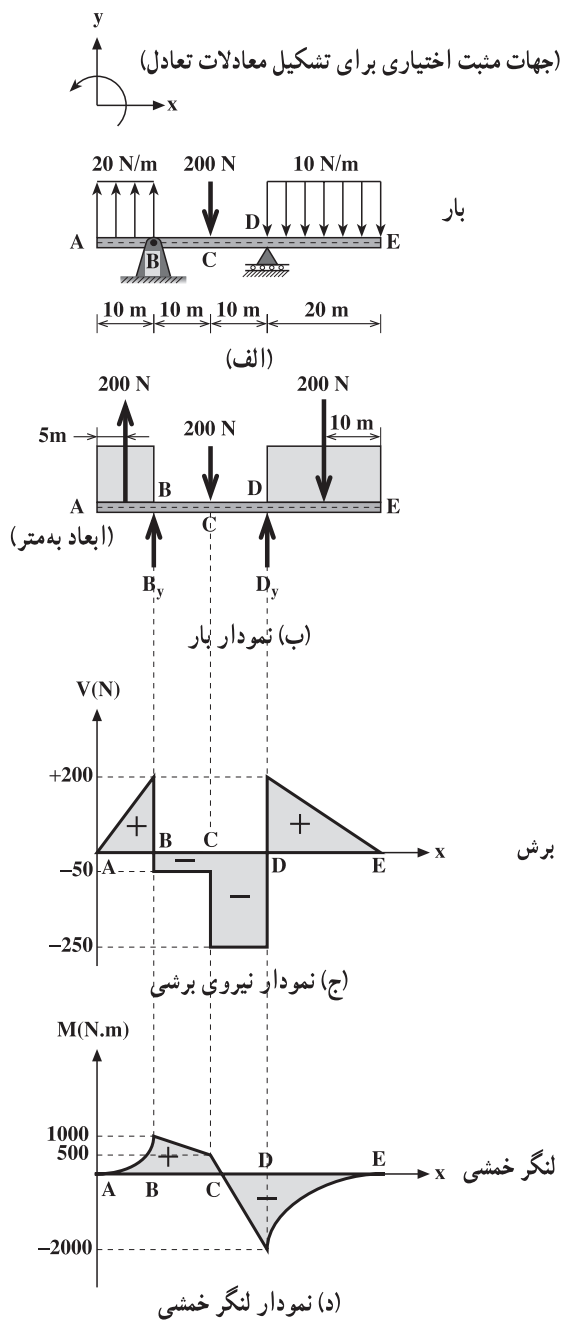


مثال ۶: مطلوب است رسم نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی برای تیر شکل ۱۷-۱۱-الف.



حل: واکنش‌های تکیه‌گاهی

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow 2^\circ D_y - 2^\circ (5) - 2^\circ (1^\circ) - 2^\circ (3^\circ) = 0$$

$$D_y = 45^\circ N$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 2^\circ + B_y - 2^\circ + 45^\circ - 2^\circ = 0$$

$$B_y = -25^\circ N$$

علامت منفی نشان می‌دهد که واکنش تکیه‌گاهی B به سمت پایین است.

نمودار نیروی برشی: کار از نقطه‌ی A با برش صفر شروع می‌شود. از A تا B شدت بار ثابت و رو به بالاست (مثبت است). پس نمودار نیروی برشی در این حدفاصل خطی و صعودی است. تغییرات برش از A تا B مساوی بار وارده در این فاصله است:

$$V_A = 0$$

$$V_B = 0 + 2^\circ (1^\circ) = 2^\circ N$$

در نقطه‌ی B به علت بار متمرکز و روبه پایین  $B_y$ ، نمودار برش به اندازه‌ی  $25^\circ$  نیوتن به سمت پایین نزول پله‌ای می‌کند. از B تا C باری روی تیر نیست، در نتیجه نمودار برش به صورت افقی خواهد بود. در نقطه‌ی C یک نزول پله‌ای به اندازه‌ی  $2^\circ$  نیوتن وجود دارد و از C تا D نیز نمودار برش ثابت و افقی می‌باشد در نقطه‌ی D یک صعود پله‌ای به اندازه‌ی  $45^\circ$  نیوتن (به اندازه‌ی نیروی رو به بالای  $D_y$ ) در نمودار به وجود می‌آید و از D تا E نمودار برش به صورت خطی نزول می‌کند تا در E به صفر برسد. تغییرات نیروی برشی از D تا E برابر است با بار وارده در این فاصله:

$$V_E = V_D + (\text{سطح زیر بار ناحیه‌ی D تا E})$$

$$= 2^\circ - 1^\circ (2^\circ) = 0 \quad \checkmark$$

نمودار لنگر: از A تا B برش مثبت و خطی است، در نتیجه نمودار لنگر از درجه‌ی دوم و صعودی می‌باشد که از شیب صفر در A شروع و به شیب  $+2^\circ$  در B ختم می‌شود (شیب نمودار لنگر در هر نقطه مساوی مقدار برش در آن نقطه است). داریم:

$$M_B = M_A + (\text{سطح زیر نمودار برش ناحیه‌ی A تا B})$$

$$= 0 + \frac{1}{2} (2^\circ) (1^\circ) = 1^\circ N.m$$

در فاصله‌ی B تا C برش ثابت و منفی است، پس نمودار لنگر خمشی خطی و نزولی می‌باشد.

داریم:

$$M_C = M_B + (C \text{ تا } B \text{ از ناحیه ی } B) \\ = 1000 + (-50)(10) = 500 \text{ N.m}$$

در فاصله ی C تا D برش ثابت و منفی است، پس نمودار لنگر خمشی خطی و نزولی می باشد.

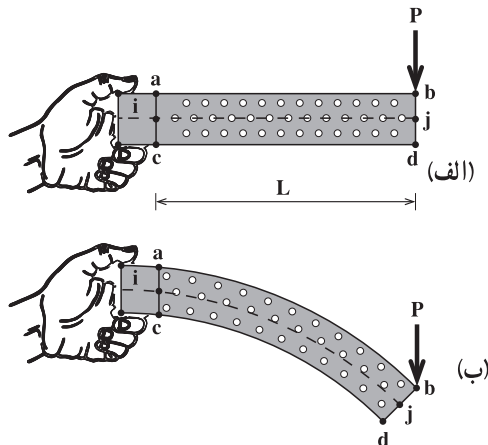
داریم:

$$M_D = M_C + (D \text{ تا } C \text{ از ناحیه ی } C) \\ = 500 + (-250)(10) = -2000 \text{ N.m}$$

بین D تا E نمودار برش خطی و مثبت است. بنابراین نمودار لنگر خمشی از درجه ی دوم و صعودی است که از شیب  $+200$  شروع و به شیب صفر ختم می شود. داریم:

$$M_E = M_D + (E \text{ تا } D \text{ از ناحیه ی } D) \\ = -2000 + \frac{1}{4}(200)(20) = 0 \quad \checkmark \text{ کنترل}$$

مطابق شکل ۱۸-۱۱ الف اسفنجی را در دست گرفته و به حالت کاملاً افقی در یک انتها نگه می داریم. واضح است در این حالت طول ضلع بالایی و پایینی باهم برابرند و می توان تساوی  $ab=cd=ij$  را نتیجه گرفت. اگر مطابق شکل ۱۸-۱۱ ب نیروی مانند P را در محل b (انتهای آزاد) وارد کنیم دیده می شود که منافذ بالای اسفنج نسبت به حالت اولیه بازتر شده و منافذ پایین آن بسته می شود که البته باز و بسته کردن منافذ در محل a و c (تکیه گاه) بیش تر است. با کمی دقت می توان مشاهده کرد که منافذ امتداد ij تغییری نداشته اند، لذا می توان نتایج زیر را از تغییرات ظاهری این



شکل ۱۸-۱۱

اسفنج که همانند یک تیر طره‌ای عمل می‌کند استنباط کرد.

الف - بازشدن منافذ اسفنج در سطح فوقانی تیر نشان‌دهنده‌ی وجود نیروهای کششی در آن سطح است و می‌توان نتیجه گرفت که در تارهای فوقانی تنش کششی به وجود می‌آید.

ب - بسته شدن منافذ در تارهای پایینی دلالت بر وجود تنش‌های فشاری در این تارها دارد.

ج - عدم تغییرات در منافذ میانی (امتداد ij) دلالت بر نداشتن نیروهای فشاری و کشش در این لایه دارند.

د - تغییرات شدید منافذ در سطح ac نسبت به سطح bd نمایانگر بزرگ بودن این تنش‌ها در سطح ac می‌باشد و می‌توان از بررسی استاتیکی مسئله نتیجه گرفت که ممان در سطح bd صفر است در حالی که ممان در سطح ac مقدار ماکزیمم خود را دارد و به نوعی می‌توان تنش‌های مقطع را با ممان مقطع ربط داد، زیرا تغییر شکل زیاد مقطع در محلی بوده که ممان آنجا ماکزیمم است.

هـ - به وجود آمدن تغییر شکل مطابق شکل ۱۸-۱۱ ب (انحنا در اثر نیرو به سمت پایین) افزایش طول را در تارهای فوقانی و کاهش طول را در تارهای تحتانی می‌طلبد که این پدیده در اسفنج مورد مطالعه به وجود آمده است. بدیهی است تارهای بین این دو لایه پیدا می‌شود که نه افزایش طول و نه کاهش طول دارد و این تار به تار خنثی موسوم است، در اسفنج مورد مطالعه تار خنثی در وسط ارتفاع مقطع قرار دارد که با ij نمایش داده شده است، تغییر نکردن طول تار دلالت بر وجود تنش صفر در این لایه دارد. بر اساس بندهای الف تا هـ، می‌توان نتایج زیر را استخراج کرد.

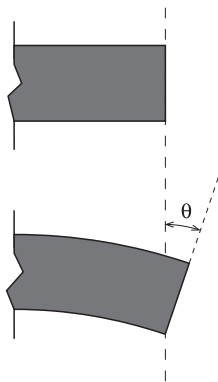
در حالت اولیه که نیروی  $P = 0$

$$ab = ij = cd = L$$

$$ab > L \text{ و } ij = L \text{ و } cd < L$$

$$ab \geq ij \geq cd$$

در حالت ثانویه که نیروی P بر انتهای طره اعمال شده



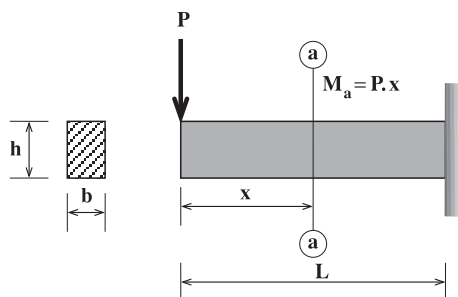
شکل ۱۹-۱۱

اگر انتهای طره (صفحه‌ی bd) قبل و بعد از بارگذاری با دقت مورد مطالعه قرار گیرد می‌توان در دو حالت، انتهای تیر را به صورت صاف مشاهده کرد و تنها تغییر به وجود آمده تغییر زاویه‌ی صفحه نسبت به اولیه است.

از بررسی این دو حالت می‌توان به خطی بودن تغییرات تنش و اثرات آن در تغییر شکل مقطع پی برد.

اگر بپذیریم که تغییرات تنش در مقطع مذکور باید خطی باشد

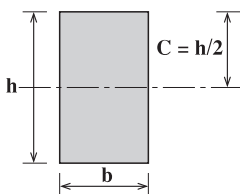
می‌توان نتیجه گرفت که در لایه‌ی فوقانی تنش ماکزیمم و از نوع کششی در میانه‌ی تیر تنش صفر و در لایه‌ی تحتانی تنش ماکزیمم و از نوع فشاری است. برای استخراج رابطه‌ی بین تنش و ابعاد و مقطع، تیری مطابق شکل ۱۱-۲۰ با مقطع مستطیلی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.



شکل ۱۱-۲۰

چنان که در بخش ممان اینرسی دیده شد، ممان اینرسی یک مقطع مستطیلی به عرض  $b$  و ارتفاع  $h$  نسبت به تار خنثی برابر است با:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$



شکل ۱۱-۲۱

و نسبت مدول مقطع برابر اینرسی بر فاصله‌ی دورترین تار تا تار خنثی محاسبه گردید:

$$W = \frac{\text{ممان اینرسی}}{\text{دورترین تار تا تار خنثی}} = \frac{I}{C} = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6}$$

در مقاومت مصالح رابطه‌ی بین ممان، تنش و مدول مقطع به صورت زیر است:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W} \quad (A)$$

با قرار دادن  $\frac{I}{C}$  به جای مدول مقطع می‌توان رابطه را بر حسب اینرسی تنظیم کرد:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} = \frac{M.C}{I} \quad \boxed{\sigma_{\max} = \frac{M}{I} = \frac{M.C}{I}} \quad (B)$$

در روابط مذکور :

$M$ ، ممان محل مورد بررسی

$I$ ، ممان اینرسی مقطع نسبت به تار خنثی

$C$ ، فاصله‌ی دورترین تار مقطع تا تار خنثی

$W$ ، مدول مقطع (حاصل  $\frac{I}{C}$ )

$\sigma_{\max}$ ، تنش ماکزیمم در دورترین تارهای فشاری یا کششی مقطع از تار خنثی

نتیجه‌گیری از روابط  $A$  و  $B$

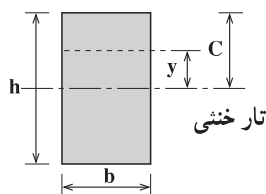
الف - در رابطه‌ی  $B$  تنش، رابطه‌ی مستقیمی با  $M$  و  $C$  و رابطه‌ی معکوسی با  $I$  دارد. به همین جهت در یک مقطع، با فرض  $C$  و  $I$  ثابت، تنش ماکزیمم در موضعی به وجود می‌آید که ممان آن موضع ماکزیمم باشد.

متناسب است با

$$\sigma_{\max} \propto M_{\max}$$

ب - در یک مقطع طولی ثابت (که ممان ثابت باشد) و مشخص، تنش ماکزیمم در دورترین تار مقطع از تار خنثی به وجود می‌آید و نتیجه می‌شود  $C$  باید فاصله‌ی دورترین تار خمشی باشد.

توجه: رابطه‌ی  $B$  را در صورتی که  $C$  فاصله‌ی دورترین تار مقطع نباشد به صورت  $\sigma = \frac{M.y}{I}$  نمایش می‌دهند که  $0 \leq y \leq c$  است.



شکل ۲۲-۱۱

ج - در یک مقطع طولی مشخص اگر ممان ثابت باشد تنش در دورترین تار را وقتی می‌توان کاهش داد که ممان اینرسی یا مدول مقطع را افزایش دهیم همین امر موجب انتخاب مقطعی مناسب می‌شود تا تنش موجود در حد مجاز باقی بماند که یکی از ضوابط طراحی تیر است. به خصوص

رابطه‌ی A کاربرد زیادی در طراحی تیرهای فولادی (نورد شده) دارد زیرا کارخانه‌ی سازنده‌ی این تیرها مشخصات کامل آن‌ها را از قبیل مساحت، ممان اینرسی و مدول مقطع، در جدول‌هایی تنظیم کرده و در دسترس استفاده‌کنندگان قرار داده است.

## ۱۱-۱۱- طراحی تیر

در انتخاب یک مقطع تیر علاوه بر ایمن بودن آن می‌باید اقتصادی بودن انتخاب نیز مورد نظر قرار گیرد. در محاسبات بر روی تیرهای متداول حداقل باید چهار عامل کنترل و شرایط لازم آن‌ها فراهم شود. این چهار عامل عبارت‌اند از:

۱- تیر دارای مقاومت خمشی کافی برای تحمل ممان‌های مقطع باشد. (تنش مجاز

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{all}}). \text{ برای فولاد ساختمانی } \sigma_{\text{all}} = 144 \text{ N/mm}^2$$

۲- تیر دارای مقاومت برش کافی برای تحمل برش‌های مقطع باشد ( $\tau_{\max} \leq \tau_{\text{all}}$ ).

۳- مقدار خیز (انحنای) تیر در حد مجازی محدود شود، به‌طوری که به مصالح درگیر با آن آسیب نرساند و در صورتی که زیر آن اندود می‌شود اندودها ترک نخورند ( $y_{\max} \leq y$ ).

۴- تیر به صورت جانبی<sup>۱</sup> کمانه نکند (این مسئله با گم شدن تیرها در سقف و یا با جوش دادن آرماتور بر روی بال بالایی تیرهای فولادی (بال فشاری) قابل حل است (میل مهار)).

تذکر: طراحی تیر و دیگر اعضای ساختمانی از وظایف مهندس محاسب است، لذا بحث‌های این فصل و سایر فصول فقط برای آشنایی هنجریان است. مطالب این کتاب برای طرح اعضای ساختمانی کافی نیست.

## حل مسایل مربوط به تیرهای فولادی

مراحل حل تیرها برای کنترل تنش‌ها و یا انتخاب نمره‌ی تیر به‌صورت زیر است:

۱- محاسبه‌ی عکس‌العمل تکیه‌گاه‌ها؛

۲- ترسیم دیاگرام برش و خمش؛

۳- استخراج مقادیر برش ماکزیمم ( $V_{\max}$ ) و ممان ماکزیمم ( $M_{\max}$ ). در پیوست ۳ جدول‌های حاوی مقادیر و روابط برشی و خمشی تعدادی از تیرها داده شده است که برای تسریع در عملیات

---

۱- در فولادهای ساختمانی با حد جاری شدن  $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$  فاصله ماکزیمم تکیه‌گاه‌های جانبی حدود  $13b$

(۱۳ برابر عرض بال فشاری تیر) می‌باشد.

می توان از آن ها استفاده کرد.

$$4- \text{ تعیین مدول مقطع لازم بر اساس رابطه ی } W = \frac{M \text{ (ممان ماکزیمم)}}{\sigma \text{ (تنش مجاز)}}$$

۵- انتخاب نمره ی تیر آهن از جداول پروفیل ها. با مراجعه به ستون مدول مقطع، تیر آهنی انتخاب می شود که مدول مقطع آن برابر و یا بیش تر از مدول مقطع لازم باشد، سپس سایر مشخصات تیر آهن انتخابی شامل ارتفاع، ضخامت جان، ممان اینرسی و سطح مقطع استخراج می شوند.

۶- کنترل برش بر اساس رابطه ی  $\tau = \frac{V}{A \text{ جان تیر}}$  (تنش برشی موجود) محاسبه می شود. باید این تنش از تنش مجاز برشی مصالح کم تر باشد.

۷- کنترل تغییر شکل تیر با مراجعه به اطلاعات موجود در دیاگرام تیرها (پیوست ۳). رابطه ی خیز ماکزیمم را که با  $\Delta_{\max}$  یا  $\delta_{\max}$  و  $Y_{\max}$  نمایش داده شده، استخراج و سپس میزان خیز موجود در تیر را محاسبه می کنیم. این مقدار باید از خیز مجاز کم تر باشد. معمولاً خیز مجاز در ساختمان های مسکونی و اداری کوچک براساس دو عامل زیر، توسط آیین نامه های جاری کشور تعیین می شود.

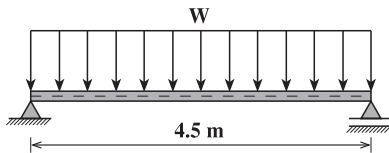
الف - خیز در حدی باشد که اندوذهای زیرین تیر ترک نخورند.

ب - خیز در حدی باشد که بام، گود نشود و باعث آب انباشتگی نگردد.

در اعضای فلزی، خیز مجاز در اثر بار زنده  $L/360$  است (L طول دهانه ی تیر) و خیز مجاز در اثر بار مرده و زنده  $L/240$  است.

مثال ۷: تیری به دهانه ی ۴/۵ متر مطابق شکل، تحت

تأثیر شدت بار مرده ای (بار ثابت) برابر  $WD = 6 \text{ kN/m}$  و شدت بار زنده ای برابر  $WL = 3 \text{ kN/m}$  قرار دارد. مطلوب است طراحی آن در صورتی که تیر در داخل سقف گم شود (امکان کمانه کردن نداشته باشد).

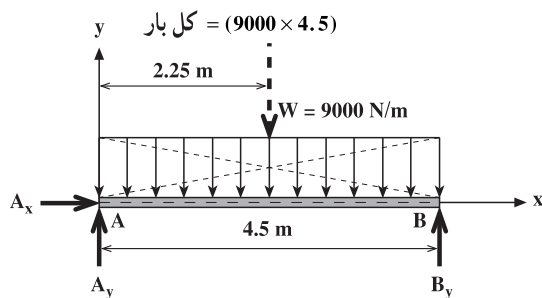


شکل ۲۳-۱۱

$$W = \begin{cases} WD = 6000 \text{ N/m} \\ WL = 3000 \text{ N/m} \end{cases}$$

حل:

گام ۱: به علت تقارن بارگذاری می توان ثابت کرد که عکس العمل تکیه گاه ها باهم برابر است، بدین جهت کافی است نسبت به تکیه گاه A مجموع ممان ها را مساوی صفر قرار دهیم.



شکل ۱۱-۲۴

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow + \quad + A_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$$

$$\Sigma F_y = 0 \uparrow + A_y + B_y - 9000 \times 4/5 = 0 \Rightarrow A_y + B_y = 40500 \text{ N} \quad (1)$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad + \quad - B_y \times 4/5 + (9000 \times 4/5) \times 2/25 = 0$$

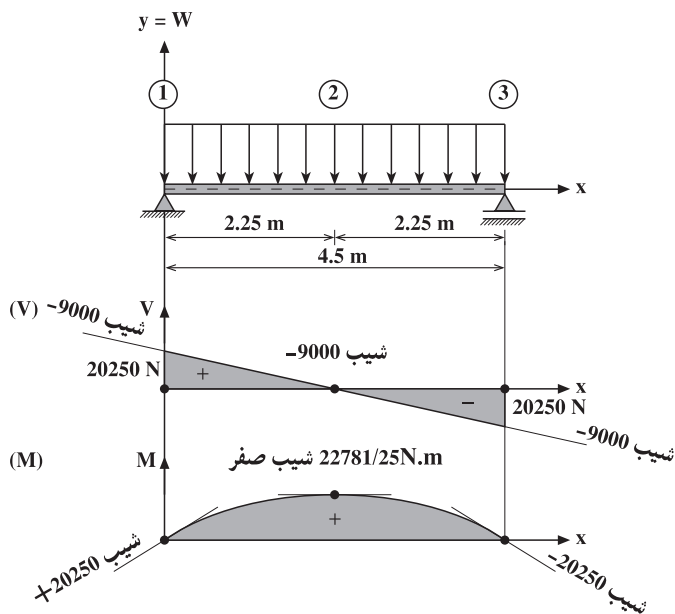
$$\Rightarrow 4/5 B_y = 91125 \Rightarrow B_y = 20250 \text{ N}$$

با جایگزین کردن حاصل ۲ در معادله ۱ مقدار  $A_y$  محاسبه می شود.

$$\boxed{B_y = 20250} \quad (2) \Rightarrow$$

$$A_y + 20250 = 40500 \Rightarrow \boxed{A_y = 20250 \text{ N}}$$

گام ۲: ترسیم دیاگرام برش و خمش براساس مطالب بند ۱-۱۱ صورت می گیرد.

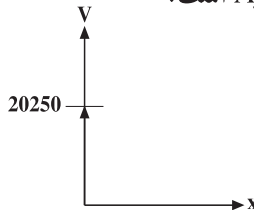


شکل ۱۱-۲۵

## مراحل ترسیم دیاگرام V

الف - به اندازه‌ی عکس‌العمل تکیه‌گاه A و در جهت مؤلفه‌ی آن، از مبدأ دستگاه  $V-x$  حرکت می‌کنیم و چنان که می‌دانید در تیرهای ساده عکس‌العمل تکیه‌گاه برابر نیروی برش آن محل است؛ پس نیروی برشی در موضع ① برابر  $A_y$  است.

$$V_1 = A_y = 20250 \text{ N}$$



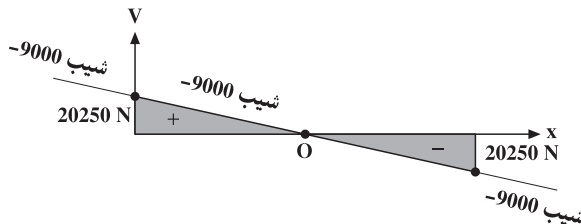
موضع ② را در وسط دهانه به دلخواه انتخاب کرده‌ایم (سطح بار از ① تا ②)  $V_2 = V_1 +$  از آنجا که جهت بار به سمت پایین است با علامت منفی وارد رابطه شده است.

$$V_2 = +20250 + (-9000 \times 2/25) = 0$$

$$V_3 = V_2 + (\text{سطح بار از ② تا ③})$$

$$V_3 = 0 + (-9000 \times 2/25) = -20250 \text{ N}$$

درجه‌ی بار (شدت یک نواخت) صفر است، پس سه نقطه‌ی مشخص شده را با خط مستقیم (یا منحنی درجه یک) به هم وصل می‌کنیم که حاصل دیاگرام  $V$  در شکل می‌باشد. در صورتی که از شیب تابع استفاده کنیم می‌دانیم که در محل  $V_1 = 20250$  شدت بار برابر  $-9000$  و در محل  $V_2 = 0$  برابر  $-9000$  و در محل  $V_3 = 20250$  برابر  $-9000$  است، پس شیب این سه نقطه برابر شدت بار  $-9000$  است و طبیعی است که منحنی بین دو نقطه که دارای شیب یک نواخت باشند یک خط مستقیم است.



شکل ۲۶-۱۱

## مراحل ترسیم دیاگرام M

الف - ممان محل تکیه‌گاه‌های A و B برابر صفر است:  $M_1 = M_3 = 0$

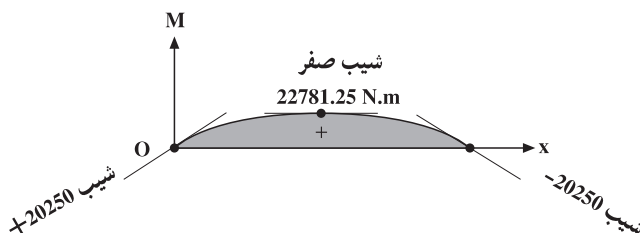
$$M_2 = M_1 + (2) \text{ تا } (1) \text{ از سطح دیاگرام برش از } 0 + \left( + \frac{20250 \times 2/25}{2} \right) = 22781.25 \text{ N.m}$$

$$M_3 = M_2 + (3) \text{ تا } (2) \text{ از سطح دیاگرام برش از}$$

$$M_3 = +22781.25 + \left( - \frac{20250 \times 2/25}{2} \right) = 0$$

پس از این که سه نقطه‌ی  $M_1$  و  $M_2$  و  $M_3$  مشخص شد می‌دانیم که دیاگرام برش از درجه‌ی یک می‌باشد، پس باید این دیاگرام از درجه‌ی دو باشد. برای مشخص کردن تقعر و تحدب منحنی خمش بر اساس شیب یا معادله‌ی خمش عمل می‌کنیم.

چنان که توضیح داده شد شیب منحنی خمش در محل ① برابر مقدار برش در همان محل می‌باشد پس شیب منحنی خمش در محل ① برابر  $V_1 = +20250$ ، در محل ② برابر برش آن محل  $V_2 = 0$  و در محل ③ برابر  $V_3 = -20250$  است. پس می‌توان نتیجه گرفت که مماس بر منحنی خمش در محل ② افقی است. واضح است که منحنی مماس بر شیب‌های نشان داده شده در شکل باید تقعرى به سمت پایین داشته باشد.



شکل ۲۷-۱۱

گام ۳: استخراج  $V_{max}$  و  $M_{max}$  از روی دیاگرام؛  $V_{max} = 20250 \text{ N}$

$$M_{max} = 22781.25 \text{ N.m}$$

براساس جدول ارائه شده که حاوی مشخصات بارگذاری‌های نشان داده شده می‌باشد مقدار

برش ماکزیمم این تیر  $V_{max} = \frac{WL}{2}$  و ممان ماکزیمم  $M_{max} = \frac{WL^2}{8}$  استخراج می‌شود:

$$V_{max} = \frac{9000 \times 4/5}{2} = 20250 \text{ N}$$

$$M_{max} = \frac{9000 \times 4/5^2}{8} = 22781.25 \text{ N.m}$$

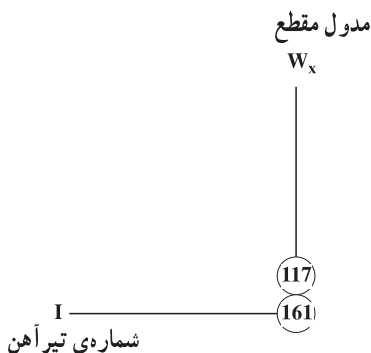
گام ۴: تعیین مدول مقطع لازم: مدول مقطع براساس تنش مجاز خمشی که در فصل

ضرب اطمینان بحث گردید محاسبه می شود. تنش مجاز خمشی برای مصالح فلزی عبارت است از :  
 $f_a = \sigma_{all} = 0.6 f_y$  که این مقدار برای فولاد ساختمانی (ST37)  $\sigma_{all} = 144 \text{ N/mm}^2$  می باشد.

(برای تبدیل متر به سانتی متر)

$$W = \frac{M_{max}}{\sigma_{all}} = \frac{22781/25 \times 10^6}{144 \times 100} = 158/2 \text{ cm}^3$$

گام ۵: اگر بخواهیم سازه انتخابی را INP (تیر آهن باریک) انتخاب کنیم با مراجعه به ستون  $W_x$ ، مدول مقطعی را که برابر مدول لازم و یا از آن یک پله بزرگ تر است انتخاب می کنیم و سپس در ابتدای سطر آن سازه نیز با مشخصات مربوط استخراج می شود.



چون مدول مقطع  $158/2$  بین مدول های ۱۱۷ و ۱۶۱ قرار گرفته، از این رو مدول مقطع بزرگ تر را به عنوان مدول مقطع مناسب انتخاب می کنیم. شماره ی متناظر این مدول مقطع تیر آهن نمره ی ۱۸ است. سایر مشخصات تیر آهن نیز عبارت اند از :

INP ۱۸	$h = 180 \text{ mm}$	ارتفاع
	$s = 6/9 \text{ mm}$	ضخامت جان
	$b = 82 \text{ mm}$	عرض بال
	$t = 10/4 \text{ mm}$	ضخامت بال
	$I_x = 1450 \times 10^4 \text{ mm}^4$	ممان اینرسی نسبت به محور x
	$A = 2790 \text{ mm}^2$	
	$E = 2/1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$	مدول الاستیسیته (ثابت است)

گام ۶: کنترل تنش برشی:  $\tau = \frac{V}{A} = \frac{V}{h.s}$  مطابق توضیحات فصل نهم (ضریب اطمینان)،  
تنش برش مجاز برای فولاد  $\tau_{all} = 0.4 f_y$  می باشد که کمیت آن برای فولاد ساختمانی (ST ۳۷)  
۹۶ N/mm<sup>۲</sup> است.

$$\tau = \frac{20250}{180 \times 6/9} = 16/3 \text{ N/mm}^2 < 96 \text{ N/mm}^2 \quad \checkmark \text{ O.k}$$

از نظر برش مشکلی ندارد.

گام ۷: کنترل خیز (تغییر شکل): از جدول های ارائه شده<sup>۱</sup> می توان خیز ماکزیمم تیر مربوط را  
برابر  $\delta_{max} = \frac{5qL^4}{384EI}$  استخراج کرد که q شدت بار تیر است. باید یک بار براساس شدت بار زنده و  
یک بار بر اساس مجموع شدت بار مرده و زنده اقدام به کنترل خیز نمود. در ساختمان های کوچک  
و مسکونی که بارهای زنده از بارهای مرده کم ترند معمولاً مجموع بارهای مرده و زنده تعیین کننده ی  
خیز ماکزیمم است.

کنترل خیز در اثر شدت بار زنده [در اثر شدت بار زنده باید خیز به  $\frac{L}{360}$  محدود شود] واحدها

$$W_1 = 3000 \text{ N/m} = 3 \text{ N/mm} \quad \text{را بر حسب N و mm اختیار می کنیم.}$$

$$(\Delta_{max})_L = \frac{5 \times 3 \times (4500)^4}{384 \times 2/1 \times 10^5 \times 1450 \times 10^4} = 5/3 \text{ mm} < \frac{L}{360} = \frac{4500}{360} = 12/5 \text{ mm} \quad \checkmark \text{ O.k}$$

براساس بار زنده خیز از حد مجاز فراتر نمی رود.

$$W = W_D + W_L = 9000 \text{ N/m} = 9 \text{ N/mm} \quad \text{براساس بار زنده و مرده}$$

$$(\Delta_{max})_{L+D} = \frac{5 \times 9 \times (4500)^4}{384 \times 2/1 \times 10^5 \times 1450 \times 10^4} = 15/8 \text{ mm} < \frac{L}{240} = \frac{4500}{240} = 18/8 \text{ mm} \quad \checkmark \text{ O.k}$$

انتخاب نهایی INP ۱۸

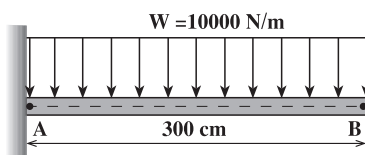
تیر مذکور از نظر خیز مشکلی ندارد

توجه: مثال های بعدی را به خاطر این که جدول مشخصات پروفیل ها براساس cm می باشد  
بر حسب cm به دست می آوریم، زیرا انتخاب پروفیل از روی اساس مقطع ممکن خواهد بود و جداول  
بر حسب سانتی متر تنظیم شده اند.

مثال ۸: مطلوب است طراحی تیر طره ای مطابق مشخصات داده شده از پروفیل IPE در شکل

۱۱-۲۸.

توجه: مطابق توصیه‌ی آیین‌نامه‌ی ۲۸۰۰ ایران، باید از احداث تیرهای طره‌ای با طول بیش از ۱/۵ متر خودداری شود.



شکل ۱۱-۲۸

حل:

$$۱- R_A = WL = ۱۰۰۰۰ \times ۳ = ۳۰۰۰۰ \text{ N}$$

$$۲- V_{\max} = R_A = ۳۰۰۰۰ \text{ N}$$

$$۳- M_{\max} = \frac{WL^2}{2} = \frac{۱۰۰۰۰ \times ۳^2}{2} = ۴۵۰۰۰ \text{ N.m} = ۴۵۰۰۰۰۰ \text{ N.cm}$$

$$۴- \text{لازم } W = \frac{۴۵۰۰۰۰۰}{۱۴۴۰۰} = ۳۱۲/۵ \text{ cm}^3$$

$$۵- \begin{array}{l} \text{IPE}۲۴ \rightarrow \text{با مراجعه به جدول} \\ \left. \begin{array}{l} h = ۲۴ \text{ cm} \\ s = ۰/۶۲ \text{ cm} \\ b = ۱۲ \text{ cm} \\ t = ۰/۹۸ \text{ cm} \\ I_x = ۳۸۹۰ \text{ cm}^4 \\ A = ۳۹/۱ \text{ cm}^2 \end{array} \right\} \end{array}$$

کنترل تنش برشی:

$$۶- \tau = \frac{V_{\max}}{h.s} = \frac{۳۰۰۰۰}{۲۴۰ \times ۰/۶/۲} = ۲۰/۱۶ \text{ N/mm}^2 < ۹۶ \text{ N/mm}^2 \quad \checkmark \text{ O.k}$$

۷- کنترل خیز: چون نوع بار بر حسب مرده و زنده مشخص نشده است.

لذا کنترل بار زنده به عمل نمی‌آید. از جدول دیاگرام‌ها، خیز ماکزیمم تیر مربوط برابر

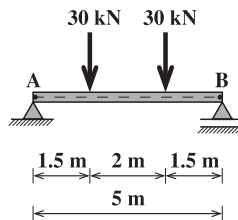
$$W = ۱۰۰۰۰ \text{ N/m} = ۱۰ \text{ N/mm} \quad \Delta_{\max} = \frac{WL^4}{8EI} \text{ استخراج می‌شود.}$$

$$(\Delta_{\max})_{D+L} = \frac{10 \times (3000)^4}{8 \times 2 / 1 \times 10^5 \times 3890 \times 10^4} = 12 / 4 \text{ mm} < \frac{L}{240} = \frac{3000}{240} = 12 / 5 \text{ mm} \quad \checkmark \text{ O.k}$$

از نظر خیز مشکلی ندارد و خیز در حد مجاز است.

توجه: در صورتی که خیز موجود از حد مجاز بیش تر شود یک راه حل محدود کردن آن در حد مجاز، انتخاب مقطع قوی تر نسبت به مقطع انتخابی است.

مثال ۹: مطلوب است تیر نشان داده شده از پروفیل INP در شکل ۱۱-۲۹.



شکل ۱۱-۲۹

$$۱- R_A = R_B = 30000 \text{ N}$$

$$۲- V_{\max} = 30000 \text{ N}$$

$$۳- M_{\max} = R_A \times 1/5 = 30000 \times 1/5 = 45000 \text{ N.m} = 4500000 \text{ N.cm}$$

$$۴- W_{\text{لازم}} = \frac{4500000}{14400} = 312/5 \text{ cm}^3$$

$$h = 24 \text{ cm}$$

$$s = 0/87 \text{ cm}$$

$$b = 10/6 \text{ cm}$$

$$۵- \text{INP} ۲۴ \rightarrow \text{با مراجعه به جدول}$$

$$I_x = 4250 \text{ cm}^4$$

$$A = 36/2 \text{ cm}^2$$

$$W_x = 354 \text{ cm}^3$$

$$۶- \tau = \frac{30000}{240 \times 8/7} = 14/37 \text{ N/mm}^2 < 96 \text{ N/mm}^2 \quad \checkmark \text{ O.k}$$

از نظر برش مشکلی وجود ندارد.

۷- کنترل خیز: مقدار خیز ماکزیمم در اثر بارگذاری نشان داده شده را از جدول

$$\Delta_{\max} = \frac{Pa}{24EI} (3L^2 - 4a^2) \quad \text{دیاگرام‌ها استخراج می‌کنیم.}$$

$$\Delta_{\max} = \frac{30000 \times 1500}{24 \times 2 / 1 \times 10^5 \times 4250 \times 10^4} [3 \times 5000^2 - 4 \times (1500)^2] = 13/9 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\max} = 13/9 \text{ mm} < \frac{L}{240} = \frac{5000}{240} = 20/8 \text{ mm} \quad \checkmark \text{ O.k}$$

از نظر خیز مشکلی وجود ندارد.

## خلاصه‌ی فصل یازدهم

- ۱- تیر یک عنصر باربر ساختمانی است که معمولاً تحت تأثیر بارهای عرضی (عمود بر محور طولی) قرار دارد و نتیجه‌ی این بارها در مقطع آن تولید برش و خمش است.
- ۲- تار یا لایه‌ی خنثی، به حدفاصل بین نیروهای کششی و فشاری مقطع گفته می‌شود. تنش در تار یا لایه‌ی خنثی صفر است و در طول بارگذاری هیچ‌گونه تغییری در طول آن به وجود نمی‌آید.
- ۳- توزیع تنش خمشی در یک مقطع تیر خطی است.
- ۴- در تیرهایی که تار خنثی در مرکز مقطع آن‌ها قرار دارد (مقطع تیر دارای محور تقارن افقی باشد)، تنش‌های کششی و فشاری در دورترین تارهای مقطع باهم برابرند.
- ۵- تنش در محلی ماکزیمم است که اولاً ممان آن محل و ثانیاً فاصله‌ی دورترین تار تا مرکز سطح (تار خنثی) ماکزیمم باشد.
- ۶- در طراحی یک تیر عوامل زیر باید مورد توجه قرار گیرند :
  - الف - تنش خمشی در حد مجاز باشد ؛
  - ب - برش در حد مجاز باشد ؛
  - ج - خیز موجود در حد مجاز باشد ؛
  - د - تیر به صورت جانبی کمانه نکند.
- ۷- خیز مجاز بر اساس بار زنده  $L/360$  ، و براساس مجموع بار زنده و مرده  $L/240$  است.

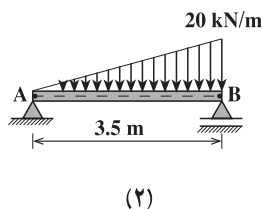
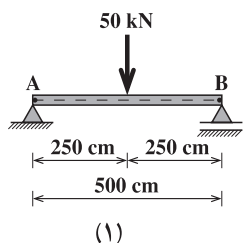
## روابط مهم

- ۱- براساس ممان اینرسی 
$$\sigma = \frac{M.C}{I} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}.C}{I}$$
- ۲- براساس مدول مقطع 
$$\sigma = \frac{M}{W} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W}$$
- ۳- تنش برشی در تیرهای فولادی 
$$t = \frac{V}{h.s} = \frac{V}{A_w (\text{سطح جان})}$$
- ۴- (بسته به نوع تیر و نوع بارگذاری که از جدول استخراج می‌شود)  $\Delta_{\max}$  .

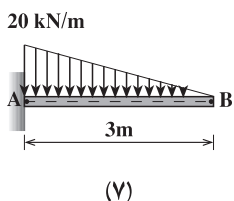
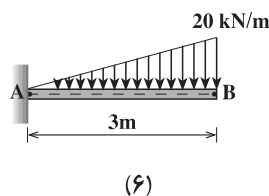
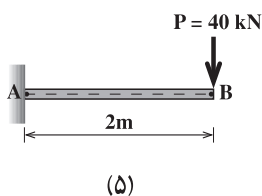
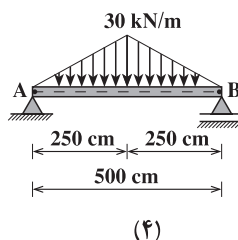
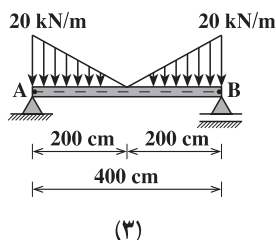
## تمرین

توجه: برای محاسبه مقادیر برش و ممان ماکزیمم تیرهای داده شده می‌توان از پیوست (۳) کمک گرفت.

مطلوب است طراحی تیرهای نشان داده شده در شکل‌های زیر از پروفیل IPE :



راهنمایی ۱: محل ممان ماکزیمم در شکل ۲ به فاصله‌ی ۲ متر از تکیه‌گاه A است.



راهنمایی ۲: محل ممان ماکزیمم در شکل‌های ۳ و ۴ در وسط دهانه و در شکل‌های ۵ تا ۷ در تکیه‌گاه A می‌باشد.

شکل ۳۰-۱۱