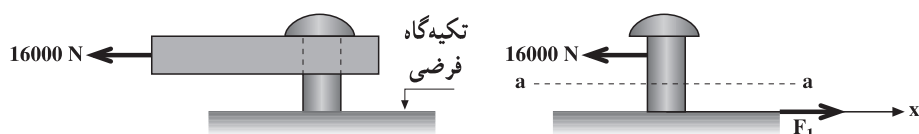


شکل ۷-۱۷

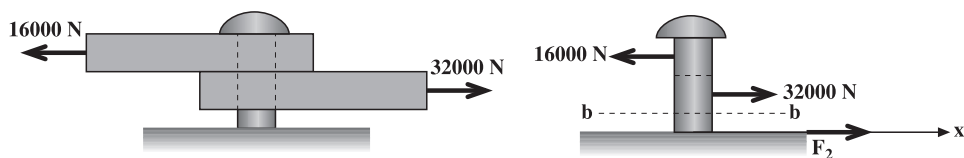
توجه نیروی برشی صفحات مختلف برشی پرچ را می‌توان به صورت زیر تجزیه و تحلیل کرد. ابتدا تسمه‌های ۲ و ۳ را ثابت و به عنوان تکیه‌گاه فرض می‌کنیم. بدیهی است نیرویی که از تسمه ۱ به تکیه‌گاه فرضی منتقل می‌شود  $P = 16000 \text{ N}$  است.



شکل ۷-۱۸

$$\sum f_x = 0 \rightarrow + \Rightarrow -16000 + F_1 = 0 \quad \boxed{F_1 = 16000 \text{ N}}$$

نیروی برشی در مقطعی مانند a-a از پرچ. بعد از این که نیروی بین تسمه ۱ و ۲ محاسبه شد تسمه ۳ را به عنوان تکیه‌گاه فرض کرده، نیروی برشی پرچ بین تسمه ۲ و ۳ را محاسبه می‌کنیم.



شکل ۷-۱۹

$$\sum f_x = 0 \rightarrow + -16000 + 32000 + F_2 = 0$$

$$\Rightarrow F_2 = 16000$$

نیروی برشی مقطع b-b برابر ۱۶۰۰۰ نیوتن است که جهت آن برعکس فرض شده است.

چنان که از مقادیر برش در صفحات  $a-a$  و  $b-b$  مشخص است، نیروی برشی هر صفحه  $۱۶۰۰۰\text{N}$  است.

نکته: برای محاسبه‌ی نیروی برشی در بین تسمه‌های ۲ و ۳ می‌توان تسمه‌های بالایی ۱ و ۲ را به‌عنوان تکیه‌گاه ثابت فرض نمود و نیروی برشی پرچ در بین این دو صفحه را که ناشی از انتقال نیروی تسمه‌ی ۳ است محاسبه کرد تا نتیجه‌ی واحدی به‌دست آید و می‌توان نتیجه گرفت که:

$$F' = ۱۶۰۰۰\text{N}$$



شکل ۲۰-۷

قسمت ج:  $\sigma_b = \frac{\text{نیروی تسمه}}{\text{ضخامت تسمه} \times \text{قطر پیچ}}$  تنش لهیدگی هر تسمه

$$(\sigma_b)_1 = \frac{P_1}{d \cdot t_1} = \frac{۱۶۰۰۰}{۲۲ \times ۱۵} = ۴۸/۴۸\text{N/mm}^2$$

$$(\sigma_b)_2 = \frac{P_2}{d \cdot t_2} = \frac{۳۲۰۰۰}{۲۲ \times ۱۲} = ۱۲۱/۲۱\text{N/mm}^2$$

$$(\sigma_b)_3 = \frac{P_3}{d \cdot t_3} = \frac{۱۶۰۰۰}{۲۲ \times ۱۴} = ۵۱/۹۵\text{N/mm}^2$$

$$(\sigma_b)_{\max} = (\sigma_b)_c = ۱۲۱/۲۱\text{N/mm}^2 = ۱۲۱/۲۱\text{MPa}$$

تنش لهیدگی ماکزیمم در تسمه‌ی شماره‌ی ۲ به‌وجود می‌آید.

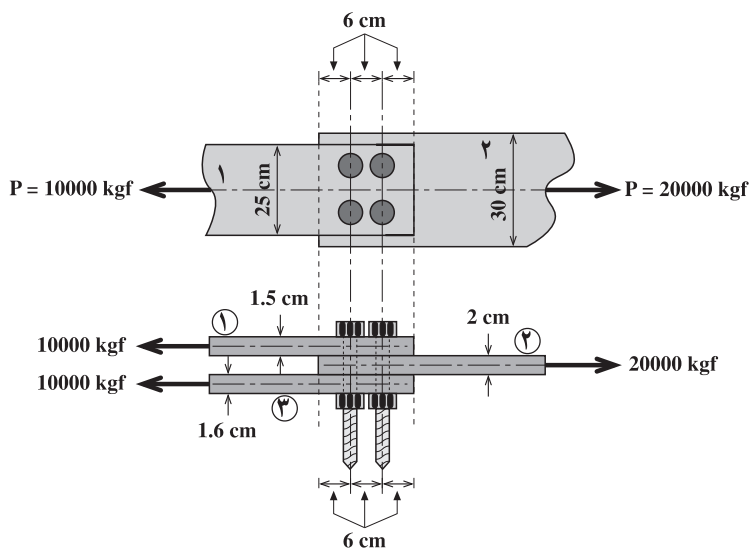
قسمت د: چون فاصله‌ی مراکز سوراخ‌ها تا لبه‌ی تسمه بزرگ‌تر از  $۳ \times ۲۲ = ۶۶\text{mm}$  است بنابراین پارگی برشی به‌وجود نمی‌آید.

مثال ۶: سه تسمه با چهار پیچ به قطر  $۲۰$  میلی‌متر، مطابق شکل ۲۱-۷، تشکیل یک اتصال کششی داده‌اند. اگر فرض شود که نیرو به‌طور مساوی بین پیچ‌ها توزیع می‌شود و بارگذاری مطابق شکل انجام می‌گیرد. مطلوب است محاسبه‌ی:

الف - تنش ماکزیمم کششی در تسمه‌ها؛

ب - تنش لهیدگی ماکزیمم؛

ج - تنش برشی ماکزیمم در پیچ‌ها ؛  
د - کنترل پارگی برشی .



شکل ۲۱-۷

اطلاعات مسئله با فرض  $g = 10 \text{ m/s}^2$  :

۱ تسمه ی  $P_1 = 100000 \text{ N}$

$$b_1 = 250 \text{ mm}$$

$$t_1 = 15 \text{ mm}$$

$$A_1 = \text{سطح خالص تسمه ی ۱} = (250 - 2 \times 20) \times 15 = 3150 \text{ mm}^2$$

۲ تسمه ی  $P_2 = 200000 \text{ N}$

$$b_2 = 300 \text{ mm}$$

$$t_2 = 20 \text{ mm}$$

$$A_2 = \text{سطح خالص تسمه ی ۲} = (300 - 2 \times 20) \times 20 = 5200 \text{ mm}^2$$

۳ تسمه ی  $P_3 = 100000 \text{ N}$

$$b_3 = 250 \text{ mm}$$

$$t_3 = 16 \text{ mm}$$

$$A_3 = \text{سطح خالص تسمه ی ۳} = (250 - 2 \times 20) \times 16 = 3360 \text{ mm}^2$$

$$A_p = \text{سطح هر پیچ} = \frac{\pi \times 20^2}{4} = 314 \text{ mm}^2$$

مشخصات پیچ‌ها

حل:

قسمت الف: تنش ماکزیم کششی در تسمه ی ۲ به وجود می آید.

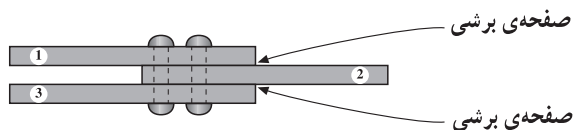
$$\sigma_{\max} = \sigma_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{200000}{5200} = 38/46 \text{ N/mm}^2$$

قسمت ب: تنش ماکزیم لهیدگی در تسمه ی ۲ به وجود می آید.

$$(\sigma_b)_{\max} = \frac{P_2}{4 \times d \cdot t_2} = \frac{200000}{4 \times 20 \times 20} = 125 \text{ N/mm}^2$$

قسمت ج: تنش برشی در پیچ ها

$$\tau = \frac{\text{نیروی برشی هر تسمه}}{(\text{سطح پیچ ها}) \times \text{تعداد صفحات برشی}} \Rightarrow \begin{cases} \tau_1 = \tau_3 = \frac{P_1}{1 \times (4 \times \frac{\pi d^2}{4})} \\ \tau_2 = \frac{P_2}{2 \times (4 \times \frac{\pi d^2}{4})} \end{cases}$$



شکل ۲۲-۷

$$\tau_1 = \tau_3 = \frac{100000}{4 \times \frac{\pi \times 20^2}{4}} = 79/62 \text{ N/mm}^2 = 79/62 \text{ MPa}$$

تنش برشی

یا

$$\tau_2 = \frac{200000}{2 \times (4 \times \frac{\pi \times 20^2}{4})} = 79/62 \text{ N/mm}^2 = 79/62 \text{ MPa}$$

قسمت د: چون فاصله ی مرکز تا مرکز پیچ ها و همچنین فاصله ی مراکز پیچ های کناری تا لبه ی

تسمه ها مساوی  $3d = 3 \times 20 = 60 \text{ mm}$  است، پارگی برشی به وجود نمی آید.

## خلاصه‌ی فصل هفتم

- ۱- به بارهای خارجی و یا برآیند آن‌ها که بر سطح مقطع عضو مماس باشند، بارهای برشی یا مماسی گفته می‌شود.
- ۲- شکست برشی یک عضو در اثر زوج نیرو با فاصله‌ی کم بین زوج نیرو به وجود می‌آید و صفحه‌ی شکست موازی زوج‌ها می‌باشد.
- ۳- معمول‌ترین اتصالات تحت اثر برش در ساختمان اتصالات پیچ - پرچی و اتصالات جوشی است.
- ۴- خرابی اتصالات پیچ - پرچی به صورت‌های زیر اتفاق می‌افتد :
  - برش واسطه‌ها ؛
  - بریدگی تسمه‌ها در محل‌های تضعیف شده ؛
  - خرابی لهیدگی یا تکیه گاهی پیچ - پرچ ؛
  - پارگی برشی تسمه‌ها ؛
  - خرابی خمش واسطه.
- ۵- تقویت اتصالات پیچ - پرچی به منظور جلوگیری از خرابی، به صورت‌های زیر امکان پذیر است.
  - تقویت برش واسطه با افزایش قطر و یا تعداد آن‌ها.
  - تقویت محل‌های تضعیف شده‌ی تسمه با افزایش ضخامت و یا عرض تسمه در محل مذکور ؛
  - تقویت تسمه در برابر فشار لهیدگی با افزایش ضخامت تسمه و یا تعداد واسطه‌ها ؛
  - تقویت پارگی برشی با حفظ فاصله‌ی مراکز پیچ‌ها تا لبه‌ی تسمه‌ها برابر ۳d انجام می‌گیرد ؛
  - تقویت خمشی واسطه با کم کردن قطر سوراخ و هم اندازه کردن ضخامت تسمه‌ها با طول واسطه انجام می‌شود.
- ۶- اگر در اتصالی، یک صفحه‌ی برشی به وجود آید برش را منفرد و اگر بیش از یک صفحه به وجود آید برش را مضاعف گویند.

## روابط مهم

$$\tau = \frac{F}{A} \quad \text{۱- تنش برشی ساده}$$

$$\sigma = + \frac{P}{A_n} \quad \text{۲- تنش کششی در محل تضعیف شده‌ی تسمه‌ها}$$

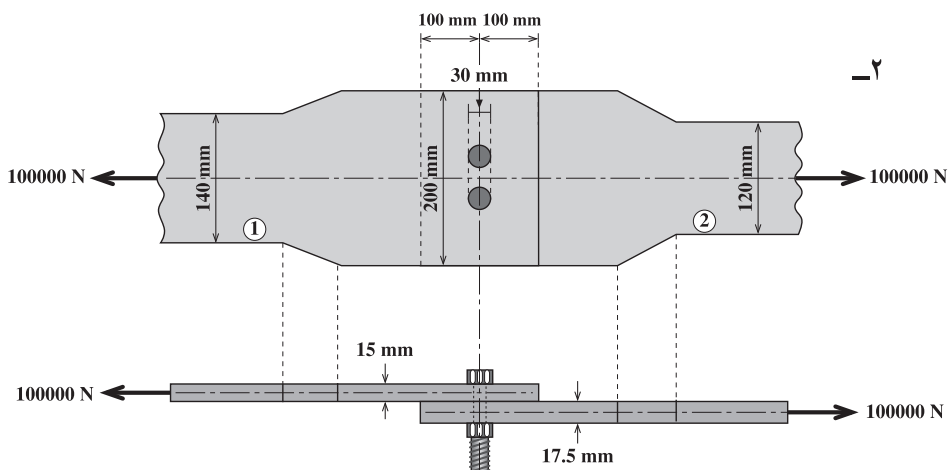
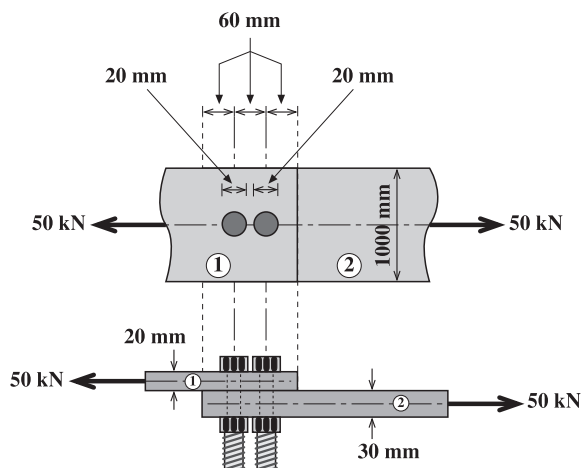
$$A_n = \text{سطح خالص (کل سطح منهای سطح سوراخ‌ها)}$$

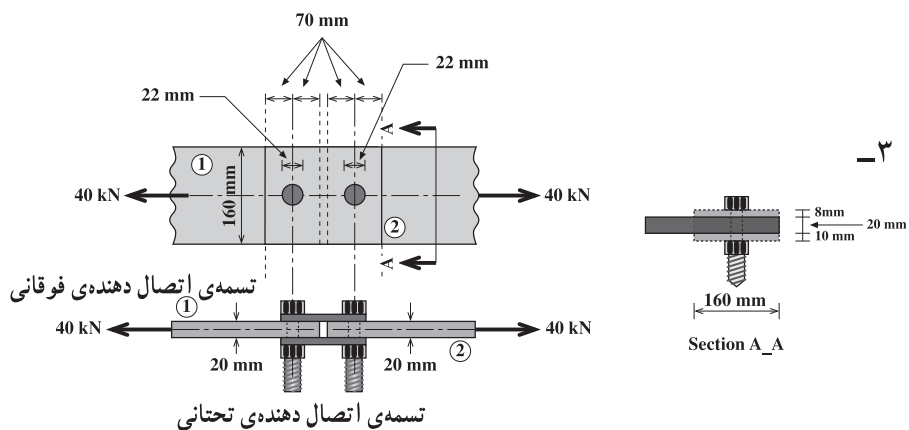
$$\sigma_b = \frac{F}{d \cdot t}$$

۳- تنش لهیدگی

تمرین

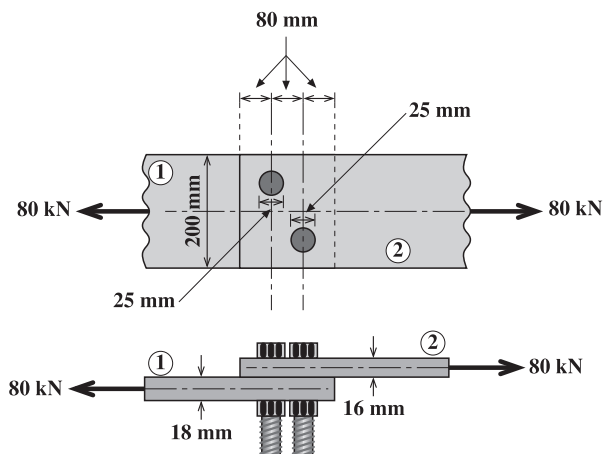
الف: در مسایل ۱ تا ۴ مطلوب است محاسبه‌ی تنش‌های ماکزیمم کششی، ماکزیمم لهیدگی، تنش واسطه‌ها و کنترل پارگی برشی.





راهنمایی ۱: فرض شود نیرو بین دو تسمه‌ی اتصال دهنده‌ی فوقانی و تحتانی به‌طور مساوی تقسیم می‌شود.

راهنمایی ۲: تنش کششی و لهیدگی در تسمه‌ی اتصال دهنده‌ی فوقانی بیش‌تر است.



### تنش و کرنش محوری

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل، هنرجو باید بتواند:

- ۱- تأثیرات نیرو در یک عضو را تعریف کند.
- ۲- تغییر شکل را توضیح دهد.
- ۳- کرنش را شرح دهد.
- ۴- رابطه‌ی کرنش را تعریف کند.
- ۵- مورد استفاده‌ی منحنی تنش - کرنش را بیان کند.
- ۶- منحنی تنش - کرنش را تجزیه و تحلیل کند.
- ۷- سخت‌پایی یا مدول الاستیسیته را شرح دهد.
- ۸- رابطه‌ی بین تنش - کرنش و مدول الاستیسیته (قانون هوک) را بیان کند.
- ۹- رابطه‌ای را به منظور محاسبه‌ی تغییر شکل اعضا در اثر بار محوری اثبات کند.
- ۱۰- ضریب پواسون را توضیح دهد.

#### ۸-۱- مقدمه

در این فصل به بررسی اثرات ناشی از بارگذاری خارجی می‌پردازیم. بارگذاری خارجی (استاتیکی) برحسب نوع تغییر شکلی که در عضو یا نمونه‌ی آزمایشی به وجود می‌آورد دسته‌بندی می‌شود که مهم‌ترین انواع آن عبارت‌اند از:

الف - نیروی کششی؛

ب - نیروی فشاری؛

ج - گشتاور خمشی؛

د - گشتاور پیچشی.

به منظور تعیین بعضی از خواصّ مصالح، نمونه‌های مشابهی را تحت آزمایش قرار می‌دهند.



تعداد این نمونه‌ها در آزمایش‌های استاتیکی حداقل دو و در آزمایش‌های دینامیکی حداقل سه می‌باشد، و چون نتایج به دست آمده از آزمایش‌ها تابع شکل نمونه، سرعت بارگذاری، سرعت تغییر شکل، شکل‌گیری نمونه در کارخانه (نورد، ریخته‌گری و غیره) و درجه حرارت محیط است لذا آزمایش‌ها باید تحت شرایط استاندارد انجام گیرد تا نتایج آن‌ها دقیق باشد. اگر نیروی به تدریج و با سرعت یک‌نواخت بر یک جسم ساکن وارد شود تأثیرات مختلفی از قبیل تنش، تغییر شکل و غیره در جسم به وجود می‌آورد که محسوس‌ترین آن‌ها تغییر شکل است. بدیهی است یکی از محدودیت‌های سازه‌ای، کنترل تغییر شکل در حد مجاز است؛ زیرا اگر تغییر شکل از حدی فراتر رود، حتی اگر آن عضو قادر به تحمل بار باشد، احتمالاً مصالح درگیر با عضو قادر به تحمل این تغییر شکل نخواهند بود. به عنوان مثال در یک تاق ضربی، تیر آهن به واسطه‌ی خاصیت انعطاف‌پذیری و نرمی خود می‌تواند انحنای زیادی را تحمل کند ولی چون با مصالحی مانند گچ، آجر و غیره درگیر می‌شود این توانایی محدود می‌شود. البته واضح است که تغییر شکل زیاد سازه، باعث عدم بهره‌گیری مناسب از ظرفیت مصالح و در نتیجه پیدایش مشکلات دیگر خواهد بود. این امر موجب می‌شود که تغییر شکل با دقت زیاد کنترل شود.

یکی از دلایل آب انباشتگی بر روی سقف‌های با دهانه‌های بزرگ، تغییر شکل‌های زیاد است. در یک ساختمان بلند اگر مقاطع در برابر نیروها، محاسبه شده باشند ولی به تغییر شکل آن‌ها توجه نشده باشد ممکن است در اثر تغییر شکل جانبی (ناشی از زلزله یا باد) دیوارهای طبقات فوقانی ریزش کنند. به همین جهت لازم است رابطه‌ای بین بار و تغییر شکل، برای مصالح مختلف، داشته باشیم.

## ۸-۲- رابطه‌ی بین بار و تغییر شکل

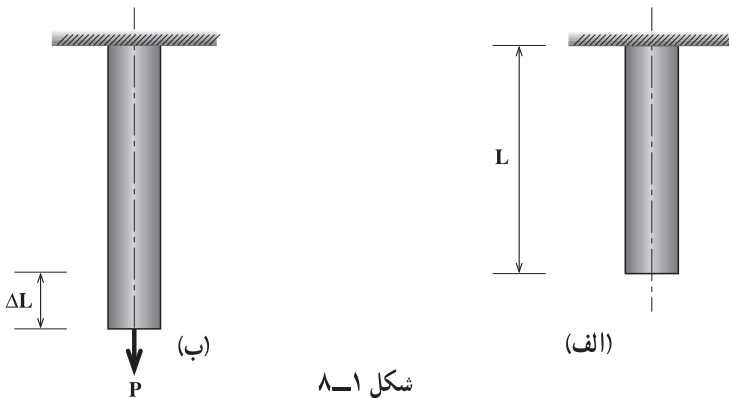
چون مصالح، در اثر بارگذاری‌های مختلف، بسته به شدت بارگذاری، سرعت بارگذاری و خصوصیات بارگذاری، رفتارهای مختلفی از خود نشان می‌دهند، از این رو یافتن رابطه‌ای ریاضی که معرف بارگذاری صفر (اولیه) تا بارگذاری شکست (بار نهایی) باشد امکان‌پذیر نیست؛ حداقل این است که به صورت یک تابع ریاضی ساده امکان معرفی این رفتار از ماده وجود ندارد. لذا مناسب‌ترین راه حل استفاده از نمودار است زیرا به وسیله‌ی نمودار می‌توان حالات مختلف بارگذاری و تغییر شکل را در صفحه‌ی مختصات، روی دو محور عمود بر هم که یکی نمایانگر بار و دیگری نمایانگر تغییر شکل است نشان داد. در واقع می‌توان از منحنی بار - تغییر شکل به عنوان رابطه‌ی بین بار - تغییر شکل استفاده کرد. با توضیحاتی که داده شد، اکنون تغییر شکل را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

### ۸-۳- تغییر شکل

یک جسم مادی متشکل از ذرات یا مولکول‌هایی است که بین آن‌ها نیروهای مولکولی عمل می‌کنند. همین نیروها هستند که در حالت عادی مانع از تغییر شکل جسم در اثر نیروهای خارجی می‌شوند. حال اگر ذرات جسم تحت تأثیر نیروهای خارجی تغییر مکان دهند تا این که تعادلی بین نیروهای خارجی و داخلی برقرار شود، در این صورت می‌گوییم جسم تغییر شکل داده است.

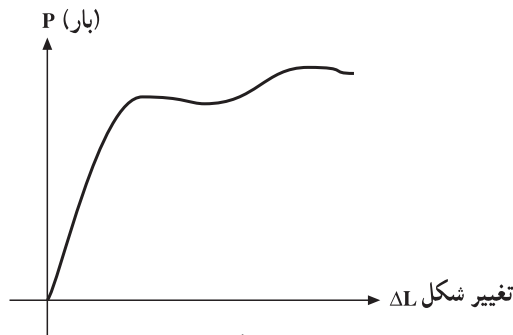
### ۸-۴- منحنی تغییر شکل - بار

ساده‌ترین وضعیت باری که می‌توانیم بررسی کنیم، به‌طوری که عوامل جنبی آن حداقل باشد، نیروی کششی در یک میله است. این نیرو باعث می‌شود که میله اضافه طول پیدا کند (شکل ۸-۱).



شکل ۸-۱

در شکل ۸-۱ الف، میله‌ای بدون نیرو مشاهده می‌شود که طول آن  $L$  است. این میله در اثر اعمال نیروی کششی  $P$  اضافه طولی مانند  $\Delta L$  پیدا می‌کند (شکل ۸-۱ ب). با توجه به این پدیده، با یافتن نقاطی برای مقادیر مختلف بار ( $P$ ) و تغییر شکل ( $\Delta L$ ) در صفحه‌ی مختصات، منحنی تغییرات بار نسبت به تغییر شکل به‌دست خواهد آمد (شکل ۸-۲).



شکل ۸-۲

هرچند منحنی شکل ۸-۲ دربرگیرنده‌ی تغییرات بار نسبت به تغییر شکل است و بیانگر رفتار عضو در برابر بار می‌باشد ولی نمی‌توان آن را در موارد یکسان به کار گرفت زیرا منحنی مذکور خاص نمونه‌ای با مقطع مشخص A و طول مشخص L است و هر کدام از این دو عامل که تغییر کند نرخ بارگذاری به تغییر شکل آن متفاوت می‌شود و منحنی‌های خاص خود را خواهد داشت. درنتیجه برای داشتن منحنی‌هایی که بتوان آن‌ها را با هم مقایسه کرد و نتایج ثابتی را برای هر نوع مصالحی به دست آورد باید منحنی شکل ۸-۲ را به منحنی یکه تبدیل کرد. منحنی یکه، به این مفهوم که محور بار آن نیروی یکه، «تنش» و محور تغییر شکل آن تغییر شکل یکه یا «کرنش» باشد.

کرنش: به تغییر طول در واحد طول میله کرنش گفته می‌شود و آن را با حرف یونانی  $\varepsilon$  (اِپسیلون) نشان می‌دهند.

مثال ۱: اگر میله‌ای به طول ۱۰ سانتی‌متر در اثر کشش ۱۰ میلی‌متر اضافه طول پیدا کند کرنش آن را محاسبه کنید.

جواب: کافی است میله را به تقسیمات واحدی مثلاً ۱۰ قسمت یک سانتی‌متری تبدیل کنیم. سپس اگر اضافه طول را به همان تقسیمات تبدیل کنیم ( $\frac{1}{10} \text{ mm} = 1 \text{ mm}$ ) واضح است که هر جزء میله (۱ cm) اضافه طولی برابر هر جزء اضافه طول (۱ mm) دارد که در اصطلاح می‌گویند کرنش میله یک میلی‌متر در یک سانتی‌متر است. به عبارتی اضافه طول نسبی یا یکه‌ی میله  $\frac{1 \text{ mm}}{1 \text{ cm}}$  یک میلی‌متر در یک سانتی‌متر است. به جهت هماهنگی واحدها مطلوب‌تر آن است که واحدها یکسان شوند، مثلاً گفته شود کرنش میله  $\frac{1}{100} = 0.01$  است. طبیعی است که کرنش بدون واحد و بدون بُعد است و فقط بیانگر تغییر شکل نسبی است.

رابطه‌ی کرنش: مقدار عددی کرنش از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon = \frac{\pm \Delta L}{L_0} \quad (8-1)$$

در رابطه‌ی فوق:  $\varepsilon$  = کرنش یا تغییرات طول در واحد طول عضو

$\Delta L$  = اضافه یا کاهش طول کلی عضو

$L_0$  = طول اولیه‌ی عضو

قرارداد: هرگاه نیرو کششی باشد،  $\Delta L$  به معنی افزایش طول است و با علامت مثبت بیان می‌شود ولی هرگاه نیرو فشاری باشد،  $\Delta L$  به معنی کاهش طول است و با علامت منفی در رابطه‌ی فوق لحاظ می‌گردد.

مثال ۲: میله‌ای به طول ۳۰ سانتی‌متر تحت آزمون کشش، اضافه طولی به اندازه‌ی  $\frac{3}{4}$  سانتی‌متر پیدا می‌کند. مطلوب است تعیین کرنش آن براساس واحدهای مختلف.

$$\text{برحسب سانتی‌متر} \begin{cases} L_0 = 30 \text{ cm} \\ \Delta L = +0.75 \text{ cm} \\ \varepsilon = ? \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \frac{+0.75 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = +0.025$$

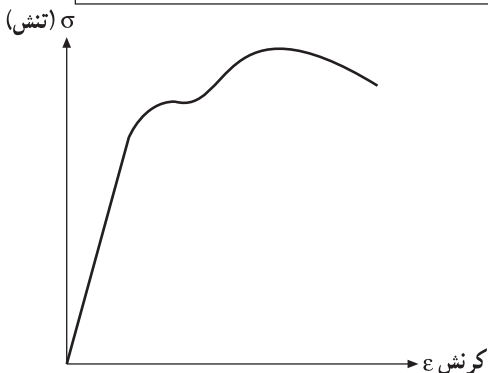
$$\text{برحسب میلی‌متر} \begin{cases} L_0 = 300 \text{ mm} \\ \Delta L = +7.5 \text{ mm} \\ \varepsilon = ? \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \frac{+7.5 \text{ mm}}{300 \text{ mm}} = +0.025$$

$$\text{برحسب متر} \begin{cases} L_0 = 0.3 \text{ m} \\ \Delta L = +0.0075 \text{ m} \\ \varepsilon = ? \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \frac{+0.0075 \text{ m}}{0.3 \text{ m}} = +0.025$$

$$\text{برحسب اینچ} \begin{cases} L_0 = \frac{30}{2.54} = 11.81 \text{ in} \\ \Delta L = +\frac{0.75}{2.54} = 0.295 \text{ in} \\ \varepsilon = ? \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \frac{+0.295 \text{ in}}{11.81 \text{ in}} = +0.025$$

همان‌طور که در نتایج دیده می‌شود کرنش میله  $\varepsilon = +0.025$  است. این یک کمیت عددی است و چنان که گفتیم مستقل از واحدها می‌باشد.

نتیجه: کرنش یا تغییر شکل نسبی، یک کمیت عددی است و مستقل از واحدها می‌باشد.

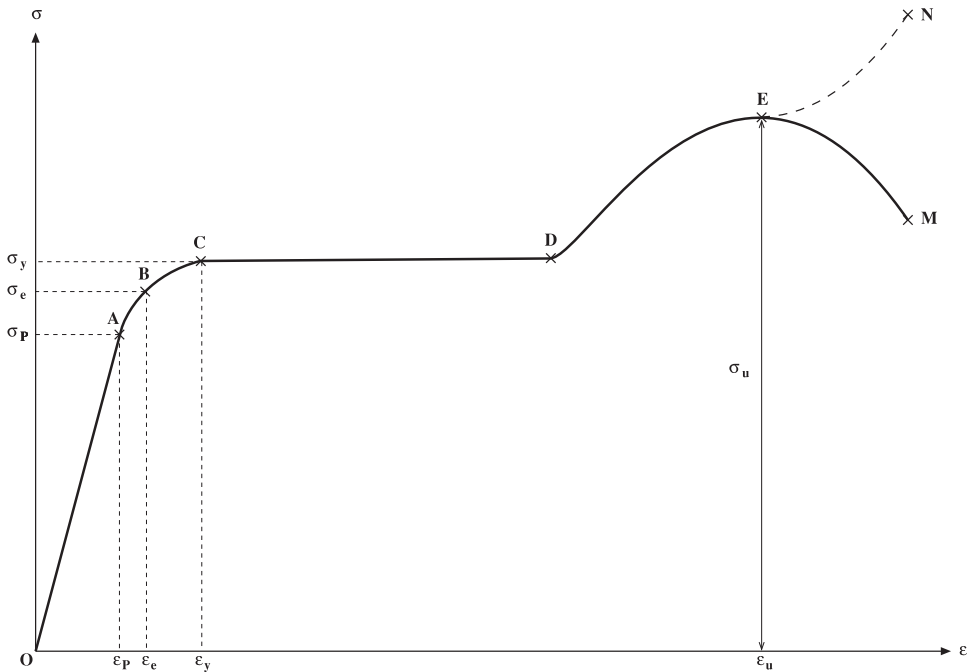


## ۵-۸- منحنی تنش - کرنش

این منحنی یکی از مشخصه‌های کلی برای مصالح است و می‌توان بعضی از خصوصیات مصالح را از روی آن استخراج کرد. منحنی تنش - کرنش مانند منحنی بار - تغییر شکل است با این تفاوت که محور افقی آن «کرنش» و محور عمودی آن «تنش» در نظر گرفته می‌شود.

## ۶-۸- آزمون کشش

برای مشخص کردن خواص مکانیکی مصالح و تعیین میزان تنش‌های مجاز آن، نمونه‌هایی از مصالح را، تحت اثر بار، آزمایش می‌کنند تا شکسته شوند، سپس مقدار تنش‌ها و تغییر شکل‌ها را در زمان‌های مختلف اندازه می‌گیرند و آن‌ها را در یک دستگاه مختصات تنش - کرنش نمایش می‌دهند. دیاگرام شکل ۴-۸ نمایانگر تنش - کرنش فولاد کم کربن است. به‌طوری که دیده می‌شود در ابتدا تغییر شکل نسبی با تنش رابطه‌ی خطی دارد (خط OA). در این محدوده تنش متناظر نقطه‌ی A را «حد تناسب» می‌نامند.



شکل ۴-۸

حد تناسب: ماکزیمم تنشی را که مصالح می‌تواند تحمل کند، به‌طوری که رابطه‌ی آن با کرنش نیز خطی باقی بماند، «حد تناسب» گویند (مختصات A در شکل ۴-۸). حد تناسب برای فولاد معمولی ساختمانی حدود ۲۱۰ مگاپاسکال است.

$$A \left| \begin{array}{l} \sigma_p \\ \epsilon_p \end{array} \right| \text{مختصات حد تناسب}$$

حدّ ارتجاعی (کشسانی): ماکزیمم تنش را که مصالح می‌تواند تحمل کند<sup>۱</sup>، به‌طوری که تغییر شکل حاصل از آن بعد از حذف بار وارده به حالت اولیه برگردد، «حد ارتجاعی» نام دارد. معمولاً مختصات این حدّ اندکی بالاتر از حدّ تناسب است و در بیش‌تر مصالح، حدّ ارتجاعی و حدّ تناسب یکسان فرض می‌شوند (نقطه‌ی B در شکل ۴-۸). حد ارتجاعی برای فولاد معمولی ساختمانی ۲۱۰ نیوتن بر میلی‌متر مربع است.

$$B \left| \frac{\sigma_e}{\epsilon_e} \right|$$

حدّ تسلیم (جاری‌شدن): در افزایش بار مصالح تحت آزمون، زمانی فرا می‌رسد که بدون افزایش بار میزان تغییر شکل سریعاً افزایش می‌یابد که این تغییر شکل به تغییر شکل ناگهانی موسوم است. علت این تغییر شکل زیاد لغزش سطوح مورّب ماده بر روی هم در اثر وجود تنش‌های برشی است. گاهی تغییر شکل در این حالت ۲۰ برابر بیش‌تر از حالت‌های قبل از آن می‌باشد. مولکول‌های مصالح در لحظه‌ی رسیدن به حدّ تسلیم گرم می‌شوند که در اصطلاح به آن «سیلان» یا «وارفتن

$$\text{مصلّح} \left| \frac{\sigma_y}{\epsilon_y} \right| \text{ گفته می‌شود؛ (نقطه‌ی C در شکل ۴-۸). مختصات حد جاری‌شدن}$$

حد تسلیم برای فولاد معمولی ساختمانی ۲۴۰ نیوتن بر میلی‌متر مربع است.

حدّ نهایی (مقاومت): به بیش‌ترین تنش که مصالح می‌تواند تحمل کند تنش نهایی یا مقاومت نهایی گفته می‌شود. همان‌طور که در دیاگرام شکل ۴-۸ ملاحظه می‌شود بعد از حد تسلیم و تغییر شکل ناگهانی، مصالح دوباره سخت شده (نقطه‌ی D) و توان باربری خود را حفظ می‌کند تا لحظه‌ای که به نقطه‌ی E برسد. در این حالت با باریک شدن عضو، تنش قابل تحمل مصالح کم می‌شود تا لحظه‌ای که عضو در نقطه‌ی M پاره گردد. به تنش متناظر نقطه‌ی E «تنش نهایی» گفته می‌شود.

$$E \left| \frac{\sigma_u}{\epsilon_u} \right| \text{ مقاومت نهایی فولاد ساختمانی } ۳۷۰ \text{ نیوتن بر میلی‌متر مربع است. مختصات حد نهایی}$$

حدّ گسیختگی (مقاومت گسیختگی): به تنش گفته می‌شود که مصالح در لحظه‌ی گسیخته‌شدن می‌تواند تحمل کند. بدیهی است این تنش بر اساس سطح مقطع اولیه کم‌تر از تنش نهایی است. گفتنی است که اگر خواسته باشیم تنش واقعی این لحظه را اندازه بگیریم به علت کم‌شدن سطح مقطع در این لحظه مقدار تنش گسیختگی بیش‌تر از حدّ نهایی است (شاخه‌ی EN) ولی به دلیل تشکیل دیاگرام براساس طول و سطح مقطع اولیه همیشه در فولادهای نرم شاخه‌ی EM ظاهر می‌شود.

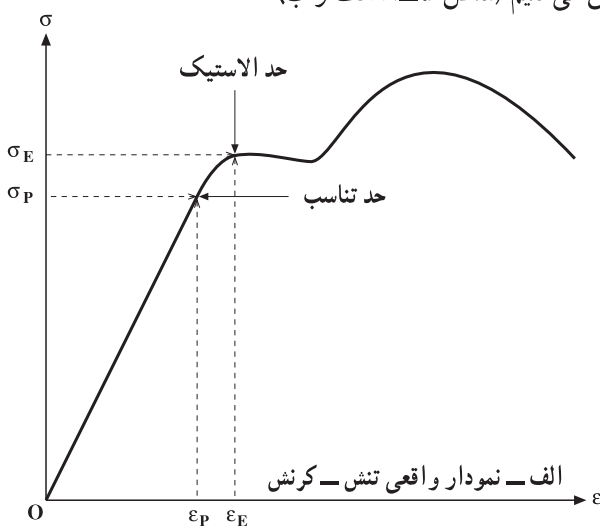
۱- معمولاً این حد در آزمایش کشش مشخص می‌شود و می‌توان گفت ماکزیمم تنش کششی است که مصالح می‌تواند تحمل کند به طوری که پس از حذف آن تغییر شکل ایجاد شده از بین برود.

## ۷-۸- مدول الاستیسیته (ضریب ارتجاعی)<sup>۱</sup> یا سخت پایی

اکثر سازه‌های مهندسی به گونه‌ای طراحی می‌شوند که تغییر شکل در آن‌ها نسبتاً کم باشد. از طرفی یک مهندس نمی‌تواند تمامی بارهایی را که در طول عمر سازه بر آن اثر خواهد کرد در محاسبات تأثیر بدهد زیرا اکثر این نیروها ناشناخته‌اند و گاهی دیده می‌شود که با فرضیات انجام گرفته تطبیق ندارند (مانند نیروهای باد و زلزله) لذا در طراحی یک سازه حداقل به دو نکته‌ی اساسی<sup>۲</sup> باید توجه داشت :

الف- در نامساعدترین شرایط بارگذاری، تغییر شکلی که در سازه به وجود می‌آید باید پس از برداشتن و خاتمه‌ی بارگذاری حذف شود و این بدان معناست که حداکثر تنش‌های ایجاد شده باید در محدوده‌ی الاستیکی باشند.

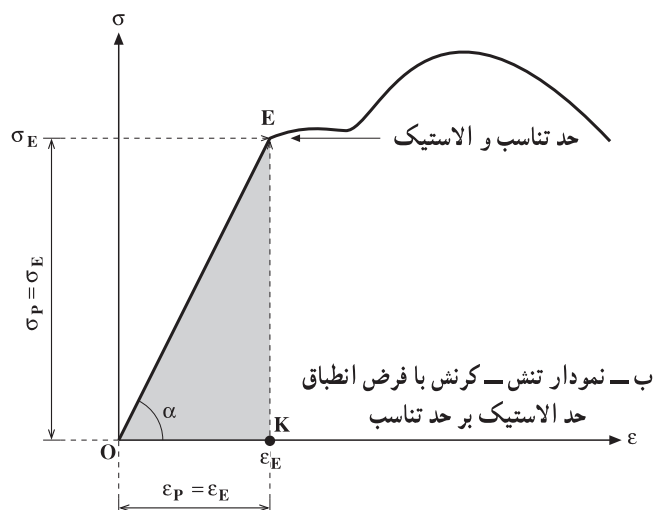
ب- میزان تغییر شکل‌ها به اندازه‌ای باشد که مصالح در گیر با عضو، آسیب نبینند. با توجه به موارد فوق نتیجه می‌گیریم که باید تنش‌های موجود مصالح پایین‌تر از تنش‌های متناظر حد الاستیک آن‌ها باشد، به طوری که در بدترین شرایط بارگذاری تنش‌ها حداکثر به حد الاستیک محدود شوند تا موجب تغییر شکل ماندگار در سازه نشوند. به همین دلیل به علت نزدیک بودن حد تناسب و حد الاستیک، هر دو حد را در یک نقطه‌ی منطبق فرض کرده و اقدام به بررسی روابط تنش - کرنش می‌کنیم (شکل ۵-۸ الف و ب).



شکل ۵-۸- الف

۱- (Elastic modulus) در بعضی از کتب پیمون کشسانی نامیده می‌شود.

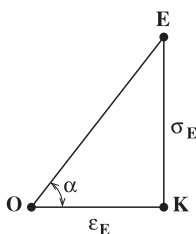
۲- در مجتمع‌های مسکونی، محدودیت دیگری در تغییر شکل‌ها اعمال می‌گردد و آن این است که ساکنین در اثر تغییر شکل‌های زیاد حتی در حد مجاز، احساس ناراحتی و یا نا امنی نکنند.



شکل ۵-۸- ب

براساس شکل ۵-۸ ب می‌توان زاویه‌ی  $\alpha$  را محاسبه کرد.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma_E}{\varepsilon_E}$$



براساس نتایج تجربی و آزمایشگاهی مشخص می‌شود که زاویه‌ی  $\alpha$  نزدیک به  $90^\circ$  درجه و مقدار  $\operatorname{tg} \alpha$  یا ضریب زاویه در هر مصالح مقدار ثابتی است. این مقدار ثابت، کمیتی است که بیانگر سخت‌پایی اولیه‌ی مصالح است. اگر این کمیت ثابت در ناحیه‌ی الاستیکی مصالح را با E نمایش

$$\operatorname{tg} \alpha = E = \frac{\sigma_E}{\varepsilon_E} \quad \text{دهیم خواهیم داشت:}$$

که در حالت کلی برابر است با:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon}} \quad (۸-۲)$$



این رابطه به قانون هوک<sup>۱</sup> معروف است و می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد :

**تغییر طول نسبی جسم با تنش عمودی اعمال شده بر آن متناسب است.**

مقدار E در رابطه‌ی ۸-۲ به جنس جسم بستگی دارد و به نام ضریب کشسانی (الاستیسیته) طولی و یا مدول یانگ موسوم است. این ضریب، استحکام جسم و یا به عبارت دیگر مقاومت آن را در مقابل تغییر شکل بیان می‌کند، بدین معنی که هر اندازه مقاومت جسم در برابر تغییر شکل زیادتر باشد، ضریب کشسانی آن بالاتر است.

از آنجا که  $\epsilon$  کمیتی بدون بُعد است می‌توان نتیجه گرفت که بُعد فیزیکی E همان بُعد فیزیکی تنش یعنی از جنس نیرو بر سطح است. در جدول ۸-۱ ضریب کشسانی بعضی از مصالح آورده شده است.

جدول ۸-۱<sup>۲</sup>

ضریب کشسانی بر حسب $N/mm^2$	مصالح
$2-2/1 \times 10^5$	فولاد
$0/7 \times 10^5$	آلومینیم و اورانیوم
$1/2 \times 10^5$	چدن
$1 \times 10^5$	مس
$1 \times 10^4$	چوب (در امتداد الیاف)
$2/1 \times 10^4$	بتن ( $fc' = 21 N/mm^2$ )
$1/05 \times 10^5$	برنز
$8/4 \times 10^4$	روی
$1/9 \times 10^4$	سرب

۱- Hoke - رابرت هوک (۱۷۰۳-۱۶۳۵ م) ریاضی‌دان انگلیسی بود که رابطه‌ی فوق را بیان کرد. مقدار E بعدها توسط توماس یانگ دانشمند انگلیسی، در سال‌های ۱۷۷۳ تا ۱۸۲۹، برای مصالح مختلف معرفی شد.

۲- این جدول با فرض  $g = 10 m/s^2$  تنظیم شده است.

## ۸-۸- تغییر شکل اعضا در اثر بار محوری

میله‌ای به طول  $L$  و سطح مقطع یک‌نواخت  $A$  را که تحت اثر بار محوری  $P$  قرار دارد در نظر بگیرید (شکل ۶-۸). اگر تنش محوری حاصل  $\sigma = \frac{P}{A}$  از حد تناسب (الاستیک) ماده‌ی

تشکیل‌دهنده‌ی میله تجاوز نکند، با توجه به قانون هوک یعنی رابطه‌ی ۲-۸ می‌توان نوشت:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{P/A}{\varepsilon} = \frac{P}{A \cdot \varepsilon} \quad (۸-۳)$$

با توجه به تعریف کرنش در رابطه‌ی ۱-۸  $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$  و جایگزین نمودن مقدار کرنش در

رابطه‌ی ۳-۸ خواهیم داشت:

$$E = \frac{P}{A \times \frac{\Delta L}{L}} = \frac{P \cdot L}{A \cdot \Delta L} \Rightarrow \Delta L = \frac{P \cdot L}{A \cdot E} \quad (۸-۴)$$

چنان‌که از رابطه‌ی ۴-۸ برمی‌آید، افزایش طول یک میله با بار وارده و طول میله نسبت مستقیم و با سطح مقطع و ضریب الاستیسیته نسبت معکوس دارد. در رابطه‌ی ۴-۸:

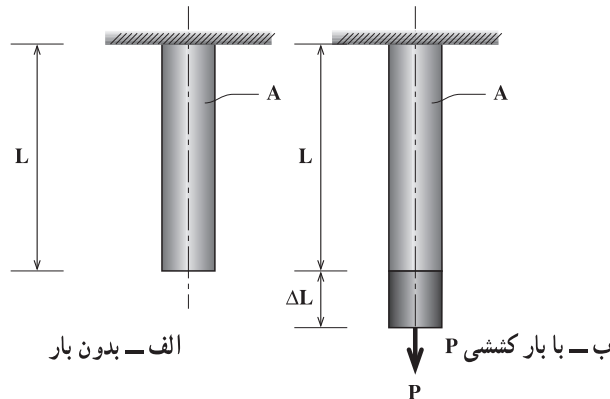
$\Delta L$  = افزایش یا کاهش طول میله در اثر بار محوری؛

$P$  = بار محوری کششی یا فشاری؛

$A$  = سطح مقطع میله؛

$E$  = ضریب کشسانی مصالح میله می‌باشد.

تذکر: بُعد فیزیکی  $\Delta L$  برحسب طول است.

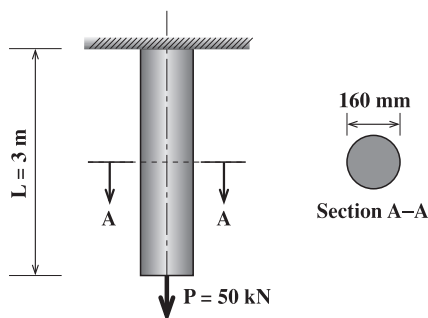


شکل ۶-۸

توجه: رابطه‌ی ۸-۴ زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که میله، هموزن (متجانس) و سطح مقطع آن در طول یک‌نواخت باشد. در صورتی که بارگذاری در نقاط مختلف میله انجام شود و میله دارای سطح مقطع متفاوت باشد باید آن را به بخش‌های مختلفی تقسیم کرد به طوری که در هر بخش علاوه بر وجود تنها یک نیرو، سطح مقطع در طول آن ثابت بوده و شرایط لازم برای استفاده از رابطه‌ی ۸-۴ را داشته باشد. فرض کنید میله به  $n$  بخش با شرایط ذکر شده تقسیم شده باشد و در جزء  $i$ ام آن نیروی داخلی  $P_i$ ، سطح مقطع  $A_i$ ، طول جزء  $L_i$  و مدول الاستیسیته  $E_i$  باشد؛ در این صورت تغییر شکل کلی میله عبارت خواهد بود از:

$$\Delta L = \sum_{i=1}^n \frac{P_i L_i}{A_i E_i} \quad (۸-۵)$$

مثال ۳: مطلوب است محاسبه‌ی تغییر شکل میله‌ی فولادی مطابق شکل، در صورتی که  $E = 2/1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$  باشد. (از وزن میله صرف نظر شود.)



شکل ۸-۷

حل:

$$L = 3 \text{ m} = 3000 \text{ mm}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi}{4} \times 160^2 = 20106 \text{ mm}^2$$

$$P = +50 \text{ kN} = +50000 \text{ N} \quad (\text{علامت مثبت به دلیل کششی بودن بار تأثیر داده شده})$$

$$E = 2/1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta L = ?$$

چون بار در انتهای میله وارد شده و طول میله از محل تأثیر بار تا تکیه‌گاه دارای مقطع ثابت است، بنابراین شرایط استفاده از رابطه‌ی ۸-۴ را دارد.