

ستون‌ها^۱

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل، هنرجو باید بتواند:

۱- ستون را تعریف کند.

۲- ظرفیت مجاز ستون‌های فلزی را از طریق جدول مشخصات پروفیل‌ها و

جدول تنش‌های مجاز ستون‌ها (پیوست ۱) تعیین کند.

۱-۱۲- ستون‌ها

ستون به عضوی گفته می‌شود که معمولاً تحت اثر بار محوری به صورت فشاری قرار دارد. بارهای محوری به دو صورت زیر بر یک عضو ستونی وارد می‌شوند:

الف - در صورتی که امتداد بار بر محور طولی ستون، که از مرکز سطح مقطع عبور می‌کند، منطبق باشد به این نوع بار، بار محوری ساده گفته می‌شود.

ب - در صورتی که امتداد بار بر محور طولی ستون منطبق نباشد، در این حالت علاوه بر اثر فشار بار، اثر ناشی از خروج از مرکزیت آن نیز، ستون و سازه را تحت تأثیر قرار می‌دهد. معمولاً اثر خروج از مرکزیت بار در ستون باعث پدید آمدن خمش می‌شود. در این کتاب تنها ستون‌های با بار محوری بدون خروج از مرکزیت بررسی می‌شوند.

با توجه به اهمیت ستون در ساختمان، باید با اطلاع کافی اقدام به بررسی باربری آن شود. در این بخش روابطی داده می‌شود تا تنش ستون‌های فلزی تحت اثر بارهای محوری تعیین گردد. یادآور می‌شویم که کم‌تر ستونی تحت اثر بار محوری خالص قرار دارد و به دلایلی از قبیل عدم توزیع یکنواخت جرم در کف‌ها، همگن نبودن مصالح ستون، وجود بارهای جانبی، نشست قسمتی از سازه (خواسته یا ناخواسته)، عمودی نبودن ستون در حین نصب، نوع اتصال تیرها به ستون و عوامل متعدّد دیگر، معمولاً بارها به صورت خارج از مرکز بر ستون وارد می‌شوند که به دلیل پیچیدگی موضوع، در

سال‌های بعد مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

اهمیت ستون از آنجاست که رابطی بین کف (شالوده) و سقف‌ها به‌شمار می‌رود و هرگونه ضعفی در ستون منجر به خرابی جبران‌ناپذیری در سازه و سقف‌ها می‌شود و گاهی با خسارات مالی و جانی توأم است.

از عوامل مهم در باربری ستون‌ها طول و مشخصات تکیه‌گاهی دو انتهای آن‌ها می‌باشد به‌طوری‌که با افزایش طول شدیداً ظرفیت باربری کاهش می‌یابد و همچنین میزان طبیعت (سختی) تکیه‌گاه‌ها موجب افزایش ظرفیت باربری در ستون‌ها می‌شود. به همین دلیل ضریبی بنام «ضریب لاغری» تعریف می‌شود که این ضریب رابطه مستقیمی با طول و شرایط انتهای ستون‌ها دارد و با

$$\lambda = \frac{K \cdot L}{r_{\min}}$$

نمایش داده می‌شود که در آن :

K - ضریبی است که بستگی به تکیه‌گاه‌های انتهای ستون دارد و براساس شکل‌های ۱-۱۲

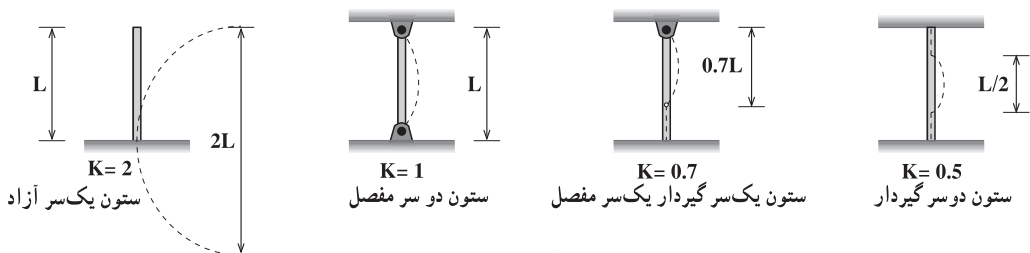
تعیین می‌شود.

L - طول ستون است.

r_{\min} - برابر است با شعاع ژیراسیون حداقل

λ - ضریب لاغری و یا رعنائی که در اصطلاح فنی به آن ضریب لاغری مکانیکی گفته می‌شود.

اصطلاحاً به (KL) طول مؤثر ستون گفته می‌شود و گاهی با Le نمایش داده می‌شود.



شکل ۱-۱۲

۱۲-۲- ضریب اطمینان در ستون‌های فلزی

براساس روابط اثبات شده در مقاومت مصالح ضریب اطمینان حاصل از فرمول‌های مربوطه در جدول ارائه شده در پیوست ۱ گنجانده شده است که متناظر هر لاغری (λ) تنش مجاز مقطع (F_a) داده شده است و دانش‌آموزان می‌توانند به صورت کاربردی از آن استفاده نمایند. با حل چند مثال روش استفاده از جدول پیوست ۱ مشخص می‌شود.

مثال ۱: فرض کنید ستونی، مطابق شکل، یک پروفیل INP۱۶ باشد؛ مطلوب است محاسبه‌ی

بار مجاز آن :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 2280 \text{ mm}^2 \\ I_x = 935 \times 10^4 \text{ mm}^4 \\ I_y = 547 \times 10^3 \text{ mm}^4 \\ r_x = 64 \text{ mm} \\ r_y = 15/5 \text{ mm} \end{array} \right. \quad \begin{array}{c} \text{مشخصات INP16 از جدول} \\ \text{3m} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{INP16} \end{array}$$

$$K = 0/7$$

ستون یک سر مفصل و یک سر گیردار

$$r_{\min} = r_y = 15/5 \text{ mm}$$

شعاع ژیراسیون حداقل

$$L = 3000 \text{ mm}$$

$$\frac{KL}{r_{\min}} = \frac{0/7 \times 3000}{15/5} = 135/48$$

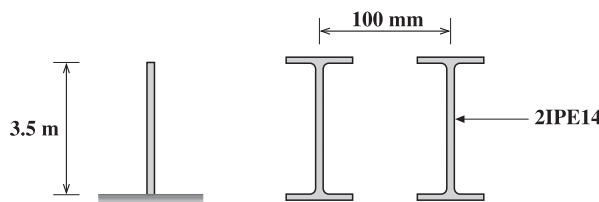
با مراجعه به جدول، دیده می شود که ضریب لاغری $135/48$ بین ضرایب لاغری 135 و 136 است^۱ که برای اطمینان از حد بالای آن استفاده می شود. اگر حد بالای ضریب لاغری $135/48$ را

$$\lambda = 135/48 \approx 136 \Rightarrow F_a = 569 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 56/9 \text{ N/mm}^2 \quad \text{در نظر بگیریم،}$$

وقتی تنش مجاز ستون تعیین گردید بار مجاز از حاصل ضرب تنش تعیین شده در سطح مقطع ستون به دست می آید :

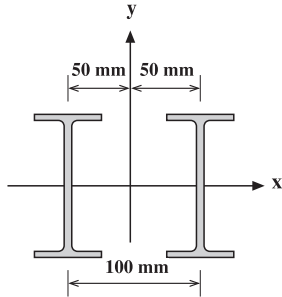
$$P_{\text{all}} = F_a \cdot A = 56/9 \times 2280 = 129732 \text{ N} \quad \boxed{P_{\text{all}} \cong 130 \text{ kN}}$$

مثال ۲: در شکل زیر مطلوب است محاسبه ی بار مجاز $2\text{IPE}14$ به فاصله ی مرکز تا مرکز 100 mm .



۱- برای اجتناب از محاسبات طولانی، هنرجویان می توانند عدد دست بالا را انتخاب کنند و براساس آن از جدول مقدار F_a را استخراج نمایند.

حل: چون از جفت پروفیل استفاده شده است به سادگی نمی توان شعاع ژیراسیون حداقل آن را تعیین کرد؛ از این رو ابتدا ممان اینرسی مجموعه، نسبت به محورهای x و y که از مرکز سطح مجموعه عبور می کنند، محاسبه و سپس شعاع ژیراسیون حداقل تعیین می شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 1640 \text{ mm}^2 \\ I_x = 541 \times 10^4 \text{ mm}^4 \\ I_y = 449 \times 10^3 \text{ mm}^4 \\ r_x = 57/4 \text{ mm} \\ r_y = 16/5 \text{ mm} \end{array} \right. \text{ مشخصات تک پروفیل IPE14}$$


$$I_x \text{ مجموعه} = 2 I_x \text{ تکی} = 2 \times 541 \times 10^4 = 1082 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_y \text{ مجموعه} = 2 [I_y \text{ تکی} + A d^2] = 2 [449 \times 10^3 + 1640 (50)^2] = 9098 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x \text{ مجموعه}}{A \text{ مجموعه}}} = \sqrt{\frac{1082 \times 10^4}{1640 \times 2}} = 57/4 \text{ mm}$$

نتیجه: شعاع ژیراسیون مجموعه نسبت به محور x (محوری که از مرکز سطح دو پروفیل عبور کرده) برابر شعاع ژیراسیون یکی از پروفیل ها نسبت به محور x است.

$$\boxed{\text{تکی } r_x = r_x \text{ مجموعه}}$$

$$r_y \text{ تکی} = \sqrt{\frac{I_y \text{ مجموعه}}{A \text{ مجموعه}}} = \sqrt{\frac{9098 \times 10^3}{2 \times 1640}} = 52/7 \text{ mm}$$

$$r_{\min} = r_y \text{ مجموعه} = 52/7 \text{ mm}$$

$$K = 2$$

$$L = 3500 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{KL}{r_{\min}} = \frac{2 \times 3500}{52/7} = 132/82 \Rightarrow \lambda \cong 133$$

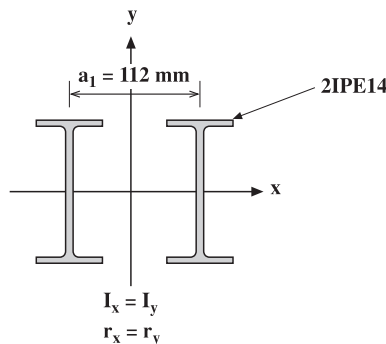
$$F_a = 595 \text{ kg/cm}^2 = 59/5 \text{ N/mm}^2$$

$$P_{\text{all}} \text{ بار مجاز} = A \times F_a = 2 \times 1640 \times 59/5 = 195160 \text{ N} = 195/16 \text{ kN}$$

تذکر: برای طراحی این ستون کنترل های دیگری لازم است که در اینجا ذکر نشده است.

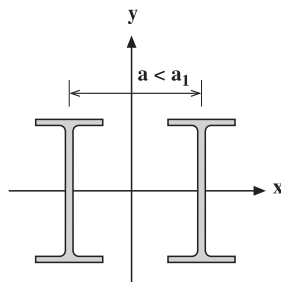
توجه: وقتی از پروفیل های مضاعف استفاده می شود در صورتی که محدودیت ابعادی ستون وجود نداشته باشد بهتر است فاصله ی دو پروفیل طوری تنظیم شود تا ممان اینرسی ها نسبت به محور

x و y مجموعه با هم برابر شوند، به عبارتی ممان اینرسی ضعیف تر که معمولاً حول محور y ها است حداقل برابر ممان اینرسی محور x ها شود. فاصله‌ای که در آن ممان اینرسی نسبت به دو محور با هم برابر می‌شوند در جدول پروفیل‌ها با a_1 مشخص شده و به ازای هر سایز پروفیل مقادیر a_1 داده شده است. به عنوان مثال فاصله‌ی a_1 در مورد جفت تیرآهن ۲IPE۱۴ برابر ۱۱۲mm است.



می‌توان نتایج زیر را در مورد فاصله‌ی دو پروفیل به دست آورد :

۱- اگر فاصله‌ی دو پروفیل از a_1 کم تر باشد :



در این حالت، دو پروفیل به هم نزدیک‌اند و ممان اینرسی حول محور y ها نسبت به محور x ها

کم تر است پس $I_{\min} = I_y \Rightarrow r_{\min} = r_y$ مجموعه

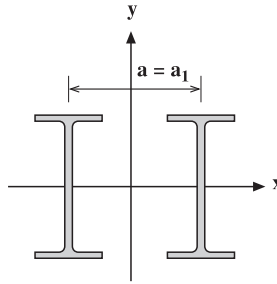
به همین جهت باید ممان اینرسی حول محور y ها محاسبه شود و سپس براساس آن، مقدار شعاع ژیراسیون مینیمم محاسبه و آن گاه لاغری ستون تعیین می‌گردد.

$$\lambda = \frac{KL}{r_{\min}} = \frac{KL}{r_y} \Rightarrow F_a = \text{مشخص می شود}$$

۱- در جدول‌های ضمیمه‌ی این کتاب فاصله‌ی a_1 محاسبه نشده است، همکاران عزیز می‌توانند برای تعیین a_1 هر پروفیل به جداول پروفیل‌های ساختمانی (اشتال) مراجعه نمایند و یا براساس رابطه‌ی زیر مقدار آن را تعیین کنند.

$$a_1 = 2\sqrt{r_x^2 - r_y^2}$$

۲- اگر فاصله‌ی دو پروفیل برابر a_1 باشد :



در این حالت ممان اینرسی نسبت به محورهای x و y با هم برابر است و شعاع ژیراسیون مینیمم می‌تواند r_x یا r_y مجموعه باشد.

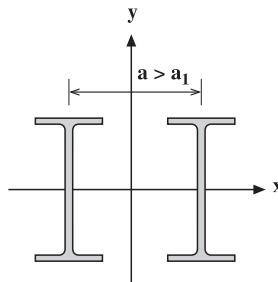
مجموعه $I_x = I_y$

مجموعه $r_x = r_y$

از طرفی ثابت شد که r_x مجموعه با r_x تک پروفیل برابر است لذا می‌توان بدون محاسبه‌ی ممان اینرسی $r_{\min} = r_x$ تکی فرض کرد.

$$\lambda = \frac{KL}{r_{\min}} = \frac{KL}{r_x \text{ تکی}} \Rightarrow F_a = \text{مشخص می‌شود}$$

۳- اگر فاصله‌ی دو پروفیل از a_1 بیش‌تر باشد :



در این حالت به علت داشتن فاصله‌ی زیاد دو پروفیل ممان اینرسی حول محور y ها بیش‌تر از ممان اینرسی حول محور x ها است که به تبع آن شعاع ژیراسیون مینیمم r_x می‌باشد.

$$I_y > I_x$$

مجموعه $I_{\min} = I_x$

تکی $r_{\min} = r_x = \text{مجموعه } r_x$

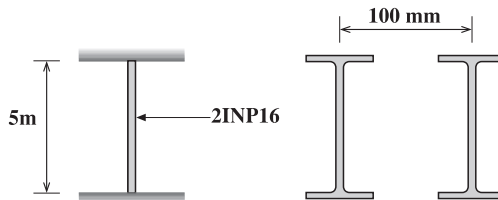
که مانند بند ۲ فوق اقدام به محاسبه ی تنش مجاز می شود. در زیر نتایج مذکور، ضمن حل یک مثال روشن می شود.

مثال ۳: بار مجاز ۲INP۱۶ مطابق شکل را در سه حالت الف، ب، ج محاسبه کنید.

الف) $a = 100 \text{ mm}$

ب) $a = 124 \text{ mm}$

ج) $a = 150 \text{ mm}$



مشخصات تیرآهن ۱۶ از جدول استخراج می شود

$$\text{INP} 16 \text{ مشخصات تک پروفیل} \left\{ \begin{array}{l} A = 2280 \text{ mm}^2 \\ I_x = 935 \times 10^4 \text{ mm}^4 \\ I_y = 547 \times 10^3 \text{ mm}^4 \\ r_x = 64 \text{ mm} \\ r_y = 15.5 \text{ mm} \\ a_1 = 124 \text{ mm} \end{array} \right.$$

حل:

حالت الف: $a = 100 \text{ mm}$ ؛ در این حالت چون $a = 100 \text{ mm} < a_1 = 124 \text{ mm}$ نتیجه می شود ممان اینرسی ضعیف و به تبع آن شعاع ژیراسیون ضعیف حول محور y است که باید محاسبه شوند.

مجموعه $I_y < I_x \Rightarrow I_{\min} = I_y$ نتیجه

$$I_y \text{ مجموعه} = 2 \left[547 \times 10^3 + 2280 (50)^2 \right] = 1249 / 4 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$r_{\min} = r_y \text{ مجموعه} = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{1249 / 4 \times 10^4}{2 \times 2280}} = 52 / 3 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{KL}{r_{\min}} = \frac{\frac{1}{2} \times 5000}{52 / 3} = 47 / 8 \Rightarrow F_a = 1240 \text{ kg/cm}^2 = 124 / 0 \text{ N/mm}^2$$

$$P_{all} = A \times F_a = 2 \times 2280 \times 124 / 0 = 565440 \text{ N} = 565 / 4 \text{ kN}$$

حالت ب: چون $a = a_1$ ، پس ممان اینرسی نسبت به دو محور با هم برابر است که بررسی صحت این موضوع به هنجویان واگذار می شود. نتیجه این که بدون محاسبه می توان شعاع ژیراسیون حداقل را برابر r_x مجموعه فرض کرد و از آنجا ثابت کرد که r_x مجموعه برابر r_x یکی از پروفیل ها نسبت به محور x است. می توان عملیات را به صورت زیر ادامه داد.

$$r_{min} = r_x \text{ تکی} = 64 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{KL}{r_{min}} = \frac{\frac{1}{2} \times 5000}{64} = 39 / 0.6 \Rightarrow F_a \cong 1288 \text{ kg/cm}^2 = 128 / 8 \text{ N/mm}^2$$

توجه: مقدار F_a براساس $\lambda = 39$ استخراج شده است.

$$P_{all} = 587328 \text{ N} = 587 / 33 \text{ kN}$$

حالت ج: $a = 150 \text{ mm} > a_1$

نتیجه مانند حالت ب است:

$$r_{min} = 64 \text{ mm}$$

$$F_a = 128 / 8 \text{ N/mm}^2$$

$$P_{all} = 587328 \text{ N}$$

خلاصه‌ی فصل دوازدهم

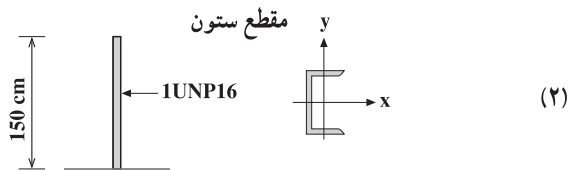
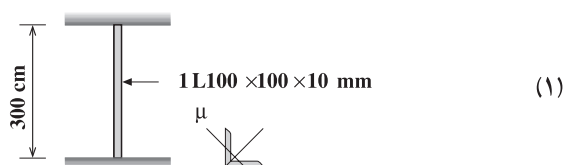
- ۱- ستون، عضوی منشوری است که عموماً تحت اثر بارهای محوری قرار دارد.
- ۲- خرابی ستون‌های کوتاه معمولاً بر اثر جاری شدن مصالح و خرابی ستون‌های نسبتاً بلند در اثر کمناش و کمناش توأم با جاری شدن، اتفاق می افتد.
- ۳- به نسبت $\frac{KL}{r_{min}}$ «ضریب لاغری» گفته می شود که معیاری است برای تشخیص بلند یا کوتاه بودن ستون.
- ۴- اگر فاصله‌ی مرکز تا مرکز دو پروفیل از مقدار a_1 که در جدول پروفیل ها داده شده است کم تر باشد محور ضعیف محور y ها است.
- ۵- اگر فاصله‌ی مرکز تا مرکز دو پروفیل برابر مقدار a_1 باشد محور ضعیف می تواند محور x ها

۱- منظور از محور y محوری است که مطابق محورهای تعریف شده در جداول پروفیل ها فرض شود.

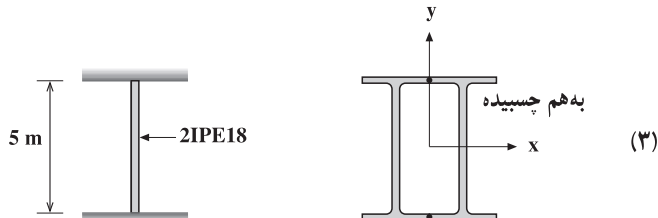
یا y ها باشد. در این حالت ممان اینرسی مقطع نسبت به دو محور با هم مساوی است.
 ۶- در صورتی که فاصله‌ی مرکز تا مرکز دو پروفیل از a_1 بیش‌تر باشد محور ضعیف محور x ها است.

تمرین

۱- مطلوب است محاسبه‌ی بار مجاز کلیه‌ی ستون‌های زیر:



ستون یک سر گیردار و یک سر آزاد



ستون یک سر گیردار و یک سر مفصل

راهنمایی: فاصله‌ی مرکز تا مرکز دو پروفیل به هم چسبیده برابر عرض بال یکی از آنهاست

$$a = b$$

۲- مطابق شکل، دو تیر آهن $\text{IPE } 20^\circ$ به ارتفاع 7 m و با تکیه‌گاه‌های گیردار موردنظر است.
 مطلوب است محاسبه‌ی بار مجاز این ستون در حالت‌های زیر:

الف - بال‌ها به هم چسبیده باشند $a = b$

ب - $a = 140\text{ mm}$

ج - $a = 162\text{ mm}$

د - $a = 200\text{ mm}$

