

# فصل چهارم


## خطا و انواع آن



## هدف های رفتاری :

- ۱- محاسبات مربوط به خطاها در اندازه گیری فاصله را انجام دهد.
- ۲- محاسبات مربوط به خطاها در اندازه گیری فاصله را با ماشین حساب کاسیو ۴۵۰۰ انجام دهد.
- ۳- موضوع خطاها در نقشه برداری را مورد بحث و بررسی قرار دهد.

## نکته ها:



خطا اگر ندانسته انجام شود اشتباه است،  
و اگر دانسته انجام شود تبهکاری است.  
«برتولت-برشت»

قبل از مطالعه ی این فصل از فراگیرنده انتظار می رود با مطالب زیر آشنا باشد:

- ۱- آشنایی با فصل چهارم کتاب «مّساحی» و مفاهیم ذکر شده در آن

: مطالب پیش نیاز

- خطا عبارت است از میزان تفاوت بین مقدار حقیقی و مقدار اندازه گیری شده
- منابع ایجاد خطا عبارت اند از: عامل انسانی، دستگاهی و محیطی
- خطاها به طور کلی به سه دسته تقسیم بندی می شوند: ۱- خطاهای بزرگ (اشتباهات)،
- ۲- خطاهای تدریجی (سیستماتیک) و ۳- خطاهای اتفاقی
- اشتباه خطای بزرگی است که در اثر بی توجهی نقشه بردار یا خرابی دستگاه رخ می دهد.
- روش های تشخیص اشتباه عبارت اند از: ۱- کنترل مستقیم اندازه گیری ها
- ۲- کنترل غیر مستقیم اندازه گیری ها
- خطاهای تدریجی معمولاً بر اثر عدم تنظیم دستگاه ها و لحاظ نکردن شرایط محیطی به وجود می آیند و با اندازه گیری در شرایط یکسان، همواره مقدار و جهت یکسان دارد.
- خطاهای اتفاقی خطاهایی هستند که پس از حذف اشتباهات و خطاهای تدریجی باز هم در اندازه گیری ها وجود دارند و مقدار و جهت آن ها به صورت اتفاقی تغییر می کند.
- انواع خطاها در متر کشی رخ می دهند که باید آن ها را مورد توجه قرار داد.

رایج ترین خطاها در مترکشی عبارت اند از:		
خطا	منبع ایجاد خطا	نوع خطا
خطا در اثر استاندارد نبودن طول متر	دستگاه	تدریجی
خطای درجه ی حرارت	طبیعت	تدریجی
خطای شکم دادن متر (شِنت)	طبیعت	تدریجی
خطای افقی نبودن متر	انسان	تدریجی
خطای کشش نامناسب متر	انسان	تدریجی
خطای امتدادگذاری	انسان	تدریجی
خطای مربوط به قرائت اجزای متر	انسان	اتفاقی
خطا در اثر باد و تکان خوردن متر	طبیعت	اتفاقی
خطای انتخاب نقطه ی صفر متر	انسان	اشتباه
خطای خواندن یا نوشتن اندازه ها	انسان	اشتباه
خطای انتخاب نقاط دهانه های مترکشی	انسان	اشتباه
خطاهای محاسباتی	انسان	اشتباه



نقشه‌برداری طول بین دو نقطه‌ی A و B را چندین بار اندازه‌گیری کرده و مقادیر زیر را به‌دست آورده است.

$$۴۷/۹۸ - ۴۷/۵۳ - ۴۷/۴۹ - ۴۷/۴۸ - ۴۷/۵۲ - ۴۷/۴۷ - ۴۷/۵۲ - ۴۷/۴۹ - ۴۷/۵۳ - ۴۷/۹۸$$

مطلوب است:

(الف) محتمل‌ترین مقدار برای طول AB (بهترین مقدار برای AB)

(ب) محاسبه‌ی خطای ظاهری برای هر یک از اندازه‌گیری‌ها

(ج) محاسبه‌ی خطای متوسط هندسی و خطای مجاز

(د) تحقیق کنید که آیا در اندازه‌گیری‌های فوق اشتباهی رخ داده است یا نه؟

راهکارکلی: برای حل این مثال ابتدا نگاهی دقیق‌تر به اعداد به‌دست آمده می‌اندازیم. همان‌طور که مشاهده می‌کنید طول ۴۷/۹۸ متر نسبت به بقیه‌ی طول‌ها مشکوک به نظر می‌رسد چرا که با سایر اعداد اختلاف بیش‌تری دارد (حدود ۵۰ سانتی‌متر) پس آن‌را به عنوان داده‌ی اشتباه در نظر گرفته و از میان اعداد حذف می‌کنیم.

سپس از مابقی اعداد میانگین می‌گیریم یعنی آن‌ها را با هم جمع کرده و بر تعدادشان تقسیم می‌کنیم. چون مقدار واقعی طول AB معلوم نیست با تکرار اندازه‌گیری‌ها برای طول AB و میانگین‌گیری از آن‌ها نتیجه را به عنوان بهترین مقدار (محتمل‌ترین مقدار) برای طول AB در نظر گرفته و آن‌را با  $\bar{x}$  نمایش می‌دهیم. یعنی

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

برای محاسبه‌ی خطای ظاهری، اختلاف هر کدام از اندازه‌ها را با میانگین به‌دست می‌آوریم. به

$$v_i = x_i - \bar{x}$$

عبارتی خطای ظاهری هر اندازه‌گیری برابر است با:

خطای متوسط هندسی که آن‌را با  $e_q$  نمایش می‌دهند از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$e_q = \sqrt{\frac{\sum (v_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$

خطای مجاز که آن‌را با  $e_m$  نمایش می‌دهند نیز از  $\pm 2/5$  برابر کردن  $e_q$  محاسبه می‌شود:

$$e_m = \pm 2/5 e_q$$

### روش حل:

مرحله ی اول: حذف داده های پرت و مشکوک از مشاهدات در صورت وجود (۴۷/۹۸)

مرحله ی دوم: محاسبه ی میانگین از داده های موجود ( $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ )

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_7}{n} = \frac{(47/49 + 47/52 + 47/47 + 47/52 + 47/48 + 47/49 + 47/53)}{7}$$

$$\bar{x} = 47/50 \text{ m}$$

مرحله ی سوم: محاسبه ی خطای ظاهری تک تک اندازه ها ( $v_i = x_i - \bar{x}$ )

$$v_1 = 47/49 - 47/50 = -0/01$$

$$v_2 = 47/52 - 47/50 = +0/02$$

$$v_3 = 47/47 - 47/50 = -0/03$$

$$v_4 = 47/52 - 47/50 = +0/02$$

$$v_5 = 47/48 - 47/50 = -0/02$$

$$v_6 = 47/49 - 47/50 = -0/01$$

$$v_7 = 47/53 - 47/50 = +0/03$$

مرحله ی چهارم: محاسبه ی خطای متوسط هندسی ( $e_q$ )

$$e_q = \sqrt{\frac{(-0/01)^2 + (+0/02)^2 + (-0/03)^2 + (+0/02)^2 + (-0/02)^2 + (-0/01)^2 + (+0/03)^2}{6}}$$

$$e_q = 0/0231 \text{ m}$$

مرحله ی پنجم: محاسبه ی مجاز ( $e_m$ )

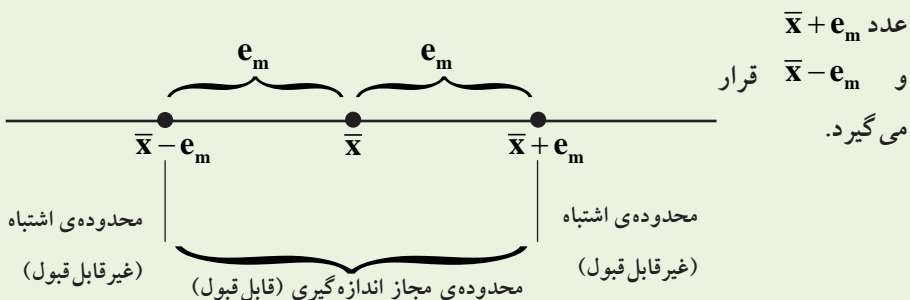
$$e_m = \pm 2/5 e_q = \pm 2/5 \times 0/0231 = \pm 0/05 \text{ m}$$

این عدد نشان می دهد که چنانچه اندازه ای از  $\bar{x} \pm e_m$  تجاوز کند، اشتباه بوده و باید حذف شود. ملاحظه می شود که عدد ۴۷/۹۸ که در ابتدا حذف شد اشتباه بوده و به درستی حذف شده است.

بحث و بررسی: پیشنهاد می شود برای راحتی انجام محاسبات و جلوگیری از سردرگمی و اشتباه، نتایج را در جدولی مطابق زیر یادداشت نموده و محاسبات را از روی داده های این جدول انجام دهید.

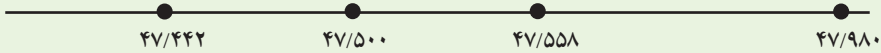
ردیف	داده ها ( $x_i$ )	خطای ظاهری ( $v_i = x_i - \bar{x}$ )	مربع خطای ظاهری ( $v_i^2$ )
۱	۴۷/۴۹	$v_1 = 47/49 - 47/50 = -0/01$	۰/۰۰۰۱
۲	۴۷/۵۲	$v_2 = 47/52 - 47/50 = +0/02$	۰/۰۰۰۴
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

- باید توجه داشته باشید که همواره در ابتدای حل این گونه مسائل داده ها را کنترل کرده و اعداد اشتباه را از مجموعه ی داده ها حذف کنید. البته داده های مشکوک هم باید حذف شده و پس از محاسبه ی خطای مجاز در مورد آن ها قضاوت شود.
- در حقیقت خطای متوسط هندسی معیاری برای دقت اندازه گیری ها در نقشه برداری است به این معنی که مقدار خطای متوسط هندسی هر چه قدر کوچک تر باشد نشان دهنده ی این است که اندازه گیری ها از دقت خوبی برخوردار می باشد (و بالعکس).
- البته نباید دقت را با درستی و صحت اندازه گیری ها یکی در نظر گرفت چرا که دقت زمانی می تواند معیاری برای درستی و صحت اندازه گیری ها باشد که کلیه ی اشتباهات و خطاهای سیستماتیک (تدریجی) در اندازه گیری ها حذف شده باشند، به عبارتی تکرار در اندازه گیری ها زمانی مفید واقع می شود که از روش های درست و ابزارهای سالم برای اندازه گیری ها استفاده کرده و اشتباهات را نیز حذف کنیم.
- خطای مجاز مرز اشتباه را نشان می دهد. همان طور که در شکل زیر مشاهده می کنید چنان چه مقدار میانگین اندازه ها ( $\bar{x}$ ) را در وسط قرار دهیم محدوده ی مجاز اندازه گیری ها بین دو



مثلاً برای مثال بالا داریم:

محدوده‌ی مجاز اندازه‌گیری (قابل قبول)



همان‌طور که ملاحظه می‌شود عدد 47/98 در محدوده‌ی اشتباه قرار می‌گیرد که البته آن را در ابتدای محاسبات از مشاهدات حذف کردیم.

مرحله	کلید	صفحه‌ی نمایش	توضیح
۱			قرار دادن ماشین حساب در حالت آماری
۲			پاک کردن اعداد موجود در حافظه‌ی آماری
۳			اولین عدد به ماشین معرفی می‌شود
۴			اعداد بعدی به ماشین معرفی می‌شود
۵	.....		به همین ترتیب همه‌ی اعداد به ماشین معرفی می‌شود
۶			تعداد داده‌ها
۷			مجموع داده‌ها
۸			میانگین داده‌ها
۹			خطای متوسط هندسی
۱۰			خطای مجاز

تمرین کلاسی مثال ۴ - ۱:

طول AB هفت بار اندازه‌گیری شده و اعداد زیر به دست آمده است:

۱۱۲/۹۷ - ۱۱۱/۹۸ - ۱۱۲/۰۴ - ۱۱۲/۰۳ - ۱۱۲/۰۳ - ۱۱۱/۹۸ - ۱۱۲/۰۰ - ۱۱۲/۰۳

مطلوب است:

الف) محاسبه‌ی بهترین مقدار این طول

ب) محاسبه‌ی خطای ظاهری مشاهدات

ج) محاسبه‌ی خطای متوسط هندسی

د) محاسبه‌ی خطای مجاز اندازه‌گیری‌ها

ه) مشخص کردن داده‌های اشتباه در صورت وجود

