

فصل  
یازدهم

ترازیابی هندسی  
(ترازیابی مستقیم)



## هدف های رفتاری :

- پس از آموزش و مطالعه این فصل از فرآگیرنده انتظار می‌رود بتواند:
- ۱- راهکار کلی مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع برای دو نقطه‌ی نزدیک (ترازیابی ساده) را شرح دهد.
  - ۲- محاسبات مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع برای دو نقطه‌ی نزدیک (ترازیابی ساده) را انجام دهد.
  - ۳- محاسبات مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع برای دو نقطه‌ی نزدیک (ترازیابی ساده) را با ماشین حساب کاسیو ۴۵۰۰ انجام دهد.
  - ۴- بحث و بررسی مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع برای دو نقطه‌ی نزدیک (ترازیابی ساده) را شرح دهد.
  - ۵- راهکار کلی مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع به روش ترازیابی تدریجی را شرح دهد.
  - ۶- محاسبات مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع به روش ترازیابی تدریجی را انجام دهد.
  - ۷- محاسبات مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع به روش ترازیابی تدریجی را با ماشین حساب کاسیو ۴۵۰۰ انجام دهد.
  - ۸- بحث و بررسی مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع به روش ترازیابی تدریجی را شرح دهد.
  - ۹- راهکار کلی مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع به روش ترازیابی شعاعی را شرح دهد.
  - ۱۰- محاسبات مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع به روش ترازیابی شعاعی را انجام دهد.
  - ۱۱- محاسبات مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع به روش ترازیابی شعاعی را با ماشین حساب کاسیو ۴۵۰۰ انجام دهد.
  - ۱۲- بحث و بررسی مربوط به تعیین اختلاف ارتفاع به روش ترازیابی شعاعی را شرح دهد.

قبل از مطالعه‌ی این فصل از فرآگیرنده انتظار می‌رود با مطالب زیر آشنا باشد:

- ۱- آشنایی با فصل یازدهم کتاب «مساحی»

: مطالب پیش نیاز

- ترازیابی هندسی روشی است که در آن از دستگاه ترازیاب و شاخص استفاده می‌شود.
- ترازیابی هندسی از دقیق‌ترین و مهم‌ترین روش‌های اندازه‌گیری اختلاف ارتفاع است.
- روش‌های ترازیابی هندسی عبارت‌اند از:
  - ساده
  - تدریجی
  - شعاعی
  - متقابل
- ترازیابی ساده برای به دست آوردن اختلاف ارتفاع بین دو نقطه به کار می‌رود.
- اولین قرائت را در هر دهنگ ترازیابی که معمولاً روی نقطه‌ی معلوم انجام می‌شود قرائت عقب (B.S) و دومین قرائت را قرائت جلو (F.S) می‌گویند.
- با داشتن اختلاف ارتفاع بین دو نقطه و معلوم بودن ارتفاع یکی از نقاط، ارتفاع نقطه‌ی دیگر نیز محاسبه می‌شود.
- از ترازیابی تدریجی زمانی استفاده می‌گردد که:
  - الف) فاصله‌ی بین دو نقطه زیاد باشد؛
  - ب) مانعی بین نقاط و ایستگاه وجود داشته باشد؛
  - ج) شب زمین زیاد باشد.
- ترازیابی شعاعی روشی است که در آن از یک ایستگاه تعداد زیادی نقطه ترازیابی می‌شود.
- در ترازیابی شعاعی اولین قرائت را قرائت عقب (B.S) و سایر قرائت‌ها را قرائت وسط (I.S) و آخرین قرائت را قرائت جلو (F.S) می‌نامند.
- کاربرد ترازیابی متقابل در مواردی است که نتوان دوربین ترازیاب را در وسط دهنگ ترازیابی قرار داد.

### مثال ۱-۱۱

ترازیابی ساده

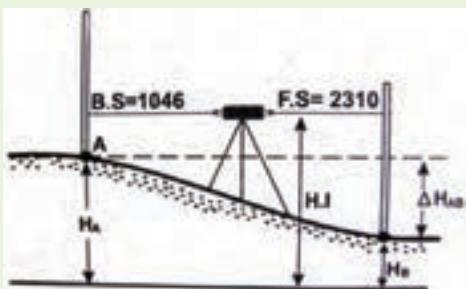


اگر ارتفاع A ۳۴۶/۲۰ متر و قرائت عقب و جلوی روی نقاط A و B به ترتیب ۱۰۴۶ و

۲۳۱۰ میلی متر باشد مطلوب است:

الف) تعیین اختلاف ارتفاع دو نقطه‌ی A و B.

ب) تعیین ارتفاع نقطه‌ی B به روش ترازیابی ساده.



راهکار کلی: برای به دست آوردن ارتفاع نقطه‌ی B کافی است اختلاف ارتفاع بین نقاط A و B را محاسبه کنیم و آنرا با ارتفاع موجود (نقطه‌ی A) جمع جبری نمائیم.

گفتنی است که در ترازیابی، همیشه قرائت جلو از قرائت عقب کم می‌شود.  
روش حل:

اختلاف ارتفاع دو نقطه‌ی A و B برابر است با:

$$\Delta H_{AB} = B.S - F.S$$

$$= 1046 - 2310 = -1264 \text{ mm} = -1/264 \text{ m}$$

برای تعیین ارتفاع نقطه‌ی B داریم:

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB}$$

$$= 346/20 + (-1/264) = 344/936 \text{ m}$$

بحث و بررسی: در اینجا قرائت عقب همان قرائت عدد شاخص روی نقطه‌ی اول و قرائت جلو روی نقطه‌ی دوم است.

• علامت منفی در اختلاف ارتفاع بیانگر این است که نقطه‌ی B نسبت به نقطه‌ی A مقدار ۱/۲۶۴ متر پایین‌تر است. به عبارتی دیگر شیب زمین از A به B سرازیری یا سرپائینی است یعنی منفی است.



تمرین‌های کلاسی مثال ۱۱ - ۱:

۱ - قرائت عقب و جلو روی دو نقطه‌ی A و B به ترتیب ۱۰۲۴ و ۲۲۳۶ میلی‌متر است.

الف) اختلاف ارتفاع دو نقطه‌ی A و B را مشخص کنید.

ب) اگر ارتفاع نقطه‌ی B برابر ۱۰۰ متر باشد ارتفاع نقطه‌ی A را به دست آورید.

۲ - اختلاف ارتفاع بین دو نقطه‌ی A و B برابر  $\frac{2}{500}$  متر می‌باشد ( $\Delta H_{AB} = \frac{2}{500} m$ ).

اگر ترازیاب را در مکانی وسط دو نقطه قرار داده و روی شاخص مستقر در نقطه‌ی A عدد ۳۰۰۰ را قرائت کنیم . روی شاخص مستقر در نقطه‌ی B چه عددی قرائت خواهد شد.

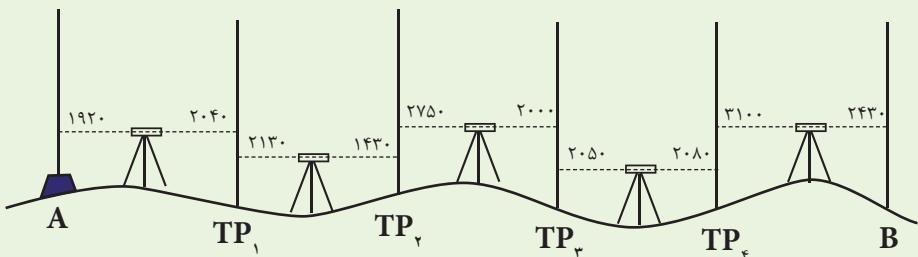
۳ - با استفاده از دوربین نیو روی شاخص مستقر در نقاط A ، C ، B ، D به ترتیب اعداد ۲۱۴۵ و ۳۲۲۴ و ۰۰۲۷ و ۱۲۱۰ را قرائت کرده‌ایم، بالاترین و پایین‌ترین ارتفاع مربوط به کدام نقطه است. چرا؟

مثال ۲-۱۱

ترازیابی تدریجی



برای تعیین اختلاف ارتفاع بین دو نقطه‌ی A و B یک عملیات ترازیابی تدریجی مطابق شکل انجام گرفته و اعداد و اندازه‌ها روی کروکی نوشته شده‌اند، چنان‌چه ارتفاع نقطه‌ی A برابر  $1350/420$  متر باشد جدول ترازیابی را ترسیم کرده و سپس با تکمیل آن اختلاف ارتفاع AB را پیدا کنید.



راهکار کلی: برای محاسبه‌ی اختلاف ارتفاع دونقطه‌ی A و B اعداد مندرج در روی کروکی را مطابق جدول زیر به درون یک جدول ترازیابی منتقل می‌کنیم، در اینجا باید توجه داشت که هر عدد را در مکان مناسب خود در جدول نوشت. یعنی قرائت‌های جلو را در ستون قرائت جلو و همچنین قرائت‌های عقب هر نقطه را در ستون قرائت عقب وارد کرد.

نکته: نقطه‌ی اول یعنی A فقط قرائت عقب و نقطه‌ی آخر یعنی B فقط قرائت جلو دارد. سایر نقاط، هم قرائت جلو و هم قرائت عقب دارند.

سپس مجموع قرائت‌های جلو و مجموع قرائت‌های عقب یعنی  $\sum F.S$  و  $\sum B.S$  را به دست می‌آوریم. یعنی تک تک اعداد ستون قرائت عقب را با هم جمع کرده و نتیجه را در انتهای آن ستون می‌نویسیم. این کار را برای ستون قرائت جلو تکرار می‌کنیم. اکنون می‌توان اختلاف ارتفاع نقطه‌ی A و B یعنی  $\Delta H_{AB}$  را از رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$\text{مجموع قرائت‌های عقب} - \text{مجموع قرائت‌های جلو} = \text{اختلاف ارتفاع}$$

$$\Delta H_{AB} = \sum B.S - \sum F.S$$

$$\begin{cases} H_A & \text{معلوم است} \\ \Delta H_{AB} & \text{محاسبه شده} \\ H_B = H_A + \Delta H_{AB} & \end{cases}$$

حال با داشتن ارتفاع نقطه‌ی اول و معلوم شدن اختلاف ارتفاع می‌توان ارتفاع نقطه‌ی آخر یعنی B را محاسبه نمود:

برای محاسبه‌ی ارتفاع سایر نقاط، اختلاف ارتفاع تک تک دهنده‌ها را جداگانه محاسبه کرده و با ارتفاع نقطه‌ی قبل جمع جبری می‌کنیم تا ارتفاع نقطه‌ی بعدی به دست آید مثلًا برای محاسبه‌ی ارتفاع نقطه‌ی  $TP_1$  داریم:

$$\Delta H_{A,TP_1} = B.S_A - F.S_{TP_1}$$

$$H_{TP_1} = H_A + \Delta H_{A,TP_1}$$

#### روش حل:

مرحله‌ی اول (ترسیم و تکمیل جدول) مطابق شکل اعداد مندرج در کروکی را به ترتیب در جدول ترازیابی وارد می‌کنیم. هم‌چنان ارتفاع نقطه‌ی اول را که معلوم است در ردیف مربوط به آن می‌نویسیم.

نقاط	قرائت عقب B.S	قرائت جلو F.S	ارتفاع +	ارتفاع -	ارتفاع H
A	1920	---			1650/420
$TP_1$	2130	2040	120	-	1650/300
$TP_2$	2750	1430	700	-	1651/000
$TP_3$	2050	2000	750	-	1651/750
$TP_4$	3100	2080	-30	-	1651/720
B	---	2420	670	-	1652/390
جمع	11950	9980			

مرحله‌ی دوم (محاسبه‌ی اختلاف ارتفاع نقاط اول و آخر) برای محاسبه‌ی اختلاف ارتفاع  $AB$  ( $\Delta H_{AB}$ ) کافی است که جمع قرائت‌های عقب و جمع قرائت‌های جلو را محاسبه کرده و از رابطه‌ی زیراستفاده کنیم:

$$\Delta H_{AB} = \text{جمع قرائت‌های جلو} - \text{جمع قرائت‌های عقب}$$

$$= \sum B.S - \sum F.S$$

$$= 11950 - 9980 = 1970 \text{ mm} = 1.970 \text{ m}$$

مرحله‌ی سوم ( تکمیل ستون اختلاف ارتفاع و ارتفاع نقاط )

این مرحله در صورتی انجام می‌شود که به غیر از ارتفاع نقاط A و B ارتفاع نقاط دیگر نیز ( نقاط موقتی TP ) مورد نیاز باشد .

$$\Delta H_{A,TP_1} = B.S - F.S = 1920 - 2040 = -120 \text{ mm} = -0/120 \text{ m}$$

$$H_{TP_1} = H_A + \Delta H_{A,TP_1} = 1650 / 420 + (-0/120) = 1650 / 300 \text{ m}$$

$$\Delta H_{TP_1,TP_2} = B.S - F.S = 2130 - 1430 = +700 \text{ mm} = +0/700 \text{ m}$$

$$H_{TP_2} = H_{TP_1} + \Delta H_{TP_1,TP_2} = 1650 / 300 + 0/700 = 1651 / 1000 \text{ m}$$

و به همین ترتیب برای سایر نقاط اختلاف ارتفاع و ارتفاع را به صورت دهنده به دهنده محاسبه می‌کنیم تا به نقطه‌ی آخر یعنی B برسیم .

 **بحث و بررسی:** برای کنترل درستی محاسبات می‌توان اختلاف ارتفاع به دست آمده در مرحله‌ی دوم را با اختلاف ارتفاع به دست آمده در مرحله‌ی سوم مقایسه نمود . به این معنی که در مرحله‌ی دوم  $\Delta H_{AB} = \sum B.S - \sum F.S$  را از  $\Delta H_{AB}$  به دست آورده و سپس در پایان حل جدول  $\Delta H_{AB}$  را باز دیگر از رابطه‌ی  $\Delta H_{AB} = H_B - H_A$  به دست بیاوریم . در صورتی که  $\Delta H$  ها با هم مساوی باشند محاسبات ما درست خواهد بود .

• اعداد قرائت شده روی شاخص بر حسب میلی متر می‌باشند و ارتفاع نقطه‌ی A بر حسب متر است و چون ارتفاع نقاط را بر حسب متر محاسبه می‌کنیم پس لازم است هنگام محاسبه اعداد قرائت‌ها را بر حسب متر قرار دهیم . برای این کار کافی است آن‌ها را بر عدد ۱۰۰۰ تقسیم کنیم .

### تمرین‌های کلاسی مثال ۱۱ - ۲ :

۱ - یک ترازیابی تدریجی از نقطه‌ی A به ارتفاع ۱۰۰۲/۲۵۰ متر تا نقطه‌ی B انجام شده است . در صورتی که مجموع قرائت‌های عقب و جلو در این ترازیابی به ترتیب ۱۲۱۷۸ و ۱۵۲۵۲ میلی متر باشد ، مطلوب است محاسبه ارتفاع نقطه‌ی آخر ( نقطه‌ی B ) .

۲- بین دو نقطه‌ی اصلی A و B از طریق نقاط کمکی C و D و E ترازیابی انجام شده است. نتیجه‌ی قرائت‌ها به شرح جدول زیر است. اگر ارتفاع نقطه‌ی A برابر ۱۰۰۰ متر باشد ارتفاع سایر نقاط را تعیین کنید.

نقاط	قرائت عقب B.S	قرائت جلو F.S	ارتفاع		ارتفاع H
			اختلاف +	-	
A	۲۵۹۴	---			
C	۱۸۶۸	۱۸۹۰			
D	۳۶۵۸	۳۶۴۰			
E	۰۹۱۴	۲۷۵۳			
B	---	۱۸۴۵			

۳- یک ترازیابی تدریجی از BM به طرف نقطه‌ی A صورت گرفته و قرائت‌ها به شرح زیر است:

نقاط	قرائت عقب B.S	قرائت جلو F.S	ارتفاع		ارتفاع H
			اختلاف +	-	
BM	۰۰۵۱	---			
۱	۲۴۰۰	۳۹۰۰			
۲	۳۷۱۰	۱۸۸۷			
۳	۰۰۴۱	۲۰۰۰			
A	---	۲۵۲۰			

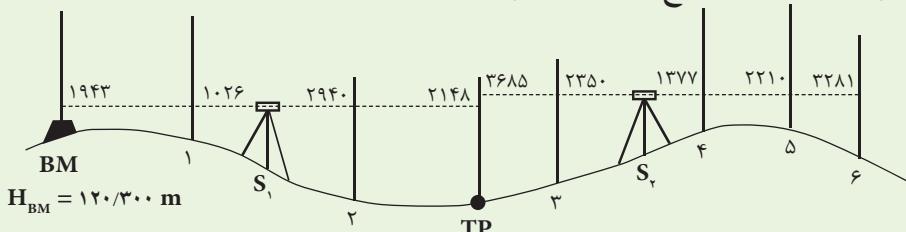
در صورتی که ارتفاع BM برابر  $\frac{792}{40}$  متر باشد، ارتفاع نقطه‌ی A را به دست آورید.

### مثال ۳-۱۱

#### ترازیابی شعاعی



شکل زیر مربوط به کروکی یک عملیات ترازیابی به روش شعاعی است که قرائت اعداد روی شاخص مستقر در نقاط روی آن مشخص شده است. جدول ترازیابی را ترسیم کرده و با استفاده از آن ارتفاع نقاط را محاسبه کنید.



راهکار کلی: برای حل این مثال کافی است جدول ترازیابی را مانند روش ترازیابی تدریجی تشکیل دهیم. با این تفاوت که یک ستون به نام قرائت میانی (I.S) به جدول، مابین قرائت عقب (B.S) و قرائت جلو (F.S) اضافه کرده و اعداد مربوط به قرائت‌های وسط را در این ستون وارد می‌کنیم. برای محاسبه اختلاف ارتفاع، تک تک قرائت‌های میانی (I.S) و قرائت جلو (F.S) از قرائت عقب (B.S) کم می‌شوند. این کار تا زمانی که به قرائت عقب بعدی در جدول بررسیم تکرار می‌شود. از این قسمت جدول به بعد مجدداً کلیه قرائت‌های میانی و جلو از قرائت عقب جدید کم می‌شوند.

بعد از محاسبه اختلاف ارتفاع و تکمیل ستون مربوط به آن، برای محاسبه ارتفاع نقاط، اختلاف ارتفاع محاسبه شده را با ارتفاع مینا جمع جبری کرده تا ارتفاع B.S بعدی به دست آید. مجدداً این ارتفاع جدید را به عنوان ارتفاع مینا گرفته و ارتفاع سایر نقاط را محاسبه می‌کنیم.

#### روش حل:

محاسبات در دهنده اول ترازیابی:

$$\Delta H_{BM,1} = 1943 - 1026 = 917 \text{ mm} = + / 917 \text{ m}$$

$$\Rightarrow H_1 = H_{BM} + \Delta H_{BM,1} = 120 / 300 + + / 917 = 121 / 217 \text{ m}$$

$$\Delta H_{BM,2} = 1943 - 2940 = -997 \text{ mm} = - / 997 \text{ m}$$

$$\Rightarrow H_2 = H_{BM} + \Delta H_{BM,2} = 120 / 300 + (- / 997) = 119 / 303 \text{ m}$$

$$\Delta H_{BM,TP} = 1943 - 2148 = -205 \text{ mm} = - / 205 \text{ m}$$

$$\Rightarrow H_{TP} = H_{BM} + \Delta H_{BM,TP} = 120 / 300 + (- / 205) = 120 / 095 \text{ m}$$

### محاسبات در دهنگی دوم ترازیابی:

$$\Delta H_{TP,r} = 3685 - 2350 = 1335 \text{ mm} = 1 / 335 \text{ m}$$

$$\Rightarrow H_r = H_{TP} + \Delta H_{TP,r} = 120 / 0.95 + 1 / 335 = 121 / 430 \text{ m}$$

$$\Delta H_{TP,f} = 3685 - 1377 = 2308 \text{ mm} = 2 / 308 \text{ m}$$

$$\Rightarrow H_f = H_{TP} + \Delta H_{TP,f} = 120 / 0.95 + 2 / 308 = 122 / 403 \text{ m}$$

$$\Delta H_{TP,d} = 3685 - 2210 = 1475 \text{ mm} = 1 / 475 \text{ m}$$

$$\Rightarrow H_d = H_{TP} + \Delta H_{TP,d} = 120 / 0.95 + 1 / 475 = 121 / 570 \text{ m}$$

$$\Delta H_{TP,e} = 3685 - 3281 = 404 \text{ mm} = . / 404 \text{ m}$$

$$\Rightarrow H_e = H_{TP} + \Delta H_{TP,e} = 120 / 0.95 + . / 404 = 120 / 499 \text{ m}$$

نقاط	قرائت عقب B.S	قرائت وسط I.S	قرائت جلو F.S	ارتفاع + -	ارتفاع H
BM	1943				120 / 300
1		1026		917	121 / 217
2		2940		-997	119 / 303
TP	3685		2148	-205	120 / 0.95
3		2350		1335	121 / 430
4		1377		2308	122 / 403
5		2210		1475	121 / 570
6			3281	404	120 / 499

بحث و بررسی: جهت کنترل محاسبات در جدول فوق می توان به ترتیب زیر عمل کرد:



$$\Sigma B.S = 5628 \text{ mm}$$

$$\Sigma F.S = 5429 \text{ mm}$$

$$\Delta H_{BM,e} = 5628 - 5429 = +0 / 199 \text{ m} \quad \text{چرا؟}$$

از طرف دیگر با توجه به ارتفاعات محاسبه شده هم می توان اختلاف ارتفاع نقطه ۶ با BM را محاسبه نمود.

$$\Delta H_{BM,e} = H_e - H_{BM} = 120 / 499 - 120 / 300 = +0 / 199 \text{ m}$$

ملاحظه می شود که از دو طریق یک نتیجه حاصل شد؛ پس محاسبات صحیح است. حال اگر جواب یکی نشد چه کار باید کرد؟

### تمرین کلاسی مثال ۱۱ - ۳

یک ترازیابی بین نقاط  $M_1$  و  $M_r$  انجام شده است. ارتفاع نقطه‌ی  $M_1$  برابر  $1749/50$  متر است. جدول ترازیابی را محاسبه کرده و ارتفاع نقاط را به دست آورید.

نقاط	قرائت عقب B.S	قرائت وسط I.S	قرائت جلو F.S	ارتفاع + -	ارتفاع H
$M_1$	۲۲۰۴				
۱		۱۸۱۰			
۲		۲۳۸۰			
A	۳۱۱۵		۱۹۰۵		
۳		۳۲۶۳			
۴		۳۳۸۷			
B	۱۱۵۰		۲۹۰۶		
۵		۱۴۳۵			
۶		۱۳۰۷			
۷		۱۷۹۳			
$M_r$			۲۳۵۴		

نکته‌ها:

برای دوستی گه گاه یکدیگر را ملاقات کید  
و دست به دست هم دهید  
و هیچ گاه بر یکدیگر بلندپروازی نکنید.  
«امام رضا علیه السلام»

