

كسر متعارفي

فصل

1



کسر و عدد مخلوط

فعالیت



۱- در مصر باستان، دستمزد کارگران را به صورت کسری از نان پرداخت می‌کردند. یک نان را به ۸ یا ۱۲ قسمت مساوی تقسیم می‌کردند و برای مثال دستمزد یک روز کارگر ساده به صورت ۳ قسمت از ۸ قسمت و یا ۱ قسمت از ۱۲ قسمت پرداخت می‌شد. شکل نان‌های زیر را به طور تقریبی به ۸ و ۱۲ قسمت مساوی تقسیم کنید و مزد یک کارگر را با رنگ کردن مشخص کنید.



۲- در شکل‌های زیر کلوچه، نان تافتون و کیک را با خطکش به صورت تقریبی به ۸، ۶ و ۹ قسمت تقریباً مساوی تقسیم کنید.

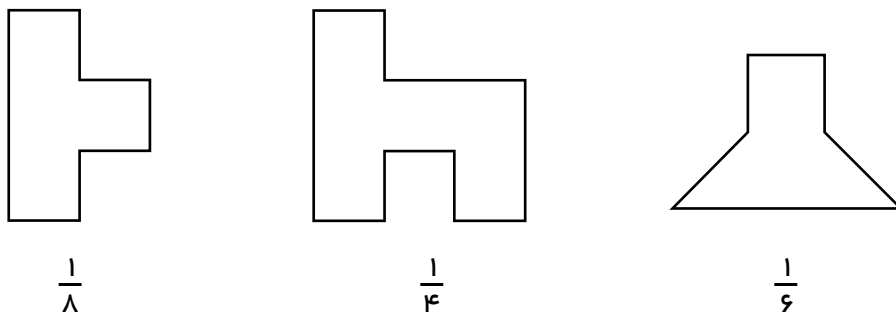


۱- مانند نمونه و با روش‌های گوناگون $\frac{1}{4}$ هر مستطیل را رنگ کنید.



شکل‌های خود را با دوستانتان مقایسه کنید و برای هم توضیح دهید که چرا دو قسمت هر شکل، با هم مساوی‌اند.

۲- با تقسیم هر شکل به قسمت‌های مساوی کسر مورد نظر را نشان دهید.



کار در کلاس



فعالیت



در مثال دیگری از مصر باستان، به ۷ کارگر برای دستمزد ۲۲ نان داده شده است. به هر نفر چه کسری از نان می‌رسد؟

به هر نفر چند نان و چه کسری از یک نان می‌رسد؟ نان و از یک نان توضیح دهید که چگونه یک کسر به عدد مخلوط تبدیل می‌شود. سپس با این روش، کسر $\frac{7}{4}$ را به صورت عدد مخلوط بنویسید. برای تبدیل کسر به عدد مخلوط ابتدا

عددهای کسری و عددهای مخلوط دو نمایش مختلف از یک عدد هستند. برای نوشتن یک کسر بزرگ‌تر از واحد به صورت عدد مخلوط باید تعداد واحدها را تشخیص دهید و کسری از واحد را نیز تعیین کنید.

کار در کلاس



۱- با توجه به شکل روبه‌رو جاهای خالی را پر کنید.

اندازه‌ی در خودکار ----- سانتی‌متر و ----- میلی‌متر است.

در این مثال واحد اندازه‌گیری ----- است بنابراین:

اندازه‌ی در خودکار ----- سانتی‌متر و ----- سانتی‌متر و یا ----- سانتی‌متر است.

↑
عدد مخلوط

↑
کسری از واحد

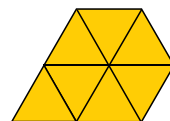
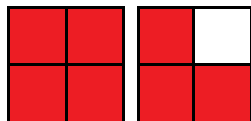
↑
تعداد واحد

۲- شکل زیر عدد ۲۷ را نشان می‌دهد.

اگر یک دسته‌ی ده تایی را به‌عنوان واحد در نظر بگیریم، عدد ۲۷ را به صورت عدد مخلوط نشان دهید.



۳- اگر $\frac{7}{4}$ را به صورت شکل‌های زیر نشان دهیم، واحد آن را در هر قسمت روی شکل مشخص کنید. کسر $\frac{7}{4}$ چه کسری کم دارد تا ۲ واحد شود؟

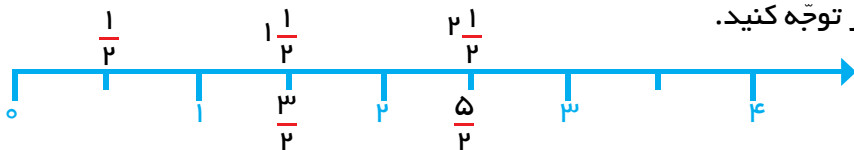


فعالیت



هر نقطه‌ی روی محور را می‌توان با یک عدد بیان کرد. پس هر عدد کسری را هم می‌توان روی محور عددها نشان داد.

الف) هر واحد محور زیر به دو قسمت مساوی تقسیم شده است. به محل کسرها و عددهای مخلوط روی محور توجه کنید.



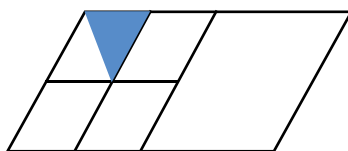
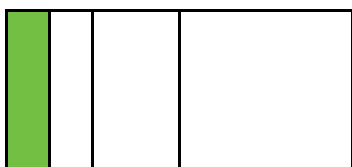
ب) عددهای زیر را روی محور عددها نشان دهید.



تمرین



۱- شکل‌های زیر چه کسری را نشان می‌دهند؟



۲- یکی از دستوره‌های دین اسلام پرداخت زکات است. برای مثال، در صورتی که مقدار محصول گندم حاصل از کشت دیم از حدّ معینی بیشتر شود، باید $\frac{1}{10}$ آن را جدا کرده و به‌عنوان زکات آن محصول پرداخت کرد. در صورتی که $\frac{3}{5}$ تن (هر تن ۱۰۰۰ کیلوگرم است) از محصول گندم یک کشاورز مشمول پرداخت زکات شود، او باید چند کیلوگرم از محصول خود را به‌عنوان زکات جدا کند؟

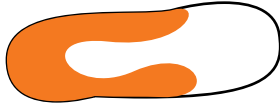


۳- در کشور «زدستان» هر شرکت در پایان سال باید $\frac{1}{11}$ از سود آن سال شرکت را به‌عنوان مالیات محاسبه و به دولت پرداخت کند. اگر واحد پول در این کشور «زد» باشد و یک شرکت ۸۴۰۰۰ زد سود کرده باشد، چقدر باید مالیات بپردازد؟



۴- بدون در نظر گرفتن علامت و نوشته‌ها چه کسری از پرچم جمهوری اسلامی ایران سبز رنگ است؟

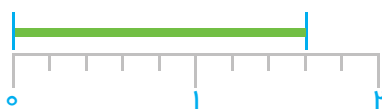
۵- آیا شکل روبه‌رو کسری را نشان می‌دهد؟ چرا؟



۶- الگوهای عددی زیر را ادامه دهید.

$$\frac{1}{12}, \frac{3}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \text{---}, \text{---}, \text{---} \quad \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \text{---}, \text{---}, \text{---}$$

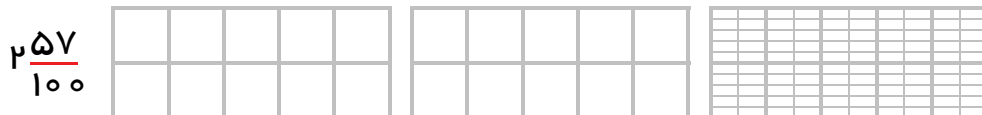
۷- با توجه به واحد، در هر شکل اندازه را به صورت یک کسر و یک عدد مخلوط برابر با آن بیان کنید.



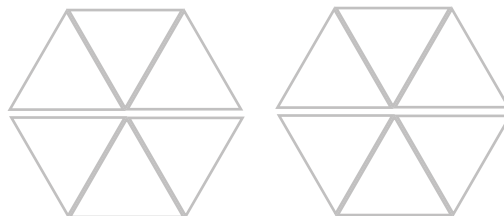
۸- نقطه‌های مشخص شده روی محورها چه عددی را نشان می‌دهند؟



۹- هر کدام از اعداد مخلوط را با رنگ کردن شکل‌ها نشان دهید.



$1\frac{1}{3}$



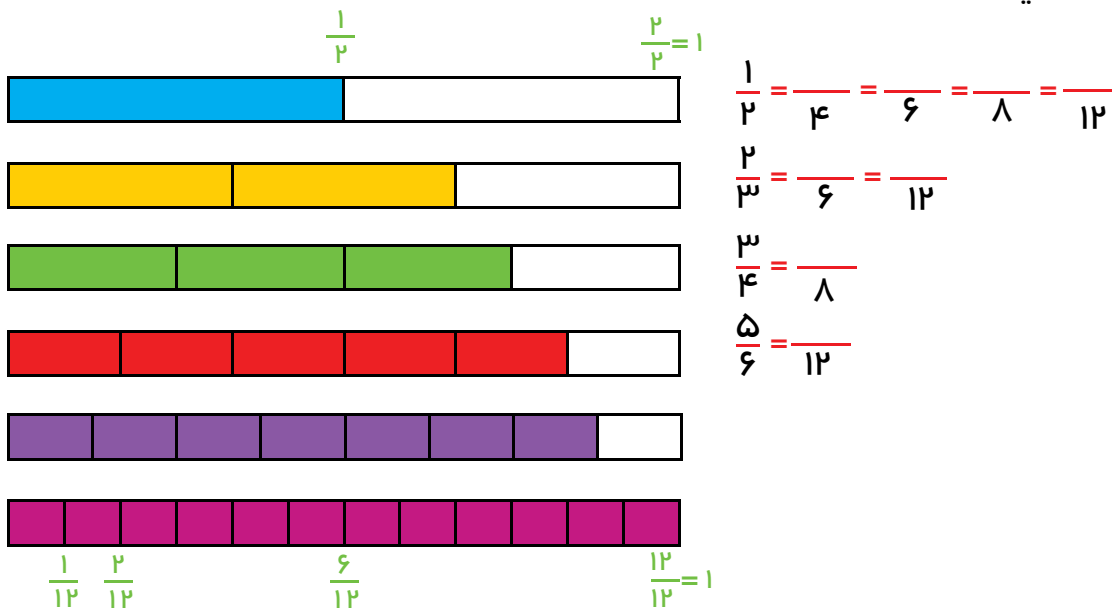
مقایسه و ساده کردن کسرها

فعالیت



۱- یک نوار کاغذی به عرض یک سانتی‌متر و طول دلخواه ببرید. روش‌هایی را پیدا کنید که نوار کاغذی به ۲، ۴، ۶ و ۸ قسمت مساوی تقسیم شود. برای این کار می‌توانید از تا کردن کاغذ استفاده کنید.

۲- هر یک از نوارهای کاغذی زیر، به قسمت‌های مساوی تقسیم شده است. کسری را که هر نوار نشان می‌دهد، مانند نمونه بنویسید و با توجه به آن جاهای خالی را پر کنید.



با توجه به شکل بالا، بین دو کسر علامت مناسب بگذارید. ($<$ $=$ $>$)

$$\frac{5}{12} \bigcirc \frac{7}{12}$$

$$\frac{3}{8} \bigcirc \frac{3}{4}$$

$$\frac{11}{12} \bigcirc \frac{5}{6}$$

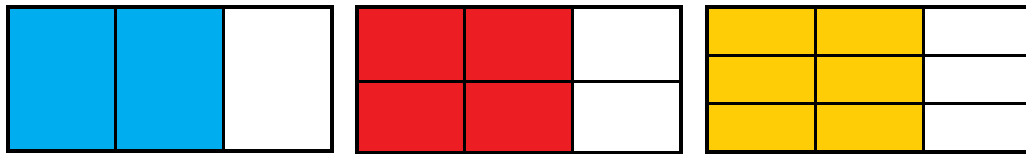
۱- توضیح دهید چرا جمله‌های زیر درست هستند.
«در مقایسه‌ی دو کسر با مخرج‌های مساوی، کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد.»

در کلاس کار



«در مقایسه‌ی دو کسر با صورت‌های مساوی، کسری بزرگ‌تر است که مخرج آن کوچک‌تر باشد.»

۲- شکل‌های زیر چگونگی به‌دست آوردن کسرهای مساوی را نشان می‌دهد. نوشتن کسرهای مساوی را ادامه دهید و روش کار خود را توضیح دهید.



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \text{---} = \text{---} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$$

۳- جاهای خالی را کامل کنید.

$$\frac{2}{3} = \frac{\text{---}}{36}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{52}{\text{---}}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{16}{\text{---}}$$

۴- ۱۸ و ۲۷ از حاصل ضرب چه عددهایی درست شده‌اند؟

$$18 = \text{---} \times \text{---}$$

$$27 = \text{---} \times \text{---}$$

$$18 = \text{---} \times \text{---}$$

$$27 = \text{---} \times \text{---}$$

$$18 = \text{---} \times \text{---}$$

۵- تساوی زیر یک روش ساده کردن کسر را نشان می‌دهد.

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times \cancel{9}}{3 \times \cancel{9}} = \frac{2}{3}$$

توضیح دهید چگونه برای ساده کردن کسر از حاصل ضرب عددها استفاده شده است؟

۶- کسرهای زیر را مثل روش بالا ساده کنید.

$$\frac{48}{56} = \frac{\text{---}}{\text{---}}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{\text{---}}{\text{---}}$$

$$\frac{72}{108} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 6}{\cancel{2} \times \cancel{5} \times 4} = \frac{9 \times 4}{9 \times 6} = \frac{\text{---}}{\text{---}}$$

فَعَالِيَّت



۱- عددهای $\frac{12}{5}$ و $\frac{17}{7}$ را روی محور زیر نشان دهید. آیا می‌توانید با توجه به جای این دو نقطه بگویید، کدام عدد بزرگ‌تر است؟



برای پیدا کردن نقاط روی محور و مقایسه‌ی این دو عدد با چه مشکلی روبه‌رو شدید؟

۲- برای مقایسه‌ی دو کسر $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{7}$ می‌توانید کسرهای مساوی با آن‌ها را بنویسید.

$$\frac{2}{5} = \frac{\text{---}}{10} = \frac{\text{---}}{15} = \frac{\text{---}}{20} = \frac{\text{---}}{25} = \frac{\text{---}}{30} = \frac{\text{---}}{35} = \text{---}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{\text{---}}{14} = \frac{\text{---}}{21} = \frac{\text{---}}{28} = \frac{\text{---}}{35} = \text{---}$$

کدام کسر را برای مقایسه انتخاب می‌کنید؟ چرا؟

برای مقایسه‌ی کسرهایی با مخرج‌های نابرابر، بهتر است از کسره‌های مساوی با مخرج‌های برابر استفاده کنید. اما مخرج مشترک دو کسر را چگونه پیدا می‌کنید؟ برای مثال در مقایسه‌ی $\frac{3}{7}$ و $\frac{2}{5}$ مخرج مشترک دو کسر چه عددی بود؟

۳- برای مقایسه‌ی دو کسر $\frac{5}{6}$ و $\frac{4}{9}$ ، سه مخرج مشترک متفاوت در نظر گرفته شده است. جاهای خالی را کامل کنید تا مقایسه‌ها انجام شود.

$$\frac{5}{54} = \frac{5}{6} \bigcirc \frac{4}{9} = \frac{4}{54}$$

$$\frac{5}{36} = \frac{5}{6} \bigcirc \frac{4}{9} = \frac{4}{36}$$

$$\frac{5}{18} = \frac{5}{6} \bigcirc \frac{4}{9} = \frac{4}{18}$$

کدام مخرج مناسب‌تر است؟ چرا؟

۴- برای پیدا کردن کوچک‌ترین مخرج مشترک می‌توانید کسره‌های مساوی با یک کسر را بنویسید. در کسره‌های مساوی کوچک‌ترین مخرجی که به مخرج کسره‌های دیگر بخش‌پذیر باشد، کوچک‌ترین مخرج مشترک نام دارد. برای مثال می‌خواهیم مخرج مشترک دو کسر $\frac{4}{9}$ و $\frac{5}{12}$ را پیدا کنیم. جاهای خالی را پر کنید تا مخرج مشترک به دست آید.

$$\frac{4}{9} = \frac{4}{18} = \frac{4}{27} = \frac{4}{36} =$$

$\xrightarrow{\times 2}$ $\xrightarrow{\times 3}$ $\xrightarrow{\times 4}$

$$18 \overline{) 12}$$

$$27 \overline{) 12}$$

$$36 \overline{) 12}$$

این بار با مخرج کسره‌های مساوی $\frac{5}{12}$ شروع کنید و هر بار مخرج را بر ۹ تقسیم کنید. کدام راه ساده‌تر بود؟ چرا؟

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{\quad} = \frac{5}{\quad} = \frac{5}{\quad} = \frac{5}{\quad} = \frac{5}{\quad} = \frac{5}{\quad}$$

۱- ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر را پیدا کنید. سپس با مخرج مشترک، کسره‌های مساوی هر کسر را بنویسید.

$$\frac{3}{7} = \frac{3}{\quad} \text{ و } \frac{5}{14} = \frac{5}{\quad}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{\quad} \text{ و } \frac{7}{18} = \frac{7}{\quad}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3}{\quad} \text{ و } \frac{2}{5} = \frac{2}{\quad}$$



۲- الف) $\frac{1}{2}$ شکل روبه‌رو را سبز و $\frac{1}{3}$ آن را آبی کنید. چه کسری از شکل بدون رنگ باقی می‌ماند؟
 ب) حالا $\frac{1}{3}$ شکل روبه‌رو را سبز و $\frac{1}{4}$ آن را آبی کنید.

تمرین



۱- مانند نمونه کسرها را ساده کنید.

$$\frac{3}{4} \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{12}{18} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{20}{30} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{6}{5} \frac{36}{30} \times \frac{18}{27} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{49 \times 27}{45 \times 21} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{6 \times 8 \times 14}{21 \times 12 \times 16} = \frac{\quad}{\quad}$$

۲- مانند نمونه عدد مربوط به جای خالی را پیدا کنید.

$$\frac{\square}{6} = \frac{4}{8} \rightarrow \square = \frac{6 \times 4}{8} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\square}{16} = \frac{40}{64} \rightarrow \square = \frac{\quad \times \quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{25}{\square} = \frac{10}{12} \rightarrow \square = \frac{\quad \times \quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\square}{30} = \frac{27}{15} \rightarrow \square = \frac{\quad \times \quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

۳- کسر $\frac{5}{12}$ از $\frac{1}{3}$ بیشتر است یا کمتر؟ چرا؟

کسر $\frac{7}{13}$ از $\frac{1}{3}$ بیشتر است یا کمتر؟ چرا؟

برای مقایسه‌ی دو کسر $\frac{5}{12}$ و $\frac{7}{13}$ چه راهی را پیشنهاد می‌کنید؟

۴- آیا عدد $2\frac{4}{3}$ به شکل مناسبی نوشته شده است؟ چرا؟ این عدد را به صورت مناسب‌تری بنویسید.

۵- عددهای داده شده را با هم مقایسه کنید.

$$\frac{17}{13} \bigcirc \frac{23}{5}$$

$$\frac{24}{7} \bigcirc \frac{17}{5}$$

$$\frac{23}{3} \bigcirc \frac{28}{9}$$

$$\frac{25}{2} \bigcirc 4\frac{1}{3}$$

۶- الف) بین دو کسر $\frac{1}{6}$ و $\frac{5}{6}$ ، ۳ کسر بنویسید.

ب) بین دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{8}$ ، ۲ کسر بنویسید.

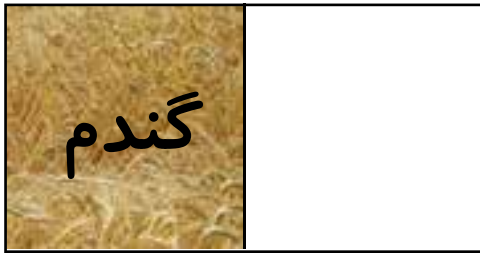
پ) حالا سه کسر بنویسید که بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ باشند.

حل مسئله

کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند و یا مسئله را به طور کامل حل کند؛ طوری که دیگر نیازی به نوشتن محاسبه‌های ریاضی نباشد.

۱- علی آقا کشاورز است. او نیمی از زمین خود را گندم کاشت و نیم دیگر را سه قسمت کرد. او در یک قسمت جو و در یک قسمت یونجه کاشت. قسمت سوم را هم نصف کرد و در یک قسمت آن سبزیجات کاشت. علی آقا چه کسری از زمین خود را سبزیجات کاشته است؟

زمین علی آقا را با یک مستطیل نشان می‌دهیم. با توجه به صورت مسئله، آن را دو قسمت کرده و در یک قسمت می‌نویسیم گندم. مسئله را دوباره بخوانید و شکل را کامل کنید تا پاسخ مسئله به دست آید.



۲- مسئول پرداخت دستمزد کارگران در مصر باستان با یک مسئله روبه‌رو شده است. او می‌خواهد $\frac{1}{3}$ یک نان را به عنوان دستمزد به یک کارگر و $\frac{1}{4}$ از همان نان را به کارگر دیگر بدهد. او باید نان خود را به چند قسمت تقسیم کند؟ چند قسمت از نان تقسیم شده را به کارگر اول بدهد؟ به کارگر دوم چند قسمت بدهد؟



۳- $\frac{1}{4}$ باک ماشینی بنزین دارد. در پمپ بنزین ۲۲ لیتر بنزین زده شده و باک پر شد. گنجایش باک این ماشین چند لیتر است؟



رسم شکل

برای کشیدن شکل مناسب لازم نیست نقاشی شما خوب باشد یا شکل‌هایی بکشید که نشان‌دهنده‌ی موضوع مسئله باشد. برای نمونه در مسئله‌ی صفحه‌ی پیش، نیازی نیست یک باک بنزین نقاشی کنید؛ رسم یک مستطیل به‌جای باک کافی است.

۱- در یک مزرعه روی هم ۲۰ مرغ و گاو وجود دارد. تعداد پاهای آن‌ها روی هم ۵۶ تاست. در این مزرعه چند مرغ است و چند گاو؟ (مرغ‌ها ۲ پا و گاوها ۴ پا دارند.)

۲- طول یک راه ۱۲۰ کیلومتر است. $\frac{2}{3}$ این مسیر چند کیلومتر است؟



۳- فاطمه $\frac{1}{3}$ پولش را کتاب و $\frac{1}{3}$ پولش را دفتر خرید. اگر برای فاطمه ۵۰۰۰ تومان مانده باشد، کل پول او چقدر بوده است؟



۴- یک ویروس رایانه، حافظه‌ی رایانه‌ای را پاک می‌کند. این ویروس روز اول $\frac{1}{3}$ حافظه، روز دوم $\frac{1}{3}$ حافظه‌ی باقی‌مانده از روز اول و روز سوم $\frac{1}{4}$ حافظه‌ی باقی‌مانده از روزهای پیش را پاک می‌کند. بعد از این ۳ روز چه کسری از حافظه هنوز پاک نشده است؟



جمع و تفریق

فعالیت



با استفاده از محور عددها، حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.



چرا واحدهای محورها به ۳ و ۴ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند؟
بهرتر است واحدهای محورهای زیر به چند قسمت مساوی تقسیم شوند؟ چرا؟



ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک کسرها را پیدا کنید تا مشخص شود واحدهای محور را چگونه باید تقسیم کنید. سپس پاسخ‌ها را به کمک محور به دست آورید.

در کلاس کار



برای جمع و تفریق عددهای مخلوط، ابتدا قسمت‌های صحیح را با هم و قسمت‌های کسری را با هم جمع یا از هم کم کنید. سپس حاصل این دو قسمت را با هم جمع کنید تا پاسخ عبارت به دست آید. در پایان جواب را تا جایی که ممکن است، ساده کنید. حاصل جمع و تفریق‌ها را مانند نمونه به دست آورید.



$$3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4} - 2\frac{1}{12} = (3+1-2) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) = 2 + \frac{6}{12} + \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = 2\frac{8}{12} = 2\frac{2}{3}$$

$$4\frac{1}{5} + 2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{10} =$$

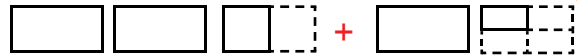
$$2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{6} + 4\frac{1}{12} =$$

فعالیت

پاسخ جمع و تفریق‌ها را به کمک شکل به دست آورید. قسمتی از کار انجام شده است.



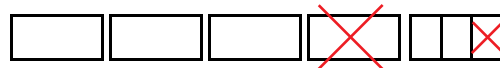
$$2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4} =$$



$$1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4} =$$



$$5 - 1\frac{1}{3} = 4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} =$$

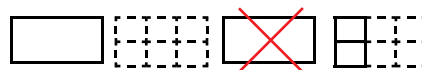


$$3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{2}{4} - \frac{1}{4} =$$



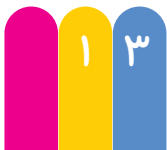
$$3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2} = 2\frac{2}{6} - \frac{3}{6} = 1\frac{5}{6} - \frac{3}{6} =$$

۱ واحد باز شده است.



واحدی که باز شده است.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$$



حاصل جمع و تفریق‌ها را به‌دست آورید.



$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} =$$

$$5 - 1\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3} =$$

$$6\frac{2}{7} - 1\frac{3}{7} =$$

فعالیت



به روش پیدا کردن جمع دو عدد زیر توجه کنید.

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

یعنی می‌توانیم یک مخرج را بنویسیم و صورت‌ها را جمع کنیم.

همچنین می‌توانیم یک کسر را به‌صورت جمع یا تفریق دو یا چند کسر بنویسیم.

$$\frac{5}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{2}{7} + \frac{3}{7} \quad \text{یا} \quad \frac{5}{7} = \frac{4+2-1}{7} = \frac{4}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{7}$$



$$\frac{5}{7} = \frac{4}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{7}$$

۱- حالا کسرهای داده شده را به‌صورت جمع یا تفریق دو یا چند کسر بنویسید.

$$\frac{6}{7} = \text{---} + \text{---} + \text{---}$$

$$\frac{5}{9} = \text{---} + \text{---} - \text{---}$$

$$\frac{1}{6} = \text{---} - \text{---}$$

$$1 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

۲- اکنون به مراحل تبدیل کسر به عدد مخلوط به کمک تقسیم توجه کنید. سپس به همین ترتیب کسرهای داده شده را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

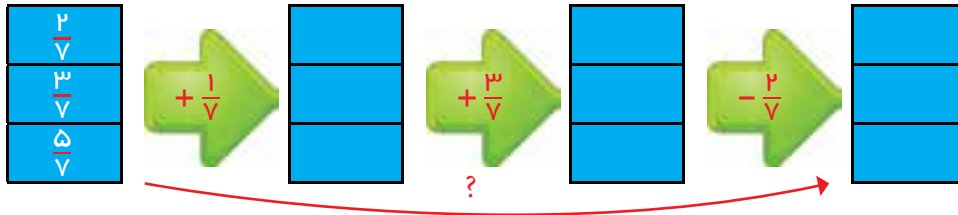
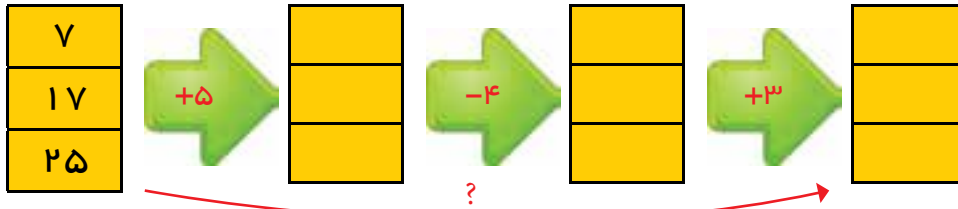
$$\begin{array}{r} 22 \overline{) 7} \\ -21 \\ \hline 1 \end{array} \quad \frac{22}{7} = \frac{21+1}{7} = \frac{21}{7} + \frac{1}{7} = 3 + \frac{1}{7} = 3\frac{1}{7}$$

$$\frac{17}{5} = \quad \frac{8}{3} =$$

تمرین



۱- با مقایسه‌ی ستون‌های اول و آخر به‌جای علامت سؤال، یک عدد مناسب بنویسید. توضیح دهید که این عدد چگونه به‌دست آمد.



۲- آشپزی برای درست کردن خورش $\frac{1}{2}$ قاشق نمک، برای درست کردن تخم‌مرغ $\frac{1}{4}$ قاشق نمک و برای درست کردن ماست و خیار $\frac{1}{8}$ قاشق نمک استفاده کرد. او چه مقدار نمک استفاده کرده است؟



۳- جواد $\frac{1}{4}$ ساعت تکلیف‌هایش را نوشت. سپس $\frac{1}{3}$ ساعت مطالعه کرد. پس از کمی استراحت دوباره $\frac{1}{4}$ ساعت کتاب خواند و پیش از خواب $\frac{1}{6}$ ساعت برای جمع‌آوری وسایل و آماده کردن کیف مدرسه‌اش صرف کرد. جواد در این روز چه مدت زمان برای کارهای مدرسه‌اش اختصاص داده است؟

$$1\frac{5}{9} + \frac{2}{3} =$$

۴- حاصل جمع و تفریق‌ها را به‌دست آورید.

$$4 - 2\frac{1}{3} =$$

$$5\frac{11}{12} - 5\frac{4}{9} =$$

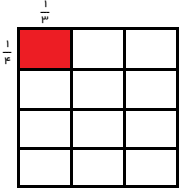
$$8\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4} - 2\frac{1}{10} =$$

ضرب و تقسیم

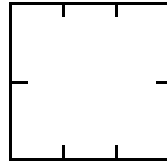
فعالیت



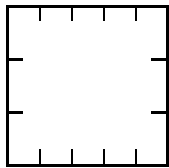
۱- به کمک مساحت مربعی به ضلع یک واحد، حاصل ضرب کسرها را مانند نمونه به دست آورید.



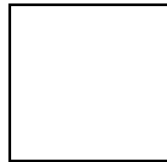
$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} =$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$$

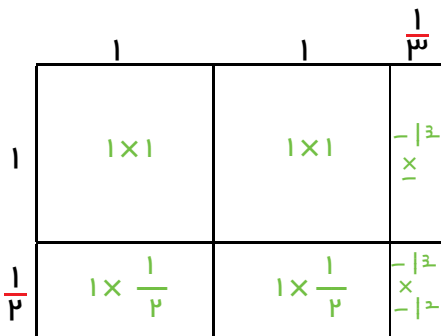


$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$$

۲- به همین ترتیب ضرب دو عدد مخلوط را انجام دهید.



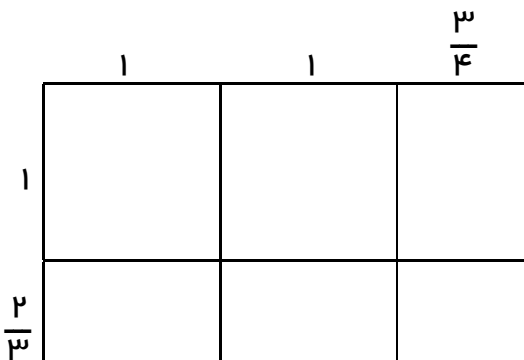
$$2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} =$$

$$1 + 1 + 1 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} =$$

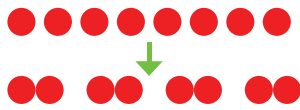
پاسخ این ضرب چند شد؟ -----

اکنون به کمک ضرب کسرها نیز ضرب را انجام دهید و پاسخها را مقایسه کنید.

$$2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} = \frac{7}{3} \times \frac{3}{2} =$$



۳- پاسخ $1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4}$ را نیز به کمک مساحت پیدا کنید.



۱- در تقسیم ۸ بر ۲، تعداد ۲ تایی‌ها را در ۸ تا پیدا می‌کنیم.

یعنی در ۸ تا -----

$$8 \div 2 = 4$$

برای پیدا کردن تقسیم زیر، از محور رسم شده کمک بگیرید (تعداد $\frac{1}{2}$ ها را بشمارید). مفهوم تقسیم را بیان کنید.



$$8 \div \frac{1}{2} =$$

در ۸ چند تا $\frac{1}{2}$ است؟

۲- الف - با رسم شکل و انجام مراحل زیر $\frac{1}{3} \div \frac{1}{4}$ را انجام دهید.

- یک مربع را به عنوان واحد در نظر بگیرید و آن را به دو قسمت تقسیم کنید.

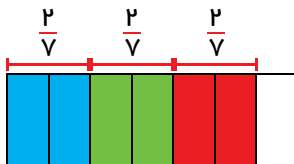
- هر قسمت را $\frac{1}{4}$ بنامید و آن را به سه قسمت مساوی تقسیم کنید و

هر قسمت کوچک را با رنگ متفاوت نشان دهید.

- هر رنگ چه کسری از کل واحد را نشان می‌دهد؟

ب- مانند مثال بالا $\frac{1}{5} \div \frac{1}{3}$ را با رسم شکل به دست آورید.

۳- به کمک شکل توضیح دهید که اگر مخرج کسرها مساوی باشد، چرا کافی است صورت‌ها



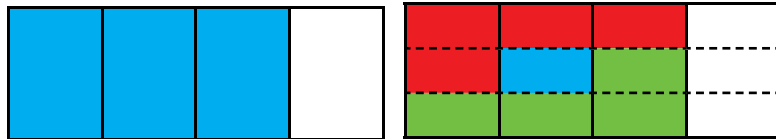
$$\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} =$$



$$\frac{5}{9} \div \frac{2}{9} = 2 \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

۴- به کمک شکل و یکی کردن مخرج‌ها پاسخ تقسیم زیر را به دست آورید.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{9}{12} \div \frac{4}{12} =$$



برای این‌که بفهمیم در $\frac{3}{4}$ چند تا $\frac{1}{3}$ است، ابتدا مقدار $\frac{3}{4}$ را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم.

حالا باید پیدا کنیم که در $\frac{9}{12}$ چند تا $\frac{4}{12}$ است.

با توجه به رنگ‌ها چند تا $\frac{4}{12}$ پیدا شده است؟

قسمت آبی رنگ چه کسری از $\frac{4}{12}$ است؟

پاسخ تقسیم را به صورت عدد مخلوط بنویسید. آن را به کسر تبدیل کنید. چه رابطه‌ای بین

پاسخ تقسیم کسرها وجود دارد؟

برای محاسبه‌ی تقسیم دو کسر با مخرج غیر مساوی ابتدا آن‌ها را هم مخرج می‌کنیم.

$$\frac{4}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{4 \times 7}{3 \times 7} \div \frac{5 \times 7}{3 \times 7} = \frac{4 \times 7}{3 \times 7} = \frac{4}{3} \times \frac{7}{5}$$

چون مخرج‌ها برابر است، می‌توانیم صورت‌ها را بر هم تقسیم کنیم. جواب به دست آمده را می‌توانیم به ضرب دو کسر تبدیل کنیم. با توجه به تساوی بالا توضیح دهید که چگونه تقسیم کسرها را به ضرب دو کسر تبدیل می‌کنیم.

حاصل تقسیم‌ها را مانند نمونه به دست آورید. قبل از ضرب کردن، صورت‌ها را با مخرج‌ها تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{6}{35} \div \frac{4}{7} = \frac{\cancel{3}^1 \cancel{5}^1}{\cancel{5}^1 \cancel{35}^1} \times \frac{\cancel{7}^1}{\cancel{7}^1} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} =$$

$$1 \div \frac{3}{5} =$$

$$4 \frac{3}{8} \div 1 \frac{3}{4} =$$

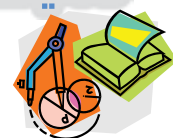
$$\frac{25}{36} \div \frac{15}{48} =$$

$$2 \div 7 =$$

کار در کلاس



فعالیت



۱- مانند نمونه عبارت‌ها را به تقسیم تبدیل کنید.

$$\frac{2}{3} = 2 \div \frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{4} =$$

$$\frac{4}{3} \div \frac{3}{5} =$$

$$\frac{3}{7} \div \frac{2}{5} =$$

$$1 \frac{1}{3} \div \frac{1}{2} =$$

$$3 \frac{3}{5} \div \frac{3}{3} =$$

۲- عبارت زیر به صورت تقسیم نوشته شده است. به کمک آن، حاصل عبارت را به دست آورید.

$$\frac{3 - \frac{2}{3}}{1 \frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{3}} = (3 - \frac{2}{3}) \div (1 \frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{3})$$

۳- بخش کسری عبارت زیر را به تقسیم تبدیل کنید، سپس پاسخ را به دست آورید.

$$1 - \frac{1 \frac{1}{2}}{3 \frac{1}{5}} =$$

تمرین



۱- با مقایسه‌ی ستون‌های اول و آخر به‌جای علامت سؤال عدد مناسب بنویسید. توضیح دهید که این عدد چگونه به‌دست آمده است.

۷	→		→		→	
۵						
۱۲						

×۴ ×۳ ÷۶

?

۱	→		→		→	
۳						
۵						

×۲ ÷۳ ×۴

?

۲- پاسخ عبارتهای زیر را به‌دست آورید.

$$2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{6} =$$

$$1\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}\right) =$$

$$\frac{1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}}{1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}} =$$

۳- کسر داده شده را به‌صورت ضرب دو کسر بنویسید و پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید.

$$\frac{6}{35} = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{8}{25} = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad}$$

۴- کشاورزی $\frac{3}{5}$ زمین خود را شخم زد و در $\frac{2}{3}$ آن بذر گندم پاشید. اگر مساحت این زمین

کشاورزی یک هکتار باشد، او چند مترمربع آن را گندم کاشته است؟



مرور فصل

با نوشتن آنچه که از شما خواسته شده، خلاصه‌ای از درس‌هایی را که در این فصل یاد گرفته‌اید، تهیه کنید.



۱- روش تبدیل یک کسر بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط را بنویسید.

$$\frac{13}{7} =$$

۲- روش تبدیل یک عدد مخلوط به کسر را بنویسید.

$$2\frac{1}{2} =$$

۳- روش مقایسه‌ی دو کسر با مخرج‌های نامساوی را توضیح دهید.

$$\frac{2}{5} \bigcirc \frac{3}{7}$$

۴- روش پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر را توضیح دهید.

$$\frac{-}{8}, \frac{-}{6}$$

۵- توضیح دهید چگونه دو یا چند عدد مخلوط را با هم جمع می‌کنید.

$$2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} =$$

۶- در تفریق دو عدد مخلوط، بازکردن یک واحد را توضیح دهید.

$$4\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2} =$$

۷- روش تقسیم دو عدد مخلوط را برهم توضیح دهید.

$$2\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{7} =$$

۸- مراحل محاسبه‌ی کسر روبه‌رو را توضیح دهید.

$$\frac{3 - \frac{2}{3}}{1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3}} =$$

عددهای اعشاری

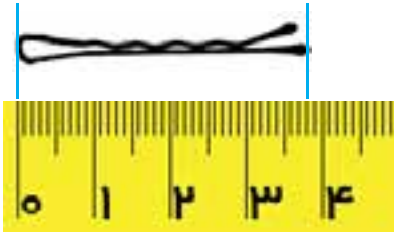
فصل

۲



نمایش اعشاری عددها

فعالیت



۱- با توجه به شکل‌ها به پرسش‌های هر بخش پاسخ دهید.

- طول سنجاق را با یک کسر و یک عدد مخلوط بیان کنید.

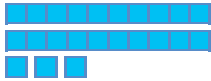
- طول سنجاق را با یک عدد اعشاری بنویسید.

- نقطه‌ی مشخص شده روی محور را با یک کسر و یک عدد مخلوط بیان کنید.



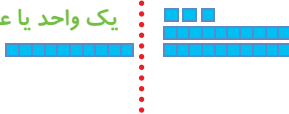
- نقطه‌ی مشخص شده را با یک عدد اعشاری بیان کنید.

۲- در شکل زیر، هر \blacksquare نشان دهنده‌ی یک واحد، یا عدد یک است. به این ترتیب شکل چه عددی را نشان می‌دهد؟



با توجه به واحد (عدد یک) معرفی شده، عددی را که هر شکل نشان می‌دهد، مانند نمونه به صورت کسری و اعشاری نشان دهید.

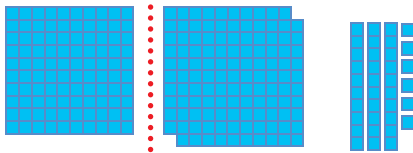
یک واحد یا عدد یک



$$1 + 1 + \frac{3}{10} = 2 \frac{3}{10}$$

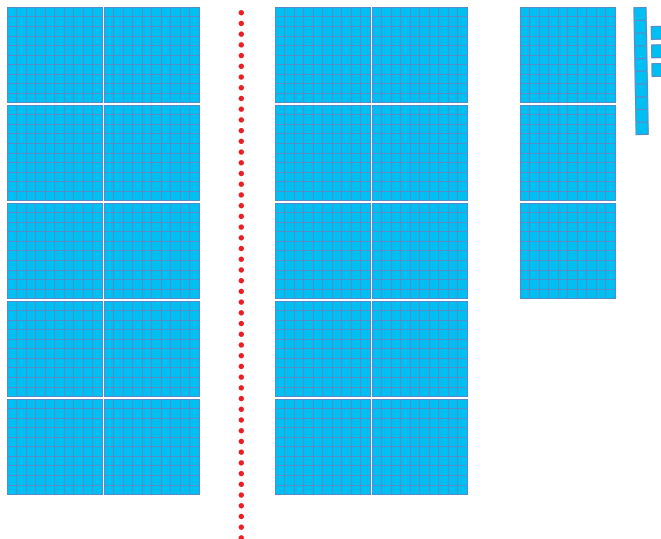
کسری:

اعشاری:



کسری:

اعشاری: $1 + 1 + 0/1 + 0/1 + 0/1 + 0/10 + 0/10 + 0/10 + 0/10 + 0/10 + 0/10 + 0/10 + 0/10 + 0/10 + 0/10 = 2 \frac{3}{10}$



کسری:

اعشاری:



۱- عددهای اعشاری زیر را با حروف بنویسید.

----- :۱۳/۰۲۷ ----- :۴۵/۷ -----

----- :۳۰/۰۳ ----- :۲۳/۰۰۳ -----

۲- عددهای اعشاری را به صورت کسر بنویسید و تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

$۰/۲ =$

$۰/۲۵ =$

$۰/۷۵ =$

$۰/۵ =$

$۱۲/۵۰ =$

$۱۲/۱۰ =$

۳- کسرهای زیر را به صورت عدد اعشاری بنویسید.

$\frac{۲۳}{۱۰} =$

$\frac{۴۵}{۱۰۰۰} =$

$\frac{۲۳۷}{۱۰۰} =$

$۳\frac{۷۴}{۱۰۰} =$

۴- مانند نمونه ابتدا کسری مساوی با کسر داده شده بنویسید که مخرجش ۱۰ یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ باشد. سپس به کمک آن، نمایش اعشاری کسر را بنویسید.

$\frac{۳}{۲۰} = \frac{۱۵}{۱۰۰} = ۰/۱۵$

$\frac{۸}{۵} =$

$\frac{۱۲۷}{۲۵} =$

$\frac{۱۸۴}{۵۰} =$

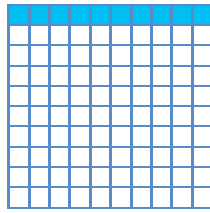
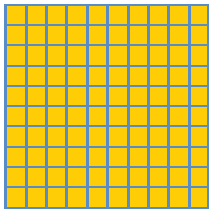
عددهای اعشاری نمایشی از عددهای کسری یا عددهای مخلوطاند که مخرجشان عددهای ۱۰، ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ است. برای نمونه کسر $\frac{۱۵}{۱۰۰}$ به صورت اعشاری، $۰/۱۵$ نوشته می‌شود. به نظر شما نمایش کسری بهتر است یا نمایش اعشاری؟

عددهای اعشاری را نیز در جدول ارزش مکانی نمایش می‌دهیم. در جدول زیر عدد $۱۳/۲۷۱$ مشخص شده است.

دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۱	۳	۲	۷	۱

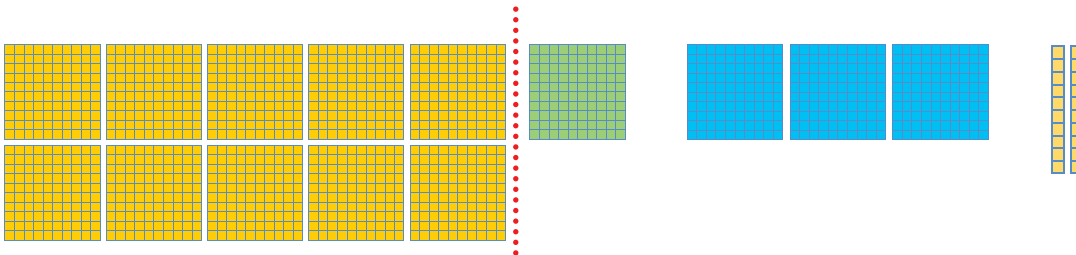


۱- با توجه به واحد داده شده، برای هر شکل یک کسر و یک عدد اعشاری بنویسید.



$$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$0/10 = 0/1$$



۲- کسرها را مانند نمونه ساده کنید و یک تساوی اعشاری بنویسید.

$$\frac{20}{100} = \frac{2}{10} \rightarrow 0/20 = 0/2$$

$$\frac{40}{100} = \rightarrow$$

$$\frac{30}{1000} = \rightarrow$$

$$\frac{200}{1000} = \rightarrow$$

۳- از تساوی عددهای نشان داده شده در سؤال‌های ۱ و ۲ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- برابری‌های زیر را مانند نمونه کامل کنید.

$$0/80 = 0/8$$

$$0/400 =$$

$$0/210 =$$

۲- عددهای کسری را به صورت گسترده بنویسید.

$$2 \frac{23}{100} = 2 + \frac{20+3}{100} = 2 + \frac{20}{100} + \frac{3}{100} = 2 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} \quad \frac{14}{100} =$$

$$1 \frac{8}{100} =$$

$$\frac{24}{100} =$$

۳- عددهای اعشاری را به صورت گسترده بنویسید.

$$3/143 = 3 + 0/1 + 0/04 + 0/003$$

$$2/07 =$$

$$14/75 =$$

$$6/7 =$$



تمرین



۱- مقایسه کنید.

$$\frac{3}{2} \bigcirc \frac{3}{21}$$

$$\frac{0}{4} \bigcirc \frac{0}{7}$$

$$\frac{0}{04} \bigcirc \frac{0}{05}$$

$$\frac{1}{2} \bigcirc \frac{0}{35}$$

$$\frac{8}{4} \bigcirc \frac{8}{7}$$

$$\frac{0}{35} \bigcirc \frac{0}{350}$$

۲- نقطه‌های مشخص شده روی محور را با یک کسر و یک عدد اعشاری بیان کنید.



۳- کدام یک از عددهای اعشاری زیر کمتر از نصف هستند؟

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{0}{374}$$

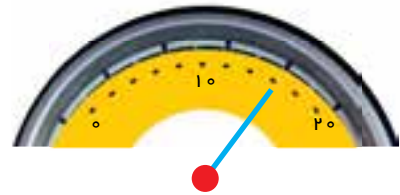
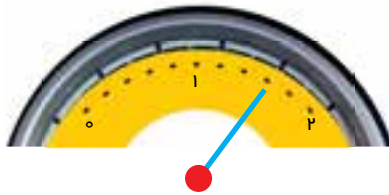
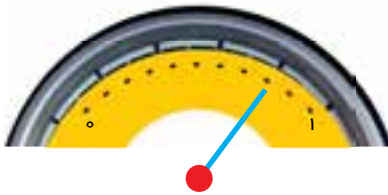
$$\frac{0}{43}$$

$$\frac{0}{15}$$

$$\frac{0}{53}$$

$$\frac{0}{00007}$$

۴- عددی را که هر دستگاه نشان می‌دهد، بنویسید.



۵- در نوشتن عددهای اعشاری در زبان انگلیسی به جای ممیز (/) نقطه (.) می‌گذارند. عددهای زیر را با عدد فارسی سپس با حروف فارسی بنویسید.

$$32.301 =$$

$$947.858 =$$

۶- روی صفحه‌ی ماشین حساب عددهای زیر دیده می‌شود. آن‌ها را با رقم‌های فارسی بنویسید.

$$2.3568$$

$$5.068$$

$$3.14$$

$$2.97$$

۷- کدام عدد با بقیه‌ی عددها برابر نیست؟

$$1/070$$

$$1/07$$

$$1/0070$$

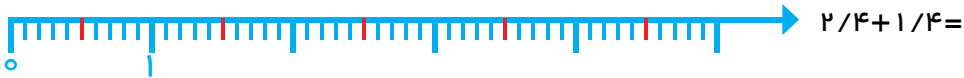
$$1/0700$$

جمع، تفریق و ضرب عددهای اعشاری

فعالیت



۱- با کمک محور، پاسخ جمع و تفریق‌ها را به دست آورید. به محل عدد یک که نشان‌دهنده‌ی واحد کامل است و همچنین تعداد قسمت‌های مساوی هر واحد توجه کنید.



۲- جمع یا تفریقی را که هر شکل نشان می‌دهد، بنویسید و پاسخ را به دست آورید.

		$+$		$=$	$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$
		$-$		$=$	$\underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$
		$+$		$=$	$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$
		$-$		$=$	$\underline{\quad} - \underline{\quad} = \underline{\quad}$



۱- جمع و تفریق زیر را در جدول ارزش مکانی انجام دهید. سپس همین جمع و تفریق را بیرون جدول نیز بنویسید.

دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۲	۳	۴	۷	
+ ۵	۴	۱	۰	۵

دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۴	۷	۲	۰	۴
- ۱	۵	۳	۵	

۲- جمع و تفریق‌های متناظر هم با استفاده از نماد به صورت زیر نشان داده می‌شوند.

$$\square + \triangle = \bigcirc$$

$$\bigcirc - \triangle = \square$$

$$\triangle + \square = \bigcirc$$

$$\bigcirc - \square = \triangle$$

به جای مربع عدد $۳/۱۴$ و به جای مثلث $۲/۷۱$ قرار دهید و تساوی‌ها را بنویسید.



۱- جمع دو عدد به ۴ روش گوناگون انجام شده است. در هر مورد محاسبه‌ها را کامل کنید.

$$۱) \quad ۳/۱ + ۲/۷ = \frac{۳۱}{۱۰} + \frac{۲۷}{۱۰}$$

$$۲) \quad ۳/۱ + ۲/۷ = ۳ \frac{۱}{۱۰} + ۲ \frac{۷}{۱۰}$$

$$۳) \quad ۳/۱ + ۲/۷ = ۳ + ۰/۱ + ۲ + ۰/۷$$

$$۴) \quad \begin{array}{r|l} & \text{دهم} \\ \hline & ۱ \\ \hline ۳ & / \\ \hline +۲ & / \\ \hline & ۷ \end{array} \quad \begin{array}{r} ۳/۱ \\ + ۲/۷ \\ \hline \end{array}$$

به نظر شما کدام روش ساده‌تر بود؟

۲- چهار روش بالا را برای تفریق $۳/۱ - ۲/۷$ به کار ببرید و بگویید که به نظر شما کدام یک ساده‌تر است.

۱)

۲)

۳)

۴)

$$\begin{array}{r|l} & \text{دهم} \\ \hline & ۱ \\ \hline ۳ & / \\ \hline -۲ & / \\ \hline & ۷ \end{array} \quad \begin{array}{r} ۳/۱ \\ - ۲/۷ \\ \hline \end{array}$$



۱- با توجه به واحد داده شده، برای هر شکل یک ضرب اعشاری بنویسید و پاسخ را پیدا کنید.

		$3 \times 0/4 = \underline{\quad}$
		$\times = \underline{\quad}$
		$\times = \underline{\quad}$
		$\times = \underline{\quad}$

۲- با تبدیل عددهای اعشاری به کسر، ضربها را انجام دهید و پاسخ را دوباره به صورت اعشاری بنویسید.

$0/7 \times 0/6 = \frac{7}{10} \times \frac{6}{10} =$	$7 \times 6 = 42$
$3/1 \times 0/5 =$	$31 \times 5 = 155$
$0/4 \times 0/07 =$	$4 \times 7 = 28$

ضربهای سمت چپ و راست را با هم مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

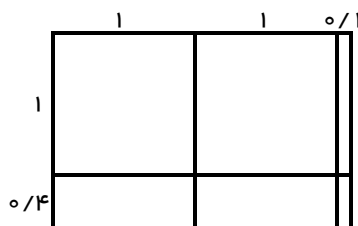
۱- حاصل ضربهای زیر را به دست آورید.

$4/07$	407	$2/31$	231
$\times 2/1$	$\times 21$	$\times 1/2$	$\times 12$
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>

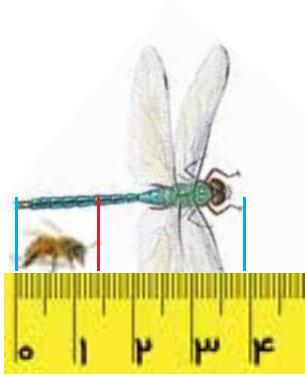


۲- به کمک محاسبه‌ی مساحت شکل زیر، پاسخ ضرب را به دست آورید.

$1/4 \times 2/1 =$



تمرین



۱- یک برق کار به ۲ تکه سیم به طول های $۲/۴۸$ متر و ۶۹ سانتی متر نیاز دارد. او چقدر سیم باید بخرد؟

۲- با توجه به شکل، طول سنجاق چقدر از زنبور بیشتر است؟

۳- به دو روش جمع کردن دو عدد توجه کنید.

$$\begin{array}{r} ۱۲/۲۵ \\ + ۳۶/۴۲ \\ \hline ۴۸/۶۷ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۲ \quad ۲۵ \\ + ۳۶ \quad + ۴۲ \\ \hline ۴۸ \quad ۶۷ \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} ۱۲/۲۵ \\ + ۳۶/۴۲ \\ \hline ۴۸/۶۷ \end{array}$$

این دو روش را با هم مقایسه کنید.

این دو روش را برای تفریق زیر به کار ببرید.

$$\begin{array}{r} ۳۶/۳۲ \\ - ۱۲/۱۱ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۳۶ \quad ۳۲ \\ - ۱۲ \quad - ۱۱ \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} ۳۶/۳۲ \\ - ۱۲/۱۱ \\ \hline \end{array}$$

۴- پاسخ ضرب های زیر را یک بار به کمک ضرب کسرها و یک بار با ضرب عددهای اعشاری به دست آورید.

$$\begin{array}{l} ۳/۵ \times ۲/۴ = \frac{۳}{۱۰} \times \frac{۲}{۱۰} \\ \frac{۳}{۵} \times \frac{۲}{۴} = \frac{۳}{۱۰} \times \frac{۲}{۱۰} \end{array} \quad \begin{array}{l} ۳/۵ \\ \times ۲/۴ \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} ۰/۲۶ \times ۰/۳ = \\ \frac{۰}{۱۰} \times \frac{۰}{۱۰} = \end{array} \quad \begin{array}{l} ۰/۲۶ \\ \times ۰/۳ \\ \hline \end{array}$$

۵- در برگه ی آزمون ها نمره ی بعضی از پرسش ها با اعداد $۰/۲۵$ ، $۰/۵$ یا $۰/۷۵$ داده می شود. در برگه ی دانش آموزی نمره های زیر داده شده، نمره ی آزمون او را به طور ذهنی حساب کنید. چه راه هایی برای این کار به ذهنت می رسد؟

$$۱/۲۵ + ۰/۷۵ + ۲/۷۵ + ۰/۵ + ۱/۲۵ + ۲/۵ + ۱/۵ + ۱/۲۵ + ۱/۷۵ + ۱/۵ + ۱/۷۵ + ۰/۲۵ + ۱/۲۵ =$$

۶- پاسخ کدام عبارت بزرگتر است؟

$$۱۰ \times ۰/۰۰ \times ۱ \times ۱۰۰ = \quad (۱۰/۰۰۰ \times ۱۰۰) \div ۱۰ = \quad ۰/۱ \times ۰/۰ \times ۱ \times ۱۰۰۰۰ =$$

۷- محاسبه های زیر را به صورت ذهنی انجام دهید.

$$\begin{array}{llll} ۲ + ۰/۳ = & ۰/۳ + ۰/۵ = & ۳ + ۰/۳۲ = & ۴/۳ + ۰/۷ = \\ ۴ - ۰/۲ = & ۷/۷۷ - ۰/۰۷ = & ۵/۶ - ۵ = & ۸/۴۲ - ۸ = \\ ۱/۷ + ۰/۸ = & ۰/۶ + ۰/۶ = & ۰/۰۱ + ۰/۲ = & ۱/۷ - ۰/۸ = \\ ۲ \times ۰/۳ = & ۰/۴ \times ۰/۳ = & ۶ \times ۰/۰۲ = & ۱/۲ \times ۰/۲ = \end{array}$$

در بعضی مسئله‌ها بین عددها یا شکل‌ها رابطه‌هایی وجود دارد. کشف این رابطه‌ها به حل مسئله کمک می‌کند. راهبرد الگویابی یکی از راهبردهای کشف رابطه‌هاست.

۱- الف) پاسخ ضرب‌های زیر را با ماشین حساب به‌دست آورید.

$$۳/۱ \times ۱۰ =$$

$$۰/۲۳۱ \times ۱۰۰ =$$

$$۴/۵۷ \times ۱۰ =$$

$$۱۴/۲۱ \times ۱۰۰۰ =$$

$$۲/۲۳۲ \times ۱۰ =$$

$$۳/۲۴۵ \times ۱۰۰ =$$

ب) در این ضرب‌ها، چه رابطه‌ای بین عددها و جابه‌جایی ممیزها می‌بینید؟

پ) از روی الگویی که پیدا کردید، پاسخ ضرب‌های زیر را بنویسید.

$$۱۴/۷ \times ۱۰۰ =$$

$$۴/۲۳ \times ۱۰ =$$

$$۴/۲ \times ۱۰ =$$

ت) به کمک ماشین حساب درستی پاسخ‌های خود را بررسی کنید. اگر پاسخ‌های شما نادرست است، به قسمت «ب» برگردید و رابطه‌ای را که نوشته‌اید، درست کنید.

۲- الف) پاسخ تقسیم‌های زیر را با ماشین حساب به‌دست آورید.

$$۱۴/۷ \div ۱۰ =$$

$$۵/۱ \div ۱۰ =$$

$$۳/۲۴۵ \div ۱۰۰ =$$

$$۱۳۸ \div ۱۰۰ =$$

$$۰/۲۴ \div ۱۰ =$$

$$۱/۷۳ \div ۱۰۰ =$$

ب) در این تقسیم‌ها، چه رابطه‌ای بین عددها و جابه‌جایی ممیزها می‌بینید؟

پ) از روی الگویی که کشف کردید، پاسخ تقسیم‌های زیر را بنویسید.

$$۴/۷۳ \div ۱۰ =$$

$$۲۳/۷ \div ۱۰۰ =$$

$$۱/۰۲ \div ۱۰۰ =$$

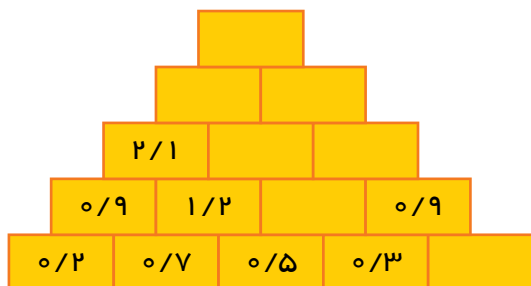
ت) به کمک ماشین حساب درستی پاسخ‌های خود را بررسی کنید. اگر پاسخ‌های شما نادرست است، به قسمت «ب» برگردید و رابطه‌ای را که نوشته‌اید، درست کنید.



الگویابی

بیشتر الگوهایی که در مسئله‌های ریاضی با آنها روبه‌رو می‌شویم به دو گونه هستند: الگوهای عددی و الگوهای هندسی. در یکی به دنبال کشف رابطه‌ای بین عددها و در دیگری به دنبال کشف رابطه‌ای بین شکل‌ها هستیم. در بعضی مسئله‌ها نیز، ترکیبی از دو الگوی عددی و هندسی وجود دارد.

۱- با توجه به الگویی که در عددهای زیر وجود دارد، جاهای خالی را پر کنید. الگویی را که کشف کرده‌اید، بنویسید.



۲- پس از کشف الگویی که در ضرب‌های زیر وجود دارد، پاسخ ضرب آخر را بنویسید.

$$1 \times 1 = 1$$

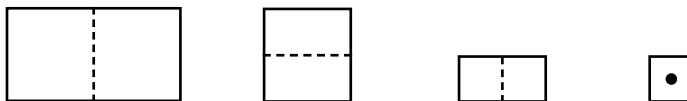
$$1/1 \times 1/1 = 1/2$$

$$1/11 \times 1/11 = 1/2321$$

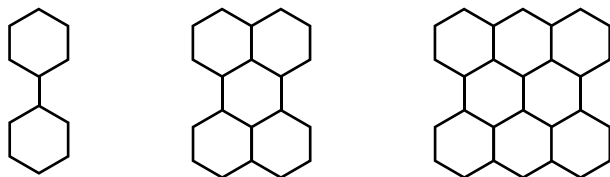
$$1/111 \times 1/111 = 1/234321$$

$$1/1111 \times 1/1111 =$$

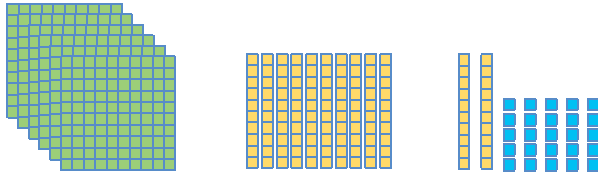
۳- یک برگه کاغذ را از وسط تا کنید. این کار را ۴ بار تکرار کنید. سپس روی کاغذ تا شده یک سوراخ ایجاد کنید. پس از باز کردن تاهای کاغذ، چند سوراخ در برگه کاغذ به وجود آمده است؟ (هنگام باز کردن تاهای کاغذ به دنبال الگو باشید.)



۴- اگر ساختن شکل‌ها را به همین ترتیب ادامه دهیم، در شکل دهم چند تا ۶ ضلعی خواهیم داشت؟

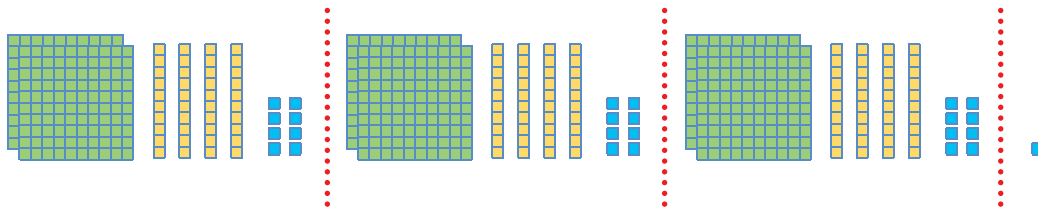


تقسیم یک عدد بر عدد طبیعی



۱- شکل بالا عدد ۷۴۵ را نشان می‌دهد. با توجه به شکل توضیح دهید که چگونه ۷۴۵ به ۳ قسمت مساوی تقسیم شده است. باقی‌مانده و خارج قسمت تقسیم را بنویسید.

$$745 \overline{) 3}$$



۲- با پاسخ دادن به پرسش‌های زیر مراحل تقسیم را دنبال کرده و بنویسید.

$$459 \overline{) 7}$$

آیا می‌توانیم ۴ تا ۱۰۰ تایی را بین ۷ نفر تقسیم کنیم؟

۴ تا ۱۰۰ تایی با چند تا ۱۰ تایی برابر است؟

روی هم چند تا ۱۰ تایی را باید بین ۷ نفر تقسیم کنیم؟

به هر نفر چند تا می‌رسد؟ ----- چند تا ۱۰ تایی باقی‌مانده؟

اگر ۱۰ تایی‌های باقی‌مانده را به یکی تبدیل کنیم، چند تا یکی می‌شود؟

چند تا یکی را باید بین ۷ نفر تقسیم کنیم؟

به هر نفر چند تا می‌رسد؟ ----- چند تا یکی باقی‌مانده؟

۳- در تقسیم اول ۱ یکی باقی‌مانده است، چون این تعداد کمتر از ۳ است، نمی‌توان

تقسیم را ادامه داد پس می‌نویسیم:

$$1 < 3$$

رابطه‌ی اول تقسیم

از روی شکل می‌توان فهمید که عدد ۷۴۵ به ۳ دسته‌ی ۲۴۸ تایی تقسیم شده است و یکی باقی‌مانده است. پس می‌نویسیم:

$$3 \times 248 + 1 = 745 \quad (\text{امتحان کردن}) \quad \text{رابطه‌ی دوم تقسیم}$$

حالا رابطه‌های تقسیم را برای تقسیم پرسش ۲ بنویسید.



۱- یک موتور آب در هر ساعت ۱۴ لیتر گازوئیل می‌سوزاند.
الف) اگر منبع این موتور ۱۵۵ لیتر گازوئیل داشته باشد، چند ساعت می‌تواند کار کند؟ پس از آن چند لیتر گازوئیل باقی می‌ماند؟

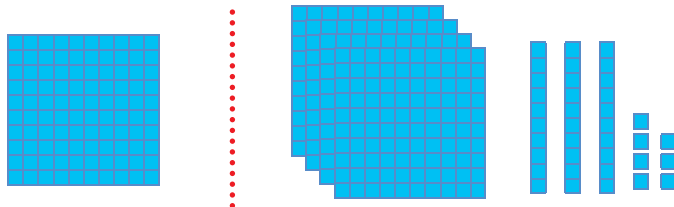
ب) برای آبیاری هر هکتار از یک زمین کشاورزی ۲۴ متر مکعب آب نیاز است. برای ۱۵ هکتار از این زمین چقدر آب می‌خواهیم؟



ج) اگر موتور آب در هر ساعت ۱۲ متر مکعب آب از چاه بیرون بیاورد، برای آبیاری این زمین چند ساعت باید کار کند؟

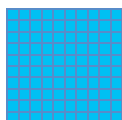


با توجه به واحد داده شده، شکل سمت راست چه عددی را نشان می‌دهد؟



می‌خواهیم این عدد را به ۳ تقسیم کنیم. به کمک شکل به پرسش‌ها پاسخ دهید و تقسیم را گام به گام انجام دهید.

$$3 \overline{) 37} \text{ ر } 4$$



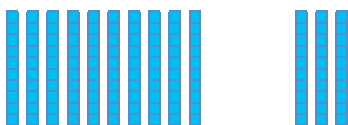
۱) به هر دسته چند تا ۱ (واحد کامل) می‌رسد؟

۲) چند واحد باقی می‌ماند؟

واحد باقی‌مانده به چند تا ۱ / ۰ تبدیل می‌شود؟

روی هم چند تا ۱ / ۰ خواهیم داشت؟

به هر نفر چند تا ۱ / ۰ می‌رسد؟





۳) چند تا $0/1$ باقی می‌ماند؟

این باقی مانده چند تا $0/01$ است؟

روی هم چند تا $0/01$ خواهیم داشت؟ به هر دسته چند تا $0/01$ می‌رسد؟

چند تا $0/01$ باقی می‌ماند؟

۴) خارج قسمت تقسیم چند شد؟
چه رابطه‌ای بین تعداد رقم‌های اعشار خارج قسمت و باقی‌مانده وجود دارد؟

$$\begin{array}{r} 35/98 \quad | \quad 21 \\ 21 \quad \quad | \quad 1/71 \\ \hline 14 \quad 9 \quad \rightarrow \\ 14 \quad 7 \quad \hline \quad \quad 28 \\ \quad \quad 21 \\ \hline \quad \quad 0/07 \end{array}$$

به مراحل تقسیم $35/98$ بر 21 توجه کنید:

ابتدا خط ممیز را می‌کشیم و تقسیم را شروع می‌کنیم. در 35 یک 21 وجود دارد. باقی‌مانده را می‌نویسیم و رقم 9 را پایین می‌آوریم. به مرز ممیز رسیدیم؛ در خارج قسمت ممیز می‌گذاریم. چرا؟ تقسیم کردن را ادامه می‌دهیم.

۱- تقسیم کنید.



$$75/3 \quad | \quad 4$$

$$45/27 \quad | \quad 16$$

$$128/75 \quad | \quad 31$$

۲- تقسیم‌های زیر را تا 2 رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهید. با توجه به اینکه $1/2 = 0/5$ است، برای پیشروی در تقسیم، می‌توانید به تعداد موردنیاز جلوی مقسوم صفر بگذارید و تقسیم را ادامه دهید.

$$1/00 \quad | \quad 3$$

$$7 \quad | \quad 9$$

$$7/2 \quad | \quad 3$$

تمرین



۱- پاسخ تقسیم‌های زیر را تا ۲ رقم اعشار به دست آورید.

$$37/45 \overline{) 7}$$

$$89/94 \overline{) 23}$$

$$43/4 \overline{) 9}$$

۲- تقسیم‌های زیر را تا ۳ رقم اعشار در خارج قسمت ادامه دهید.

$$14/700 \overline{) 17}$$

$$35/5 \overline{) 3}$$

$$22/5 \overline{) 7}$$

۳- در همه‌ی تقسیم‌های سؤال یک و دو چه رابطه‌ای بین تعداد رقم‌های اعشار خارج قسمت و باقی‌مانده برقرار است؟

۴- ضخامت ۲۰۰ برگ کاغذ ۱۲ میلی‌متر است. ضخامت یک برگ چند میلی‌متر است؟ (پاسخ را تا ۲ رقم اعشار به دست آورید.)

۵- وقتی یک چرخ روی زمین یک دور می‌زند، به اندازه‌ی یک محیط خود جلو می‌رود. یک چرخ ۶۰ دور چرخیده و ۱۱۳/۰۴ متر روی زمین به جلو رفته است، محیط چرخ را تا ۲ رقم اعشار حساب کنید.



۶- نمره‌های یک دانش‌آموز به صورت زیر است. معدل او را حساب کنید.

$15/75$

$16/25$

$17/25$

$18/5$

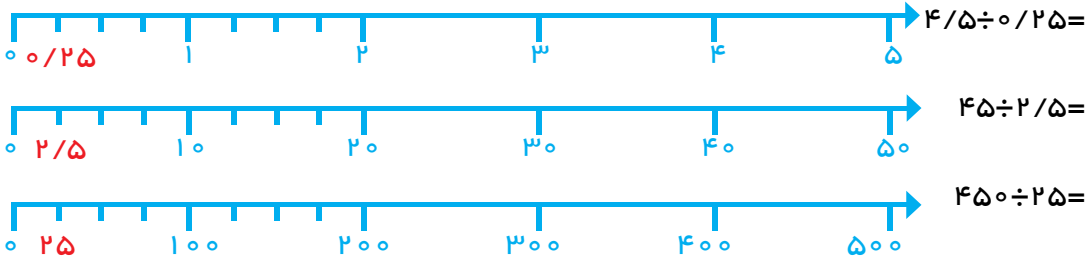
$19/5$

تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری

فعالیت



۱- به کمک محور پاسخ تقسیم‌های داده شده را پیدا کنید.



از مقایسه‌ی این تقسیم‌ها و پاسخ‌هایشان چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- حالا تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$7 \overline{) 3}$$

$$70 \overline{) 30}$$

$$700 \overline{) 300}$$

مقسوم و مقسوم‌علیه هر بار در چه عددی ضرب شده‌اند؟
خارج قسمت و باقی‌مانده چه تغییری کرده‌اند؟
از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳- اگر مقسوم و مقسوم‌علیه را در عددی غیر از ۱۰ یا ۱۰۰ ضرب کنیم، آیا باز هم همان نتیجه‌های بالا به دست می‌آید؟ آزمایش کنید.

$$9 \overline{) 4} \xrightarrow{\times 5} 45 \overline{) 20}$$

$$11 \overline{) 3} \xrightarrow{\times 7} 77 \overline{) 21}$$

۴- برای این‌که مقسوم‌علیه‌های تقسیم‌های زیر را به عدد صحیح تبدیل کنید، مقسوم و مقسوم‌علیه را در چه عددی ضرب می‌کنید؟

$$14 \overline{) 2} \overline{) 0/21} \xrightarrow{\times}$$

$$17 \overline{) 0/7} \xrightarrow{\times}$$



۱- با توجه به تقسیم انجام شده، خارج قسمت و باقی‌مانده‌ی تقسیم دیگر را بدون تقسیم کردن بیابید.

$$\begin{array}{r} 4/3 \overline{) 0/7} \xrightarrow{\times 10} 43 \overline{) 7} \\ \underline{42} \quad 6 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 8} \xrightarrow{\times} 450 \overline{) 80} \\ \underline{40} \quad 5 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7/23 \overline{) 0/11} \xrightarrow{\times} 723 \overline{) 11} \\ \underline{\quad\quad} \quad 65 \\ 8 \end{array}$$

با توجه به این ویژگی تقسیم، می‌توانیم تقسیم‌هایی را که مقسوم علیه اعشاری دارند، به تقسیم نوع اول (تقسیمی که مقسوم علیه صحیح دارد) تبدیل کنیم. نمونه‌ی زیر را ببینید.

$$\begin{array}{r} 14/5 \overline{) 0/19} \xrightarrow{\times 100} 1450 \overline{) 19} \\ \underline{76/3} \quad 76/3 \\ \underline{\quad\quad} \quad 120 \\ \underline{114} \quad 60 \\ \underline{\quad\quad} \quad 57 \\ \underline{\quad\quad} \quad 0.3 \end{array}$$

انتقال جواب ما $\div 100$

چرا مقسوم و مقسوم علیه در 100 ضرب شده است؟ توضیح دهید که چگونه پاسخ‌های تقسیم اول را از روی پاسخ‌های تقسیم دوم به دست می‌آوریم.



تقسیم‌های زیر را تا یک رقم اعشار در خارج قسمت ادامه دهید.

$$38/92 \overline{) 2/15} \xrightarrow{\times 100} 3892 \overline{) 215}$$

$$38 \overline{) 1/8} \xrightarrow{\times 10} 380 \overline{) 18}$$



۱- نوشتن کسرهای مساوی $\frac{2}{3}$ را ادامه دهید.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots = \dots$$

توضیح دهید که کسرهای مساوی مثال زیر چگونه به دست آمده‌اند.

$$\frac{2}{3} = \frac{20}{30} = \frac{200}{300} = \frac{2000}{3000}$$

۲- در فعالیت‌های پیش دیدید که اگر مقسوم و مقسوم علیه را در یک عدد ضرب کنیم، خارج قسمت تغییری نمی‌کند. چه ارتباطی بین این مطلب و نوشتن کسرهای مساوی می‌بینید؟ توضیح دهید.

$$\frac{2}{7} \mid \frac{3}{1} \xrightarrow{\times 10} \frac{20}{70} \mid \frac{30}{10}$$

$$\frac{2}{7} \div \frac{3}{1} = \frac{2/7}{3/1} = \frac{27}{31}$$

۳- با توجه به تساوی‌های بالا پاسخ تقسیم‌ها را مانند نمونه پیدا کنید.

$$\frac{7}{2} \div \frac{0}{9} = \frac{7/2}{0/9} = \frac{72}{9} = 8$$

$$0/84 \div 2/1 =$$

$$6/3 \div 0/09 =$$

$$0/8 \div 0/04 =$$

۴- همچنین می‌توانیم عددهای اعشاری را به کسر تبدیل کرده و از راه تقسیم کسرها، پاسخ را به دست آوریم.

$$\frac{7}{2} \div \frac{0}{9} = \frac{72}{10} \div \frac{9}{10} = \frac{72}{10} \times \frac{10}{9} = 8$$

$$\frac{0/84}{2/1} =$$

پاسخ تقسیم‌ها را از دو روش پیدا کنید.



$$\frac{2/1}{0/07} \xrightarrow{\times 100}$$

$$\frac{2/1}{0/07} = \frac{21}{10}$$

$$\frac{0/34}{1/7} =$$

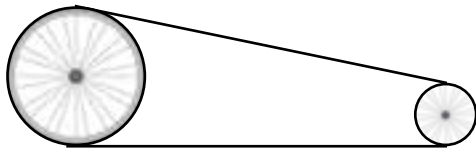
$$\frac{0/34}{1/7} =$$

تمرین



۱- گنجایش حوضی ۳۵۶ لیتر است. اگر در هر دقیقه $\frac{8}{9}$ لیتر آب وارد حوض شود، پس از چند دقیقه حوض پر می‌شود؟

۲- محیط چرخ کوچک $\frac{56}{10}$ متر و محیط چرخ بزرگ $\frac{1}{4}$ متر است. اگر چرخ کوچک در هر دقیقه ۱۰۰ دور بچرخد، چرخ بزرگ چند دور در دقیقه می‌چرخد؟



۳- در یک منطقه‌ی روستایی ۱۵۵۷۵ رأس گوسفند وجود دارد. برای واکسن زدن به هر رأس گوسفند $\frac{13}{10}$ سی سی مایع واکسن لازم است. چند سی سی از این مایع برای گوسفندان این منطقه نیاز است؟
اگر مایع در شیشه‌هایی با گنجایش ۶۵۰ سی سی باشد، تعیین کنید چند شیشه برای واکسن زدن به گوسفندان آن منطقه لازم است؟



۴- در یک کارخانه‌ی سازنده‌ی قطعه‌های اتومبیل، قطعه‌ای ساخته می‌شود که جرم آن $\frac{32}{8}$ گرم است. اگر وزن (جرم) کل تولید یک روز این کارخانه $\frac{13}{94}$ کیلوگرم باشد، در این روز چند قطعه ساخته شده است؟

۵- پاسخ تقسیم‌های زیر را به طور ذهنی به دست آورید؟

$$0/4 \div 2 =$$

$$24 \div 0/5 =$$

$$0/04 \div 0/2 =$$

$$0/6 \div 0/3 =$$

$$0/08 \div 0/02 =$$

$$4/8 \div 2/4 =$$

$$0/48 \div 1/2 =$$

$$8/4 \div 0/21 =$$

$$3/6 \div 12 =$$

مرور فصل

با نوشتن آنچه که از شما خواسته شده، خلاصه‌ای از درس‌هایی را که در این فصل یاد گرفته‌اید، تهیه کنید.

۱- چگونه یک عدد اعشاری را به کسر تبدیل می‌کنید؟

$$1/75 =$$

۲- چگونه یک عدد کسری را به عدد اعشاری تبدیل می‌کنید؟

$$\frac{7}{20} =$$

۳- اگر مخرج یک کسر به عددهای ۱۰، ۱۰۰ و ... تبدیل نشد، چگونه این کسر را به عدد اعشاری تبدیل می‌کنید؟

$$\frac{22}{7} =$$

$$2/305 \bigcirc 2/35$$

۴- چگونه دو عدد اعشاری را مقایسه می‌کنید؟

$$0/20 = 0/2$$

۵- دلیل برابری عبارت روبه‌رو را توضیح دهید.

۶- روش‌های مختلف جمع و تفریق دو عدد اعشاری را توضیح دهید.

$$3/2 \times 1/7$$

۷- چگونه دو عدد اعشاری را در هم ضرب می‌کنیم؟

۸- چگونه یک تقسیم با مقسوم‌علیه اعشاری را به یک تقسیم با مقسوم‌علیه صحیح تبدیل کرده و چگونه خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم اصلی را پیدا می‌کنید؟

$$4/3 \overline{) 0/7}$$

۹- پاسخ تقسیم زیر را از دو روش به دست آورید؟

$$6/4 \div 0/08$$



اندازه‌گیری طول و زاویه

فصل

۳

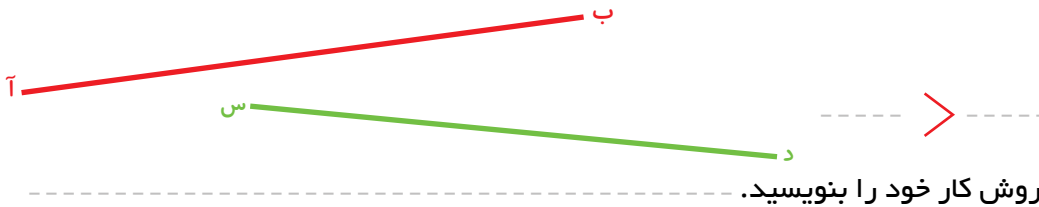


اندازه‌گیری طول

فعالیت



۱- با یک نوار کاغذی طول دو پاره‌خط زیر را مقایسه و رابطه را کامل کنید.



۲- با یک پرگار طول پاره‌خط‌های زیر را مقایسه و رابطه را کامل کنید.



۳- برای مقایسه‌ی طول‌ها چه روش‌های دیگری می‌شناسید؟

استفاده از روش‌های بالا همیشه ممکن نیست. برای مقایسه‌ی طول‌های زیاد یا دور از دسترس، به واحد اندازه‌گیری نیاز داریم. هر چیزی می‌تواند واحد اندازه‌گیری طول باشد. برای مثال می‌توان طول‌ها را با یک پاره‌خط مشخص اندازه‌گیری کرد.

فعالیت



۱- اندازه‌ی طول این مداد را برحسب واحد داده شده پیدا کنید.



برای درست کردن پاره‌خط‌های مساوی می‌توانید، از پرگار استفاده کنید.

طول مداد بین ----- و ----- واحد است.

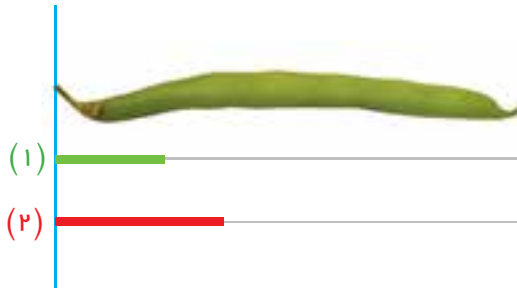
برای دقیق‌تر کردن اندازه‌گیری خود، طول باقی‌مانده را به صورت تقریبی و کسری از واحد بیان کنید. (می‌توانید واحد داده شده را به قسمت‌های کوچک‌تر تقسیم کنید.) اکنون این اندازه را به صورت یک عدد مخلوط بیان کنید.

۲- حالا طول نی را با همان واحد به صورت عدد مخلوط بیان کنید.





طول لوبیا را با واحدهای داده شده اندازه بگیرید و به صورت عددهای مخلوط بیان کنید.



(۱) = طول لوبیا با واحد شماره‌ی (۱)

(۲) = طول لوبیا با واحد شماره‌ی (۲)

چرا اندازه‌ها با هم متفاوت است؟

کار کردن با کدام واحد ساده‌تر بود؟ چرا؟

کار کردن با کدام واحد دقیق‌تر است؟ چرا؟

برای تشخیص قسمت کسری، واحدها را به چند قسمت مساوی کوچک‌تر تقسیم کردید؟

برای اینکه طول هر چیز اندازه‌ی معینی داشته باشد و برای همه شناخته شده باشد، واحدهای استاندارد را به کار می‌بریم. واحد استاندارد اندازه‌گیری طول، متر است. مانند فعالیت‌های بالا برای دقیق‌تر شدن اندازه‌گیری‌ها نیاز داریم که واحد استاندارد را نیز به قسمت‌های مساوی کوچک‌تر تقسیم کنیم. به همین دلیل واحد متر را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. به هر کدام از این قسمت‌ها سانتی‌متر می‌گویند. برای دقیق‌تر شدن اندازه‌گیری‌ها واحد سانتی‌متر را نیز به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. به هر کدام از آن‌ها یک میلی‌متر می‌گویند. طول‌های خیلی زیاد را با واحد بزرگ‌تری به نام کیلومتر اندازه می‌گیرند. هر کیلومتر برابر ۱۰۰۰ متر است.

فعالیت



طول ساعت را با خطکش اندازه بگیرید و قسمت‌های خالی را پر کنید.

----- متر = ----- میلی‌متر = ----- سانتی‌متر = طول ساعت

توضیح دهید چگونه طول ساعت را که با خطکش و با واحد سانتی‌متر اندازه گرفته بودید، به واحدهای میلی‌متر و متر تبدیل کردید؟

کار در کلاس



باید تصوّر درستی از هر یک از واحدهای اندازه‌گیری داشته باشیم. برای هر یک از مقدارهای زیر یک نمونه بنویسید که به آن اندازه باشد.

طول یک پاک‌کن: ۵ سانتی متر

۱:----- سانتی متر

۱:----- میلی متر

۱:----- متر

۱:----- کیلومتر

۳:----- متر

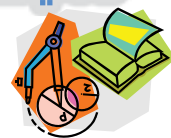
۳۰:----- سانتی متر

۵:----- میلی متر

۲۰:----- سانتی متر

هر کدام از ابزارهای اندازه‌گیری مانند خط‌کش، متر خیاطی یا فلزی، کیلومترشمار و... برای اندازه‌گیری بعضی از طول‌ها مناسب‌اند. برای اندازه‌گیری هر طول علاوه بر آنکه باید ابزار مناسب را تشخیص دهیم، باید واحد مناسبی را نیز انتخاب کنیم. همچنین باید بتوانیم در صورت نیاز واحدها را به یکدیگر تبدیل کنیم.

فعالیت



۱- با توجه به جدول تناسب زیر جاهای خالی را کامل کنید.

متر	۱	۵	× ۱۰۰
سانتی متر	۱۰۰		

سانتی متر	۱		÷ ۱۰
میلی متر	۱۰	۷	

کیلومتر	۱		÷ ۱۰۰۰
متر	۱۰۰۰	۵۰۰	

برای موارد زیر نیز جدول تناسب بکشید و پاسخ را پیدا کنید.

۴۷ میلی‌متر چند سانتی‌متر است؟

۱/۳ متر چند سانتی‌متر است؟

۲- با الگویی که در حرکت ممیز در عددهای اعشاری، زمانی که در عددهای ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ ضرب و یا بر آن‌ها تقسیم می‌شدند، پیدا کردید، و همچنین به کمک جدول تناسب پاسخ پرسش‌های زیر را به‌دست آورید.

۴۲۳/۷ سانتی‌متر چند متر است؟

۳/۷۱ سانتی‌متر چند میلی‌متر است؟

تمرین



- ۱- برای اندازه‌گیری طول‌های زیر چه واحدهایی مناسب‌تر است؟
- اندازه‌ی یک مورچه: -----
 - ارتفاع میز معلم: -----
 - عرض کتاب ریاضی: -----
 - ضخامت کتاب ریاضی: -----
 - ارتفاع ساختمان مدرسه: -----
 - فاصله‌ی بین دو شهر: -----

۲- در جاهای خالی، نام یکی از واحدهای طول را بنویسید تا جمله‌ی درستی به‌دست آید.



طول دروازه‌ی فوتبال $۷/۳۳$ ----- است.

قد طاه‌ها حسینی ۱۲۷ ----- است.

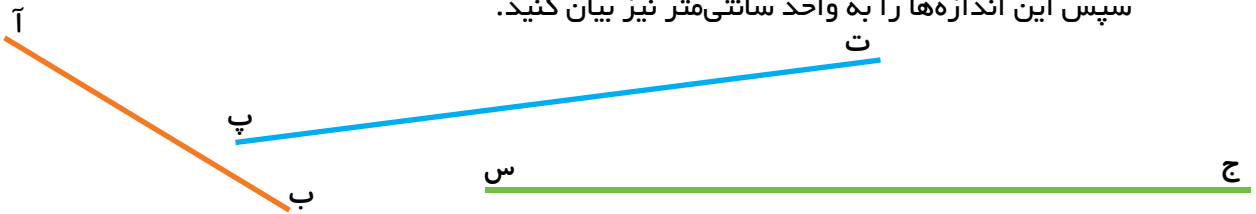
ضخامت کتاب علوم $۰/۷$ ----- است.

طول سنجاق ۳۵ ----- است.

۳- طول پاره‌خط‌های زیر را بدون اندازه‌گیری تخمین بزنید. فقط از واحد سانتی‌متر استفاده کنید.



۴- طول پاره‌خط‌های زیر را به کمک خط‌کش با واحد میلی‌متر اندازه بگیرید و بنویسید. سپس این اندازه‌ها را به واحد سانتی‌متر نیز بیان کنید.



۵- جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

۳ میلی‌متر = ----- متر

۲۰۰ متر = ----- کیلومتر

$۱/۲$ سانتی‌متر = ----- میلی‌متر

$۲۳/۴$ سانتی‌متر = ----- متر

۶- اندازه‌ای را که هر شکل نشان می‌دهد، بنویسید.



سرعت اتومبیل ----- کیلومتر بر ساعت است. هوا ----- درجه‌ی سانتی‌گراد است. طول سنجاق ----- سانتی‌متر است.

فاصله

ب.

آ.

۱- به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

-از دو نقطه‌ی آ و ب چند خط خمیده می‌گذرد؟

یکی از آنها را رسم کنید.

-از این دو نقطه چند خط شکسته می‌گذرد؟ ---- یکی از آنها را رسم کنید.

-از این دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟ ---- آن را رسم کنید.

۲- کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین این دو نقطه چگونه به دست می‌آید؟ این فاصله را اندازه بگیرید.

فاصله‌ی بین دو نقطه، طول پاره‌خطی است که دو نقطه را به هم وصل می‌کند.

فعالیت



کار در کلاس



۱- در مثلث آ ب ج فاصله‌ی رأس‌های مثلث را از یکدیگر پیدا کنید.
(در واقع طول ضلع‌های مثلث را به دست آورید.)

$$\text{ب ج} = \quad \text{آ ج} = \quad \text{آ ب} =$$

نقطه‌ی م وسط ضلع ج ب است.

فاصله‌ی رأس آ تا نقطه‌ی م را پیدا کنید.

ب.

۲- فاصله‌ی ۴ نقطه را از یکدیگر پیدا کنید.

$$\text{ب ج} = \quad \text{آ ب} =$$

$$\text{ب د} = \quad \text{آ ج} =$$

$$\text{ج د} = \quad \text{آ د} =$$

ج.

آ.

د.

	آ	ب	ج	د
آ				
ب				
ج				
د				

این فاصله‌ها را می‌توان در جدول روبرو قرار داد.

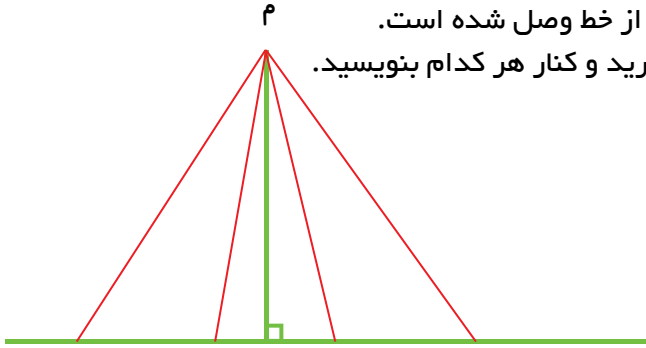
جدول را کامل کنید.

چه الگویی در این جدول می‌بینید؟

فعالیت



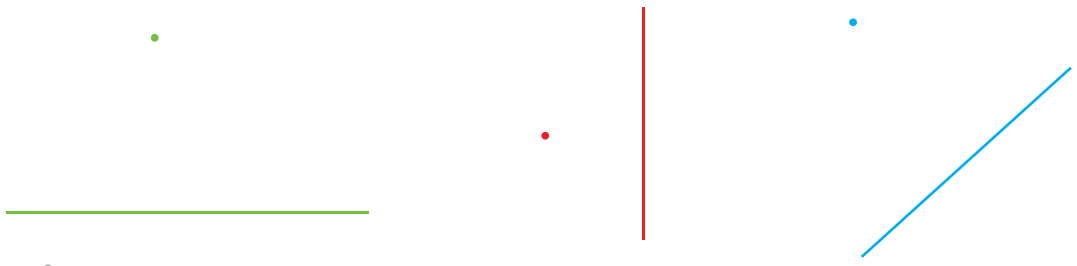
در شکل روبه‌رو نقطه‌ی m به چند نقطه از خط وصل شده است. طول پاره‌خطها را با خط‌کش اندازه بگیرید و کنار هر کدام بنویسید.



به همین ترتیب چند نقطه‌ی دیگر می‌توان روی این خط در نظر گرفت و به نقطه‌ی m وصل کرد؟ کوتاه‌ترین فاصله مربوط به کدام پاره‌خط است؟

کوتاه‌ترین فاصله‌ی هر نقطه تا یک خط، خط عمود است. با کمک گونیا می‌توانید از یک نقطه بر یک خط، خط عمود رسم کرده، سپس طول آن را اندازه بگیرید.

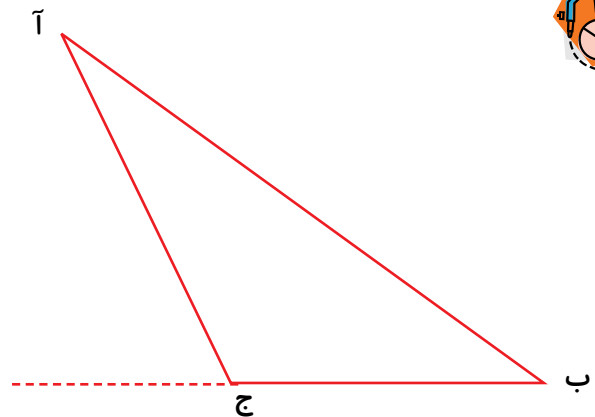
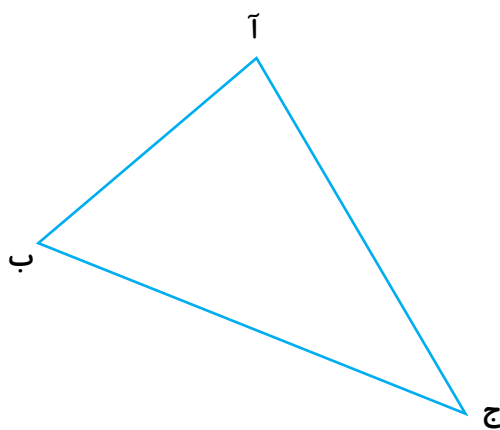
در شکل‌های زیر فاصله‌ی نقطه از خط را پیدا کنید.



کار در کلاس



در مثلث‌های داده شده فاصله‌ی رأس A تا ضلع BC را پیدا کنید. (ارتفاع نظیر رأس A)



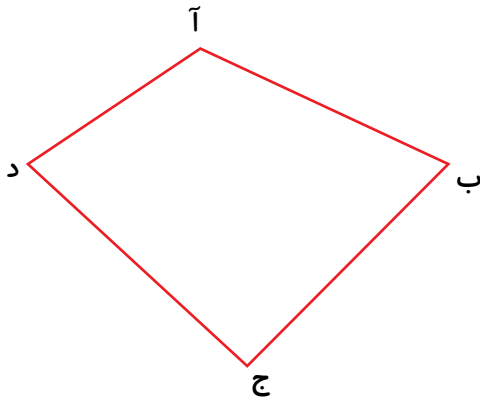
فعالیت



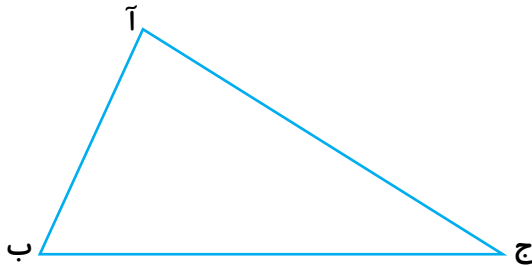
چرا در شکل سمت راست پاره‌خط BC را با خط‌چین ادامه داده‌ایم؟



۱- در ۴ ضلعی آ ب ج د چند ضلع مقابل رأس آ وجود دارد؟
 آن‌ها را نام ببرید.
 فاصله‌ی رأس آ را تا ضلع‌های
 مقابل آن اندازه بگیرید.



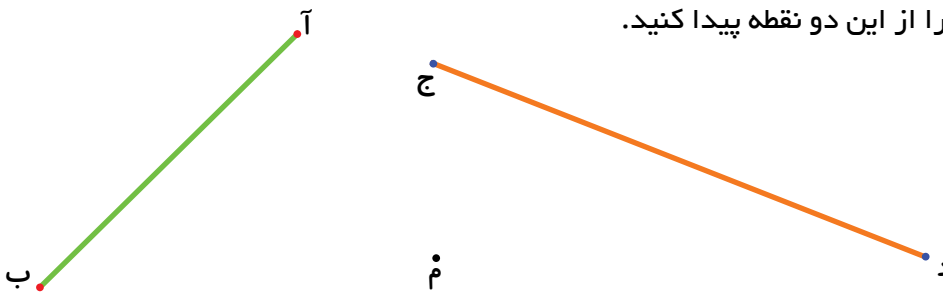
۲- در مثلث زیر فاصله‌ی هر رأس را تا ضلع مقابل آن اندازه بگیرید.



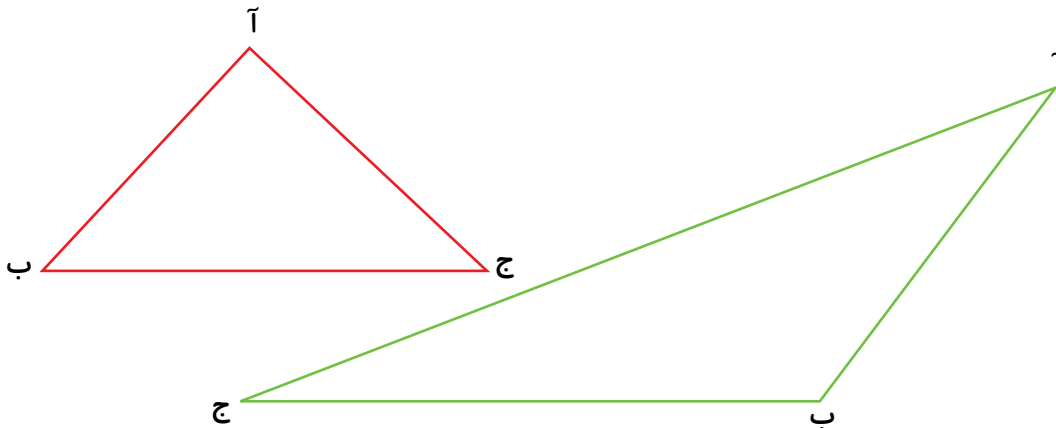
تمرین



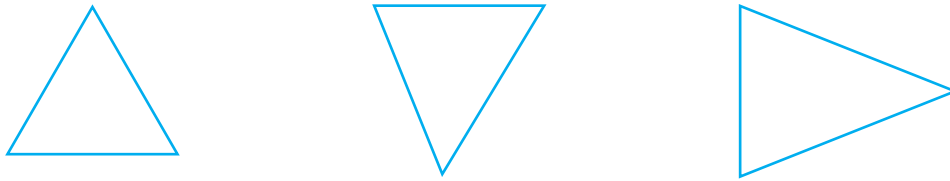
۱- وسط پاره‌خط‌های داده شده را با خطکش پیدا کرده و نام آن‌ها را ن و ل بنامید. فاصله‌ی نقطه‌ی م را از این دو نقطه پیدا کنید.



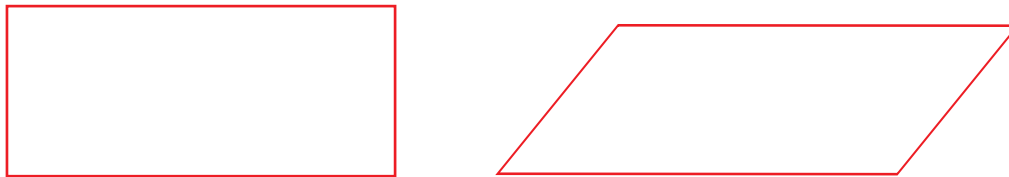
۲- در هر مثلث با خطکش، وسط ضلع آ ب و آ ج را پیدا کنید و به ترتیب د و ن بنامید.
 حالا پاره‌خط‌های د ن و ج ب را اندازه بگیرید. در هر مثلث چه رابطه‌ای بین این دو اندازه می‌بینید؟



۳- اندازه‌ی ضلع‌های مثلث‌ها را با خط‌کش اندازه بگیرید. کدام مثلث متساوی‌الساقین و کدام یک متساوی‌الاضلاع‌اند؟



۴- در هر یک از چهار ضلعی‌های زیر وسط ضلع‌ها را پیدا کنید. سپس وسط هر دو ضلع کنار هم را به یک‌دیگر وصل کنید. چه شکلی پیدا می‌شود؟



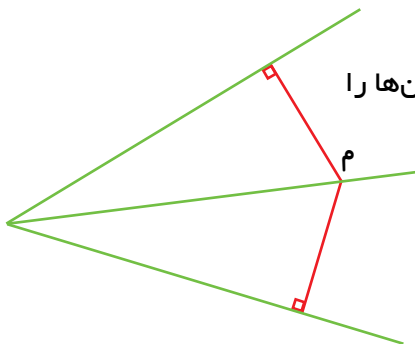
۵- نقطه‌ی M روی نیمساز زاویه است.

فاصله‌ی نقطه‌ی M را تا ضلع‌های زاویه به دست آورید؟

دو نقطه‌ی دیگر روی نیمساز در نظر بگیرید. فاصله‌ی آن‌ها را

نیز تا ضلع‌های زاویه پیدا کنید.

از بررسی این اندازه‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۶- سه ارتفاع مثلث زیر را رسم کنید و اندازه بگیرید.

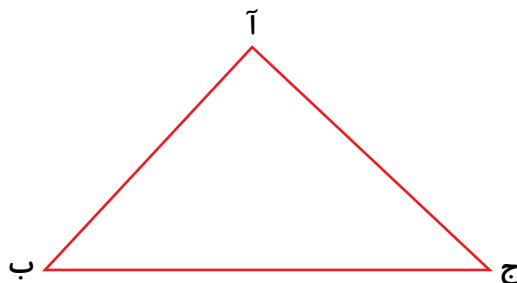
طول ضلع‌های مثلث را نیز اندازه بگیرید.

مساحت مثلث را سه بار، هر بار به کمک یک ارتفاع به دست آورید. (می‌توانید از ماشین حساب

کمک بگیرید.)

آیا ۳ مقدار به دست آمده با هم برابراند؟

در کلاس درباره‌ی خطاهای اندازه‌گیری و تأثیر آن بر محاسبه‌ی مساحت بحث کنید.



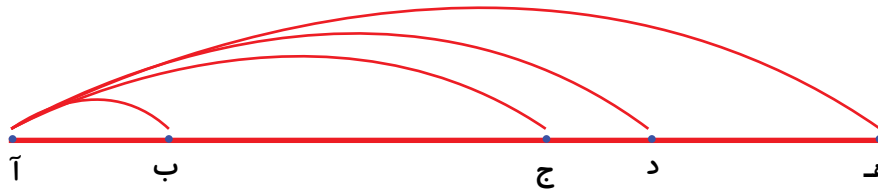
حل مسئله

در حلّ بعضی از مسئله‌ها باید با نظم و ترتیب خاصی عمل کنیم تا چیزی از قلم نیفتد. ساختن الگو کمک می‌کند تا بتوانیم همه‌ی حالت‌های ممکن برای مسئله را در نظر بگیریم.

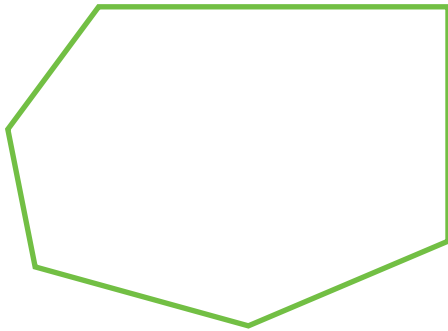
۱- در شکل زیر می‌توان پاره‌خط‌های مختلفی را نام برد، مانند آ ب، آ ج، آ د و ج د. تعداد همه‌ی پاره‌خط‌های شکل زیر چند تا است؟



با توجه به شکل زیر از نقطه‌ی آ شروع کنید. همه‌ی پاره‌خط‌هایی را که یک سر آن نقطه‌ی آ است، بشمارید. از چپ به راست به ترتیب برای نقطه‌های دیگر هم، همین‌گونه عمل کنید.

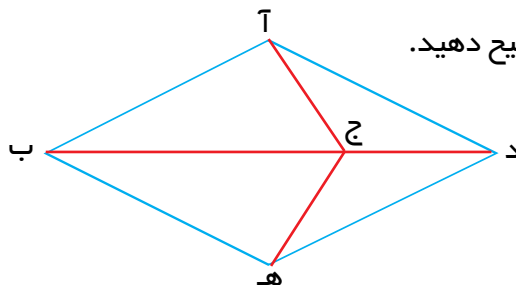


۲- در شش‌ضلعی زیر تعداد قطر‌ها را پیدا کنید. (از یک رأس شروع کنید و همه‌ی قطر‌هایی را که از آن می‌گذرند، بکشید.)



۳- همه‌ی پاره‌خط‌های رسم شده در شکل زیر را نام ببرید. تلاش کنید پاره‌خط‌ها را با یک نظم مشخص نام ببرید.

نظم و ترتیبی را که به کار بردید، توضیح دهید.



الگوسازی

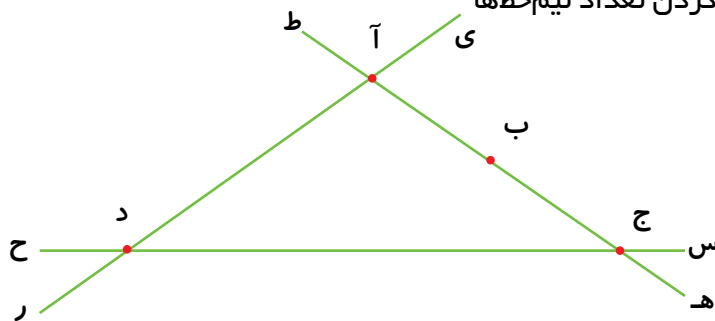
وقتی حالت‌های مورد نظر مسئله را پیدا می‌کنید، مطمئن هستید که همه‌ی حالت‌ها را در نظر گرفته‌اید و حالتی از قلم نیفتاده است.

۱- دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصل جمع آن‌ها ۱۲ و حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار ممکن باشد.

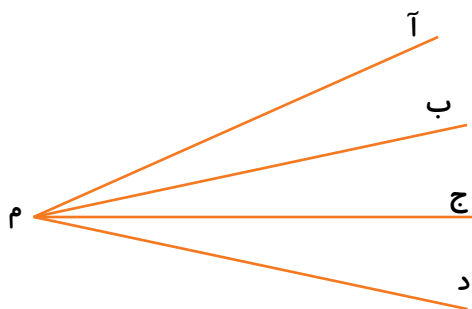
اولین عدد	دومین عدد	حاصل ضرب دو عدد

۲- روی یک خط یک نقطه می‌گذاریم، دو نیم‌خط به دست می‌آید. اگر ۲ نقطه بگذاریم، چند نیم‌خط درست می‌شود؟ اگر ۳ نقطه بگذاریم، چه‌طور؟

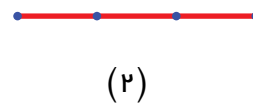
۳- تعداد نیم‌خط‌های شکل زیر را پیدا کنید. نظم و ترتیبی را که در پیدا کردن تعداد نیم‌خط‌ها به‌کار بردید، توضیح دهید.



۴- الف) در شکل (۱) چند زاویه دیده می‌شود؟ ب) در شکل (۲) چند پاره خط دیده می‌شود؟ این دو مسئله چه شباهتی به هم دارند؟



(۱)



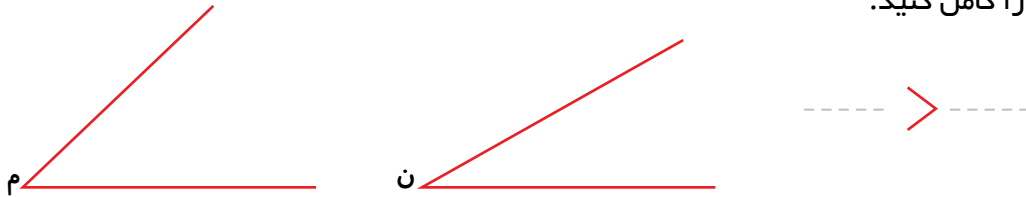
(۲)

مقایسه و اندازه‌گیری زاویه‌ها

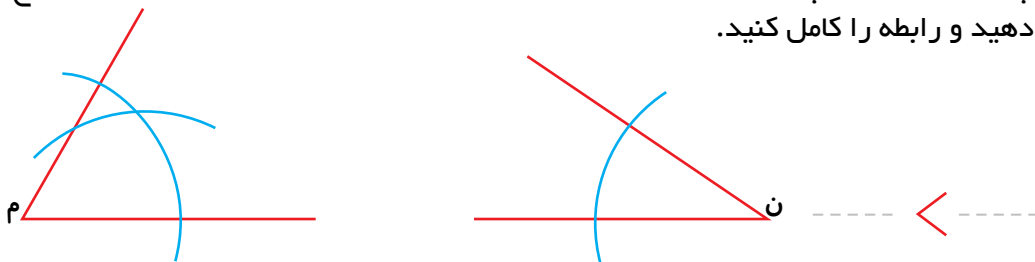
فعالیت



۱- به کمک یک کاغذ شفاف دو زاویه را مقایسه کنید. روش کار خود را بنویسید و رابطه را کامل کنید.



۲- در شکل‌های زیر به مرکز م و ن دو کمان به شعاع‌های مساوی زده‌ایم. چگونه می‌توانید با پرگار زاویه‌ها را مقایسه کنید؟ روش کار خود را با توجه به شکل توضیح دهید و رابطه را کامل کنید.



۳- برای مقایسه‌ی اندازه‌ی زاویه‌ها چه روش‌های دیگری می‌شناسید؟
۴- آیا همیشه در اندازه‌گیری زاویه‌ها می‌توانیم از روش‌های بالا استفاده کنیم؟

برای مقایسه و اندازه‌گیری زاویه‌ها نیز به واحد اندازه‌گیری نیاز داریم. هر زاویه‌ای می‌تواند واحد اندازه‌گیری باشد.

کار در کلاس



۱- با واحد اندازه‌گیری داده شده اندازه‌ی زاویه را پیدا کنید. خط‌های رسم شده نشان‌دهنده‌ی واحدهای اندازه‌گیری است که کنار هم گذاشته شده تا اندازه‌ی زاویه را نشان دهد. جاهای خالی را پر کنید.



اندازه‌ی زاویه بین ----- و ----- واحد اندازه‌گیری است. برای دقیق‌تر شدن اندازه‌گیری، قسمت باقی‌مانده را به صورت کسری از واحد تخمین بزنید. حالا اندازه‌ی زاویه را به صورت یک عدد مخلوط بیان کنید.

۲- اندازه‌ی این زاویه را با واحد پرسش قبل به صورت عدد مخلوط بیان کنید.





اندازه‌ی زاویه‌ی زیر را که با باز شدن نوارهای مقوایی درست شده است، با واحدهای داده شده به صورت عدد مخلوط بیان کنید.

(۱) = اندازه‌ی زاویه با واحد شماره (۱)

(۲) = اندازه‌ی زاویه با واحد شماره (۲)



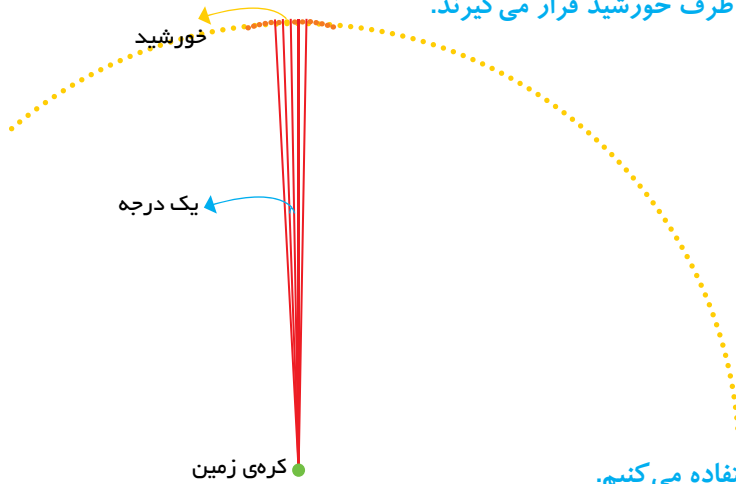
چرا اندازه‌ها برابر نشد؟

کارکردن با کدام واحد ساده‌تر بود؟ چرا؟

برای تشخیص کسری از واحد چه کار کردید؟

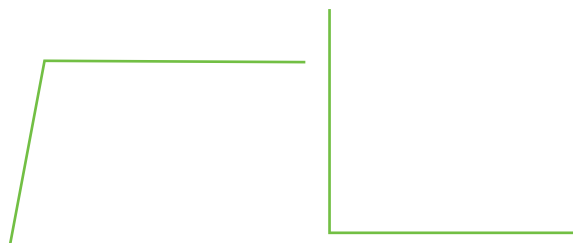
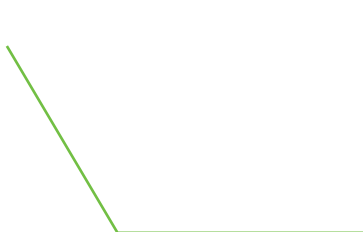
برای اینکه هر زاویه اندازه‌ی معینی داشته باشد و برای همه شناخته شده باشد، از واحد استاندارد استفاده می‌کنیم. یکی از واحدهای اندازه‌گیری زاویه درجه است.

در گذشته‌های دور ستاره‌شناسان، یک دایره‌ی کامل را 360° درجه در نظر گرفتند. بنابراین یک درجه $\frac{1}{360}$ یک دایره‌ی کامل است. دلیل انتخاب عدد 360° این بود که اگر از روی کره‌ی زمین به دو طرف کره‌ی خورشید نگاه کنیم، این زاویه‌ی باز شده یک درجه است. یعنی اگر 360° تا خورشید را کنار هم قرار دهیم، یک دور کامل زده می‌شود. بنابراین یک درجه مقدار زاویه‌ای است که رأس آن روی کره‌ی زمین است که در دو طرف خورشید قرار می‌گیرند.



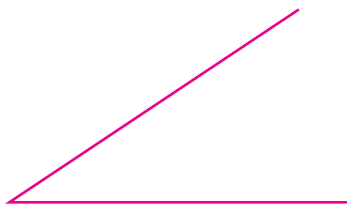
برای اندازه‌گیری زاویه‌ها از نقاله استفاده می‌کنیم.

زاویه‌های زیر را با نقاله اندازه بگیرید.

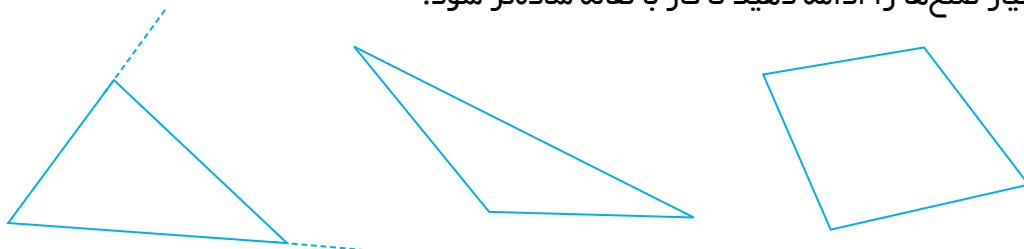




۱- زاویه‌ی زیر را با نقاله اندازه بگیرید.
حالا ضلع‌های زاویه را با خط کش امتداد دهید. زاویه را دوباره اندازه بگیرید.
آیا اندازه‌ی زاویه تغییر کرده است؟



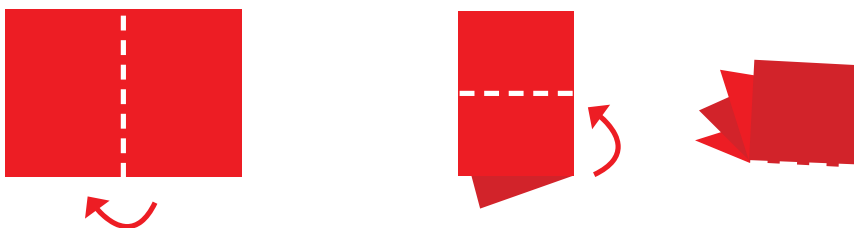
۲- با استفاده از این خاصیت، زاویه‌های چندضلعی‌های زیر را اندازه بگیرید. در صورت نیاز ضلع‌ها را ادامه دهید تا کار با نقاله ساده‌تر شود.



۳- مجموع زاویه‌های یک مثلث چند درجه است؟
بدون اندازه‌گیری، مجموع زاویه‌های چندضلعی‌های زیر را به دست آورید.



– یک کاغذ مستطیل شکل را بردارید و آن را از وسط تا کنید. سپس کاغذ تا شده را یک بار دیگر مانند نمونه از وسط تا کنید. کاغذ را باز کنید و روی خط‌های تا، خط بکشید. چهار زاویه درست می‌شود. این چهار زاویه را اندازه بگیرید و اندازه‌ی هرکدام را درون آن بنویسید. مجموع این زاویه‌ها را به دست آورید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۲- در زمان‌های زیر زاویه‌های بین دو عقربه‌ی ساعت چند درجه است؟
۹ ساعت : ۶ ساعت : ۱۲ ساعت :

تمرین



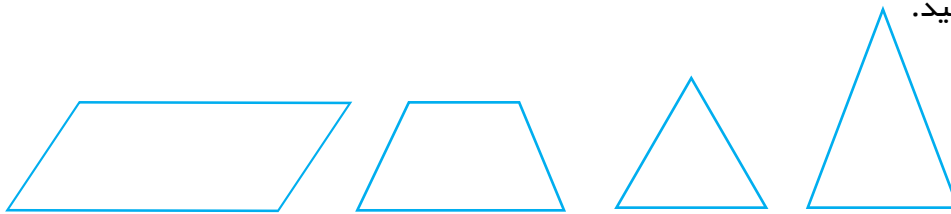
۱- یک کاغذ را بردارید و آن را به دلخواه دو بار تا کنید. سپس تای کاغذ را باز کنید. روی خط‌های تا خط بکشید. چهار زاویه درست می‌شود. این چهار زاویه را اندازه بگیرید و مجموع آن‌ها را حساب کنید. چه عددی به دست آمد؟



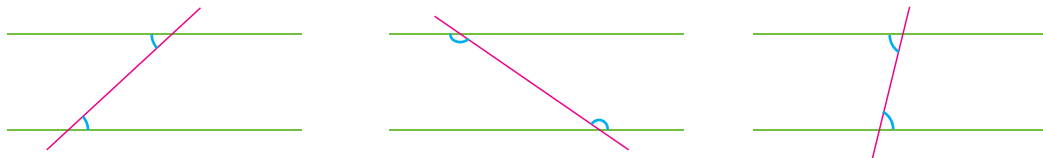
۲- اندازه‌ی زاویه‌های زیر را حدس بزنید و کنار آن بنویسید. حدس خود را با دوستانتان مقایسه کنید.



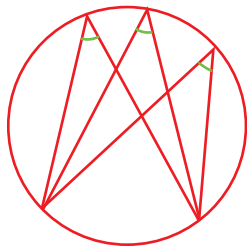
۳- در هر شکل پس از اندازه‌گیری با نقاله زاویه‌های مساوی را مشخص کنید. نام هر شکل را بنویسید.



۴- در شکل‌های زیر دو خط موازی و یک خط مورب که آن‌ها را قطع کرده است، می‌بینید. زاویه‌های مشخص شده را اندازه بگیرید.



۵- در شکل روبه‌رو زاویه‌های مشخص شده را اندازه بگیرید.

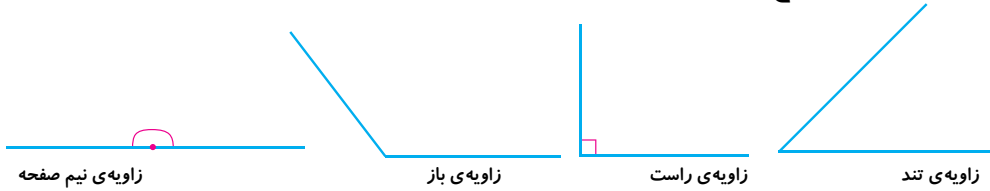


انواع زاویه‌ها

فعالیت



۱- در شکل زیر انواع زاویه‌ها نشان داده شده است.



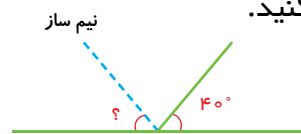
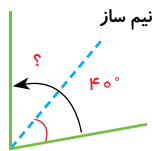
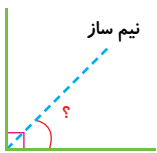
زاویه‌ها را اندازه بگیرید و جاهای خالی را پر کنید.

- زاویه تند از زاویه راست (قائم) ----- و زاویه باز از زاویه راست ----- است.

- زاویه باز از زاویه نیم‌صفحه ----- است.

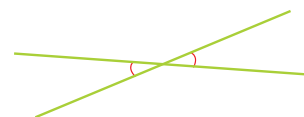
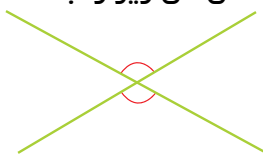
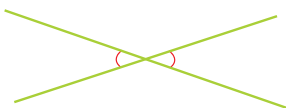
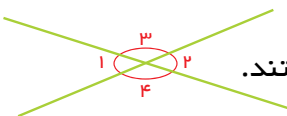
- زاویه نیم‌صفحه ۲ برابر زاویه ----- است.

۲- نیم‌ساز زاویه، زاویه را نصف می‌کند. حالا اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را پیدا کنید.



۳- وقتی دو خط همدیگر را قطع می‌کنند، ۴ زاویه درست می‌شود که زاویه‌های روبه‌رو دوبه‌دو متقابل به رأس نامیده می‌شوند.

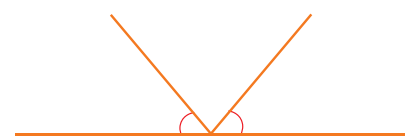
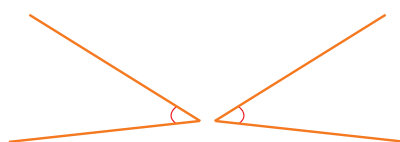
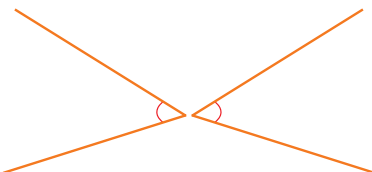
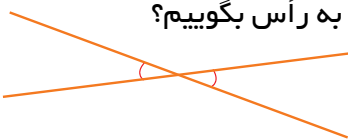
زاویه‌های ۱ و ۲ و زاویه‌های ۳ و ۴ در شکل روبه‌رو متقابل به رأس هستند. اندازه‌ی زاویه‌های مشخص شده‌ی شکل‌های زیر را با نقاله بیابید.



چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

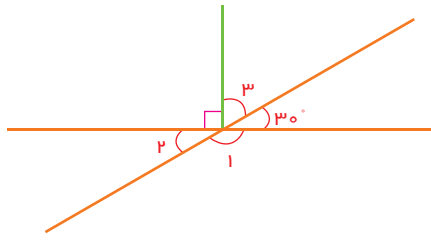
۴- آیا زاویه‌های مشخص شده‌ی زیر متقابل به رأس هستند؟ چرا؟

دو زاویه باید چه ویژگی‌هایی داشته باشند تا به آن‌ها متقابل به رأس بگوییم؟





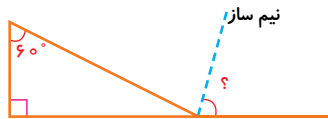
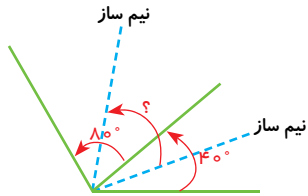
با توجه به آنچه که تاکنون درباره‌ی زاویه‌ها یاد گرفته‌اید، اندازه‌ی زاویه‌ی موردنظر را محاسبه کنید. راه‌حل خود را بنویسید و دلیل کار خود را توضیح دهید.



$\angle 1 =$

$\angle 2 =$

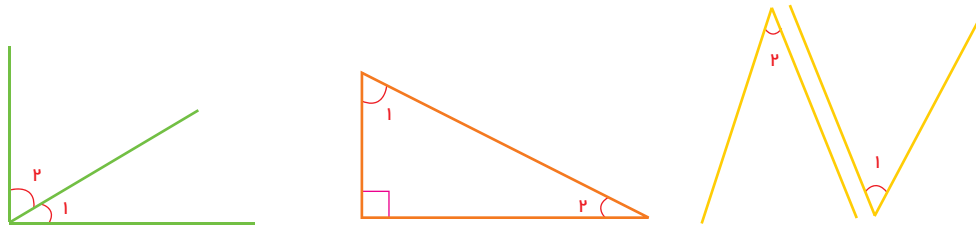
$\angle 3 =$



فعالیت

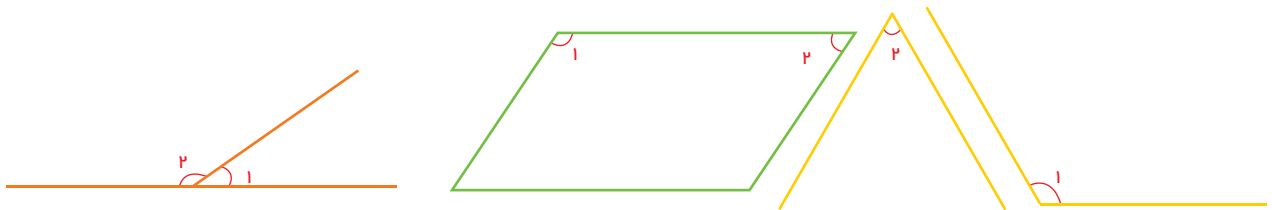


۱- در هر یک از شکل‌های زیر زاویه‌های ۱ و ۲ را با نقاله اندازه بگیرید و مجموع آن‌ها را به‌دست آورید.



به هر دو زاویه که مجموع آن‌ها ۹۰ درجه باشد، دو زاویه متمم می‌گویند.

۲- در هر یک از شکل‌های زیر زاویه‌های ۱ و ۲ را با نقاله اندازه بگیرید و مجموع آن‌ها را به‌دست آورید.



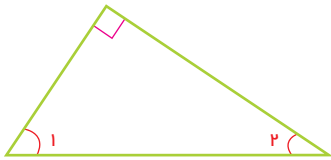
به هر دو زاویه که مجموع آن‌ها ۱۸۰ درجه باشد، دو زاویه مکمل می‌گویند.

در شکل‌های زیر زاویه‌های متمم یا مکمل را مانند نمونه پیدا کرده و یک تساوی برای آن بنویسید.

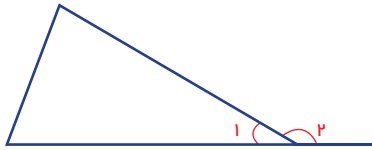
کار در کلاس



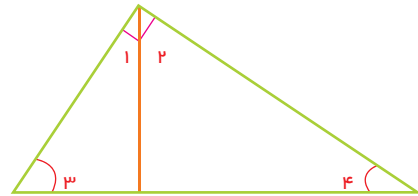
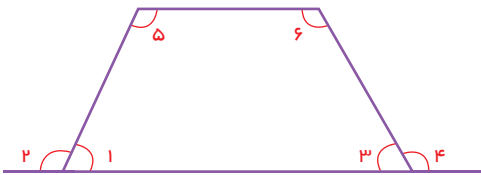
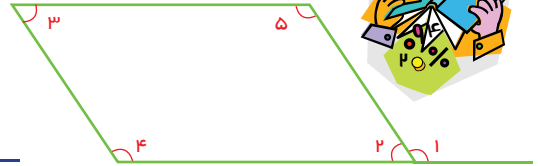
در صورت نیاز زاویه‌ها را با نقاله اندازه بگیرید.



$$\hat{1} + \hat{2} = 90^\circ$$

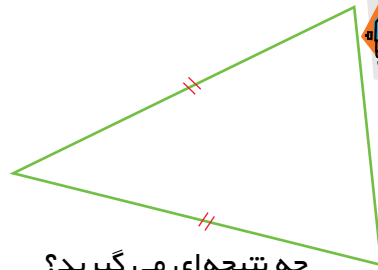
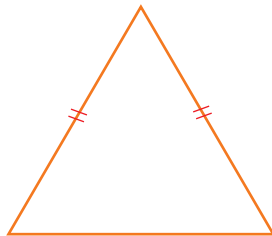
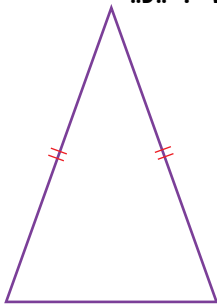


$$\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$$



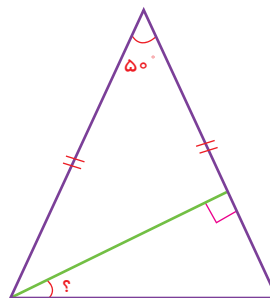
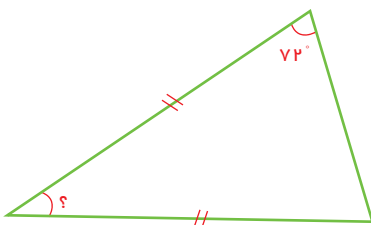
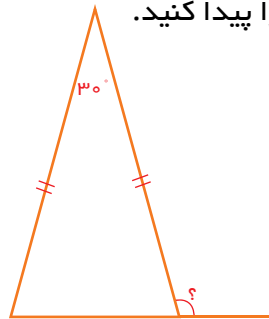
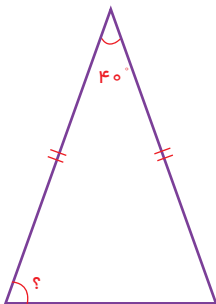
۱- همی این مثلث‌ها متساوی‌الساقین اند. زاویه‌های هر مثلث را اندازه بگیرید.

فعالیت



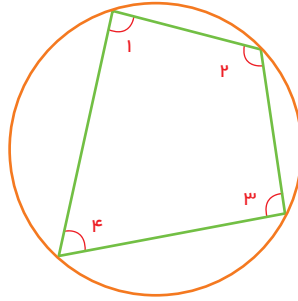
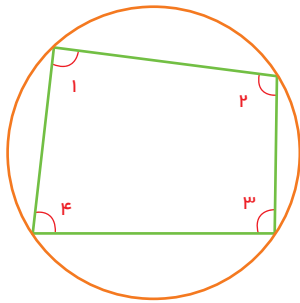
چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- با توجه به نتیجه‌ای که از پرسش ۱ گرفته‌اید، در شکل‌های زیر اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را پیدا کنید.

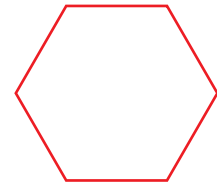
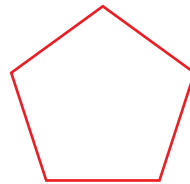
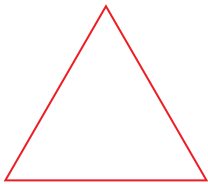




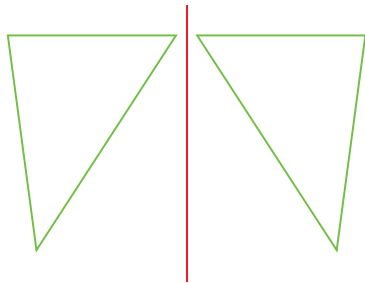
۱- زاویه‌های شکل‌های زیر را اندازه بگیرید.



۲- در شکل‌های زیر همگی ضلع‌ها و زاویه‌های یک شکل با هم برابرند.

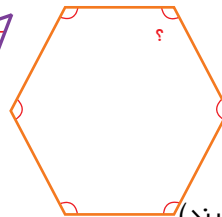
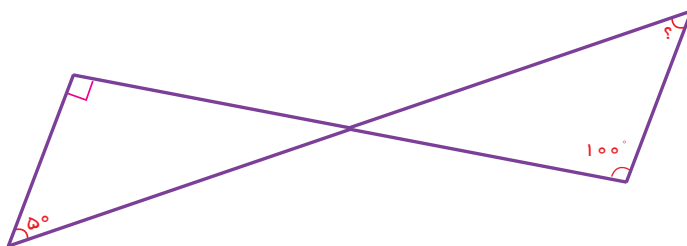
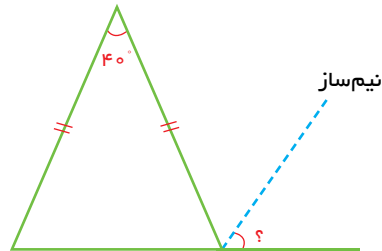
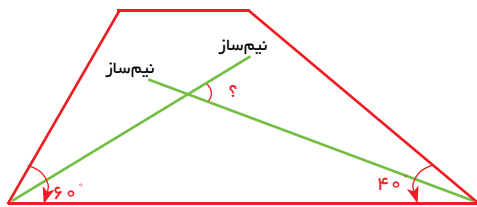


با افزایش تعداد ضلع‌ها اندازه‌ی زاویه‌ی هر رأس چه تغییری می‌کند؟



۳- در شکل روبه‌رو یک مثلث و قرینه‌ی آن نسبت به خط رسم شده است. همگی زاویه‌های دو مثلث را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴- اندازه‌ی زاویه‌های مورد نظر را پیدا کنید.



(تمام زاویه‌ها با هم برابرند)

۵- در کدام یک از ساعت‌های زیر زاویه‌های بین عقربه‌های ساعت، تند، باز یا راست است؟

10:25

03:45

02:15

03:30

03:00

مرور فصل

با نوشتن آنچه که از شما خواسته شده، خلاصه‌ای از درس‌هایی را که در این فصل یاد گرفته‌اید، تهیه کنید.

۱- چگونه واحدهای طول را به هم تبدیل می‌کنید؟ سانتی متر ----- = $\frac{2}{1}$ متر



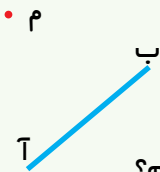
۲- هنگام اندازه‌گیری طول‌ها، با خط کش، به چه چیزهایی باید توجه کنید؟
طول این پاره‌خط را اندازه بگیرید.
روش کار را توضیح دهید.



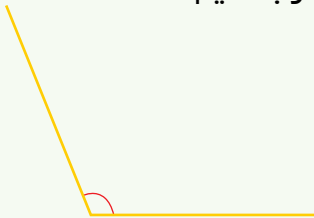
۳- فاصله‌ی دو نقطه از هم چیست؟ فاصله‌ی این دو نقطه را پیدا کنید.



۴- فاصله‌ی یک نقطه از یک خط چیست؟ فاصله‌ی نقطه تا خط زیر را به دست آورید.



۵- هنگام اندازه‌گیری زاویه‌ها با نقاله، به چه چیزهایی باید توجه کنیم؟
زاویه را اندازه بگیرید و روش کار خود را توضیح دهید.



۶- ویژگی‌های دو زاویه‌ی متقابل به رأس را توضیح دهید. برای نمونه یک شکل بکشید.

۷- ویژگی‌های دو زاویه‌ی متمم و مکمل را توضیح دهید. برای نمونه یک شکل بکشید.