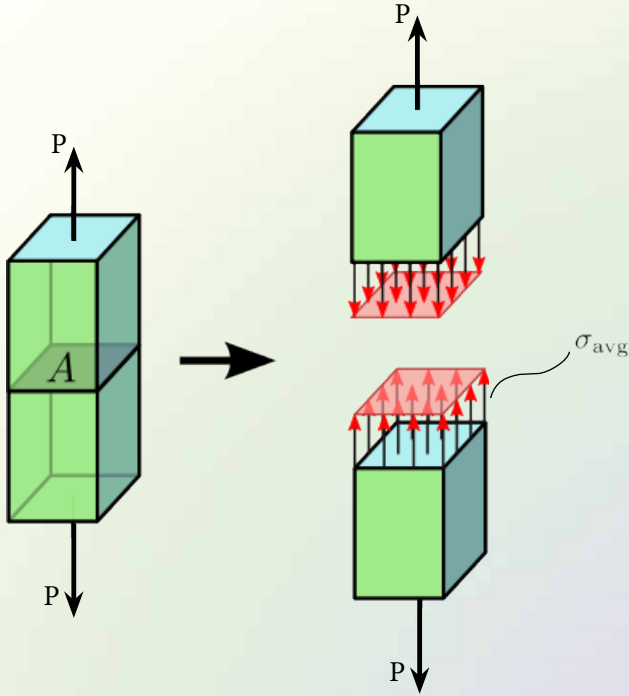


فصل

هفتم

نیرو و تنش محوری



- پس از آموزش این فصل از فراگیر انتظار می‌رود بتواند:
- ۱- انواع رفتار اجسام را تحت تأثیر بارهای مختلف نام ببرد.
 - ۲- نیروهای محوری را شرح دهد.
 - ۳- اثر نیروهای محوری را بر اجسام توضیح دهد.
 - ۴- تنش را تعریف نماید.
 - ۵- تنش محوری را تعریف نماید.
 - ۶- رابطه تنش محوری را به کار گیرد.
 - ۷- تغییر طول اجسام تحت تأثیر بارهای محوری را محاسبه نماید.

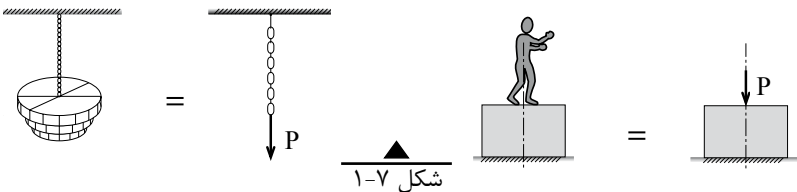
مقدمه:

در بخش اول کتاب به بررسی نیروهای وارد بر اجسام پرداختیم و اجسام را صلب در نظر گرفتیم بدین مفهوم که جسم در اثر اعمال نیرو تغییر شکل نمی‌دهد که موضوع بحث استاتیک بود.

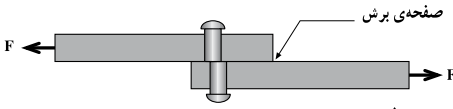
در این بخش می‌خواهیم اثر نیروها را بر اجسام، بیشتر مورد بررسی قرار داده و رفتار آن‌ها را تحت تأثیر نیروهای مختلف تجزیه و تحلیل نماییم، که با این فرض که جسم صلب نباشد، یعنی تغییر شکل اجسام نیز مد نظر می‌باشد، که موضوع بحث مقاومت مصالح است. بنابراین مقاومت مصالح شاخه‌ای از علم مکانیک است که رفتار اجسام جامد را تحت بارگذاری‌های مختلف بررسی می‌نماید.

رفتار اجسام تحت بارهای مختلف عبارتند از:

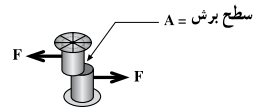
۱- رفتار کششی و فشاری



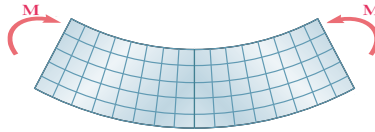
۲- رفتار یرشی



شکل ۲-۷

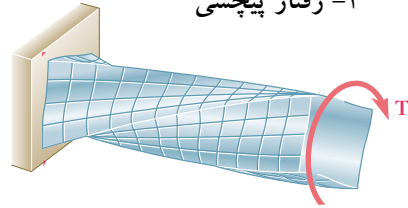
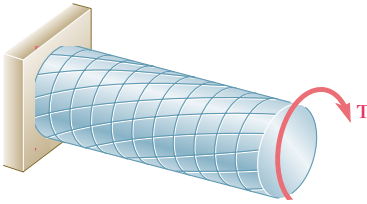


۳- رفتار خمشی



شکل ۳-۷

۴- رفتار پیچشی



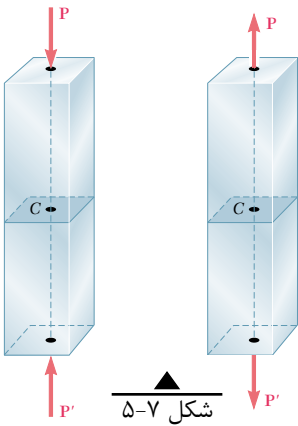
شکل ۴-۷

۱-۷ نیروهای محوری (Axial Load)

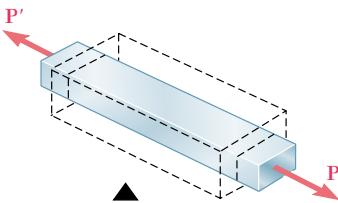
نیروهای محوری، نیروهایی هستند که در امتداد محور طولی اجسام و عمود بر سطح مقطع آنها وارد می‌شوند. شکل (۵-۷)

نیروهای محوری می‌توانند به صورت کششی یا فشاری به اجسام وارد شوند و در آن‌ها افزایش یا کاهش طول ایجاد نمایند.

همان‌طور که در شکل (۶-۷) دیده می‌شود، بارهای محوری ضمن افزایش یا کاهش طول، سبب کاهش یا افزایش ابعاد دیگر جسم نیز می‌شوند که در این فصل تنها به بررسی رفتار طولی آنها می‌پردازیم.



شکل ۵-۷

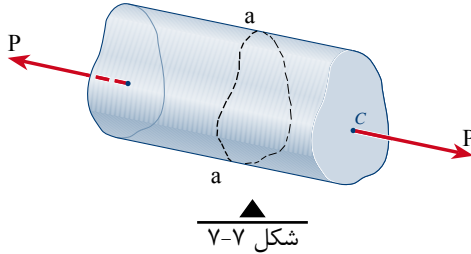


شکل ۶-۷

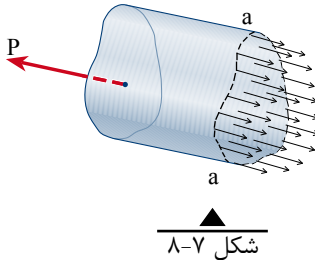
۲-۷ تنش محوری (Axial Stress)

میله منشوری مطابق شکل (۷-۷) را در نظر بگیرید که تحت تاثیر نیروی کششی P واقع شده است.

به نظر شما اثر نیروی P در یک مقطع دلخواه مانند (a-a) به چه صورت خواهد بود؟



در پاسخ به این سوال باید این طور تصور نمود که هر ذره جسم در مقطع (a-a) مقداری از نیروی P را تحمل می نماید و اثر این نیرو در مقطع (a-a)، مطابق شکل (۷-۸)، به صورت نیروهای گسترده دیده می شود.



به این نیروهای گسترده موجود در سطح مقطع (a-a) تنش گفته می شود. بنابراین می توان گفت:

«نیروی وارد به واحد سطح، تنش نامیده می شود»

چنانچه نیروی وارده نیروی محوری باشد، تنش ایجاد شده را تنش محوری نامیده و با رابطه زیر تعریف می شود.

$$\sigma = \frac{\pm P}{A} \quad (۷-۱)$$

σ : تنش محوری (فشاری یا کششی)

P : نیروی محوری (کششی با علامت + و فشاری با علامت -)

A : سطح مقطع

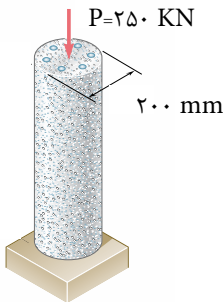
واحد تنش در سیستم SI با توجه به رابطه آن، $\frac{N}{m^2}$ (پاسکال Pa) می باشد و بهتر است به منظور هماهنگی با آئین نامه ها در محاسبات از واحد $\frac{N}{mm^2}$ (مگاپاسکال MPa) استفاده شود.

نکته:

اگر نیروی محوری (P) کششی باشد تنش ایجاد شده تنش کششی خواهد بود و σ مثبت می باشد.
اگر نیروی محوری (P) فشاری باشد تنش ایجاد شده تنش فشاری خواهد بود و σ منفی می باشد.

مثال ۱

ستونی کوتاه مطابق شکل روبه رو تحت تاثیر نیروی محوری $P=250\text{ KN}$ قرار دارد. مطلوب است محاسبه تنش در پای ستون (از وزن ستون صرف نظر شود).



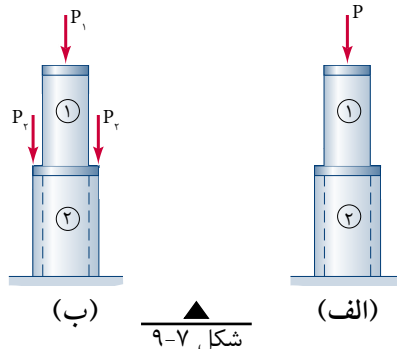
حل:

نیروی P فشاری است: $P = -250\text{ KN} = -250 \times 1000 = -250000\text{ N}$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 200^2}{4} = 31400\text{ mm}^2$$

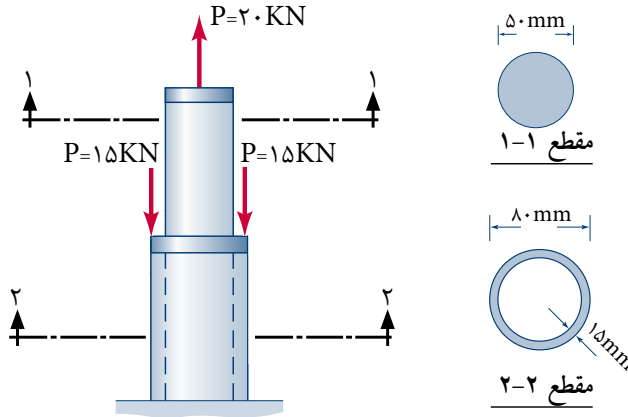
$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{-250000}{31400} \Rightarrow \sigma = -7/96 \frac{N}{mm^2} \text{ یا MPa}$$

علامت منفی نشانگر آن است که تنش محوری ایجاد شده فشاری می باشد. در صورتی که جسم دارای مقطع متفاوت باشد (شکل ۷-۹ الف) و یا بارگذاری در نقاط مختلف آن انجام شود (شکل ۷-۹ ب) تنش در هر قسمت از جسم متفاوت بوده و باید نیرو و مساحت هر جداگانه تعیین و از رابطه (۷-۱) تنش را در هر قسمت محاسبه نمود.



مثال ۲

جسمی مطابق شکل تحت تأثیر نیروهای نشان داده شده قرار دارد. مطلوب است محاسبهٔ تنش در هر قسمت از جسم.



حل:

الف) تنش در مقطع ۱-۱

$$\begin{cases} P = 20 \text{ KN} = 20000 \text{ N} \\ A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3/14 \times 50^2}{4} = 1962/5 \text{ mm}^2 \end{cases}$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} = \frac{20000}{1962/5} \Rightarrow \sigma_1 = 10/19 \text{ MPa} \quad \text{کششی}$$

ب) تنش در مقطع ۲-۲

با توجه به شکل برآیند نیروهای وارد به مقطع (۲-۲) برابر است با:

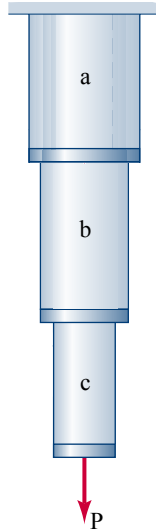
$$\begin{cases} P = -15 - 15 + 20 = -10 \text{ KN} = -10000 \text{ N} \\ A = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3/14 \times 80^2}{4} - \frac{3/14 \times 15^2}{4} = 3061/5 \text{ mm}^2 \end{cases}$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{A} = \frac{-10000}{3061/5} \Rightarrow \sigma_2 = -3/27 \text{ MPa} \quad \text{فشاری}$$



مثال ۳

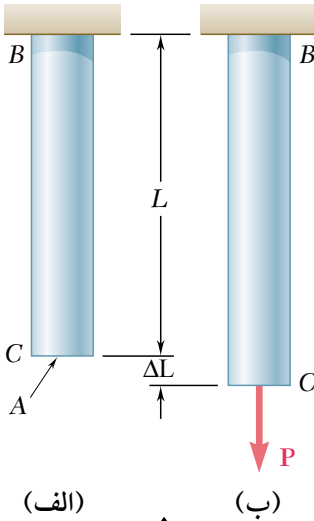
قطعه پیوسته ای مطابق شکل تحت تاثیر نیروی کششی P قرار گرفته است، هرگاه نیروی P را به آرامی افزایش دهیم، احتمال گسیختگی در کدام یک از نواحی a و b و c بیشتر است؟ چرا؟



جواب:

با توجه به این که مقدار P در هر سه ناحیه ثابت است، با افزایش تدریجی نیروی P مطابق رابطه $\sigma = \frac{\pm P}{A}$ مقدار تنش در ناحیه c به دلیل سطح مقطع کوچک تر آن نسبت به نواحی a و b زودتر به تنشی می رسد که جسم دیگر قادر به تحمل آن نمی باشد.

تغییر طول اجسام تحت تاثیر بارهای محوری



میلۀ BC به طول L و سطح مقطع A مطابق شکل (۱۰-۷-الف) مفروض است. اگر نیروی کششی P به آن وارد شود، سبب افزایش طول میلۀ به اندازه (ΔL) خواهد شد که مقدار آن از رابطه زیر تعیین می شود. شکل (۱۰-۷-ب)

$$\Delta L = \frac{P \cdot L}{A \cdot E} \quad (۲-۷)$$

(الف) (ب)
شکل ۱۰-۷

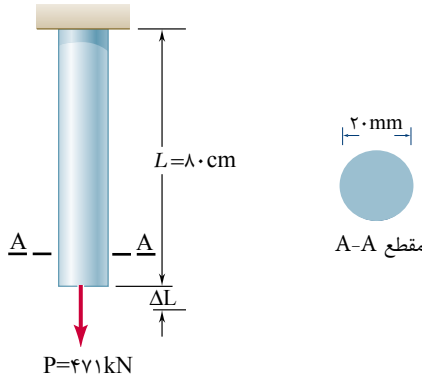
در این رابطه E ضریب ارتجاعی (مدول الاستیسیته) جسم می باشد که به جنس آن بستگی دارد و در آزمایشگاه مقاومت مصالح مقدار آن تعیین می شود و واحد آن نیز همان واحد تنش یعنی $\frac{N}{mm^2}$ و یا (MPa) است.

در جدول (۱-۷) ضریب ارتجاعی بعضی از مصالح آورده شده است.

جدول (۱-۷) ضریب ارتجاعی مصالح	
ضریب ارتجاعی $\frac{N}{mm^2}$ یا MPa	مصالح
2×10^5	فولاد
$1/2 \times 10^5$	چدن
0.7×10^5	آلومینیوم
1×10^5	مس

مثال ۴

مطلوب است تغییر طول میله فولادی مطابق شکل زیر؛ اگر ضریب ارتجاعی میله $E = 2 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}$ باشد (از وزن میله صرف نظر می شود).



$$P = 471 \text{ kN} = 471000 \text{ N}$$

$$L = 80 \text{ cm} = 800 \text{ mm}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3.14 \times 20^2}{4} = 314 \text{ mm}^2$$

$$E = 2 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}$$

$$\Delta L = \frac{P \cdot L}{A \cdot E} = \frac{471000 \times 800}{314 \times 2 \times 10^5} \Rightarrow \boxed{\Delta L = 6 \text{ mm}}$$

نکته:

اگر در شکل (۲-۷) نیروی فشاری P باشد، این نیرو سبب کاهش طول میله می گردد که مقدار آن از همان رابطه (۲-۷) محاسبه می شود.

چنانچه جسم دارای مقطع و یا جنس یکنواخت نباشد و یا بارگذاری در نقاط مختلف انجام شود در این صورت آن را به بخش های مختلف تقسیم نموده و تغییر طول هر بخش را مطابق رابطه (۲-۷) محاسبه می کنیم و برای محاسبه تغییر طول نهایی جسم آن ها را با یکدیگر جمع جبری می نمایم یعنی:

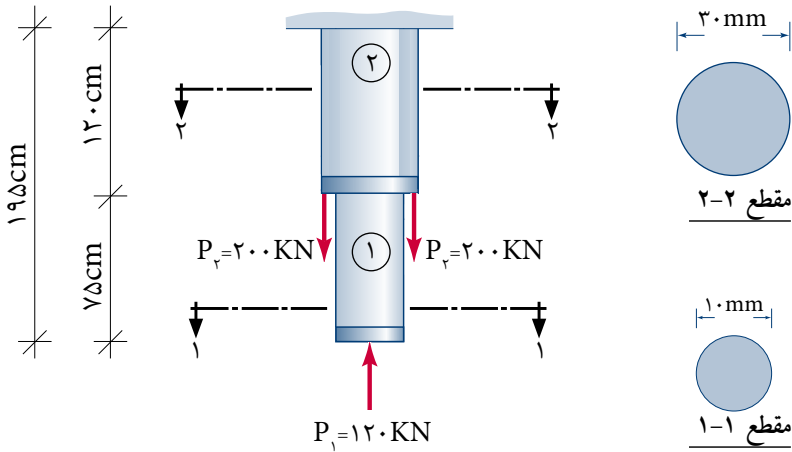


$$\Delta L = \sum_{i=1}^n \frac{P_i \cdot L_i}{A_i \cdot E_i} \quad (3-7)$$

مثال ۵

تغییر طول کلی جسم فولادی مطابق شکل زیر را محاسبه کنید.

$$(E = 2 \times 10^5 \frac{N}{mm^2})$$



حل:

تغییر طول کلی جسم برابر است با جمع جبری تغییر طول هر یک از قطعات ① و ②
یعنی:

$$\Delta L_t = \Delta L_1 + \Delta L_r$$

الف) تغییر طول قطعه شماره ۱:

$$P_1 = -120 \text{ KN} = -120000 \text{ N} \quad \text{نیروی } P \text{ فشاری می باشد.}$$

$$L_1 = 75 \text{ cm} = 750 \text{ mm}$$

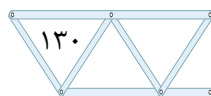
$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{3/14 \times 10^2}{4} = 78/5 \text{ mm}^2$$

$$E = 2 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}$$

$$\Delta L_1 = \frac{P_1 \cdot L_1}{A_1 \cdot E} = \frac{-120000 \times 750}{78/5 \times 2 \times 10^5}$$

$$\Delta L_1 = -5/73 \text{ mm}$$

با توجه به علامت منفی، طول قطعه ① کاهش می یابد.



ب) تغییر طول قطعه شماره ۲: $P_r = 200 + 200 - 120 = 280 \text{ KN} = 280,000 \text{ N}$

$$L_r = 120 \text{ cm} = 1200 \text{ mm}$$

$$A_r = \frac{\pi D_r^2}{4} = \frac{3/14 \times 30^2}{4} = 706/5 \text{ mm}^2$$

$$E = 2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\Delta L_r = \frac{P_r \cdot L_r}{A_r \cdot E} = \frac{280,000 \times 1200}{706/5 \times 2 \times 10^5}$$

$$\Delta L_r = 2/38 \text{ mm} \quad \textcircled{2} \text{ افزایش طول قطعه ۲}$$

تغییر طول کلی جسم برابر است با:

$$\Delta L_t = \Delta L_1 + \Delta L_r = -5/73 + 2/38 \Rightarrow \Delta L_t = -3/35 \text{ mm}$$

با توجه به علامت منفی، طول کل جسم کاهش می یابد.

خلاصه فصل

• اجسام تحت تأثیر نیروهای مختلف، رفتارهای متفاوتی مانند رفتار کششی، فشاری، برشی و ... از خود نشان می دهند.

• نیروی محوری نیرویی است که در امتداد محور طولی اجسام و عمود بر سطح مقطع آنها وارد می شود.

• نیروی وارد به واحد سطح را تنش می نامند.

• تنش محوری با رابطه $\sigma = \frac{\pm P}{A}$ تعریف می شود و بر سطح مقطع جسم عمود است.

• واحد تنش در سیستم SI عبارت است از $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

• نیروهای محوری در اجسام، کاهش یا افزایش طول ایجاد می نمایند که از رابطه زیر به

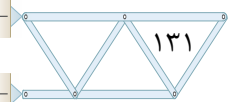
$$\Delta L = \frac{P \cdot L}{A \cdot E} \quad \text{دست می آید:}$$

• تغییر طول کلی اجسام از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Delta L = \sum_{i=1}^n \frac{P_i \cdot L_i}{A_i \cdot E_i}$$

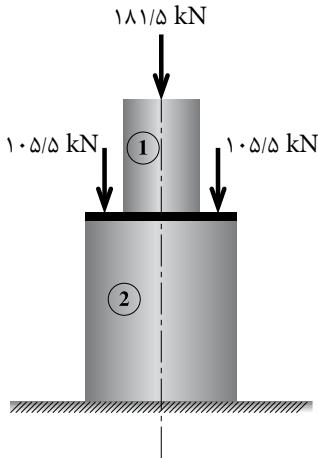
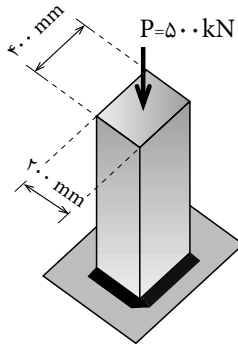
• ضریب ارتجاعی یا مدول الاستیسیته اجسام به جنس آنها بستگی داشته و با نماد E

نمایش داده می شود و واحد آن، واحد تنش یعنی $\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ یا MPa می باشد.



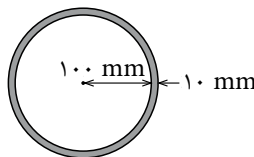
۱- لوستری به وزن 50 kN از کابلی به قطر 30 میلی‌متر آویزان است. مطلوب است محاسبه تنش محوری کابل.

۲- ستونی مطابق شکل زیر تحت تأثیر بار محوری 500 کیلونیوتن قرار دارد. مطلوب است محاسبه تنش در پای ستون (از وزن ستون صرف نظر شود).



۳- ستونی از جنس بتن با مقطع دایره مطابق شکل تحت تأثیر سه نیرو سه قرار دارد. مطلوب است محاسبه قطر هر یک از دو عضو فوقانی و تحتانی، در صورتی که خواسته باشیم تنش در هر عضو از 8 MPa تجاوز نکند (از وزن اعضا صرف نظر شود).

۴- باری محوری برابر 600 kN بر ستونی فلزی از لوله با ضخامت جداره 10 میلی‌متر و قطر داخلی 200 mm اثر می‌کند. مطلوب است محاسبه تنش فشاری در ستون.



۵- نیرویی برابر 1000 kN بر یک صفحه کف ستون (Base Plate) وارد می شود. اگر تنش زیر صفحه 5 MPa باشد، مطلوب است محاسبه ابعاد کف ستون در صورتی که، صفحه کف ستون:

الف) مربع باشد

ب) نسبت طول به عرض آن $1/5$ باشد

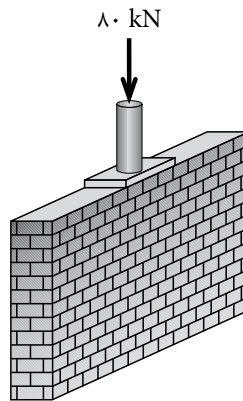
ج) دایره باشد.

۶- یک ستونک فلزی به قطر 100 mm نیرویی برابر 80 kN را مطابق شکل به وسیله صفحه کف ستون بر روی دیواری به ضخامت 200 میلی متر وارد می کند. در صورتی که در نظر باشد تنش در زیر صفحه، حداکثر به 1 MPa محدود شود، مطلوب است محاسبه:

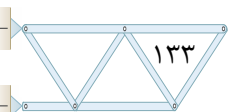
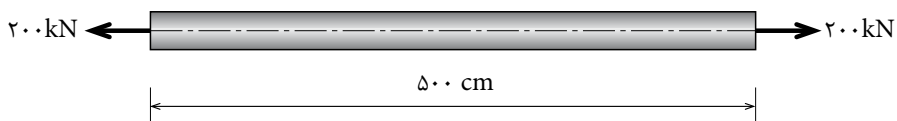
الف) ابعاد صفحه کف ستون؛

ب) تنش در مقطع ستونک؛

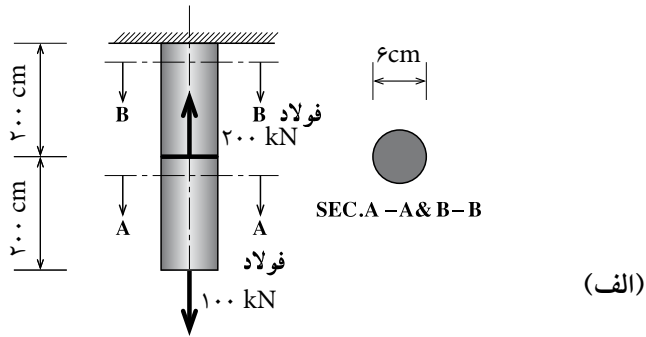
ج) تنش در زیر دیوار در صورتی که طول دیوار 1 m باشد (از وزن دیوار صرف نظر شود).



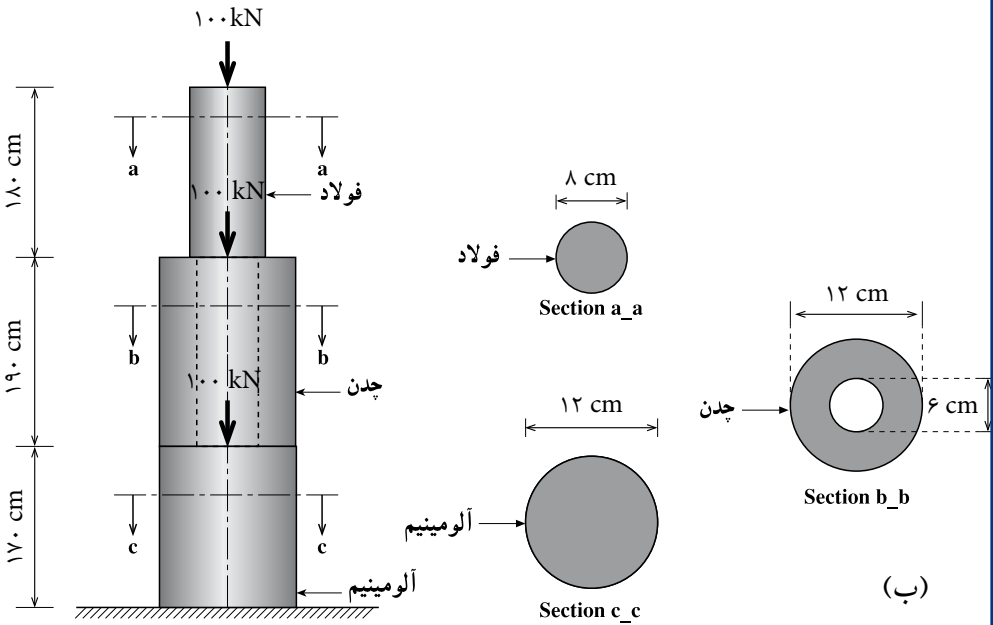
۷- در شکل زیر اگر مقطع میله دایره ای به قطر d و جنس آن از فولاد باشد و خواسته باشیم $\Delta L = 1/592 \text{ cm}$ باشد، مطلوب است محاسبه قطر میله (d) . $(E = 2 \times 10^5 \text{ MPa})$



۸- در شکل‌های زیر تغییر طول نهایی هر کدام را محاسبه کنید.
 (مقادیر مدول الاستیسیته را از جدول (۱-۷) استخراج نمایید)



(الف)



(ب)

۹- در شکل زیر چه مقدار نیروی P به انتهای میله‌ها وارد شود تا نقاط A و B به هم برسند؟
 قطر میله‌ها ۲۰ میلی‌متر و مدول الاستیسیته آن‌ها $2 \times 10^5 \text{ MPa}$ می‌باشد.

