد بدنه‌ی تسمه شود. در اتصالانی که قطر سوراخ بیش‌تر از قطر پرچ و اختلاف این دو قطر زیاد باشد، این حالت بیش‌تر مشهود است. تسمه‌ای که در این شرایط زودتر خراب خواهد شد تسمه‌ی نازک‌تر است.



شکل ۷-۱۰

خرابی شکل ۷-۱۰ به خرابی لهیدگی موسوم است و تنش حاصل از آن تنش لهیدگی^۲ است. تعیین مقدار واقعی این تنش دشوار است، اما مقدار متوسط آن براساس رابطه‌ی تجربی ۷-۵، در حد قابل قبولی استخراج می‌شود. گفتنی است که این تنش از نوع قائم می‌باشد.



شکل ۷-۱۱

۱- به منظور کنترل صفحات سوراخ‌دار تحت اثر کشش، روابط دیگری باید بررسی شوند که در این کتاب به آن‌ها اشاره نشده است.

۲- Bearing stress

براساس تحقیقات آزمایشگاهی و تجربی، دیده شده است که تنش لهیدگی، رابطه‌ی مستقیمی با نیروی برشی پیچ و سطحی معادل تصویر قطر پیچ در ضخامت تسمه دارد.

$$\sigma_b = \frac{F}{A} = \frac{F}{d \cdot t} \Rightarrow \sigma_b = \frac{F}{d \cdot t} \quad (5-7)$$

A = d.t سطح مؤثر
F نیروی برشی
A سطح مؤثر

در رابطه‌ی ۵-۷:

σ_b ، تنش لهیدگی

F، نیروی برشی (مماسی) یک پیچ

d، قطر پیچ

و t، ضخامت تسمه‌ی مورد بررسی است.

رابطه‌ی ۵-۷ بیانگر تنش لهیدگی، و از نوع قائم است که بر اثر نیروی برشی پیچ در سطح تماس آن با تسمه به وجود می‌آید. تنش محاسبه شده از رابطه‌ی ۵-۷ مقداری متوسط و یکنواخت است و با تنش واقعی تسمه که توزیعی غیر یک‌نواخت دارد کاملاً متفاوت است. اکثر آیین‌نامه‌ها این رابطه را به منظور کنترل تنش لهیدگی پذیرفته‌اند و به طور مطمئن می‌توان از آن استفاده کرد.

دیمانسیون تنش لهیدگی عبارت است از: در سیستم SI $F = M.L.T^{-2}$

$$\sigma_b = \frac{M.L.T^{-2}}{L^2} = M.L^{-1}.T^{-2} \quad A = L^2$$

توجه: در شرایط یکسان تنش لهیدگی ماکزیمم، در تسمه‌ای به وجود می‌آید که دارای ضخامت کم‌تری باشد.

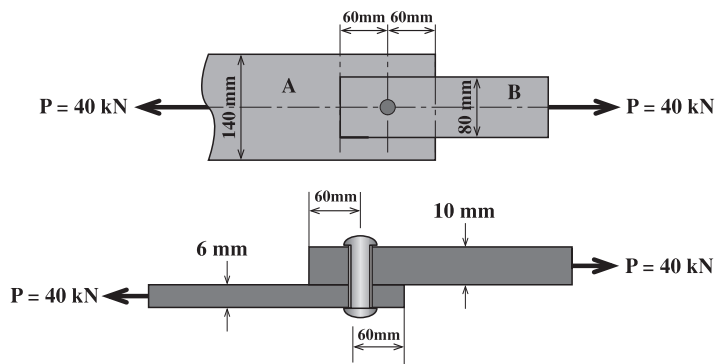
مثال ۳: دو تسمه به وسیله‌ی پرچی به قطر ۲۰ میلی‌متر، مطابق شکل (۱۲-۷)، به هم متصل شده‌اند. اگر نیروی کششی تسمه‌ها ۴۰ kN باشد، مطلوب است:

الف - محاسبه‌ی تنش ماکزیمم تسمه‌ها؛

ب - محاسبه‌ی تنش برشی ماکزیمم در پرچ؛

ج - محاسبه‌ی تنش لهیدگی ماکزیمم در تسمه‌ها؛

د - کنترل پارگی برشی.



شکل ۱۲-۷

نیروی محوری تسمه‌ها $P = 40 \text{ kN} = 40,000 \text{ N}$

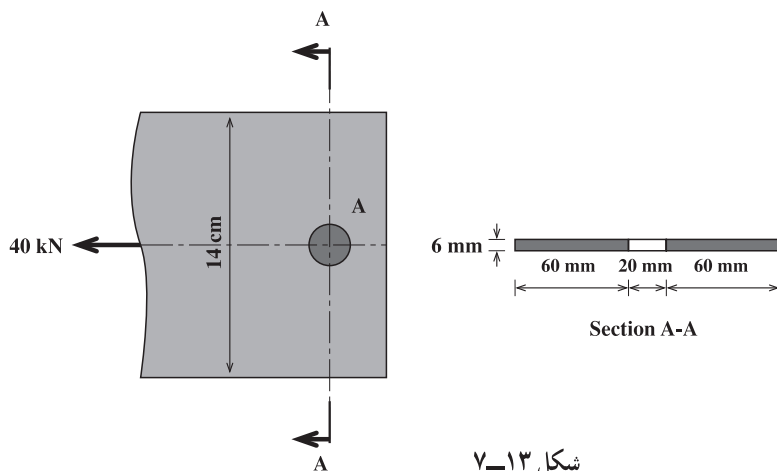
قطر پرچ $d = 20 \text{ mm}$

عرض تسمه A $b_A = 140 \text{ mm}$

ضخامت تسمه A $t_A = 6 \text{ mm}$

عرض تسمه B $b_B = 80 \text{ mm}$

ضخامت تسمه B $t_B = 10 \text{ mm}$



شکل ۱۳-۷

حل:

سطح خالص تسمه‌ی A $A_A = (140 - 20) \times 6 = 720 \text{ mm}^2$

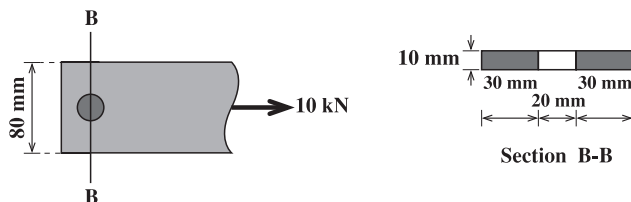
قسمت الف:

تسمه‌ی A

تنش در تسمه‌ی A $\sigma_A = \frac{P_A}{A_A} = \frac{40,000}{720} = 55.56 \text{ N/mm}^2 = 55.56 \text{ MPa}$

سطح خالص تسمه‌ی B $A_B = (80 - 20) \times 10 = 600 \text{ mm}^2$

تسمه‌ی B



شکل ۱۴-۷

تنش در تسمه ی B $\sigma_B = \frac{P_B}{A_B} = \frac{4000}{60} = 66.67 \text{ N/mm}^2 = 66.67 \text{ MPa}$

تنش ماکزیمم در اتصال $\sigma_{\max} = \sigma_B = 66.67 \text{ MPa}$

برج $A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3.14 \times 20^2}{4} = 314 \text{ mm}^2$ **قسمت ب:**

تنش برج $\tau = \frac{P}{A} = \frac{4000}{314} = 12.74 \text{ N/mm}^2 = 12.74 \text{ MPa}$

قسمت ج:

تنش لهیدگی تسمه ی A $(\sigma_b)_A = \frac{P_A}{d \cdot t_A} = \frac{4000}{20 \times 6} = 33.33 \text{ N/mm}^2 = 33.33 \text{ MPa}$

تنش لهیدگی تسمه ی B $(\sigma_b)_B = \frac{P}{d \cdot t_B} = \frac{4000}{20 \times 10} = 20 \text{ N/mm}^2 = 20 \text{ MPa}$

$(\sigma_b)_{\max} = 33.33 / 33 \text{ MPa}$ تنش لهیدگی ماکزیمم در تسمه ی A به وجود می آید

قسمت د:

هر $3d = 3 \times 20 = 60 \text{ mm}$ حداقل فاصله ی مرکز سوراخ تا لبه ی تسمه برای این که پارگی برشی

به وجود نیاید.

$60 \text{ mm} = 3d =$ فاصله ی انتهای تسمه تا مرکز سوراخ

فاصله مناسب است و پارگی برشی به وجود نمی آید.

مثال ۴: دو تسمه با ۳ پرچ، هریک به قطر ۱۸ میلی متر، به هم متصل شده اند. اگر نیروی کششی

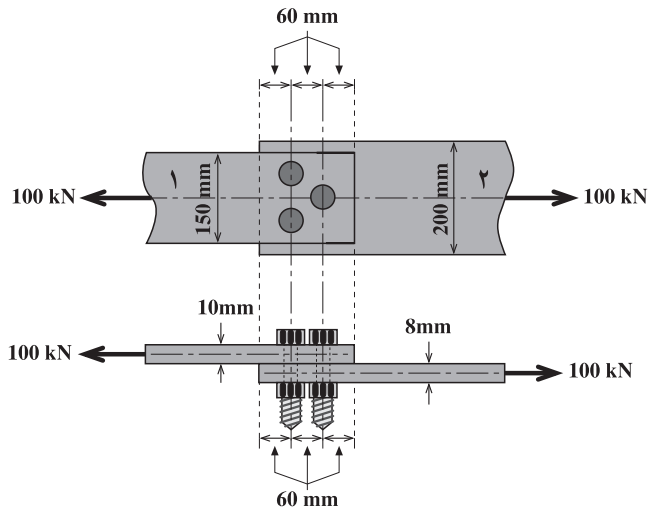
هر تسمه ۱۰۰ kN باشد مطلوب است محاسبه ی :

الف - تنش کششی ماکزیمم در تسمه ها ؛

ب - تنش برشی هریک از پرچ ها ؛

ج - تنش لهیدگی ماکزیمم در تسمه ها ؛

د - کنترل پارگی برشی.



شکل ۱۵-۷

اطلاعات مسئله

$$P_1 = P_2 = 100 \text{ kN} = 100000 \text{ N}$$

نیروی کششی هر دو تسمه

$$A = \frac{3/14 \times 18^2}{4} = 254/34 \text{ mm}^2 \quad d = 18 \text{ mm} \Rightarrow \text{مساحت هر پیرچ قطر هر پیرچ}$$

$$A_1 = (150 - 2 \times 18) \times 10 = 1140 \text{ mm}^2 \quad \text{مساحت} \quad b_1 = 150 \text{ mm} \quad t_1 = 10 \text{ mm} \quad \text{تسمه ی ۱}$$

$$A_2 = (200 - 2 \times 18) \times 8 = 1312 \text{ mm}^2 \quad \text{مساحت} \quad b_2 = 200 \text{ mm} \quad t_2 = 8 \text{ mm} \quad \text{تسمه ی ۲}$$

حل:

قسمت الف:

$$\sigma_1 = \frac{P_1}{A_1} = \frac{100000}{1140} = 87/72 \text{ N/mm}^2 = 87/72 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{100000}{1312} = 76/22 \text{ N/mm}^2 = 76/22 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = 87/72 \text{ N/mm}^2 = 87/72 \text{ MPa}$$

قسمت ب:

$$t = \frac{\text{نیروی یک تسمه}}{\text{سطح پیرچ ها}} = \frac{P}{nA} = \frac{100000}{3 \times 254/34} = 131/06 \text{ N/mm}^2 = 131/06 \text{ MPa}$$

قسمت ج: در این قسمت نیرو از طریق سه پرچ به تسمه‌ها انتقال می‌یابد^۱. لذا نیروی هر پرچ که به تسمه انتقال می‌یابد برابر است با:

$$P' = \frac{P}{3}$$

$$(\sigma_b)_1 = \frac{P'}{d \cdot t_1} = \frac{P}{3d \cdot t_1} = \frac{100000}{3 \times 18 \times 10} = 185/19 \text{ N/mm}^2 = 185/19 \text{ MPa}$$

$$(\sigma_b)_2 = \frac{P'}{d \cdot t_2} = \frac{P}{3d \cdot t_2} = \frac{100000}{3 \times 18 \times 8} = 231/48 \text{ N/mm}^2 = 231/48 \text{ MPa}$$

نتیجه: تنش لهیدگی ماکزیمم در تسمه‌ای به وجود می‌آید که ضخامت آن کم‌تر است. در مثال مذکور تنش لهیدگی ماکزیمم در تسمه‌ی ۲ به وجود آمده است.

قسمت د: چون فاصله‌ی مراکز سوراخ‌ها تا لبه‌های تسمه و همچنین فاصله‌ی مراکز میانی سوراخ‌ها از $3d = 3 \times 18 = 54 \text{ mm}$ بیش‌تر است این پارگی به وجود نمی‌آید.

$$\text{فاصله‌ی مراکز سوراخ‌ها تا لبه‌ی تسمه‌ها} = 60 \text{ mm} > 54 \text{ mm}$$

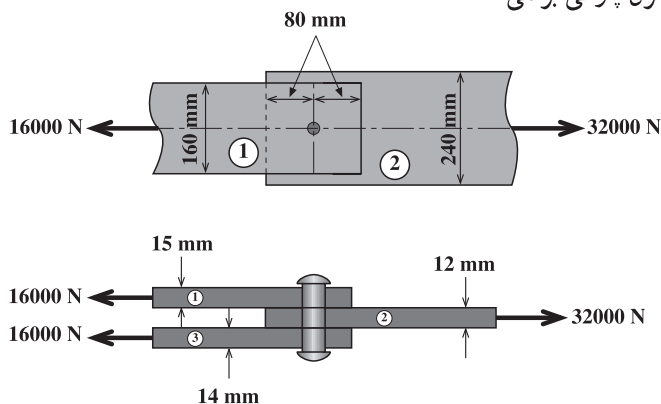
مثال ۵: سه تسمه با یک پرچ به قطر ۲۲ میلی‌متر به هم متصل شده‌اند. اگر نیروی کششی تسمه‌ها مطابق شکل باشد، مطلوب است محاسبه‌ی:

الف - تنش کششی ماکزیمم در تسمه‌ها؛

ب - تنش برشی ماکزیمم در پرچ؛

ج - تنش لهیدگی ماکزیمم در تسمه‌ها؛

د - کنترل پارگی برشی.



شکل ۱۶-۷

۱- توزیع دقیق تنش در این گونه آرایش پرچ‌ها با هم برابر نیست و نیاز به بررسی مناسبی دارد که در این کتاب به آن اشاره

توجه: از اختلاف سختی تسمه‌های ۱ و ۳ چشم‌پوشی شود و فرض بر آن باشد که نیروی به‌وجود آمده در هر یک از این تسمه‌ها برابر ۱۶۰۰۰ N است.
اطلاعات مسئله

$$P_1 = 16000 \text{ N} \quad \text{تسمه ی ۱}$$

$$b_1 = 160 \text{ mm}$$

$$t_1 = 15 \text{ mm} \Rightarrow \text{سطح خالص تسمه } A_1 = (160 - 22) \times 15 = 2070 \text{ mm}^2$$

$$P_2 = 32000 \text{ N} \quad \text{تسمه ی ۲}$$

$$b_2 = 240 \text{ mm}$$

$$t_2 = 12 \text{ mm} \Rightarrow \text{سطح خالص تسمه } A_2 = (240 - 22) \times 12 = 2616 \text{ mm}^2$$

$$P_3 = 16000 \text{ N} \quad \text{تسمه ی ۳}$$

$$b_3 = 160 \text{ mm}$$

$$t_3 = 14 \text{ mm} \Rightarrow \text{سطح خالص تسمه } A_3 = (160 - 22) \times 14 = 1932 \text{ mm}^2$$

$$d = 22 \text{ mm} \quad \text{مشخصات پرچ} \quad A_P = \frac{3/14 \times 22^2}{4} = 379/94 \text{ mm}^2$$

حل:

$$\sigma_1 = \frac{P_1}{A_1} = \frac{16000}{2070} = 7/73 \text{ N/mm}^2 = 7/73 \text{ MPa} \quad \text{قسمت الف:}$$

$$\sigma_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{32000}{2616} = 12/23 \text{ N/mm}^2 = 12/23 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = \frac{P_3}{A_3} = \frac{16000}{1932} = 8/28 \text{ N/mm}^2 = 8/28 \text{ MPa}$$

نتیجه: تنش ماکزیم کششی در تسمه ی ۲ به‌وجود می‌آید.

قسمت ب: چنان‌که در شکل دیده می‌شود نیروی برشی موجود در هر صفحه‌ی برشی پرچ ۱۶۰۰۰ نیوتن است، پس تنش برشی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$t = \frac{\text{نیروی برشی هر صفحه}}{\text{مساحت برشی پرچ}} = \frac{16000}{379/94} = 42/11 \text{ N/mm}^2 = 42/11 \text{ Mpa}$$