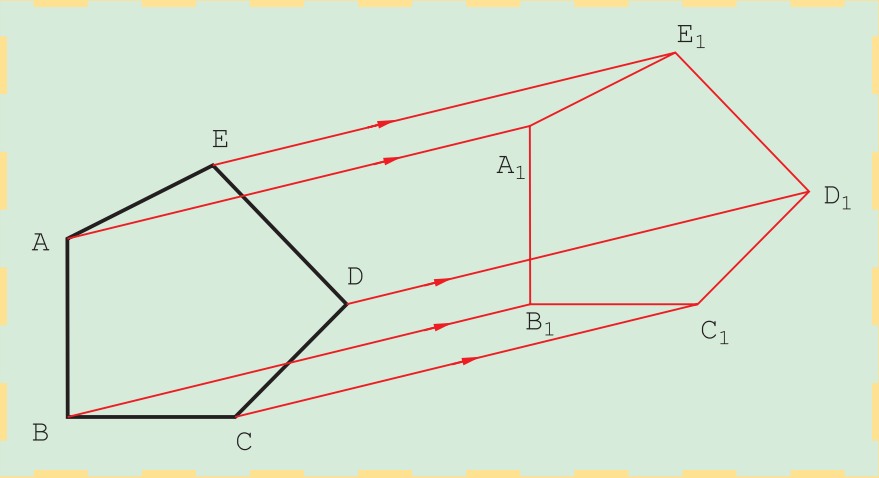
فصل ۲

ترسیم‌های هندسی



رسم هندسی، اساس کشیدن نقشه‌های دقیق است.

هدف‌های رفتاری : فراگیرنده، پس از پایان این درس، باید بتواند :

۱ــ ترسیم‌های مفید هندسی را نام ببرد.

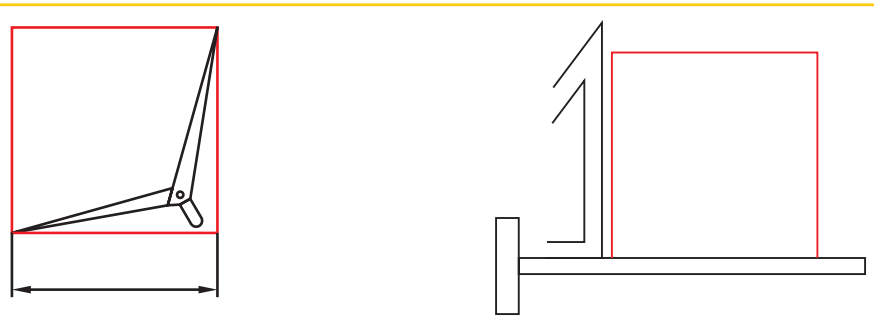
۲ــ کاربرد این ترسیم‌ها را در نقشه شرح دهد.

۳ــ این ترسیم‌ها را در نقشه به‌کار برد.

۱ــ۲ــ ترسیم‌های هندسی

در رسم نقشه‌های دقیق باید از روش‌هایی دقیق‌تر (نسبت به تی و گونیا) استفاده کرد. ابزار کار معمولاً خط‌کش است، مانند لبهٔ گونیا و پرگار.

با تعدادی از این ترسیم‌ها در رسم فنی عمومی آشنا شده‌اید. برای نمونه دیده‌اید که با یادگیری چگونگی رسم عمودمنصف، می‌توانیم مسائل زیادی را حل و رسم کنیم. برای بررسی بهتر آزمایشی را انجام دهید. ابتدا با کمک تی و گونیا مربعی به ضلع ۱۰۰ رسم کنید. آنگاه به کمک پرگار تقسیم دو قطر آن را اندازه بگیرید (مقایسه کنید). چرا آن‌ها دقیقاً برابر نیستند[۱]؟



(b) (a)

شکل ۱ــ۲

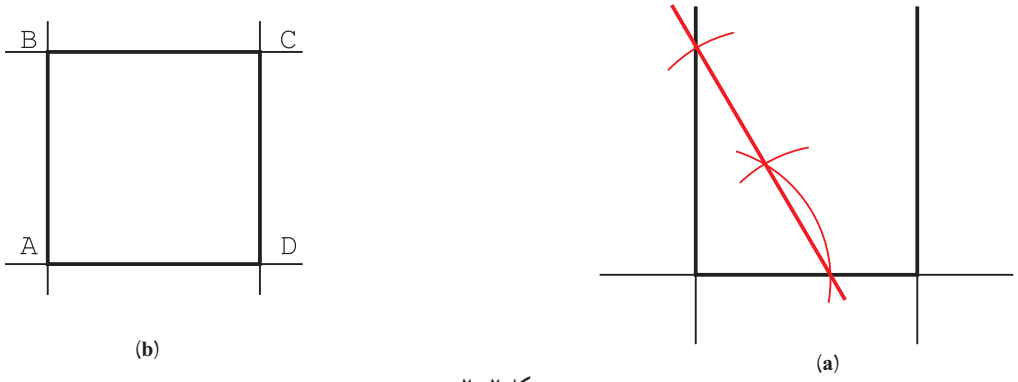
دلیل آن احتمالاً دقیق نبودن زاویهٔ ۹۰ درجه در گونیاست. اکنون دوباره همین مربع را به روش ترسیم هندسی انجام دهید.

روش کار :

ــ پاره خطی به طول ۱۰۰ رسم کنید.

ــ بر هر یک از دو سر آن خطی عمود کنید (به روش گفته شده در رسم فنی عمومی)

ــ مربع را تکمیل کنید (شکل ۲ــ۲).



(b) (a)

شکل ۲ــ۲

۱ــ بهترین آزمایش برای بررسی دقت یک مربع یا مستطیل، اندازه‌گیری قطرهاست، که اگر با هم برابر باشند مربع یا مستطیل دقیق است.

اکنون، دوباره قطرها را بررسی کنید. نتیجه چیست؟

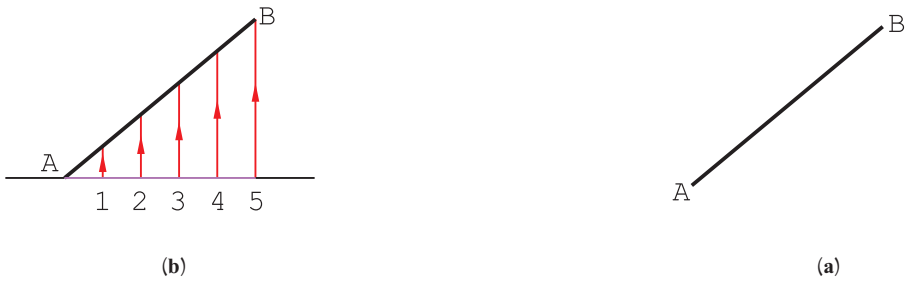
اینک چند ترسیم مفید و کاربرد آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

۲ــ۲ــ تقسیم پاره‌خط

پاره‌خط AB را به n قسمت مساوی تقسیم کنید[۱].

۱ــ تعداد تقسیم را ۵ در نظر می‌گیریم.

ــ ابتدا از A خطی دلخواه رسم می‌کنیم (شکل ۳ــ۲).



شکل ۳ــ۲

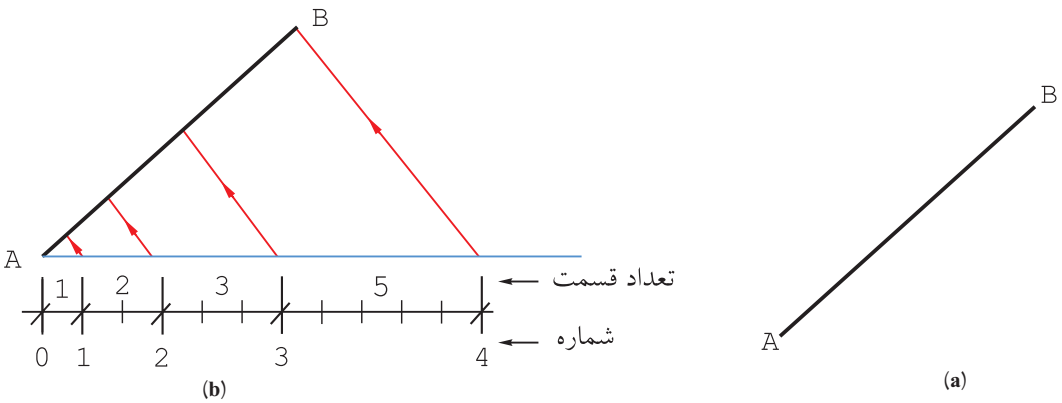
ــ روی این خط با پرگار تقسیم، ۵ قسمت مساوی به طول دلخواه جدا شد.

ــ از ۵ به B وصل شد.

ــ از نقطه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ خط‌هایی موازی با $\overline{5B}$ کشیده شد[۲].

۲ــ پاره‌خط AB را به نسبت‌های ۱، ۲، ۳ و ۵ تقسیم کنید (شکل ۴ــ۲).

ــ از A خط دلخواهی رسم شد.



شکل ۴ــ۲

۱ــ این کار بر اساس قضیهٔ تالس انجام می‌شود.

۲ــ همان‌طور که می‌دانید، می‌توان این خط‌های موازی را به کمک دو گونیا و خیلی دقیق رسم کرد.

ـ از روی آن به کمک پرگار تقسیم، جمعاً ۱۱ قسمت مساوی جدا شد (مجموع نسبت‌ها)

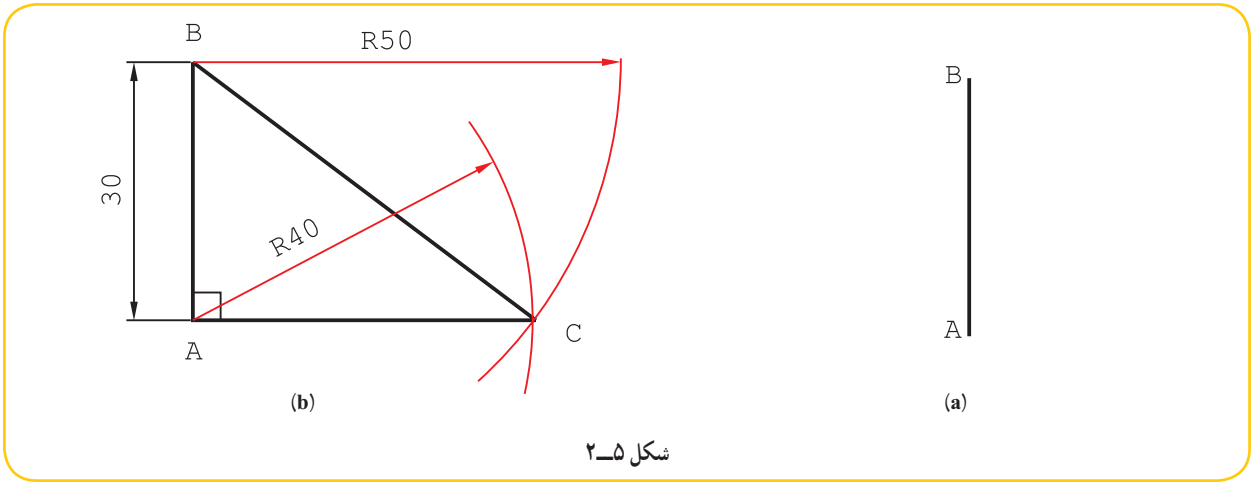
ـ از ۴ به B وصل شد.

ـ از ۱ و ۲ و ۳ موازی با $\overline{4B}$ خط رسم شد.

۳ـ۲ـ رسم قائمه

می‌خواهیم یک زاویهٔ ۹۰ درجهٔ دقیق روی ورق فلزی رسم کنیم. برای این کار می‌توان مثلثی با سه ضلع به نسبت‌های ۳ و ۴ و ۵ ساخت که یک مثلث راست گوشهٔ دقیق خواهد بود[۱].

روش کار : خط دلخواهی رسم می‌کنیم و روی آن پاره‌خطی به طول ۳۰ جدا می‌کنیم و آن را $\overline{AB}$ می‌نامیم[۲] (شکل ۵ـ۲).



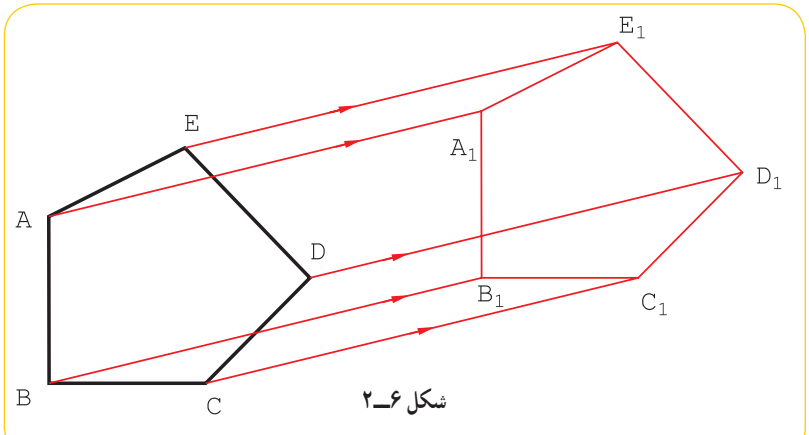
شکل ۵ـ۲

ـ به شعاع ۴۰ از A و به شعاع ۵۰، از B کمان می‌زنیم.

ـ اگر A را به C وصل کنیم، زاویهٔ A برابر ۹۰ درجه و با دقت زیاد خواهد بود[۳].

۴ـ۲ـ انتقال

می‌توان شکلی معین را در صفحه، با حرکت مستقیم یا چرخاندن به هر جای دیگر منتقل کرد به گونه‌ای که تغییری نکند. چند ضلعی ABCDE را در نظر می‌گیریم. اگر همهٔ نقاط آن را در یک جهت معین و با اندازه‌ای مساوی انتقال دهیم به یک چند ضلعی مساوی با آن می‌رسیم (شکل ۶ ـ ۲).



شکل ۶ـ۲

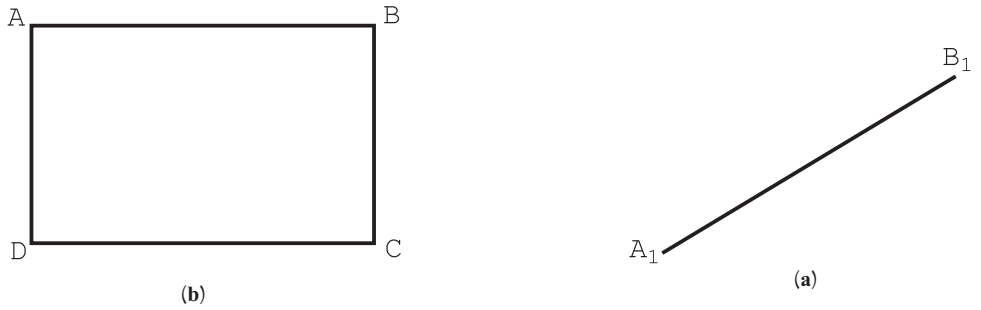
۱ـ این یک مسئلهٔ اساسی برای رسم زاویه‌های ۹۰ درجهٔ دقیق روی ورق یا جای دیگر است.

۲ـ می‌توان هر سه عدد ۳ و ۴ و ۵ را در یک عدد ضرب کرد که در این نمونه آن‌ها در ۱۰ ضرب شدند.

۳ـ این مسئله می‌تواند مبنای ترسیم شکل‌هایی مانند مربع و مستطیل روی ورق باشد.

پس $A_1B_1C_1D_1E_1 = ABCDE$. اگر ABCDE را به دور یک نقطهٔ معین هم بچرخانیم، باز به همین نتیجه می‌رسیم. به این ترتیب اگر تنها دو نقطه از شکل جدید مانند A_1 و B_1 را داشته باشیم، می‌توانیم بقیهٔ شکل را کامل کنیم.

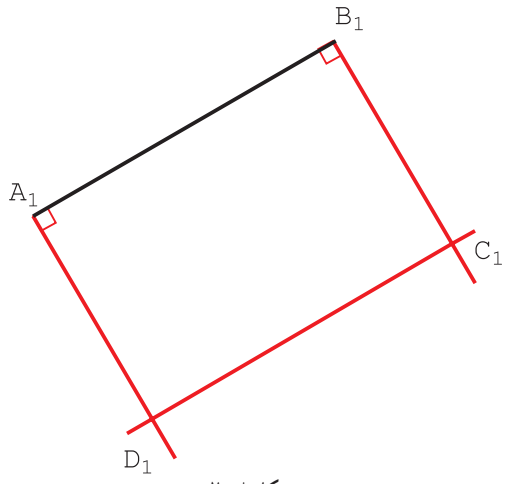
۱ــ ضلع AB از مستطیل ABCD، پس از یک انتقال (به همراه چرخش)، مطابق شکل a **۷ــ۲** و به صورت A_1B_1 است. شکل را کامل کنید.



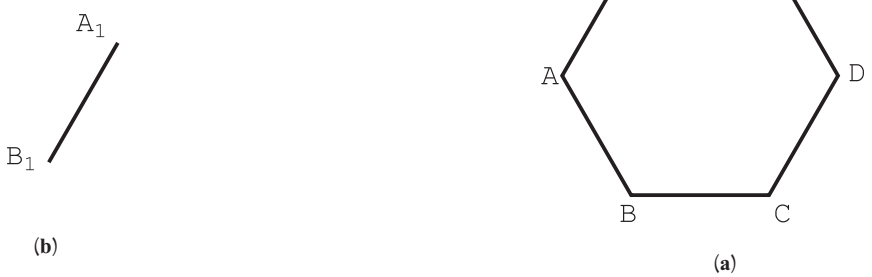
شکل **۷ــ۲**

ساده‌ترین کار آن است که دو عمود در A_1 و B_1 بر خط A_1B_1 وارد و روی آن‌ها، به اندازهٔ $\overline{AD}$ جدا کنیم. آنگاه شکل را کامل نماییم (شکل **۸ــ۲**).

۲ــ ضلع A_1B_1 از یک شش‌بر پس از انتقال، مشخص شده است، شکل را کامل کنید؟ (شکل **۹ــ۲**)



شکل **۸ــ۲**

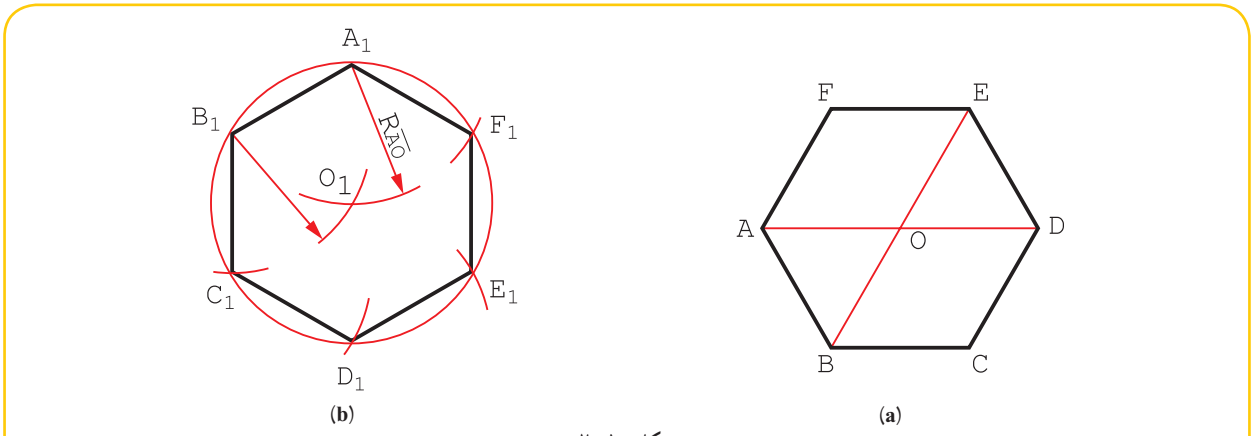


شکل **۹ــ۲**

این کار به صورت‌های گوناگون ممکن است. برای نمونه :

ــ در شکل اصلی، A به D و B به E وصل شود.

ــ O مرکز دایرهٔ محیطی مشخص شود (شکل a ۱۰ــ۲).



(b) (a)

شکل ۱۰ــ۲

ــ از نقطه‌های A_1 و B_1 دو کمان به شعاع AO زده شود تا O_1 به دست آید.

ــ با زدن دایره به مرکز O_1 و شعاع O_1A_1، شش‌ضلعی ساخته می‌شود[1].

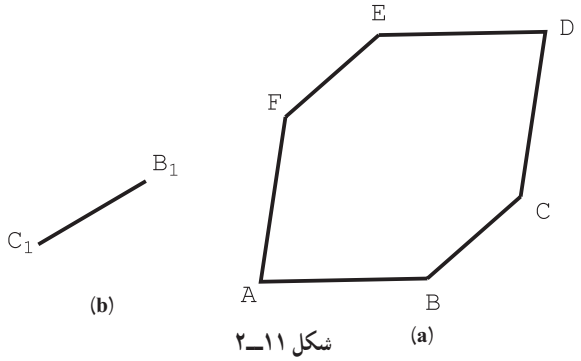
۳ــ از شکل ABCDEF، انتقال یافتهٔ $\overline{BC}$ به‌صورت B_1C_1 در دست است. شکل را کامل کنید (شکل ۱۱ــ۲).

ــ می‌توان D را به A و C را به E و B را به F وصل کرد.

ــ دیده می‌شود که $\overline{EC}$ و $\overline{FB}$ هر دو بر $\overline{BC}$ عمودند و $\overline{AD}$ هم با $\overline{BC}$ موازی است.

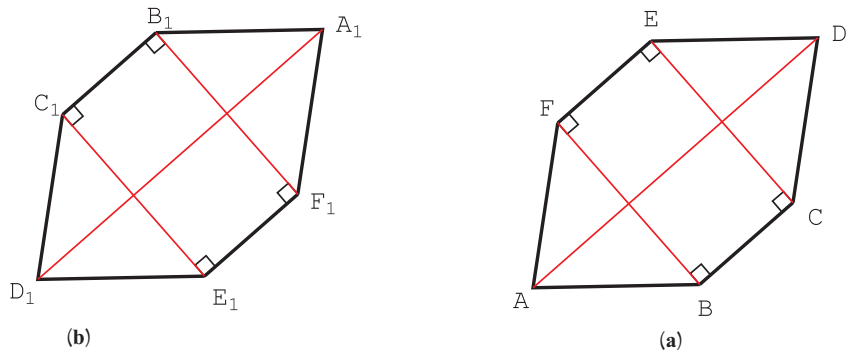
ــ دو خط بر $\overline{B_1C_1}$ در نقطه‌های B_1 و C_1 عمود می‌شود.

ــ اندازه‌ها با پرگار تقسیم منتقل خواهد شد (شکل ۱۲ــ۲).



(b) (a)

شکل ۱۱ــ۲



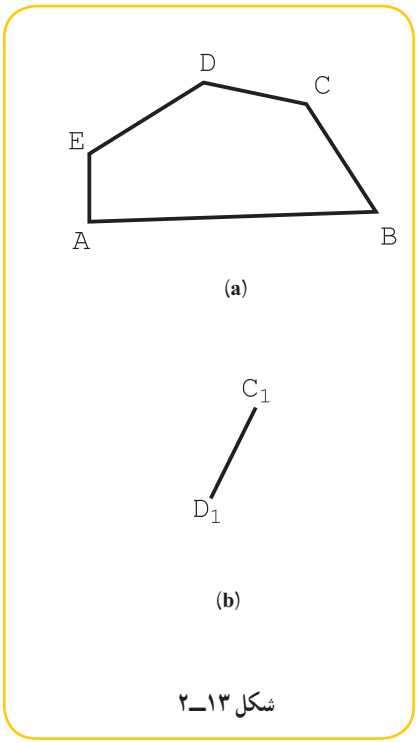
(b) (a)

شکل ۱۲ــ۲

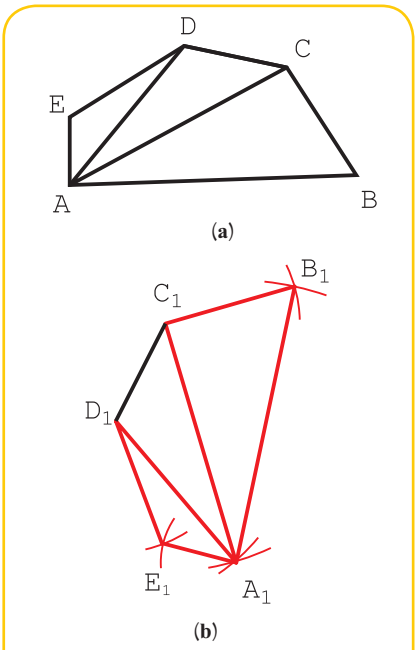
۱ــ به جهت گردش شکل هم توجه داشته باشید.

۴ــ از یک پنج‌ضلعی غیر منتظم ABCDE جای جدید ضلع $\overline{D_1C_1}$ مشخص شده است. شکل را کامل کنید (شکل ۱۳ــ۲).

روش کلی برای حل این گونه مسائل، روش مثلث‌بندی است. پس اولین کار تجزیهٔ ABCDE به چند مثلث است (شکل ۱۴ــ۲).



شکل ۱۳ــ۲



شکل ۱۴ــ۲

ــ دهانهٔ پرگار تقسیم را به اندازهٔ $\overline{DA}$ باز می‌کنیم و به مرکز D_1 کمان می‌زنیم.

ــ با اندازهٔ $\overline{AC}$ و به مرکز C_1 کمان می‌زنیم، A_1 به دست می‌آید.

ــ با اندازهٔ $\overline{CB}$ یک کمان به مرکز C_1 و به اندازهٔ $\overline{AB}$ کمانی به مرکز A_1 می‌زنیم، B_1 مشخص می‌شود.

ــ به مرکز D_1 و با شعاع $\overline{DE}$ و به مرکز A و به شعاع $\overline{AE}$ هم کمان زدیم تا E_1 مشخص شد.

گزیدهٔ مطالب

۱ــ به کمک ترسیمات هندسی می‌توان شکل‌های دقیق رسم کرد. (مثلاً برای ساخت)

۲ــ می‌توان زاویهٔ ۹۰ درجه را با استفاده از مثلث قائم الزاویه‌ای با سه ضلع به اندازه‌های ۳ و ۴ و ۵ ساخت.

۳ــ می‌توان یک شکل را بدون تغییر به هر جای صفحه منتقل کرد.

ارزشیابی نظری

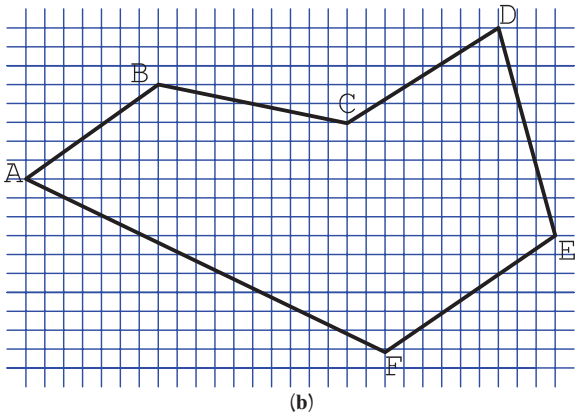
۱ــ می‌خواهیم یک مستطیل دقیق با طول و عرض معین بسازیم. روش کار چیست؟
۲ــ دقت یک قاب مربع شکل ساخته شده را چگونه تعیین کنیم؟
۳ــ یک چهارچوب برای در ساخته شده است. دقت آن چگونه بررسی می‌شود؟
۴ــ چگونگی تقسیم یک پاره‌خط به نسبت‌های ۲ و ۵ و ۷ را با رسم شکل شرح دهید.
۵ــ می‌خواهیم یک شکل را به‌جای دیگر منتقل کنیم. اصول کار را با رسم شکل توضیح دهید.
۶ــ باید روی یک ورق فلزی، زاویه‌ای ۹۰ درجه رسم شود. روش کار چیست؟

ارزشیابی عملی

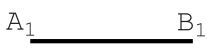
۱ــ پاره‌خطی به طول ۸۳ را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنید.
۲ــ پاره‌خط ۹۷ میلی‌متری را به نسبت‌های ۱ و ۲ و ۳ بخش کنید.
۳ــ خطی رسم کنید که دقیقاً با محیط دایره به قطر ۳۶ برابر باشد. سپس آن را به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم کنید.
۴ــ پس از رسم یک زاویهٔ ۹۰ درجهٔ دقیق، آن را به ۶ قسمت مساوی تقسیم کنید.
۵ــ یک دکل فولادی با ۶ کابل نگه‌داری شده است. فاصلهٔ سه کابل بلند از پای دکل ۴۰ متر و فاصلهٔ سه کابل کوتاه ۲۵ متر است. اگر کابل بلند در ارتفاع ۵۰ و کابل کوتاه در بلندی ۲۰ متر متصل باشند، طول کلی کابل چند متر است؟

توجه : مسئله باید با مقیاس مناسب رسم شود و پاسخ به کمک اندازه‌گیری به دست آید.

۶ــ ابتدا پنج ضلعی ABCDE را در دایره ای به قطر ۶۸ بسازید ($\overline{AB}$ افقی باشد).
آنگاه در فاصله‌ای مناسب، $\overline{A_1B_1}$ را با زاویهٔ ۶۰ درجه نسبت به AB رسم و ۵ ضلعی را منتقل کنید.
۷ــ در شکل ۱۵ــ۲ چندضلعی ABCDEF داده شده است. $\overline{A_1B_1}$ معلوم است، آن را منتقل کنید.



(b)



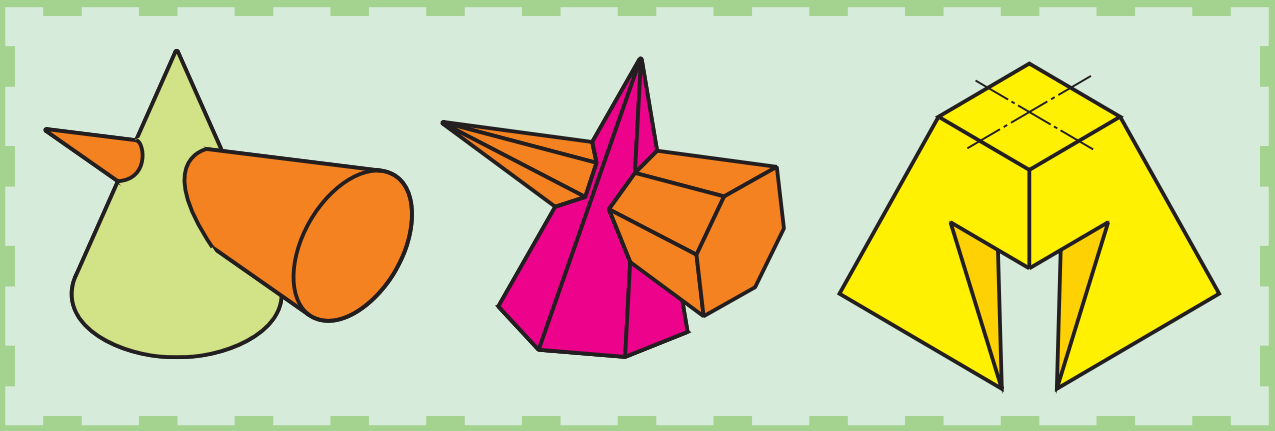
(a)

شکل ۱۵ــ۲

توجه : هر مربع را برابر ۱۰ بگیرید.

فصل ۳

هندسه ترسیمی



پایهٔ اصلی نقشه‌کشی، هندسهٔ ترسیمی است.

هدف‌های رفتاری : فراگیرنده، پس از پایان این درس، باید بتواند :

۱ــ هندسهٔ ترسیمی را تعریف کند.

۲ــ کاربردهای هندسهٔ ترسیمی را شرح دهد.

۳ــ صفحه‌های تصویر را معرفی کند.

۴ــ تصویرهای نقطه را تعیین کند.

۵ــ نماهای انواع خط را رسم کند.

۶ــ اندازهٔ واقعی خط را تعیین کند.

۷ــ اندازهٔ واقعی صفحه را تعیین کند.

۱ــ۳ــ هندسهٔ ترسیمی

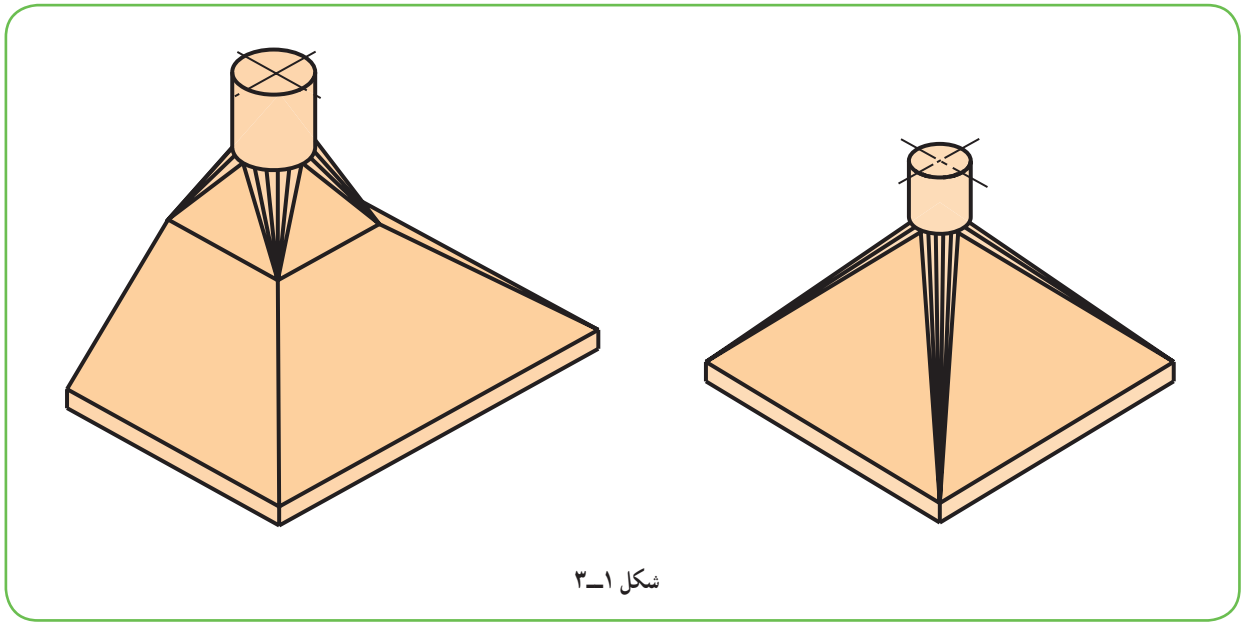
هندسهٔ ترسیمی شاخه‌ای از هندسه است که در آن اجسام را با نماهای دو بعدی نمایش می‌دهند. رسم فنی یا نقشه‌ای که با آن آشنا هستید در حقیقت همان هندسهٔ ترسیمی است. البته ما تاکنون بیشتر به رسم تصویر از اجسام پرداخته‌ایم و راجع به اجزای به‌وجودآورندهٔ آن‌ها، یعنی نقطه، خط و صفحه، بحثی نداشته‌ایم.

تجربه ثابت می‌کند که اگر ما با دقت به این جزئیات و ویژگی‌های آن‌ها توجه کنیم، قادر می‌شویم مسائل پیچیده‌تر را نیز حل کنیم. از طرف دیگر حل برخی از مسائل بدون دانستن اطلاعات اضافی ممکن نیست. به هر حال، به دو دلیل اصلی از پرداختن به هندسهٔ ترسیمی ناگزیر هستیم :

۱ــ تعیین اندازه‌های واقعی اجزای یک قطعه برای ساخت آن.

۲ــ رسم خط‌هایی در نقشه که به سادگی قابل ترسیم نیستند.

در شکل ۱ــ۳ یک هواکش (یا دودکش) دیده می‌شود.



شکل ۱ــ۳

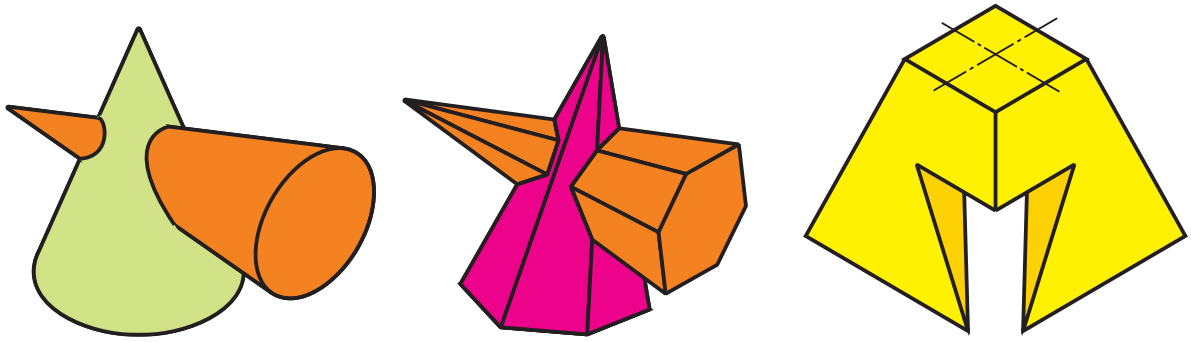
این هواکش با توجه به نقشهٔ سادهٔ آن به هیچ وجه قابل ساخت نیست. افزون بر آن‌که ترسیم نقشهٔ آن هم مشکلاتی را به همراه خواهد داشت.

۱ــ۱ــ۳ــ تعریف : هندسهٔ ترسیمی مجموعهٔ روش‌هایی است که به کمک آن‌ها می‌توان اجسام سه بعدی را روی دو صفحهٔ دو بعدی و با اندازهٔ واقعی نمایش داد.

بنابراین می‌توان مسائل هندسهٔ فضایی را به‌صورتی دقیق رسم و حل کرد.

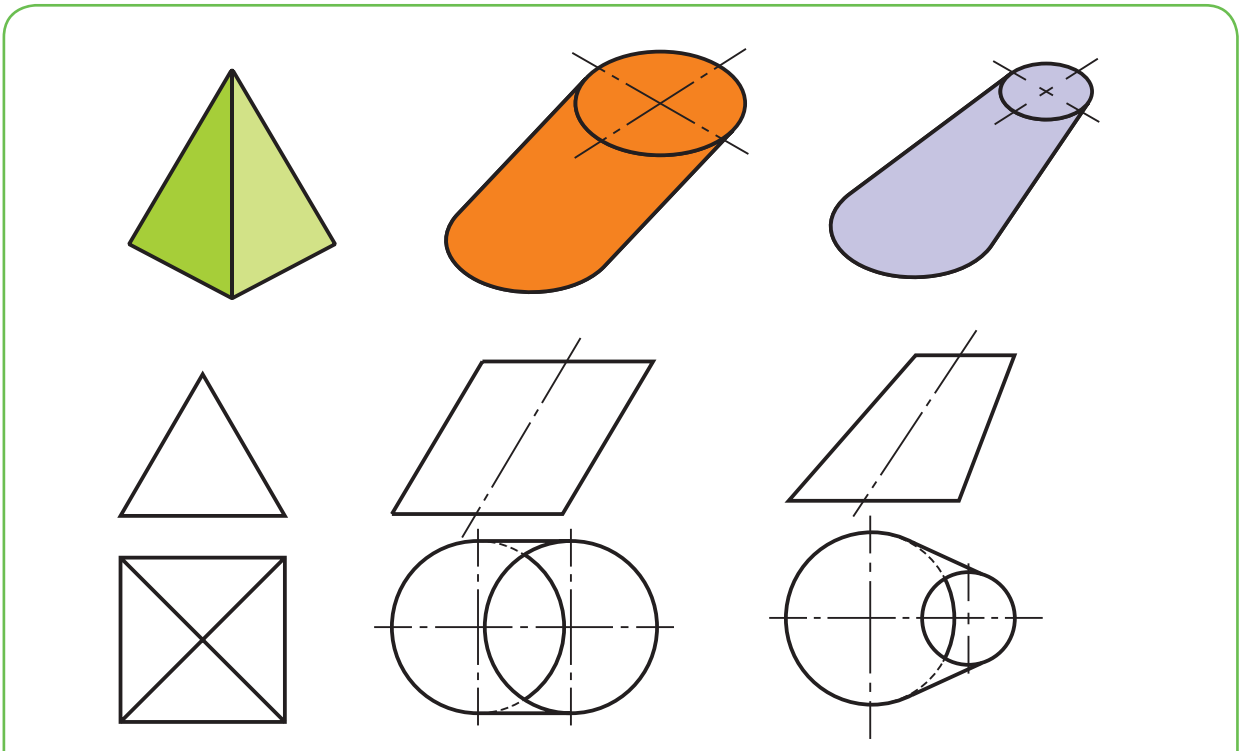
۲ــ۱ــ۳ــ کاربردهای هندسهٔ ترسیمی : با توجه به دو نمونهٔ زیر، به لزوم فرا گرفتن هندسه پی می‌بریم.

الف) با آن‌که ما اصول ترسیم را می‌دانیم و می‌توانیم از خط‌های کمکی استفاده کنیم، نمی‌توانیم نماهای لازم از اجسام معرفی شده در شکل ۲ــ۳ را رسم کنیم. چرا؟ زیرا راجع به نقطه، خط و صفحه و خواص آن‌ها اطلاعات کافی نداریم.



شکل ۲ــ۳

ب) می‌خواهیم از یک ورق نازک مانند مقوا یا گالوانیزه، اجسام داده شده در شکل ۳ــ۳ را بسازیم.



شکل ۳ــ۳

دیده می‌شود که برای ساخت آن‌ها نیز آگاهی‌های ما کافی نیست. به این ترتیب مختصری از هندسهٔ ترسیمی را با دو هدف مشخص دنبال می‌کنیم :

۱ــ توانایی رسم تصاویر لازم، با اندازهٔ واقعی از هر قطعه؛

۲ــ توانایی گستردن احجام ساخته شده از ورق بر روی سطح دو بعدی و ساخت آن‌ها.

۲ــ۳ــ صفحه‌های تصویر

صفحه‌های افقی و عمودی و جانبی تصویر را می‌شناسید، با این همه به شکل ۴ــ۳ نگاه کنید.

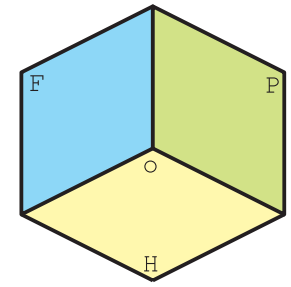
ــ V یا F، صفحهٔ عمودی یا روبه‌روی تصویر است.

ــ H، صفحهٔ افقی تصویر است.

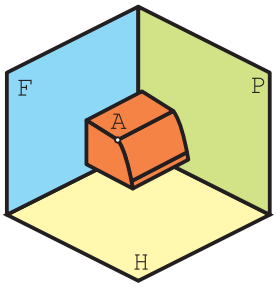
ــ P، صفحهٔ جانبی یا نیمرخ تصویر است.

این سه صفحه بر هم عمودند.

معمولاً جسم را در این فضای سه بعدی قرار می‌دهند و نماهای لازم را رسم می‌کنند. در شکل ۵ــ۳ یک قطعهٔ ساده دیده می‌شود که نقطهٔ A از آن مشخص شده است.

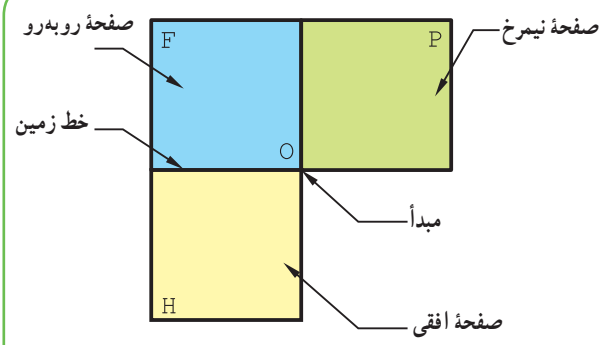


شکل ۴ــ۳



شکل ۵ــ۳

به فضای موجود بین سه صفحهٔ P، F و H، فرجه یا ناحیهٔ اول می‌گویند[1]. این فضا روی صفحهٔ دو بعدی کاغذ قابل گسترش است. برای این کار باید H را به اندازهٔ ۹۰ درجه در جهت عقربهٔ ساعت چرخانید و در امتداد F قرار داد. صفحهٔ P هم، پس از ۹۰ درجه چرخش، در امتداد F قرار خواهد گرفت. در نتیجه شکل ۶ــ۳ به‌دست خواهد آمد.



شکل ۶ــ۳

۱ــ فضای پشت F را ناحیهٔ دوم و زیر آن را ناحیهٔ سوم و چهارم می‌گویند.

۱ــ۲ــ۳ــ تصویرهای نقطه : در شکل ۷ــ۳، با حذف جسم، تنها نقطهٔ A در نظر گرفته شده است.

قراردادهای زیر مورد پذیرش است :

ــ نمایش نماهای نقطه با حروف کوچک؛

ــ نام گذاری نمای افقی با حرف ساده مانند a؛

ــ نام‌گذاری نمای روبه‌رو با همان حرف و با علامت پریم مانند a′ ؛

ــ نام‌گذاری نمای نیمرخ با همان حرف و با علامت زگندر و مانند a″ ؛

ــ نمایش نقطه در فضا با حرفی مانند A و نمایش ترسیمی آن با aa′a″ ، اگر سه نما لازم باشد و اگر دو نما مثل روبه‌رو و افقی کافی باشد با aa′ ؛

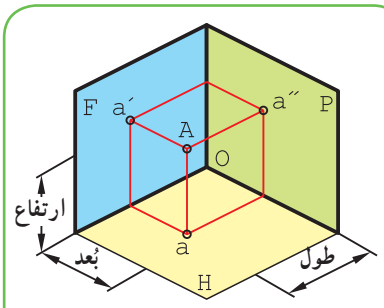
ــ برخورد H و F خط زمین است با علامت اختصاری FH ؛

ــ فاصلهٔ نقطه تا F، بُعد نقطه است؛

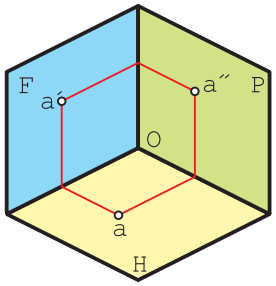
ــ فاصلهٔ نقطه تا H، ارتفاع نقطه است؛

ــ فاصلهٔ نقطه تا P، طول نقطه است.

به این ترتیب، می‌توان یک نقطهٔ فضایی را با فاصله‌هایش از این سه صفحهٔ مبنا کاملاً معین کرد. در شکل ۸ــ۳، خود نقطهٔ A حذف شده و فقط تصویرهایش باقی مانده است.

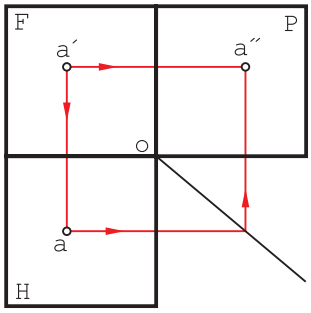


شکل ۷ــ۳



شکل ۸ــ۳

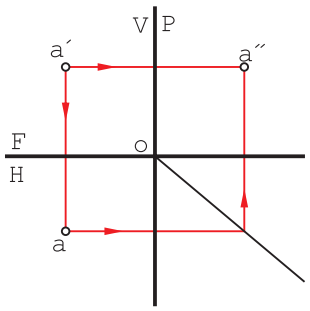
با چرخاندن صفحه‌های تصویر، وضعیت نماهای نقطه مطابق شکل ۹ــ۳ است.



شکل ۹ــ۳

برای ساده‌تر شدن شکل، می‌توان از رسم حاشیه‌های صفحه‌ها خوداری کرد. پس اگر سه نما مورد نظر باشد شکل ۱۰ــ۳ کافی است، که آن را «نقشه» گویند.

یک نقطه را می‌توان با سه اندازهٔ طول، بعد و ارتفاع معرفی کرد؛ مانند نقطهٔ A (۳۵ و ۲۵ و ۲۴)، یعنی نقطه‌ای به طول ۲۴، بعد ۲۵ و ارتفاع ۳۵.

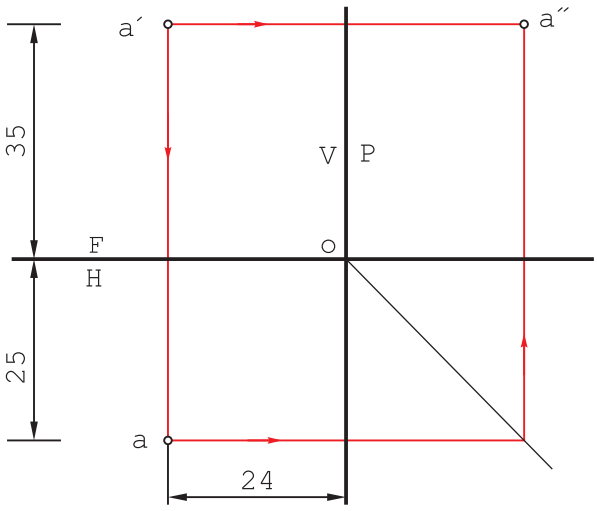


شکل ۱۰ــ۳

پرسش

نقطهٔ بالا را نمایش دهید، یعنی نقشهٔ آن را رسم کنید.

در شکل ۱۱ــ۳، با توجه به اندازه‌ها، نقطه نمایش داده شده است.



شکل ۱۱ــ۳

۲ــ۲ــ۳ــ نقطه‌های خاص : هر نقطه را که یکی یا بیشتر از اندازه‌های آن صفر باشد، نقطهٔ خاص گوییم. مثلاً نقطهٔ O یعنی مبدأ، خاص‌ترین نقطه است، زیرا داریم :

(۰ و ۰ و ۰) O اضافه می‌شود :

ــ همهٔ نقاط فضا که دارای طول صفر هستند، روی P واقع‌اند.

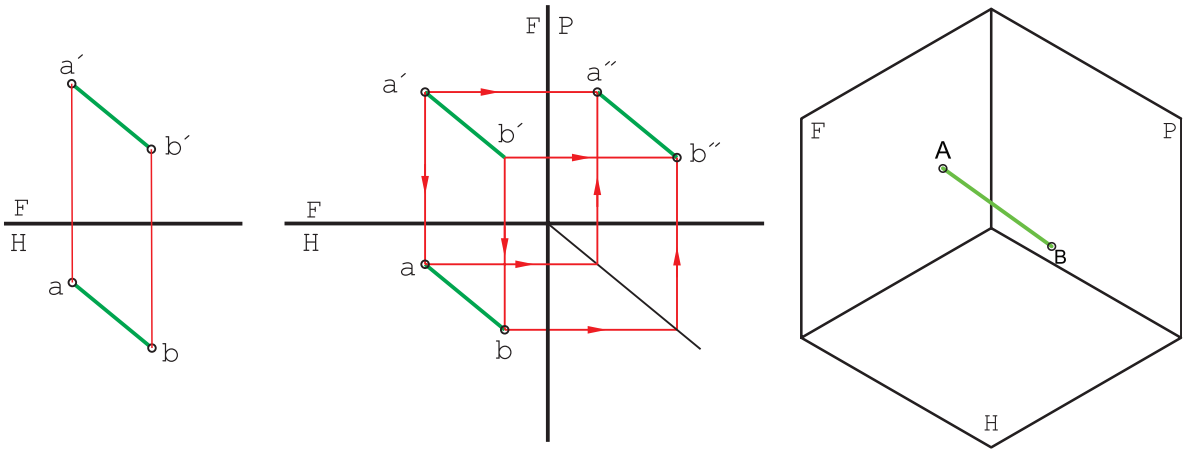
ــ همهٔ نقاط فضا که دارای بعد صفر هستند، روی F قرار دارند.

ــ همهٔ نقاط فضا که ارتفاع صفر دارند، روی H واقع هستند.

مجموعهٔ نقاطی از فضا که دارای بعد و ارتفاع صفر هستند کجاست؟

۳ــ۳ــ خط

از اتصال دو نقطه به هم خط به وجود می‌آید (شکل ۱۲ــ۳).



(a) AB در فضا (b) سه نما با همهٔ جزئیات (c) دو نما و حذف جزئیات

شکل ۱۲ــ۳

این خط در فضا AB و در نقشه aa′a″bb′b″ است، که معمولاً می‌توان به دو نمای افقی و روبه‌روی آن بسنده کرد (پس نام آن هم aa′bb′ خواهد بود).

۴ــ۳ــ گروه‌های سه‌گانهٔ خط

خط‌ها را، بنا به حالت‌هایی که دارند، می‌توان دسته‌بندی کرد. به شکل ۱۳ــ۳ نگاه کنید.

خط‌های نام‌گذاری شده، هر کدام دارای ویژگی‌های خود هستند، که از دیگران قابل تفکیک خواهند بود.

۵ــ۳ــ گروه یکم

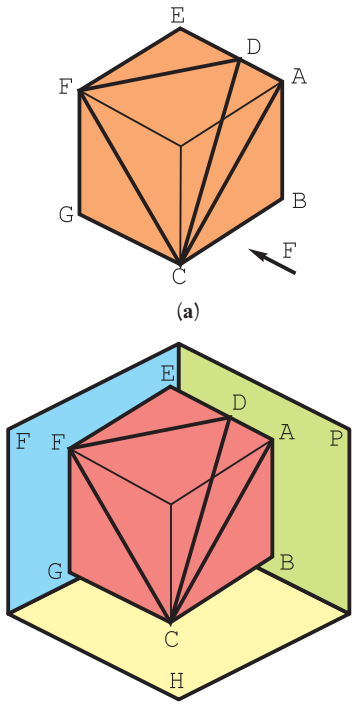
آن‌هایی هستند که هرکدام بر یک صفحه عمود می‌باشند.

۱ــ۵ــ۳ــ خط قائم : آن است که بر H عمود باشد. پس در نمای روبه‌رو به اندازهٔ واقعی و در نمای افقی یک نقطه خواهد شد (نمای نیمرخ چگونه است؟) نمونهٔ آن $\overline{AB}$ است.

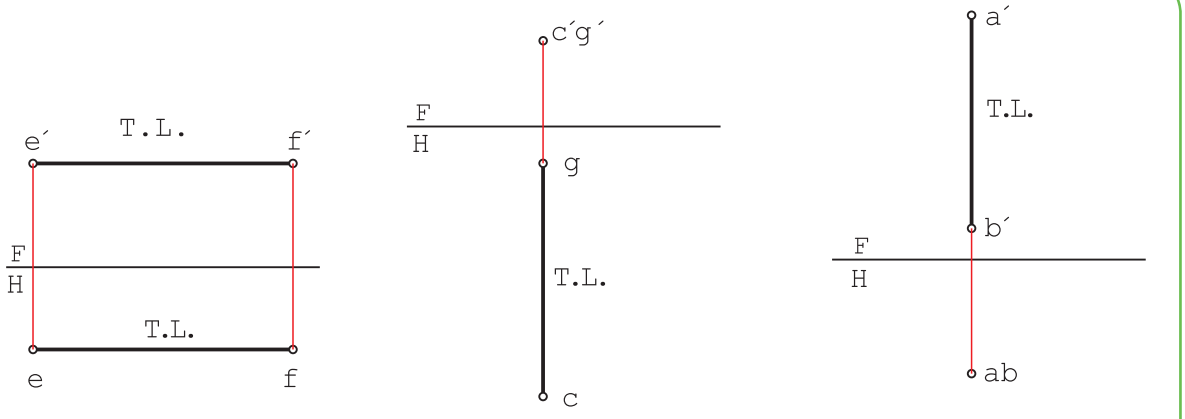
۲ــ۵ــ۳ــ خط منتصب : آن است که بر F عمود باشد. پس نمای روبه‌روی آن نقطه و نمای افقی آن به اندازهٔ واقعی خواهد بود. نمونهٔ آن $\overline{GC}$ است. می‌توان آن را «خط استوار یا پابرجا» هم‌نامید.

۳ــ۵ــ۳ــ خط مواجه : خطی است عمود بر P یا موازی با خط زمین. بنابراین، هم در نمای روبه‌رو و هم در نمای افقی اندازهٔ حقیقی دارد. خط $\overline{EF}$ یک نمونه است در شکل ۱۴ــ۳، a و b و c، هر یک از خط‌های بالا با دو نما معرفی شده‌اند[1].

خط مواجه را می‌توان «خط رو در رو» هم نامید.



شکل ۱۳ــ۳



شکل ۱۴ــ۳

۱ــ از این به بعد، خط زمین را نازک درنظر می‌گیریم (رسم آن در موارد پیشین به‌طور ضخیم برای توجه بیشتر بوده است).

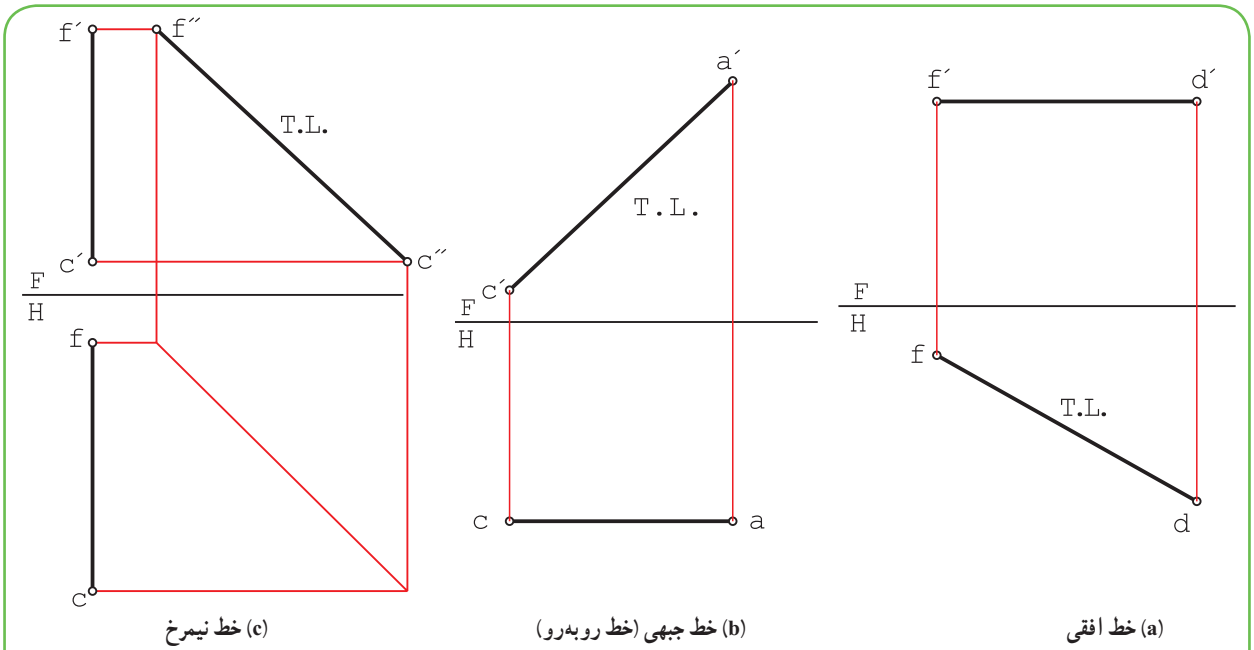
۶ــ۳ــ گروه دوم

خط‌هایی هستند که هر کدام با یکی از صفحه‌های تصویر موازی‌اند. در نتیجه تصویر آن‌ها، روی صفحه‌ای که با آن موازی هستند، به اندازهٔ واقعی خواهد بود و در نماهای دیگر کوچکتر از اندازهٔ واقعی‌اند.

۱ــ۶ــ۳ــ خط افقی : آن است که با H موازی باشد. پس در نمای افقی اندازهٔ واقعی دارد و در نماهای دیگر کوچکتر خواهد بود. نمونهٔ آن خط $\overline{FD}$ است.

۲ــ۶ــ۳ــ خط جبهی : آن است که با F موازی باشد. پس در نمای روبه‌رو اندازهٔ واقعی دارد. ولی در نماهای دیگر کوچکتر خواهد بود. نمونهٔ آن خط $\overline{AC}$ است. این خط را می‌توان «خط روبه‌رو» هم نامید.

۳ــ۶ــ۳ــ خط نیمرخ : آن است که با P موازی باشد. پس در نمای نیمرخ به اندازهٔ واقعی است. ولی در نماهای دیگر کوچکتر خواهد شد. نمونهٔ آن خط $\overline{FC}$ است. در شکل ۱۵ــ۳ هر یک از خط‌های بالا با دو نما معرفی شده‌اند.



(c) خط نیمرخ (b) خط جبهی (خط روبه‌رو) (a) خط افقی

شکل ۱۵ــ۳

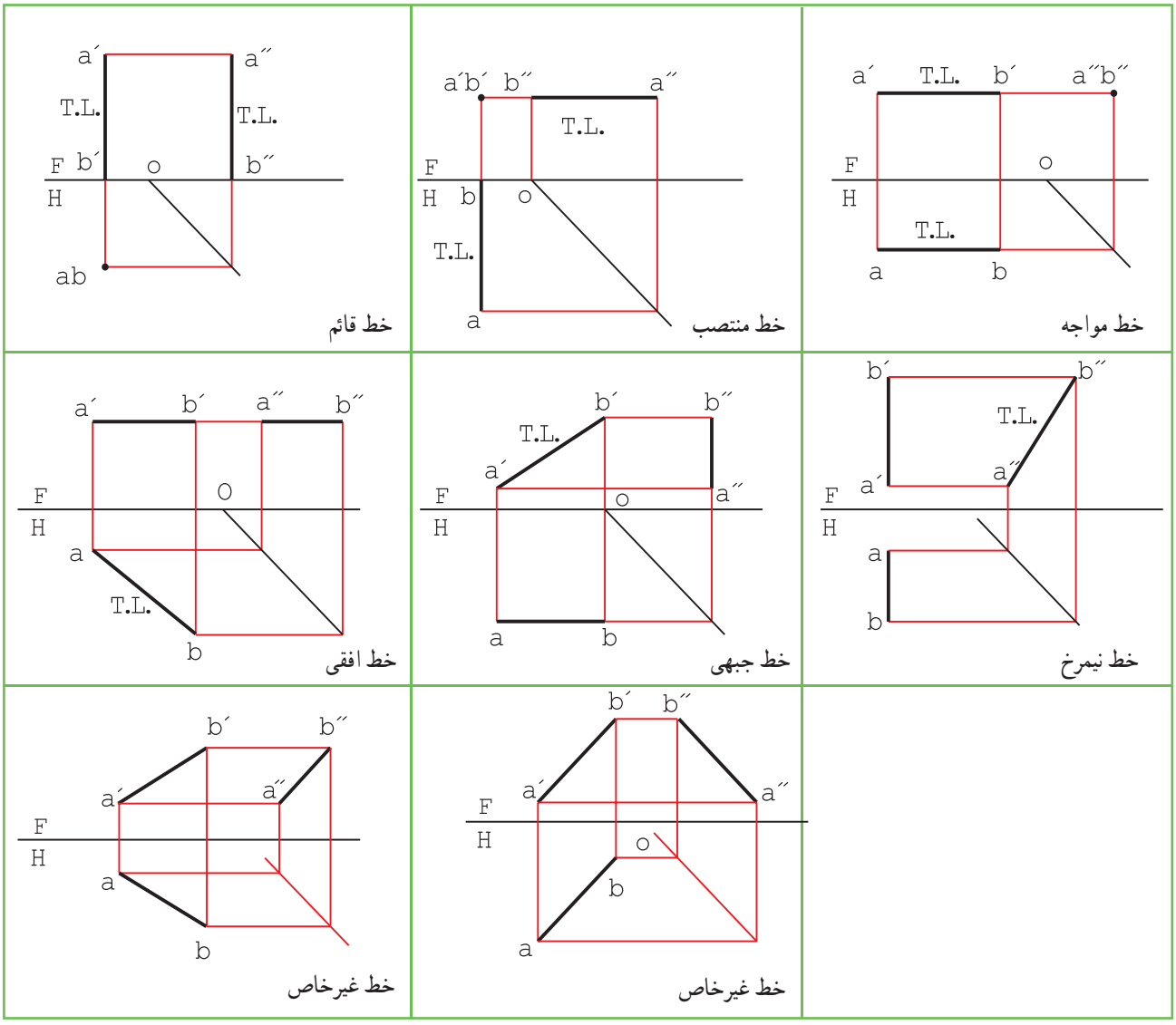
۷ــ۳ــ گروه سوم

خط غیرخاص : خطی است که ویژگی موازی بودن را هم ندارد. چون با هیچ صفحه‌ای موازی نیست و در هر سه نما کوچکتر از اندازهٔ واقعی خواهد بود. این خط را می‌توان «خط دلخواه» هم نامید.

در جدول ۱ــ۳، هر هفت خط نام برده، در سه نما معرفی شده‌اند و در هر نمایی که خط دارای اندازهٔ حقیقی است از نشانهٔ T.L.[1] استفاده شده است.

۱ــ اندازهٔ حقیقی : True Length

جدول ۱ــ۳ــ خطوط هفتگانه



در پایان یادآوری این نکته لازم است که اندازهٔ حقیقی از نظر ساخت هر جسم بسیار مهم است.

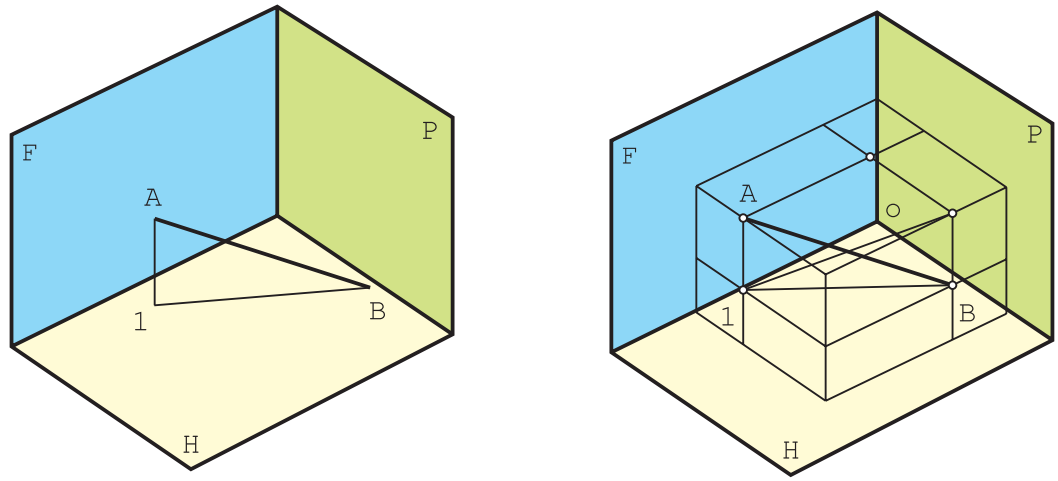
۸ــ۳ــ اندازهٔ حقیقی خط

در مورد گروه یکم خط دیدیم که آن‌ها در دو نما اندازهٔ واقعی دارند و در یک نما نقطه‌اند.

در مورد گروه دوم دیدیم که آن‌ها هر کدام در یک نما اندازهٔ واقعی دارند.

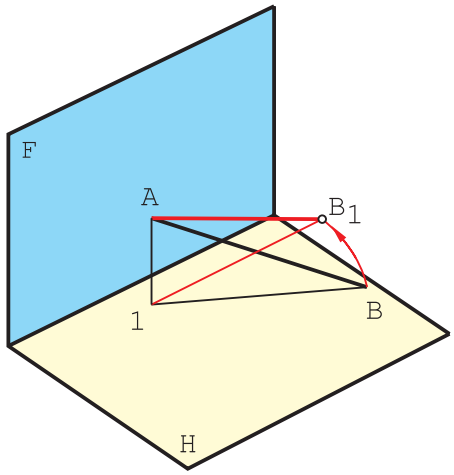
در مورد گروه سوم که همهٔ خط‌های دیگر را جزءِ آن دانستیم، هیچ کدام از نماها، اندازهٔ واقعی ندارند، پس باید اندازهٔ حقیقی آن‌ها را با روش ساده‌ای به‌دست آورد برای این کار روش‌های زیادی وجود دارد که تنها به دو مورد آن‌ها اشاره می‌شود.

۱ــ۸ــ۳ــ چرخش : می‌توان اندازهٔ حقیقی خط را با چرخاندن آن به دور یک محور به‌دست آورد. به شکل ۱۶ــ۳ نگاه کنید.



(a) (b)

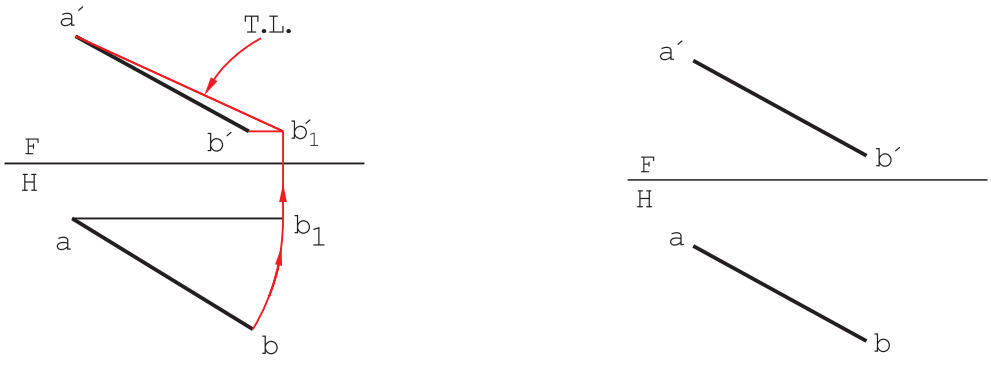
شکل ۱۶ــ۳



شکل ۱۷ــ۳

$\overline{AB}$ یک خط غیر خاص است. می‌توان با ثابت نگهداشتن نقطهٔ A، نقطهٔ B را چنان چرخاند که AB موازی F و مانند یک خط جبهی شود. شعاع این چرخش باید برابر اندازهٔ $\overline{1B}$ باشد. به شکل ۱۷ــ۳ نگاه کنید. در آن $\overline{AB}$ چرخیده و به حالت $\overline{AB_1}$ در آمده است.

پس برای به‌دست آمدن اندازهٔ حقیقی، روش کار «چرخش» است (شکل ۱۸ــ۳).



(b) (a)

شکل ۱۸ــ۳

ــ سوزن پرگار روی a قرار می‌گیرد و مداد روی b

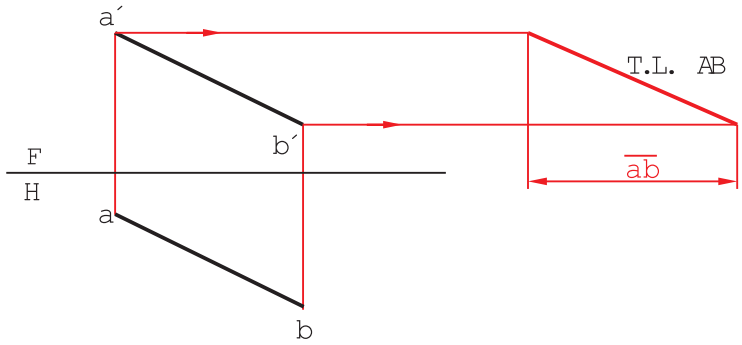
ــ با چرخاندن پرگار، b_1 به گونه‌ای به‌دست می‌آید که $\overline{ab_1}$ موازی با FH باشد.

ــ از b_1 رابط شد تا b'_1 به‌دست آمد. روشن است که $\overline{b'b'_1}$ هم باید با FH موازی باشد.

ــ پاره خط $\overline{a'b'_1}$ برابر اندازهٔ حقیقی پاره‌خط AB در فضاست.

۲ــ۸ــ۳ــ ترسیمه : می‌توان مثلث راست‌گوشه‌ای ساخت که یک ضلع آن طول تصویر افقی و یک ضلع آن اختلاف ارتفاع دو نقطه و وتر آن اندازهٔ واقعی باشد. پس روش کار به دست می‌آید.

ــ دو خط به کمک تی از a' و b' رسم شد (شکل ۱۹ ــ ۳).



شکل ۱۹ــ۳

ــ در جایی مناسب یک خط عمودی کشیده شد.

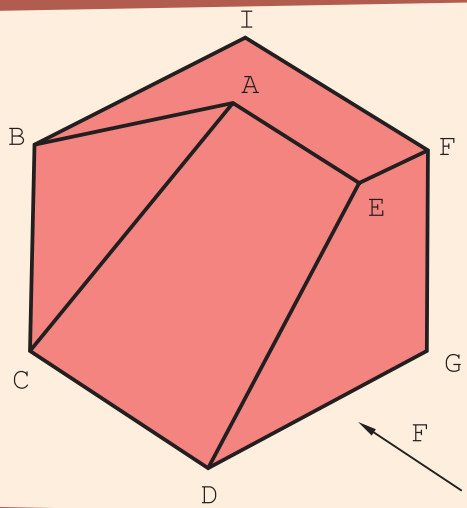
ــ پاره‌خطی برابر ab جدا شد.

ــ اندازهٔ حقیقی، یعنی T.L. به‌دست آمد.

پرسش

به شکل ۲۰ــ۳ نگاه کنید.

تعداد هر خط موجود در جسم چند است؟

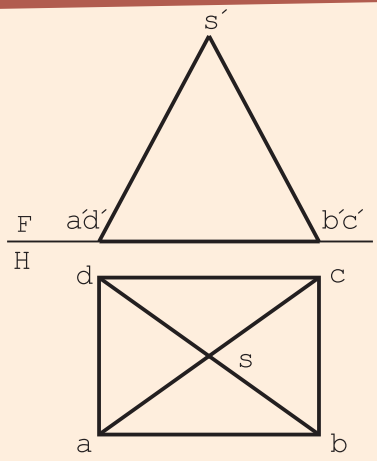


شکل ۲۰ــ۳

پاسخ : با درنظر گرفتن شرایط هر خط متوجه خواهیم شد که تعداد خط منتصب ۴، قائم ۳، مواجه ۴، جبهی ۱، افقی ۱، غیر خاص ۱ است و خط نیمرخ هم وجود ندارد.

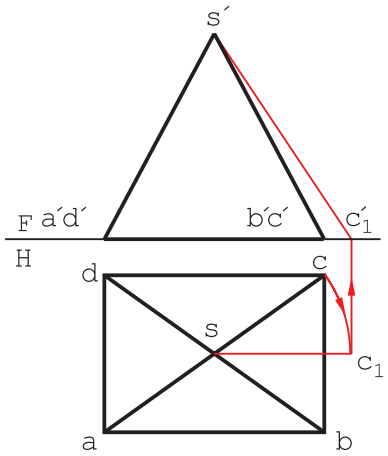
پرسش

پس از تعیین آنکه کدام یک از یال‌های هرم در شکل ۳ــ۲۱ غیرخاص است، اندازهٔ واقعی را مشخص کنید.



شکل ۳ــ۲۱

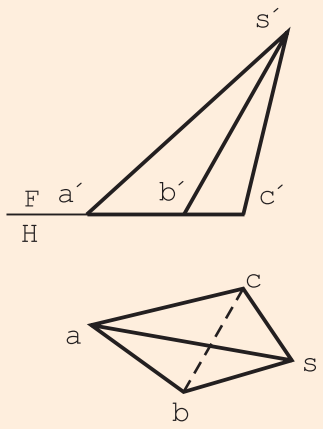
پاسخ : دیده می‌شود که چهار یال $\overline{SA}$، $\overline{SB}$، $\overline{SC}$ و $\overline{SD}$ برابرند و هیچ کدام اندازهٔ واقعی ندارند، پس کافی است اندازهٔ واقعی یکی از آن‌ها مشخص شود. در شکل ۳ــ۲۲، این اندازه به‌دست آمده است.



شکل ۳ــ۲۲

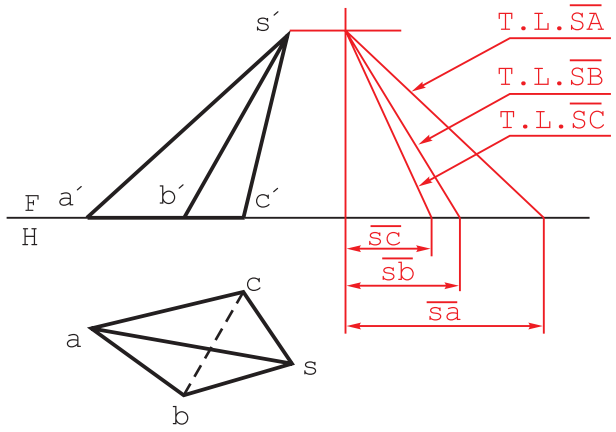
پرسش

طول حقیقی یال‌ها در هرم داده شده، در شکل ۳ــ۲۳، چه قدر است؟



شکل ۳ــ۲۳

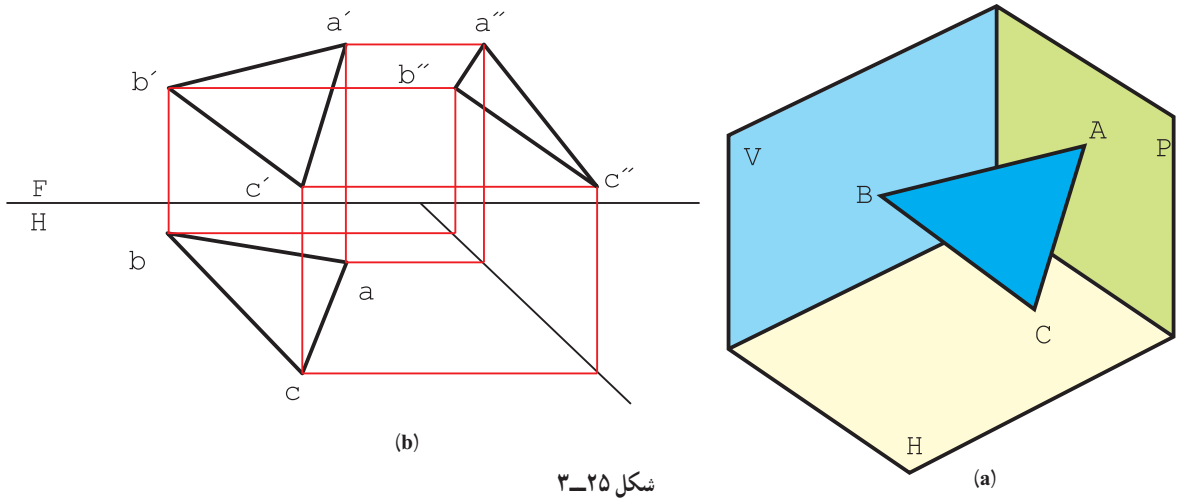
پاسخ: چون تعداد یال‌ها زیاد است، روش ترسیمه مناسب‌تر است. طبق شکل ۲۴ــ۳ اندازه‌های حقیقی معین شد.



شکل ۲۴ــ۳

۹ــ۳ــ صفحه

از اتصال سه نقطه به هم صفحه به‌وجود می‌آید (شکل a ۲۵ــ۳).

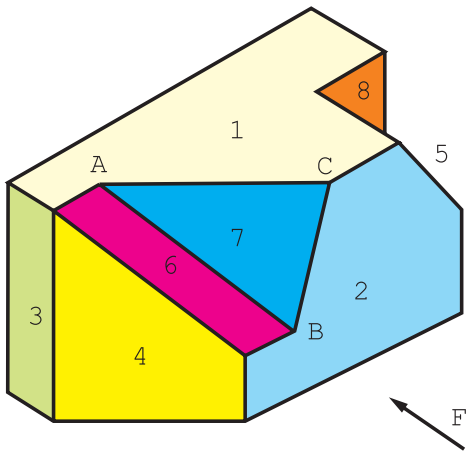


شکل ۲۵ــ۳

در شکل b ۲۵ــ۳، نماهای صفحهٔ ABC را به‌صورت aa′bb′cc′ خواهیم داشت.

۱۰ــ۳ــ گروه‌های سه گانهٔ صفحه

صفحه‌ها، بنا به وضعیت‌هایی که نسبت به صفحه‌های تصویر دارند، دسته‌بندی می‌شوند. به شکل ۲۶ــ۳ نگاه کنید. هر سطح تخت معرف گونه‌ای از صفحه است.



شکل ۲۶ــ۳

هر صفحه دارای ویژگی‌های خود است که از دیگر صفحه‌ها جدا می‌شود.

۱۱ــ۳ــ گروه یکم

ــ آن‌هایی هستند که هر کدام با یک صفحهٔ تصویر موازی‌اند[۱].

۱ــ۱۱ــ۳ــ صفحهٔ افقی : آن است که با H موازی باشد. پس در نمای افقی با اندازهٔ واقعی دیده می‌شود و در دو نمای دیگر به خطی موازی خط زمین تبدیل می‌شود؛ مانند صفحهٔ شمارهٔ ۱. اندازهٔ حقیقی صفحه در نقشه با T.S[۲]. مشخص می‌شود.

۲ــ۱۱ــ۳ــ صفحهٔ جبهی : آن است که با F موازی باشد. پس در نمای روبه‌رو به اندازهٔ واقعی دیده خواهد شد، اما در نمای افقی به صورت خطی موازی با خط زمین در می‌آید؛ مانند صفحهٔ شمارهٔ ۲. این صفحه را می‌توانید «صفحهٔ روبه‌رو» بنامید.

۳ــ۱۱ــ۳ــ صفحهٔ نیمرخ : آن است که با P موازی باشد. پس در نمای جانبی دارای اندازهٔ واقعی خواهد بود. اما در نمای افقی و روبه‌رو به صورت خط در می‌آید؛ مانند صفحهٔ شمارهٔ ۳.

۱۲ــ۳ــ گروه دوم

آن‌هایی هستند که هر کدام بر یک صفحهٔ تصویر عمود باشند.

۱ــ۱۲ــ۳ــ صفحهٔ قائم : آن است که بر H عمود باشد. این صفحه در نمای افقی یک خط می‌شود ولی در دو نمای دیگر دارای اندازهٔ غیر واقعی و کوچکتر خواهد بود؛ مانند صفحهٔ شمارهٔ ۴.

۲ــ۱۲ــ۳ــ صفحهٔ منتصب : آن است که بر F عمود باشد. پس در نمای روبه‌رو یک خط می‌شود ولی در دو نمای دیگر کوچکتر از اندازهٔ واقعی خواهد بود. مانند صفحهٔ شمارهٔ ۵. این صفحه را می‌توان «صفحهٔ پابرجا یا استوار» نامید.

۳ــ۱۲ــ۳ــ صفحهٔ مواجه : آن است که بر P عمود باشد. پس در نماهای روبه‌رو و افقی اندازه‌ای کوچکتر دارد ولی در نمای نیمرخ به یک خط تبدیل می‌شود. مانند صفحهٔ شمارهٔ ۶. این صفحه را می‌توان «صفحهٔ رودررو» نامید.

پس به این ترتیب دیده می‌شود که این سه صفحه، هیچ‌کدام در نماهای خود اندازهٔ واقعی ندارند.

۱۳ــ۳ــ گروه سوم

این صفحه‌ها هیچ‌گونه ویژگی معینی ندارند.

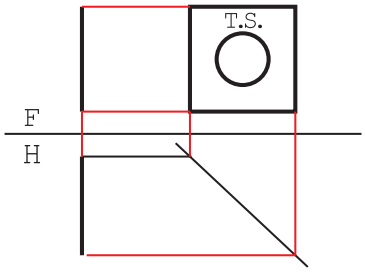
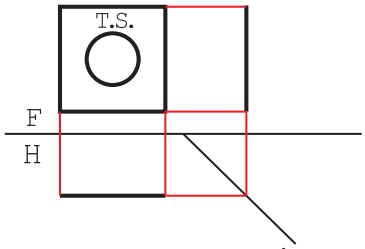
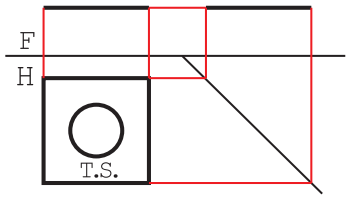
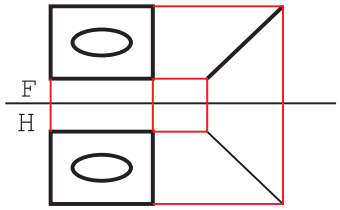
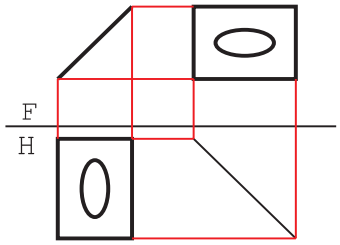
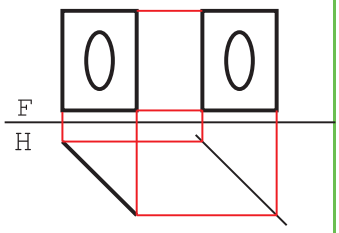
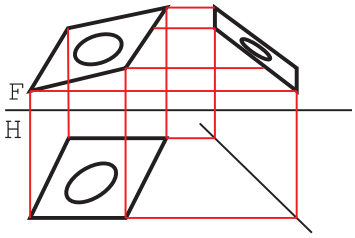
۱ــ۱۳ــ۳ــ صفحه‌های غیرخاص : آن‌ها سطوحی هستند که در هر سه نما به اندازهٔ غیرواقعی دیده می‌شوند.

به‌عبارت دیگر هیچ کدام ویژگی عمود بودن یا موازی بودن را ندارند. برای نمونه، صفحهٔ شمارهٔ ۷ یا ABC این چنین است. به‌طور کلی می‌توان گفت آن‌ها صفحاتی دلخواه‌اند. در جدول ۲ــ۳، هر هفت صفحهٔ نام برده، به‌صورت یک مربع با یک سوراخ دایره‌ای در وسط آن معرفی شده‌اند (یعنی یک صفحهٔ مربعی با سوراخی در آن را در هفت حالت گفته شده، درنظر گرفته‌ایم).

۱ــ دقت کنید که برای خط، ویژگی مهم عمود بودن و برای صفحه، ویژگی مهم موازی بودن است.

۲ ــ اندازهٔ واقعی صفحه : True Surface

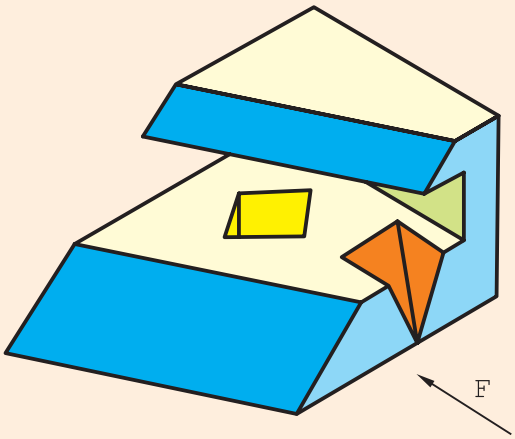
جدول ۲ــ۳ــ صفحه‌های هفتگانه

گروه اول	 صفحهٔ نیمرخ	 صفحهٔ جبهی	 صفحهٔ افقی
گروه دوم	 صفحهٔ مواجه	 صفحهٔ منتصب	 صفحهٔ قائم
گروه سوم			 صفحهٔ غیرخاص

یادآوری می‌شود که اندازهٔ واقعی صفحه با .T.S مشخص شده است.

پرسش

به شکل ۲۷ــ۳ نگاه کنید. با توجه به شرایط جسم، تعداد هر نوع صفحهٔ موجود در آن چند تا است؟



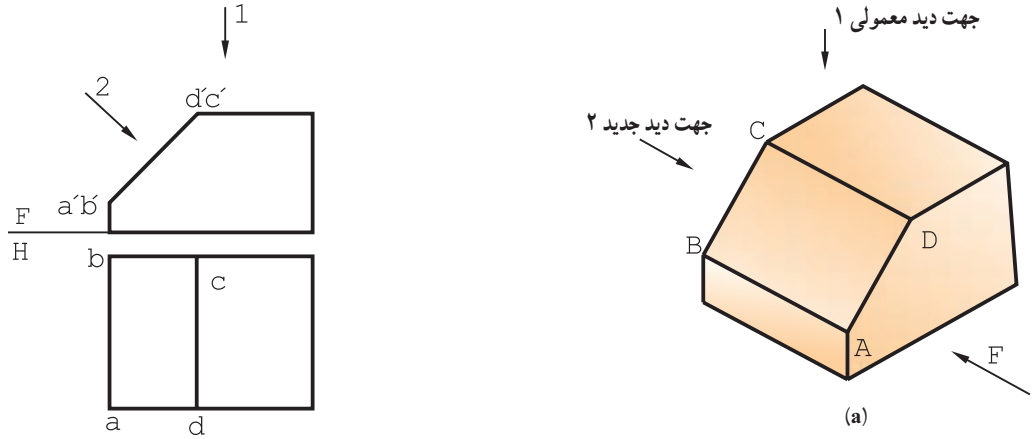
شکل ۲۷ــ۳

پاسخ : پاسخ درست، با توجه به دید از جلو، به شرح زیر است :

صفحهٔ افقی ۴، جبهی ۳، نیمرخ ۲، قائم ۴، مواجه ۱، منتصب ۲ و غیر خاص ۲.

۱۴ــ۳ــ اندازهٔ واقعی صفحه

گفته شد که برای ساخت یک قطعه دانستن اندازهٔ واقعی هر جزء خطی یا صفحه‌ای آن لازم است، بنابراین، بحث کوتاهی در این زمینه خواهیم داشت.



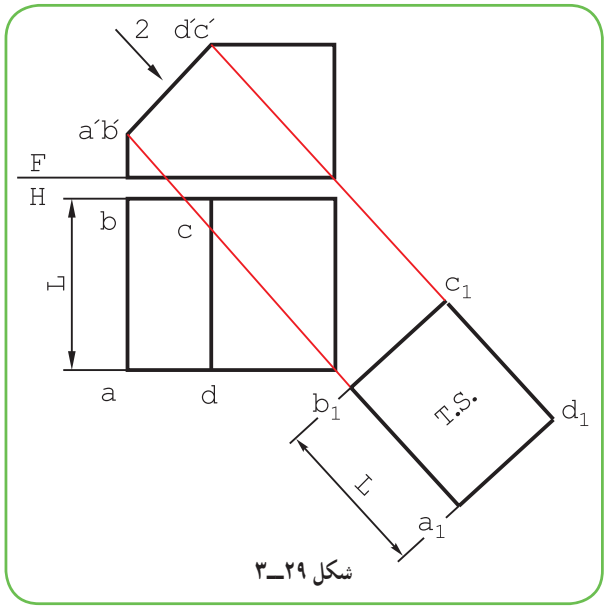
شکل ۲۸ــ۳

۱ــ۱۴ــ۳ــ اندازهٔ واقعی صفحهٔ منتصب : به شکل ۲۸ــ۳ نگاه کنید. سطح ABCD یک سطح منتصب است.

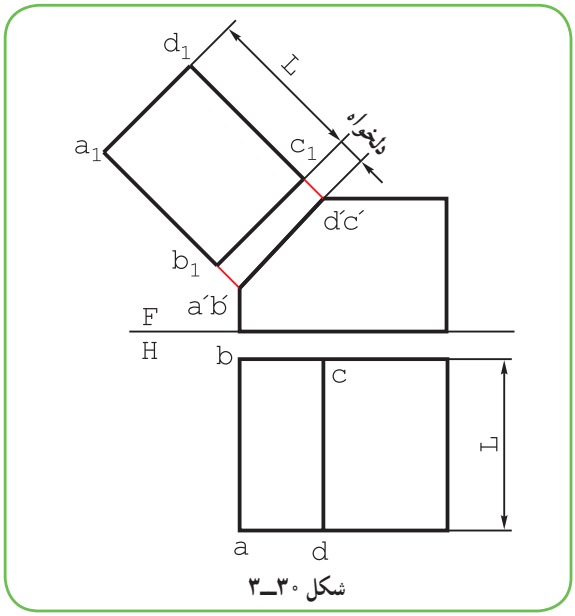
در دید از بالای معمولی، آن را کوچکتر می‌بینیم. اما اگر به طور عمودی به آن نگاه کنیم، آن را به اندازهٔ حقیقی خواهیم دید. بنابراین کافی است که فقط سطح مورد نظر، یعنی ABCD را، بدون در نظر گرفتن سایر قسمت‌های جسم و در جهت دید ۲ و به کمک خط‌های رابط، در یک جای دلخواه رسم کنیم. (شکل ۲۹ــ۳)

توجه شود که رابط‌ها بر سطح ABCD عمودند.

در برخی مواقع، برای ساده‌تر شدن نقشه، ممکن است، $a_1b_1c_1d_1$ را در بالای هم رسم کرد (شکل ۳۰ــ۳)



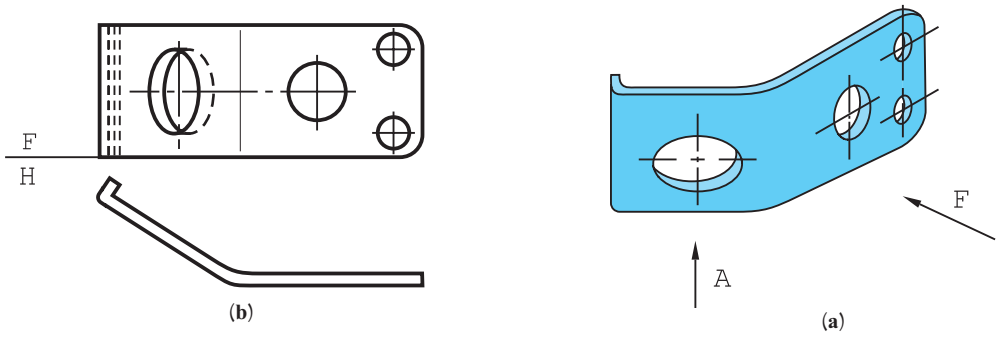
شکل ۲۹ــ۳



شکل ۳۰ــ۳

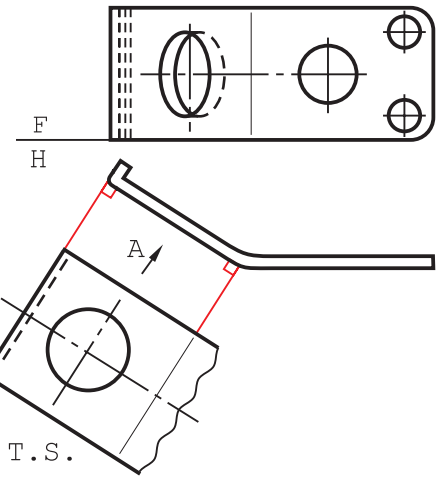
$a_1b_1c_1d_1$ را تصویر کمکی هم می‌نامند.

۲ــ۱۴ــ۳ــ اندازهٔ واقعی صفحهٔ قائم : درشکل ۳۱ــ۳ یک قطعهٔ ساخته شده از ورق به ضخامت ۲ میلی‌متر دیده می‌شود.



شکل ۳۱ــ۳

برای تعیین اندازهٔ واقعی سطح A می‌توان در نمای افقی با رسم رابط‌هایی عمود بر تصویر صفحه اقدام کرد (شکل ۳۲ــ۳).

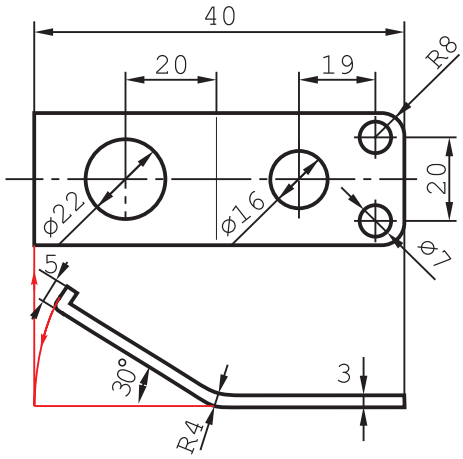


شکل ۳۲ــ۳

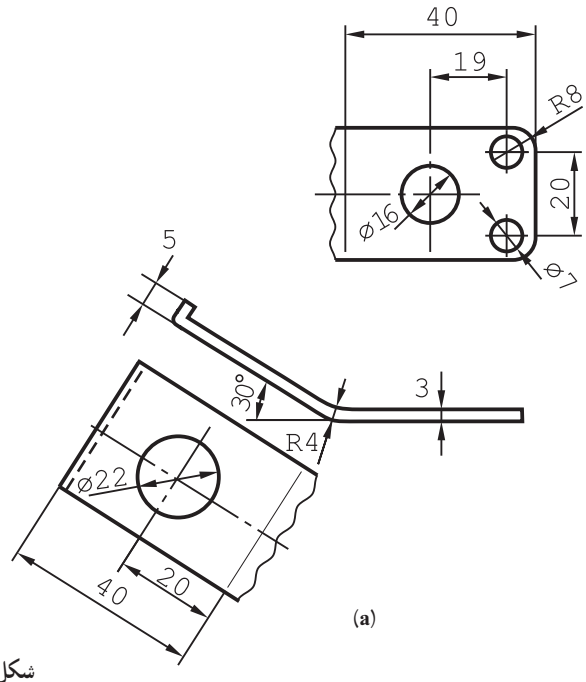
دیده می‌شود که با خط نازک دستی به نام خط شکستگی، از رسم قسمت‌های دیگر خودداری شده است.

۳ــ۱۴ــ۳ــ نکتهٔ مهم، نقشهٔ صنعتی : در نقشه‌کشی در صورت امکان از رسم نماهای غیر واقعی خودداری می‌شود و با یک چرخش، نمای واقعی رسم می‌شود. این کار برای بست فلزی بالا به هر دو صورت ممکن است. شکل ۳۳a ــ۳ صورت گفته شده و شکل ۳۳b ــ۳ با چرخش.

همان‌گونه که دیده می‌شود، نقشه در هر دو حال اندازه‌گذاری کامل شده است.



(b)

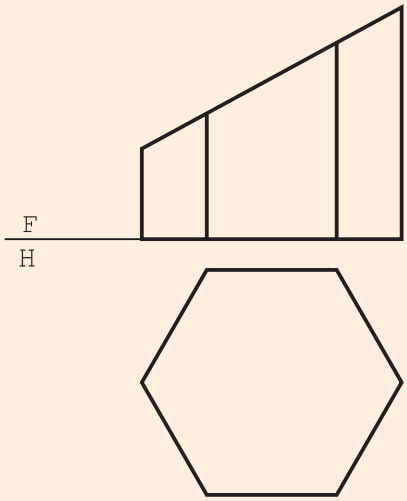


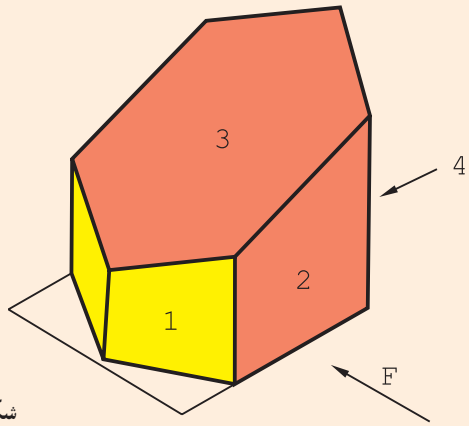
(a)

شکل ۳۳ــ۳

پرسش

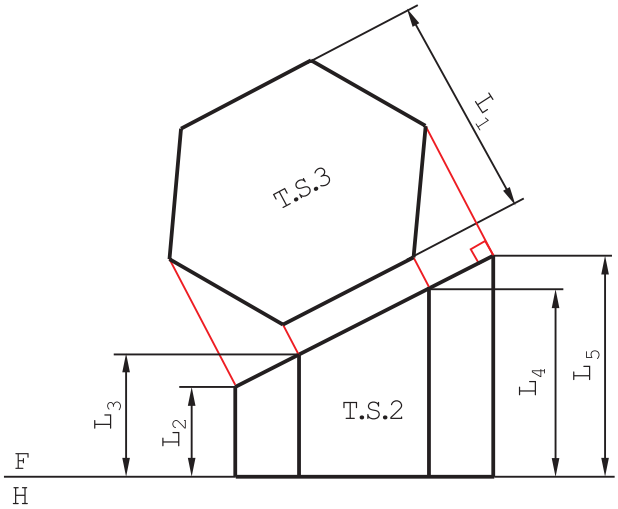
برای قطعهٔ منشـوری داده شـده، پس از تعیین گونه‌های صفحه، مشخص کنید که اندازهٔ واقعی هر صفحه چگونه مشخص خواهد شد؟

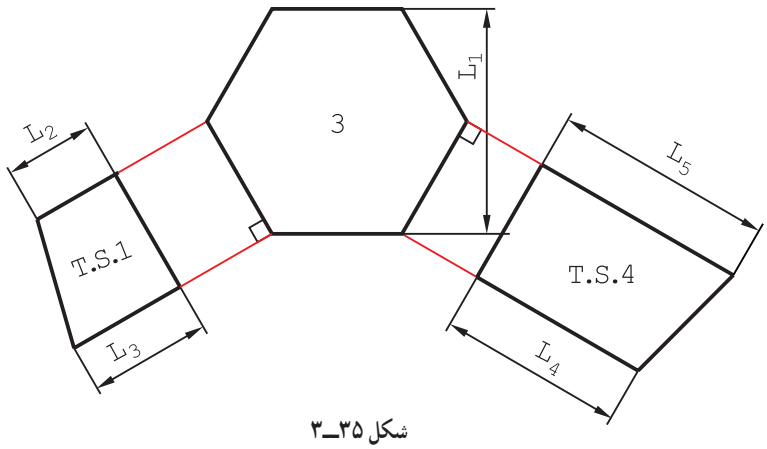




شکل ۳۴ــ۳

ــ بدنهٔ منشور تنها از دو گونه صفحه ساخته شده است. صفحهٔ قائم ۴ مورد (که یک مورد آن ۱ است) صفحهٔ جبهی با نمونهٔ ۲، دوتا. یک صفحهٔ منتصب با شمارهٔ ۳ و یک قاعدهٔ افقی. به کمک تصویرهای کمکی می‌توان اندازهٔ واقعی صفحهٔ منتصب و قائم را به‌دست آورد. شکل ۳۵ــ۳، این تصاویر را معرفی می‌کند.





شکل ۳۵ــ۳

گزیدهٔ مطالب

۱ــ هندسهٔ ترسیمی شاخه‌ای از هندسه است که در آن اجسام را با نماهای دو بعدی نمایش می‌دهند.

۲ــ به کمک هندسهٔ ترسیمی می‌توان اندازه‌های حقیقی را معین و فصل مشترک‌ها را رسم کرد.

۳ــ هندسهٔ ترسیمی مجموعهٔ روش‌هایی است که به کمک آن‌ها می‌توان اجسام سه بعدی را روی دو صفحهٔ دو بعدی و با اندازهٔ واقعی نمایش داد.

۴ــ صفحه‌های افقی و نیمرخ تصویر هر کدام به اندازهٔ ۹۰ درجه می‌چرخند و بر امتداد F قرار می‌گیرند.

۵ــ سه نمای نقطهٔ فضایی A را با a , a′ , a″ مشخص می‌کنند.

۶ــ فاصلهٔ نقطه را تا F، بعد و فاصلهٔ نقطه تا H را ارتفاع و فاصلهٔ نقطه تا P را طول می‌نامند.

۷ــ می‌توان موقعیت دقیق یک نقطه را به کمک طول، بعد و ارتفاع آن تعیین نمود.

۸ــ گروه یکم خط‌ها، خط قائم، خط منتصب و خط مواجه هستند که هر کدام بر یک صفحهٔ تصویر عمودند.

۹ــ گروه دوم خط‌ها، خط افقی، خط جبهی و خط نیمرخ خواهند بود، که هرکدام با یک صفحهٔ تصویر موازی‌اند.

۱۰ــ اندازهٔ حقیقی یک خط را می‌توان به روش‌های چرخش و ترسیمه به‌دست آورد.

۱۱ــ صفحه‌های افقی، نیمرخ و جبهی، گروه اول صفحه‌های خاص هستند که هر کدام با یک صفحهٔ تصویر موازی‌اند.

۱۲ــ گروه دوم، صفحه‌های نیمه‌خاص هستند، که هر کدام بر یک صفحهٔ تصویر عمودند. آن‌ها منتصب، قائم و مواجه هستند.

۱۳ــ در بسیاری موارد می‌توان سطوح مورّب را با شکستگی یا چرخش، با اندازهٔ واقعی نشان داد.

ارزشیابی نظری

۱ــ هندسهٔ ترسیمی چیست و دلایل نیاز به آن کدام است؟

۲ــ اهداف عمدهٔ ما از مطالعهٔ هندسهٔ ترسیمی چیست؟

۳ــ با رسم سه صفحهٔ تصویر، چگونگی تسطیح آن‌ها را شرح دهید.

۴ــ با رسم شکل، در مورد چگونگی نمایش یک نقطه، نام تصاویر و فاصله‌ها توضیح دهید.

۵ــ با رسم شکل، خطوط مهم را نمایش دهید و ویژگی‌های هر کدام را بگویید.

۶ــ با رسم شکل، چگونگی تعیین اندازهٔ واقعی یک پاره‌خط را به روش‌های چرخش و ترسیمه توضیح دهید.

۷ــ با رسم شکل، گونه‌های صفحه و ویژگی هر کدام را توضیح دهید.

۸ــ با رسم شکل، چگونگی تعیین اندازهٔ واقعی یک صفحهٔ منتصب یا قائم را شرح دهید.

ارزشیابی عملی

۱ــ پس از نمایش نقطه‌های داده شده، ویژگی هر کدام را توضیح دهید.

A (۳۰ , ۲۵ , ۰) , B (۱۶ , ۰ , ۲۵) , C (۰ , ۱۷ , ۳۲)

D (۲۷ , ۳۲ , ۴۸) , E (۰ , ۰ , ۵۲), F (۰ , ۰ , ۰) , G (۲۴ , ۰ , ۰)

H (۶۰ , ۶۰ , ۶۰)

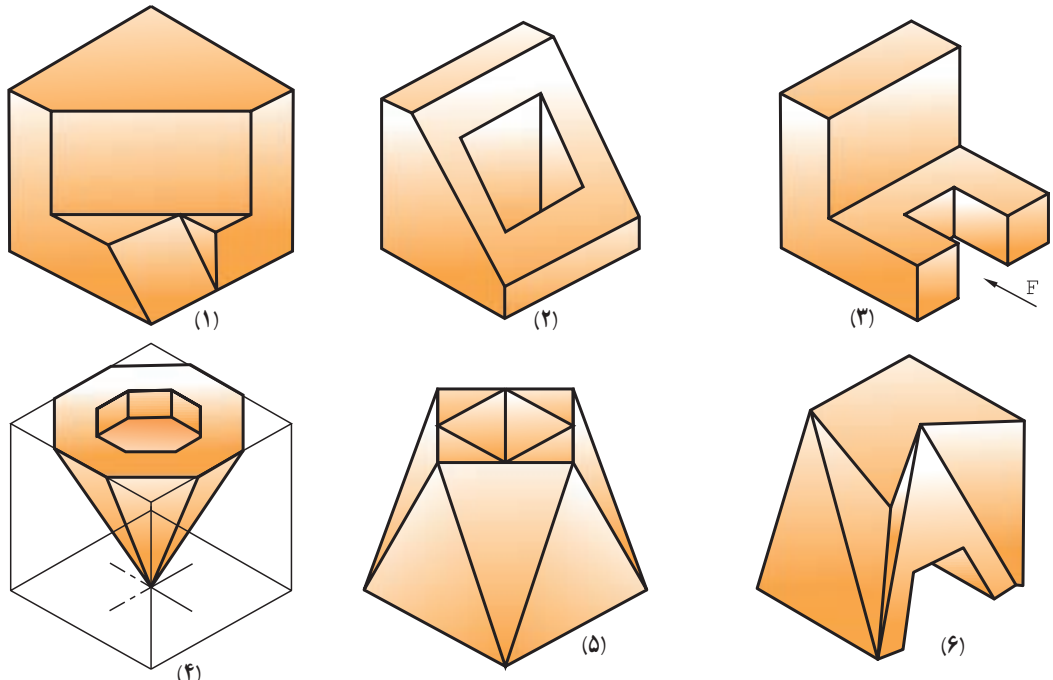
۲ــ ابتدا خط AB را نمایش دهید و سپس اندازهٔ واقعی آن را به هر دو روش به‌دست آورید. (A و B از پرسش ۱)

۳ــ پس از رسم خط AB با مشخصات B(۵۲،۲۷،۱۲)، A(۰،۱۰،۶۰) ، اندازهٔ حقیقی آن را به روش‌های ترسیمه و چرخش معلوم کنید.

۴ــ خط AB را نمایش دهید و نقطهٔ M به بعد ۲۵ را روی آن مشخص کنید. اندازهٔ حقیقی چه‌قدر است؟

A (۰ ، ۵ ، ۷) و B (۵۸ ، ۴۴ ، ۳۷)

۵ــ با توجه به هریک از اجسام داده شده در شکل (۳۶ــ۳)، جدول‌های پیوست را برای تعداد خط‌ها یا صفحه‌های موجود، کامل کنید.

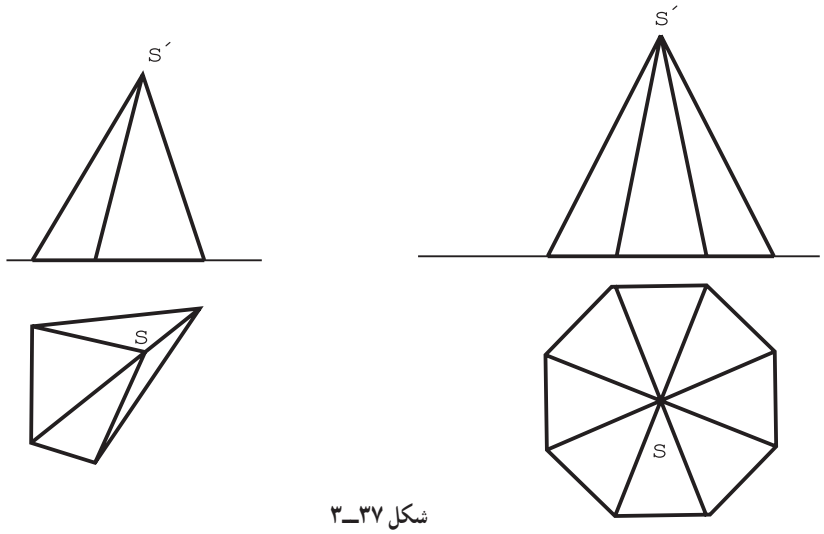


شکل ۳۶ــ۳

خط / شماره	قائم	منتصب	مواجه	افقی	جبهی	نیمرخ	غیرخاص
۱							
۲							
۳							
۴							
۵							
۶							

صفحه / شماره	افقی	جبهی	نیمرخ	قائم	منتصب	مواجه	غیرخاص
۱							
۲							
۳							
۴							
۵							
۶							

۶ــ در اجسام داده شده در شکل زیر، طول حقیقی یال‌ها را به‌دست آورید.

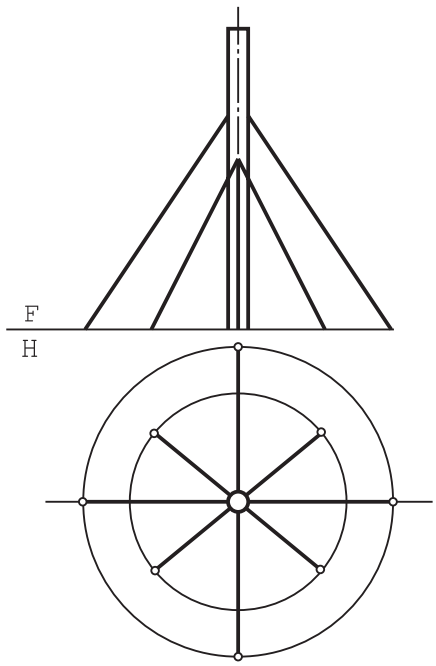


شکل ۳۷ــ۳

توجه

مسئلهٔ بالا روی شکل موجود یا کپی آن حل شود. برای حل مسائل بعدی نیز از کپی تهیه شده استفاده شود. (کپی‌ها هرچه بزرگتر تهیه شوند بهتر است.)

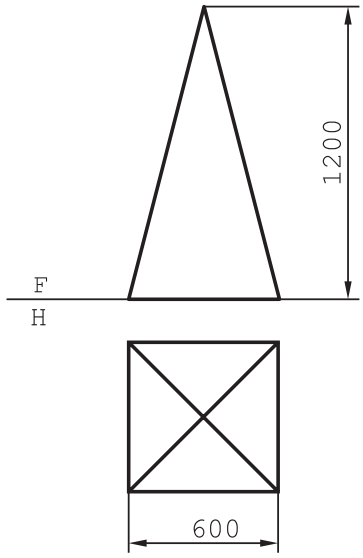
۷ــ یک دودکش فولادی بلند باید به وسیلهٔ سیم‌های فولادی مهار شود. طول مجموعهٔ سیم‌ها چند متر خواهد بود؟ (شکل ۳۸ــ۳).



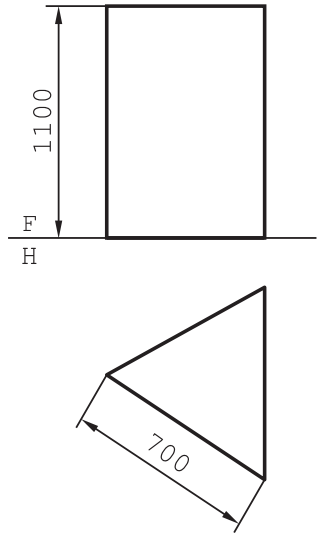
مقیاس ۱:۲۵۰

شکل ۳۸ــ۳

۸ــ سطح ورق مورد استفاده برای ساخت هر یک از احجام زیر چند متر مربع است؟ (شکل ۳۹ــ۳)



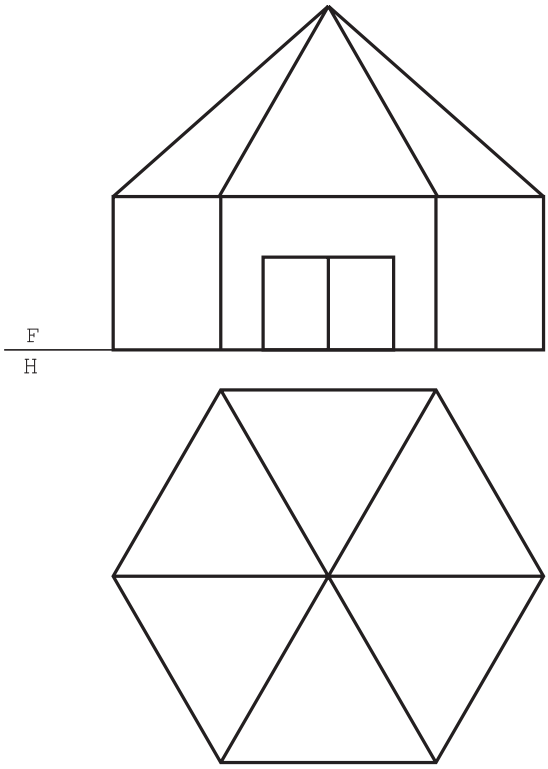
۲ــ کف مربع



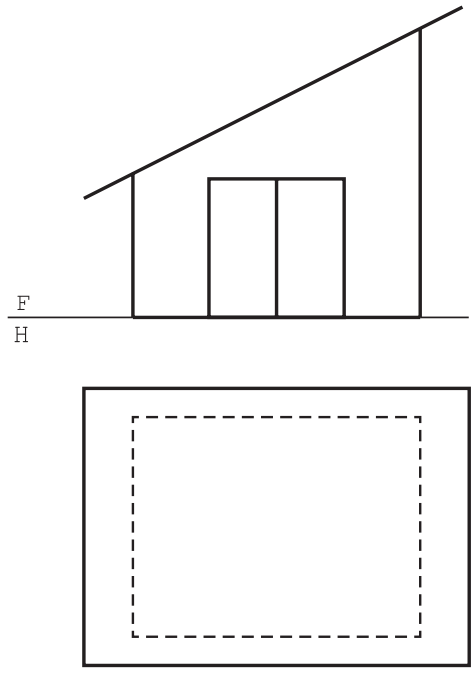
۱ــ کف متساوی‌الاضلاع

شکل ۳۹ــ۳

۹ــ سطح رنگ برای سازه‌های زیر چند مترمربع است؟ (شکل ۴۰ــ۳)



۲ــ سالن، مقیاس ۱:۲۰۰



۱ــ انبار، مقیاس ۱:۱۰۰

شکل ۴۰ــ۳

۱۰ ــ شکل ۳۳ــ۳ را در هر دو حالت، رسم کنید. مقیاس رسم را ۱ : ۲ در نظر بگیرید و کارها را روی یک برگ کاغذ A_3 انجام دهید.