جلسهٔ دهم

ــ حضور و غیاب هنرجویان
ــ پیش آزمون از مباحث جلسات قبل (به صورت پرسش و پاسخ، امتحان کوتاه و ...)
ــ نظارت بر انجام تکالیف هنرجویان و رفع اشکالات آن‌ها
ــ یادآوری مطالب جلسات قبل
ــ شروع بحث با عنوان موضوع این جلسه

موضوع: روابط سطوح هندسی قطعات گوشه‌دار

قبل از شروع بحث بهتر است چند سوال برای روشن‌شدن ذهن هنرجو مطرح شود.

۱ــ منظور از قطعات هندسی گوشه‌دار چیست؟
۲ــ چند نمونه از قطعات هندسی گوشه‌دار را نام ببرید.
۳ــ آیا می‌توان مساحت تمامی اشکال هندسی گوشه‌دار را با یک رابطه محاسبه کرد؟
۴ــ کار محاسبه سطوح هندسی قطعات گوشه‌دار، چه کاربردی در صنعت دارد؟

پس از شنیدن پاسخ هنرجویان می‌توان این‌گونه بیان کرد که هر سطح هندسی که دارای گوشه یا کُنج باشد را سطح هندسی گوشه‌دار گویند. مانند مربع، مستطیل، لوزی، متوازی‌الاضلاع، مثلث، ذوزنقه و n ضلعی‌ها

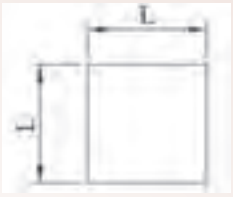
روابط سطوح هندسی قطعات گوشه‌دار

علائم اختصاری در روابط سطوح هندسی قطعات گوشه‌دار

A: مساحت
l: طول
b: عرض
l_m: طول متوسط

در چندضلعی‌های منتظم:
- n: تعداد اضلاع
- α: زاویهٔ مرکزی
- D: قطر دایرهٔ محیطی
- d: قطر دایرهٔ محاطی

۱ــ مربع یک‌ضلع ضربدر خودش = مساحت مربع



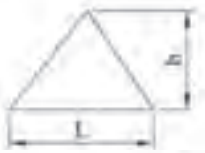
$$A = L \times L$$

$$A = L^{۲}$$

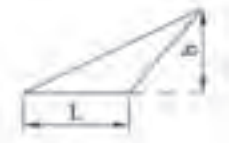
۲ــ مستطیل عرض × طول = مساحت مستطیل

$$A = L \times b$$

۳ــ مثلث

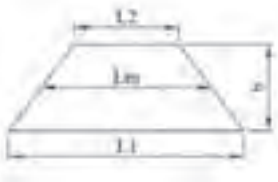


$$\text{مساحت مثلث} = = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲}$$



$$A = \frac{L \times b}{۲}$$

۴ــ ذوزنقه



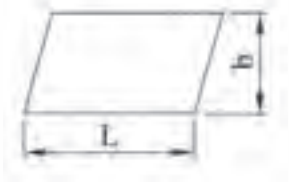
$$\text{ارتفاع} \times \frac{\text{قاعده بزرگ} + \text{قاعده کوچک}}{۲} = \text{مساحت ذوزنقه}$$

رابطهٔ ۱

$$A = \frac{L_{۱} + L_{۲}}{۲} \times b$$

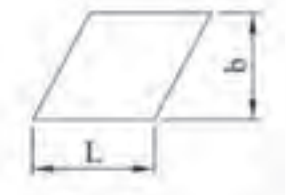
رابطهٔ ۲ $L_m = \frac{L_{۱} + L_{۲}}{۲} \Rightarrow A = L_m \times b$

۵ــ متوازی‌الاضلاع: ارتفاع × قاعده = مساحت متوازی‌الاضلاع

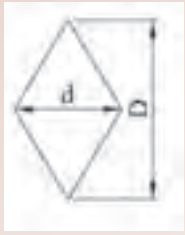


$$A = L_{۱} \times b$$

۶ــ لوزی: ارتفاع × قاعده = مساحت لوزی



$$A = L \times b$$



(قطربزرگ × قطرکوچک) $\frac{۱}{۲}$ = مساحت لوزی

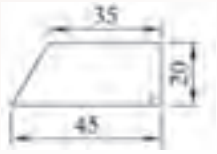
$$A = \frac{d \times D}{۲}$$

۷ــ چندضلعی منتظم:

(قطر دایره محاطی × طول ضلع × تعداد اضلاع) $\frac{۱}{۴}$ = مساحت

$$A = \frac{n \times L \times d}{۴}$$

مثال ۱ــ۱۰: مساحت شکل مقابل را به‌دست آورید؟



حل: ابتدا رابطه مساحت ذوزنقه را نوشته

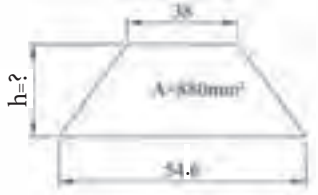
$$A = \frac{L_۱ + L_۲}{۲} \times b$$

سپس: مجموع دو ضلع را به‌دست می‌آوریم.

$$۴۵ + ۳۵ = ۸۰mm$$

$$A = \frac{۸۰}{۲} \times ۲۰ = ۸۰۰mm^۲$$

مثال ۲ــ۱۰: ارتفاع ذوزنقه در شکل روبه‌رو، چند میلی‌متر است؟ اگر مساحت آن $۸۸۰mm^۲$ باشد.



$$A = \frac{L_1 + L_2}{2} \times h$$

$$۸۸۰ = \frac{۳۸ + ۵۴/۶}{۲} \times h \Rightarrow h = ۱۹mm$$

مثال ۳ـ۱۰: مساحت شکل مقابل چند میلی متر مربع می‌باشد؟

حل: ابتدا ارتفاع مثلث را با استفاده از رابطه فیثاغورث به‌دست می‌آوریم:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$۵۰^2 = ۳۰^2 + h^2$$

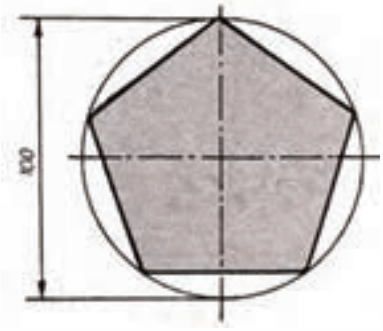
$$۲۵۰۰ - ۹۰۰ = h^2 \Rightarrow h^2 = ۱۶۰۰ \Rightarrow h = ۴۰mm$$

سپس با استفاده از رابطه مساحت مثلث، مساحت را به‌دست می‌آوریم.

$$A = \frac{l \times h}{2}$$

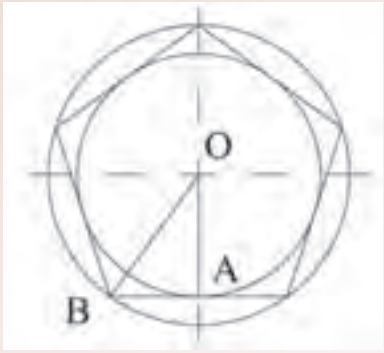
$$A = \frac{۶۰ \times ۴۰}{۲} = ۱۲۰۰mm^2$$

مثال ۴ـ۱۰: مساحت پنج‌ضلعی منتظم را در شکل مقابل به‌دست آورید؟ در صورتی که طول ضلع آن ۳۰ میلی‌متر باشد.



$$A = \frac{n \times l.d}{4}$$

ابتدا شعاع دایره محاطی را با ترسیم شکل از رابطه فیثاغورث بدست می‌آوریم.



در مثلث OAB خواهیم داشت:

$$(OA)^۲ = (OB)^۲ - (AB)^۲$$

$$(\frac{d}{۲})^۲ = (OB)^۲ - (\frac{l}{۲})^۲$$

$$(\frac{d}{۲})^۲ = ۵۰^۲ - (۱۵)^۲ = ۲۵۰۰ - ۲۲۵ = ۲۴۷۵$$

$$\frac{d}{۲} = \sqrt{۲۴۷۵}$$

$$\frac{d}{۲} = ۴۷/۶۹۵ \Rightarrow d = ۹۵/۳۹$$

$$A = \frac{۵ \times ۳۰ \times ۹۵/۳۹}{۴} = ۳۵۷۷/۱۲۵ \, mm^۲$$

مثال ۵ـ۱۰: طول ضلع شش‌ضلعی منتظم شکل زیر را به‌دست آورید؟در صورتی که $(\alpha = ۶۰^\circ)$ باشد هم‌چنین مساحت شکل را به‌دست آورید؟

حل: اگر دایره محیطی این شش‌ضلعی را رسم کنیم، قطر آن برابر ۴۸ سانتی‌متر می‌باشد. بنابراین شعاع آن برابر خواهد بود با $r = ۴۸ \div ۲ = ۲۴$ که شعاع آن برابر طول هر ضلع شش‌ضلعی منتظم می‌باشد. بنابراین، $l = ۲۴cm$.

برای محاسبه مساحت آن از رباطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$A = \frac{l \times h}{۲} \times ۶$$

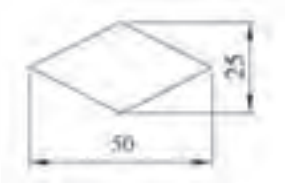
برای محاسبه ارتفاع مثلث از رابطه فیثاغورث استفاده می‌کنیم.

$$h^۲ = (۲۴)^۲ - ۱۲^۲ = ۵۷۶ - ۱۴۴ = ۴۳۲$$

$$h = \sqrt{۴۳۲} = ۲۰/۷۸ cm$$

$$A = \frac{۲۴ \times ۲۰/۷۸}{۲} \times ۶ = ۱۴۹۴/۷۲ cm^۲$$

مثال ۶ـ۱۰: مساحت شکل روبه‌رو را به‌دست آورید.



مساحت لوزی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$A = \frac{D \times d}{۲}$$

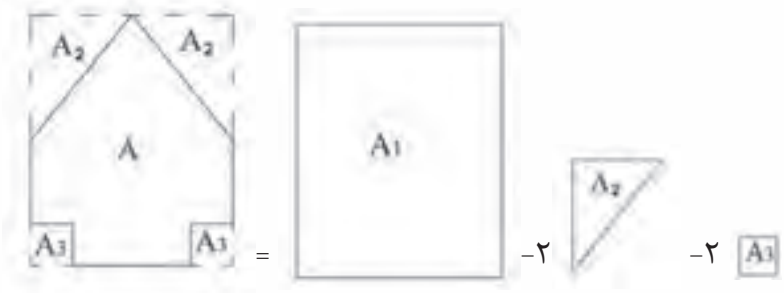
$$A = \frac{۵۰ \times ۲۵}{۲} = ۶۲۵ cm^۲$$

محاسبه مساحت سطوح مرکب قطعات گوشه‌دار:

برای محاسبه سطوح مرکب قطعات ابتدا سطح آن‌ها را به سطوح هندسی تفکیک کرده و پس از محاسبه سطح هریک از آن‌ها، با جمع جبری مقادیر سطوح هندسی، مساحت سطح مرکب را به دست می‌آوریم.

مطابق شکل روبه‌رو

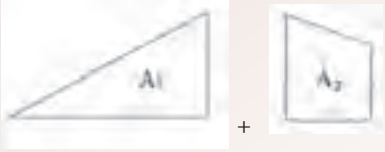
شکل



$$A = A_1 - (2A_2 + 2A_3)$$

مثال ۷ـ۱۰: مساحت ورق مطابق، شکل را به‌دست آورید؟

حل: ابتدا سطح مقابل را به دو سطح تفکیک می‌کنیم.



سپس سطح هریک را جداگانه به‌دست می‌آوریم.

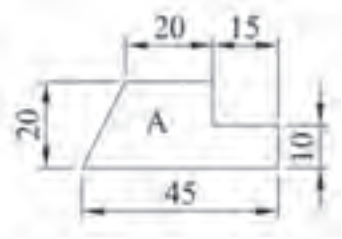
$$A_1 = \frac{l \times h}{2} = \frac{190 \times 100}{2} = 9500\,mm^2$$

$$A_2 = \frac{l_1 + l_2}{2} \times h$$

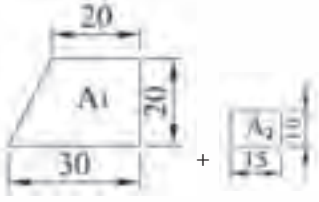
$$A_2 = \frac{100 + 70}{2} \times 80 = 6800\,mm^2$$

$$A = A_1 + A_2 = 9500 + 6800 = 16300\,mm^2$$

مثال ۸ـــ۱۰: در شکل مقابل، مساحت ورق را به‌دست آورید؟



حل: ابتدا سطح ورق شکل مقابل را به دو سطح تفکیک می‌کنیم.



$$A = A_1 + A_2$$

با نوشتن رابطه ذوزنقه مساحت آن را به دست می‌آوریم:

$$A_1 = \frac{l_1 + l_2}{2} \times h$$

$$A_1 = \frac{30 + 20}{2} \times 20 = 500\,mm^2$$

رابطه مستطیل نوشته و مساحت را به‌دست می‌آوریم.

$$A_2 = l \times b = 15 \times 10 = 150\,mm^2$$

برای محاسبه سطح کل ورق، بایستی A_1 با A_2 جمع شود:

$$A = A_1 + A_2 = 500 + 150 = 650\,mm^2$$

پیشنهاد می‌شود هنرآموز چند نمونه مسایل دیگر به شکل‌های متفاوت در کلاس مطرح کند و هنرجو با نظارت هنرآموز محترم حل کند.

نتیجه‌گیری

۱ــ مساحت مربع برابر است $A = l^2$

۲ــ مساحت مستطیل برابر است با $A = l \times b$

۳ــ مساحت لوزی برابر است $A = \frac{D \times d}{2}$

۴ــ مساحت متوازی‌الاضلاع $A = l_1 \times b$

۵ــ مساحت مثلث $A = \frac{l \times b}{2}$

۶ــ مساحت ذوزنقه $A = \frac{l_1 + l_2}{2} \times h$

۷ــ مساحت n ضلعی منتظم $A = \frac{n \times l \times d}{4}$

۸ــ برای محاسبه سطوح مرکب بایستی آن‌ها را به چند سطح مختلف تفکیک کرد و با یکدیگر جمع جبری نمود.

تمرین

تمرین‌های صفحه ۳۰ و ۳۱ جهت تفکیک در منزل مشخص گردد و در جلسه آینده، مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

جلسهٔ یازدهم

ــ حضور و غیاب هنرجویان

ــ پیش‌آزمون از مباحث جلسات قبل (به‌صورت پرسش و پاسخ، امتحان کوتاه، .....)

ــ نظارت بر انجام تکلیف هنرجویان و رفع اشکالات آن‌ها

ــ یادآوری مطالب جلسات قبل

ــ شروع بحث با عنوان موضوع این جلسه

موضوع درس: روابط سطوح قطعات قوس‌دار

قبل از شروع درس ابتدا جهت ایجاد تمرکز در هنرجویان چند سؤال به شرح زیر مطرح گردد.

منظور از قطعات قوس‌دار چیست؟

چند نمونه از قطعات قوس‌دار را نام ببرید؟

چند مورد از کاربرد سطوح قوس‌دار در صنعت را نام ببرید.

منظور از تاج دایره چیست؟

منظور از قطاع دایره چیست؟

سطح عرق‌چین به چه قسمتی از دایره اطلاق می‌شود؟

پس از شنیدن پاسخ هنرجویان، می‌توان این‌گونه بیان کرد:

به سطوحی که گوشه‌دار نباشند و سطح خمیده داشته باشند، سطوح قوس‌دار گویند. مانند دایره، بیضی، تاج دایره، قطاع دایره و سطح عرق‌چین.

روابط سطوح هندسی قطعات قوس‌دار:

لازم است قبل از نوشتن روابط سطوح قطعات قوس‌دار به علایم اختصاری آن اشاره شود.

d: قطر کوچک

D: قطر بزرگ

R: شعاع بزرگ r: شعاع کوچک

h: ارتفاع

α: زاویهٔ مرکزی

l: طول وتر

S: طول وتر

۱ـ دایره

مجذور شعاع × عدد پی = مساحت دایره

$A = \pi r^2$

یا

مساحت دایره = مجذور قطر × عدد پی

$$A = \frac{\pi \times D^2}{4}$$

۲ـ بیضی

$$\text{مساحت بیضی} = \frac{\text{عدد پی} \times \text{قطر بزرگ} \times \text{قطر کوچک}}{4}$$

$$A = \frac{\pi \times D \times d}{4}$$

رابطه ۱

شعاع کوچک × شعاع بزرگ × عدد پی = مساحت بیضی

$A = \pi \times R \times r$

۳ـ تاج دایره

مساحت دایره داخلی - مساحت دایره خارجی = مساحت تاج دایره

$$A = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}$$

یا

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

۴ـ مساحت قطاع دایره

$$\text{مساحت} = \frac{\alpha}{360} \times \text{مساحت دایره}$$

$$A = \frac{\pi \times r^2 \times \alpha}{360}$$

برحسب شعاع

یا

اگر برحسب قطر محاسبه نماییم خواهیم داشت:

$$\text{مساحت دایره} \times \frac{\alpha}{۳۶۰}$$

$$A = \frac{\pi D^۲}{۴} \times \frac{\alpha}{۳۶۰}$$

۵ـ سطح قطعه دایره (سطح عرق‌چین)

$$\text{مساحت} = \text{طول وتر} \times \text{ارتفاع قطعه دایره} \times \frac{۲}{۳}$$

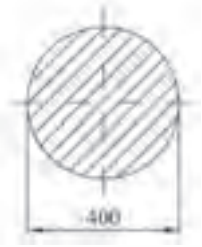
$$A = \frac{۲}{۳} \times s \times h$$

۶ـ سطح قطاع تاج دایره

$$\text{مساحت} = \text{سطح تاج دایره} \times \frac{\text{زاویهٔ مرکزی}}{۳۶۰}$$

$$A = \frac{\pi}{۴}(D^۲ - d^۲) \times \frac{\alpha}{۳۶۰}$$

مثال ۱ـ۱۱: مساحت قسمت هاشور خورده، در شکل مقابل چند سانتی‌مترمربع است.



حل: ابتدا رابطه مساحت دایره را برحسب قطر بنویسیم.

$$D = ۴۰۰\text{mm} \div ۱۰ = ۴۰\text{cm}$$

$$A = \frac{\pi D^۲}{۴} = \frac{۳/۱۴ \times ۴۰^۲}{۴} = ۱۲۵۶\text{cm}^۲$$

مثال ۲ـ۱۱: سطح مقطع شکل مقابل را بدست آورید؟

حل:

$$A = \frac{\pi}{۴}(D^۲ - d^۲)$$

$$A = \frac{۳/۱۴}{۴}(۱۱۰^۲ - ۸۰^۲)$$

$$A = \frac{۳/۱۴}{۴}(۱۲۱۰۰ - ۶۴۰۰)$$

$$A = \frac{۳/۱۴}{۴}(۵۷۰۰)$$

$$A = ۴۴۷۴/۵\,mm^۲$$

مثال ۳ـ۱۱: مساحت قطعه شکل مقابل را به دست آورید؟

حل:

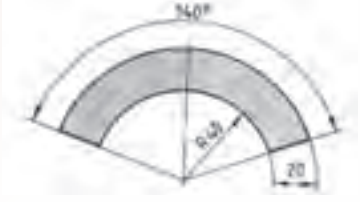
$$A = \frac{\pi D^۲}{۴} \times \frac{\alpha}{۳۶۰}$$

$$A = \frac{۳/۱۴ \times (۷۲۰)^۲}{۴} \times \frac{۱۲۰}{۳۶۰}$$

$$A = ۴۰۶۹۴۴ \times \frac{۱}{۳}$$

$$A = ۱۳۵۶۴۸\,mm^۲$$

مثال ۴ـ۱۱: مساحت قطعه شکل روبرو چند سانتی‌مترمربع است؟



$$A = \frac{\pi}{۴}(D^۲ - d^۲) \times \frac{\alpha}{۳۶۰}$$

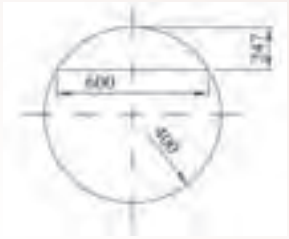
$$A = \frac{۳/۱۴}{۴}(۱۲۰^۲ - ۸۰^۲) \times \frac{۱۴۰}{۳۶۰}$$

$$A = \frac{۳/۱۴}{۴}(۱۴۴۰۰ - ۶۴۰۰) \times \frac{۱۴۰}{۳۶۰}$$

$$A = \frac{۳/۱۴}{۴} \times ۸۰۰۰ \times \frac{۱۴۰}{۳۶۰} = ۲۴۴۲/۲۲mm^۲$$

$$A = \frac{۲۴۴۲/۲۲}{۱۰۰} = ۲۴/۴۲۲۲ cm^۲$$

مثال ۵ـ۱۱: سطح مقطع شکل روبرو را بدست آورید؟



$$A \simeq \frac{۲}{۳} s \times h$$

$$= \frac{۲}{۳} \times ۶۰۰ \times ۲۴۷$$

$$A = ۹۸۸۰۰ mm^۲$$

برای محاسبه مساحت سطوح مرکب، بهتر است به‌ترتیب زیر عمل کنیم:

الف) سطح مرکب را به سطوح هندسی متفاوت تقسیم کنیم.

ب) مساحت هرکدام از سطوح هندسی را بدست آوریم.

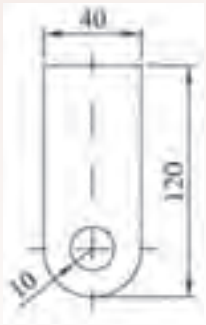
ج) از جمع جبری مقاطع سطوح هندسی، مساحت سطح مرکب را به‌دست آوریم. مطابق شکل

$A_1 = A_5$

$A_2 = A_4$

$A = 2 \times A_1 + A_3 - 2 \times A_2$

مثال ۶ـ۱۱: مساحت قطعه شکل مقابل را به‌دست آورید.



حل:

$A = A_1 + A_2 - A_3$

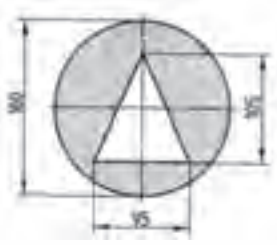
$A = (a \times b) + \frac{1}{2}(\frac{\pi D_2^2}{4}) - \frac{\pi D}{4}$

$A = (40 \times 100) + \frac{1}{2}(\frac{3/14(40)^2}{4}) - \frac{3/14(20)^2}{4}$

$A = 4000 + 628 - 314$

$A = 4314 mm^2$

مثال ۷ـ۱۱: مساحت قسمت هاشور خورده، در شکل مقابل بدست آورید.



$$A = A_1 + A_2$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{a \times h}{2}$$

$$A = \frac{3/14(160)^2}{4} - \frac{95 \times 105}{2}$$

$$A = 15108/5 mm^2$$

پیشنهاد می‌شود هنرآموز چندین تمرین متفاوت در کلاس مطرح و توسط هنرجو با نظارت هنرآموز محترم حل شود.

نتیجه‌گیری

۱ــ مساحت دایره،

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

۲ــ مساحت بیضی

$$A = \frac{\pi D \times d}{4}$$

۳ــ مساحت تاج دایره

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

۴ــ مساحت قطاع دایره

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \times \frac{\alpha}{360}$$

۵ــ مساحت عرق‌چین (قطعه‌ای از دایره)،

$$A \simeq \frac{2}{3} s.b$$

۶ــ مساحت سطوح مرکب: بایستی به سطوح متفاوت تجزیه گردد و سپس جمع جبری نمود.

تمرین

تمرینات صفحه ۳۳ و ۳۴ از تمرین ۱ الی ۷ توسط هنرجو تکلیف در خانه مشخص گردد و در جلسه آینده مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

جلسهٔ دوازدهم

ــ حضور و غیاب هنرجویان
ــ پیش‌آزمون از مباحث جلسات قبل (به‌صورت پرسش و پاسخ، امتحان کوتاه و ...)
ــ نظارت بر انجام تکالیف هنرجویان و رفع اشکالات آن‌ها
ــ یادآوری مطالب جلسات قبل
ــ شروع بحث با عنوان موضوع این جلسه

موضوع: ریخت و ریز و درصد آن

قبل از ورود به بحث، بهتر است برای آمادگی و ایجاد تمرکز هنرجویان سوالاتی مطرح گردد.

۱ــ آیا خیاط برای تهیهٔ یک لباس از تمامی پارچه استفاده می‌کند؟
۲ــ آیا یک ورق کار فلزی برای تهیهٔ قطعهٔ مناسب از تمامی ورق استفاده می‌کند؟
۳ــ برای تهیهٔ درب یک اتومبیل، چه عملیاتی بر روی یک ورق انجام می‌شود؟
۴ــ دورریز یعنی چه؟
۵ــ دورریز در قیمت تمام شده قطعه چه تأثیری دارد؟
۶ــ آیا دورریز می‌تواند فقط سطحی باشد؟
۷ــ ریخت و ریز در ریخته‌گری شامل چه قسمت‌هایی از قطعه ریخته شده می‌باشد؟

پس از شنیدن پاسخ هنرجویان، می‌توان این گونه بیان نمود که:

تعریف دورریز: تفاوت مقدار ماده خام از مقدارماده به‌کار رفته در قطعه تولیدی را دورریز می‌نامیم. به عبارت دیگر، ماده خامی که دیگر برای تهیه قطعه مورد نظر قابل استفاده نمی‌باشد، دورریز می‌گویند. به‌عنوان مثال اگر بخواهیم از یک صفحه فلزی به ابعاد $۱۰۰cm \times ۱۰۰cm$ تعدادی دایره به قطر $۲۰cm$ درآوریم، تمامی صفحه فلزی مورد استفاده، قرار نمی‌گیرد بلکه مقداری ضایعات مشاهده می‌شود که درواقع این ضایعات را دور ریز گویند. معمولاً برای تعیین قیمت مواد اولیه یک قطعه تولیدی، لازم است ماده اولیه به‌کاررفته در آن و هم‌چنین دورریز ماده را محاسبه کرد.

انواع دورریزها

۱ــ دورریز طولی؛ مانند مفتول سیمی، میل گرد، لوله آب، نبشی و غیره

۲ــ دوریز سطحی مانند سطح ورق، پارچه، شیشه و غیره.

۳ــ دوریز حجمی مانند، براده قطعات تراش‌کاری شده ریخت و ریز قطعات ریختگی

برای محاسبه دورریز، می‌توان از رابطه تفاضل مقدار ماده، خام از مقدار ماده بکار رفته در قطعه تولیدی استفاده کرد.

مقدار قطعه تولیدی - مقدار ماده خام = دورریز

$$M_V = M_R - M_F$$

علایم اختصاری :

M_R: مقدار ماده خام

M_V: دوریز

M_F: مقدار قطعه تولیدی

معمولاً در بیشتر مواقع دورریز برحسب درصد بیان می‌شود که از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$\%M_V = \frac{M_V \times 100}{M_F}$$

که این رابطه از تناسب زیر به‌دست می‌آید.

مقدار دورریز	مقدار ماده استفاده شده در قطعه
M_V	M_F
$\%M_V$	۱۰۰

مقدار دورریز مقدار قطعه تولیدی

$$\%M_V = \frac{M_V \times 100}{M_F}$$

این رابطه در دورریز سطحی، حجمی وطولی نیز صدق می‌کند.

مثال ۱ــ۱۲: از یک میله‌ای مسی به طول ۱۵۰cm دو قطعه به ابعاد ۶۰ و ۷۰ سانتی‌متری بریده خواهد شد. درصد دورریز را به‌دست آورید:

ابتدا: مقدار ماده قطعه تولیدی را بدست می‌آوریم

$$M_F = ۶۰ + ۷۰ = ۱۳۰$$

سپس طول ماده خام را از مقدار ماده قطعه تولیدی کسر می‌کنیم

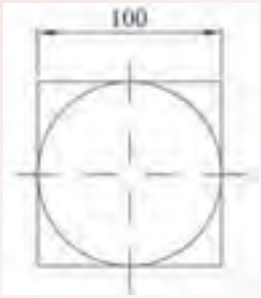
$$M_V = ۱۵۰ - ۱۳۰ = ۲۰$$

و سرانجام در رابطه درصد جایگزین می‌کنیم

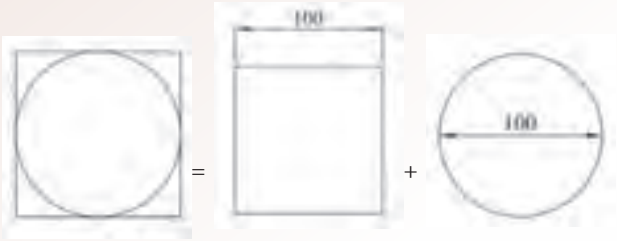
$$\%M_V = \frac{۲۰ \times ۱۰۰}{۱۳۰}$$

$$\%M_V = ۱۵/۳۸\% \quad \text{درصد دورریز}$$

مثال ۲ـ۱۲: درصد دورریز در قطعه زیر را به‌دست آورید.



حل:



$$M_V = M_R - M_F$$

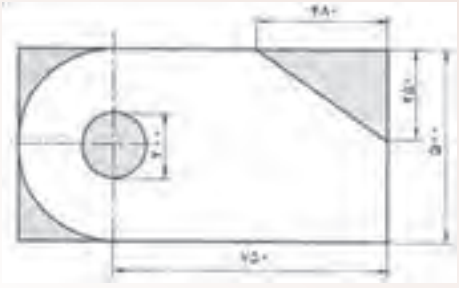
$$M_R = ۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۱۰۰۰۰ = ۱۰^۴ mm^۲$$

$$M_F = \frac{\pi D^۲}{۴} = \frac{۳/۱۴ \times (۱۰۰)^۲}{۴} = \frac{۳/۱۴ \times ۱۰۰۰۰}{۴} = ۷۸۵۰ mm^۲$$

$$M_V = ۱۰۰۰۰ - ۷۸۵۰ = ۲۱۵۰ mm^۲$$

$$\%M_V = \frac{۲۱۵۰ \times ۱۰۰}{۷۸۵۰} = ۲۷/۳۸۹\%$$

مثال ۳ـ۱۲: از ورق فولادی به ابعاد $۱۰۰۰ \times ۵۰۰ mm$ قطعه ای مطابق شکل ساخته خواهد شد. ریخت و ریز سطحی، و درصد ریخت و ریز را محاسبه کنید.



$= ۷۵۰ \times ۵۰۰ = ۱۲۵۰۰۰$

$= \frac{۲۰۰^۲ \times ۳/۱۴}{۴} = ۳۱۴۰۰ mm^۲$

$= \frac{۴۸۰ \times ۲۵۰}{۲} = ۵۰۰۰ mm^۲$

(مساحت دایره) $\frac{۱}{۲}$ ـ مساحت مستطیل =

$= ۵۰۰ \times ۲۵۰ - \frac{۱}{۲}(\frac{۳/۱۴ \times ۵۰۰^۲}{۴})$

$= ۱۲۵۰۰۰ - ۹۸۱۲۵ = ۲۶۸۷۵ mm^۲$

$M_V = ۳۱۴۰۰ + ۵۰۰۰ + ۲۶۸۷۵ = ۶۳۲۷۵ mm^۲$

$M_F = ۵۰۰ \times ۱۰۰۰ = ۵۰۰۰۰۰ mm^۲$

$\%M_V = \frac{M_V \times ۱۰۰}{M_F}$

$\%M_V = \frac{۶۳۲۷۵ \times ۱۰۰}{۵۰۰۰۰۰} = ۱۲/۶۶$

مثال ۴ـ۱۲: سطح ورق اولیه قطعه مطابق شکل درصورتی که دورریز ۲۴ درصد سطح ورقه اولیه باشد چند سانتی‌متر مکعب است؟

$$A_1 = \frac{L_1 + L_2}{2} \times b \Rightarrow A_1 = \frac{250 + 100}{2} \times 360 = 63000 mm^2$$

$$A_2 = L \times b \Rightarrow A_2 = 250 \times 300 = 75000 mm^2$$

$$M_F = A = A_1 + A_2 = 63000 + 75000 = 138000 mm^2$$

$$\Rightarrow M_V = M_R - M \Rightarrow 0/24 M_R = M_R - 138000 \Rightarrow M_R = \frac{138000}{0/76} = 181579 mm^2$$

پیشنهاد می‌شود هنرآموز چند نمونه مسایل دیگر به شکل‌های مختلف مطرح کند که هنرجویان در همین جلسه با نظارت هنرآموز محترم در کلاس حل کنند.

نتیجه‌گیری

تعریف دورریز: تفاوت مقدار ماده خام از مقدار ماده به‌کار رفته در قطعه تولیدی را دورریز می‌نامیم.

رابطه دورریز:

$$M_V = M_R - M_F$$

درصد دورریز:

$$\%M_V = \frac{M_V \times 100}{M_F}$$

انواع دورریز:

سطح ــ حجمی ــ طولی

تمرین

تمرین‌های صفحه ۳۶ و ۳۷ از شماره ۳۶ تا ۳۷ از کتاب محاسبات فنی عمومی جهت کار در منزل مشخص گردد و در جلسهٔ آینده مورد بررسی قرار گیرد.

فصل چهارم

کاربرد محاسبات احجام هندسی در حل مسایل فنی

هدف:

۱ــ اندازه‌گیری حجم و تبدیل‌های مربوط به اجزا و اضعاف آن

۲ــ محاسبهٔ سطح جانبی و سطح کل احجام هندسی

۳ــ محاسبهٔ سطح جانبی و سطح کل احجام مرکب

۴ــ محاسبهٔ حجم احجام هندسی

۵ــ محاسبهٔ حجم احجام مرکب

مفاهیم کلی:

۱ــ مفهوم حجم

۲ــ مفهوم سطح جانبی احجام هندسی

۳ــمفهوم سطح کل احجام هندسی

۴ــ مفهوم حجم احجام هندسی

مفاهیم اساسی

۱ــ واحد اندازه‌گیری حجم در سیستم SI مترمکعب است و عبارت است از حجم مکعبی که طول، عرض و ارتفاع آن یک متر باشد.

۲ــ اجزای مترمکعب عبارتند از دسی‌مترمکعب (لیتر)، سانتی مترمکعب (میلی‌لیتر یا سی سی cc)، میلی‌مترمکعب.

۳ــ برای سنجش حجم مایعات از واحدی به نام لیتراستفاده می‌شود.

۴ــ سطح جانبی احجام منشوری برابر است با محیط قاعده ضرب در ارتفاع آن.

۵ــ سطح کل احجام منشوری برابر است با سطح قاعدهٔ پایین + سطح قاعدهٔ بالا + سطح جانبی

۶ــ سطح جانبی هرم و مخروط برابر است با محیط قاعده × نصف ارتفاع وجه

۷ــ سطح کل هرم برابر است با سطح قاعده + سطح جانبی

۸ــ سطح جانبی هرم و مخروط ناقص برابر است با محیط قاعدهٔ متوسط (میانگین) × ارتفاع

وجه

۹ــ سطح کل هرم و مخروط ناقص برابر است با سطح قاعدهٔ پایین + سطح جانبی + سطح قاعدهٔ بالایی

۱۰ــ سطح کل استوانه برابراست با مجموع سطح دو قاعده + سطح جانبی

۱۱ــ سطح جانبی استوانه برابر است با محیط قاعده × ارتفاع

۱۲ــ سطح کل کره برابر است با مجموع سطح چهار دایره محیطی

۱۳ــ حجم احجام مرکب از تجزیه حجم مرکب به احجام هندسی و جمع جبری آن‌ها به‌دست می‌آید.

انتظارات آموزشی: هنرجو باید در پایان این فصل قادر باشد:

الف) در سطح دانش

۱ــ واحد اندازه‌گیری حجم در سیستم SI را تعریف کند.

۲ــ اجزای مترمکعب را نام ببرد.

۳ــ اجزا و اضعاف لیتر را نام ببرد.

۴ــ احجام هندسی را نام ببرد.

۵ــ سطح جانبی احجام هندسی را تعریف کند.

۶ــ سطح کل احجام هندسی را تعریف کند.

۷ــحجم احجام هندسی را تعریف کند.

۸ــ حجم احجام هندسی مرکب را تعریف کند.

ب) در سطح درک و فهم

۱ــ چگونگی تبدیل اجزای مترمکعب را توضیح دهد.

۲ــ چگونگی تبدیل اجزا و اضعاف لیتر را توضیح دهد.

۳ــ روابط سطوح جانبی احجام هندسی را توضیح دهد.

۴ــ روابط سطوح کل احجام هندسی را توضیح دهد.

۵ــ روابط سطوح جانبی احجام مرکب را توضیح دهد.

۶ــ روابط سطوح کل احجام مرکب را توضیح دهد.

۷ــ روابط حجم احجام هندسی را توضیح دهد.

۸ــ روابط حجم احجام هندسی مرکب را توضیح دهد.

ج) در سطح کاربرد معلومات:

۱ــ تبدیل اجزای مترمکعب را در حل مسایل به‌کار برد.

۲ــ تبدیل اجزا و اضعاف لیتر را در حل مسایل به‌کار برد.

۳ــ روابط سطوح جانبی احجام هندسی را در حل مسایل به‌کار برد.

۴ــ روابط سطوح کل احجام هندسی را در حل مسایل به کار برد.

۵ــ روابط حجم احجام هندسی را در حل مسایل به‌کار برد.

۶ــ روابط حجم احجام هندسی مرکب را در حل مسایل به‌کار برد.

د) تجزیه و تحلیل

۱ــ اجزای مترمکعب را با یکدیگر مقایسه کند.

۲ــ اجزا و اضعاف لیتر را با یکدیگر مقایسه کند.

۳ــ روابط سطوح جانبی احجام هندسی را با یکدیگر مقایسه کند.

۴ــ روابط سطوح کل احجام هندسی را با یکدیگر مقایسه کند.

۵ــ روابط سطوح جانبی احجام هندسی مرکب را با یکدیگر مقایسه کند.

۶ــ روابط سطوح کل احجام هندسی مرکب را با یکدیگر مقایسه کند.

۷ــ روابط حجم احجام هندسی را با یکدیگر مقایسه نماید.

۸ــ رابطهٔ محاسبه حجم بوته ریخته‌گری را با حجم مخروط ناقص مقایسه کند.

۹ــ رابطهٔ محاسبه حجم مخروط کامل را با حجم مخروط ناقص مقایسه کند.

زمان پیش‌بینی شده: برای این فصل ۴ جلسهٔ ۱۰۰ دقیقه برای تدریس مطالب و حل مسائل و تمرینات و بررسی تکالیف درنظر گرفته شده است.

جلسهٔ سیزدهم

ــ حضور و غیاب هنرجویان
ــ پیش‌آزمون از مباحث جلسهٔ قبل (به‌صورت پرسش و پاسخ، امتحان کوتاه، .....)
ــ نظارت بر انجام تکالیف و رفع اشکال‌های آن‌ها
ــ یادآوری مباحث جلسهٔ قبل
ــ شروع بحث با عنوان موضوع این جلسه

موضوع: واحد اندازه‌گیری حجم در سیستم SI

قبل از ورود به بحث برای ایجاد تمرکز هنرجویان بهتر است سوالاتی به شرح زیر مطرح گردد.

۱ــ منظور از حجم چیست؟
۲ــ فرق حجم با سطح چیست؟
۳ــ آیا حجم تمام اجسام را با یک واحد می‌سنجند؟
۴ــ آیا واحد حجم مایعات و جامدات یکی است؟

پس از شنیدن پاسخ هنرجویان می‌توان این‌گونه بیان کرد:

حجم

فضایی را که یک جسم اشغال می‌کند حجم گویند. و برای اندازه آن از سه بعد طول و عرض و ارتفاع استفاده می‌شود درصورتی که برای اندازه‌گیری سطح از دو بعد طول و عرض استفاده می‌شود.

برای اندازه‌گیری حجم اجسام به دو روش عمل می‌شود:

۱ــ حجم اجسامی که دارای شکل هندسی مشخص هستند از روابط هندسی محاسبه می‌شود، مانند:

حجم مکعب مستطیل

ارتفاع × عرض × طول = V
$V = a \times b \times c$

حجم مکعب مربع

ارتفاع × عرض × طول = V
$V = a \times a \times a = a^3$

حجم استوانه

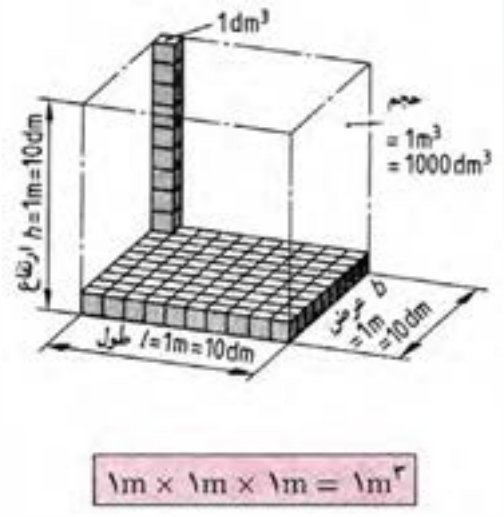
$$\text{حجم} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

$$V = A \times h$$

$$V = \frac{\pi D^2}{4} \times h$$

۲ـ حجم اجسامی که دارای شکل هندسی مشخص نیستند را از طریق شناورکردن جسم در استوانه مدرج و اندازه‌گیری افزایش حجم مایع، مشخص می‌کنند.

واحد اندازه‌گیری حجم: واحد اندازه‌گیری حجم در سیستم SI مترمکعب است. یک مترمکعب عبارت است از حجم مکعبی که طول، عرض و ارتفاع آن ۱ متر باشد.

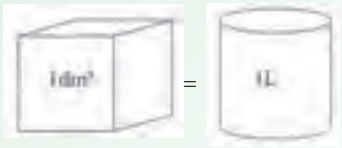


اجزا واحد حجم: برای اندازه‌گیری احجام هندسی از اجزای واحد حجم مانند دسی‌مترمکعب، سانتی‌مترمکعب و میلی‌متر مکعب استفاده می‌شود که روش تبدیل آن به قرار زیر است:

$$1m^3 \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} dm^3 \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} cm^3 \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} mm^3$$

واحد اندازه‌گیری حجم مایعات:

برای سنجش حجم مایعات از واحدی به نام لیتر (L) استفاده می‌شود. هر لیتر برابر است با حجمی معادل یک دسی‌مترمکعب.



اجزا و اضعاف لیتر: اضعاف لیتر کیلولیتر (m^3) و اجزای لیتر میلی‌لیتر (cm^3) یا (cc) و میکرولیتر (mm^3) می‌باشد و روش تبدیل آن به قرار زیر است:

$$1kl \underset{\div 10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} hl \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} L \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} cl \underset{\div 10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} ml \underset{\div 1000}{\overset{\times 1000}{\rightleftarrows}} \mu l$$

$$1kl \updownarrow 1m^3 \qquad L \updownarrow 1dm^3 \qquad ml \updownarrow 1cm^3 \qquad \mu l \updownarrow 1mm^3$$

مثال ۱ـ۱۳: ۵ مترمکعب چند سانتی‌مترمکعب است؟

$$1m^3 = 1000000cm^3$$

$$5m^3 = 5 \times (1m^3) = 5 \times 1000000cm^3 = 5000000cm^3$$

مثال ۲ـ۱۳: ۵۰۰ دسی‌مترمکعب چند مترمکعب است؟

$$1dm^3 = \frac{1}{1000} m^3$$

$$500\,dm^3 = 500(1dm^3) = 500 \times \frac{1}{1000} m^3 = 0/5m^3$$

مثال ۳ـ۱۳: حجم یک مایع $0/2m^3$ است. حجم آن برحسب لیتر، سانتی‌مکعب و میلی‌لیتر چقدر است؟

$$\begin{cases} 1m^3 = 1000dm^3 = 1000lit \\ 0/2m^3 = 0/2(1m^3) = 0/2 \times 1000lit = 200lit \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1m^3 = 1000000dm^3 = 1000000mlit \\ 0/2m^3 = 0/2(1m^3) = 0/2(1000000cm^3) = 0/2(1000000mlit) = 200000cm^3 = 200000mlit \end{cases}$$

مثال ۴ـ۱۳: ۵ میکرولیتر چند لیتر و چند مترمکعب است؟

$$\begin{cases} 1\mu lit = \frac{1}{1000000} lit(dm^3) \\ 5\mu lit = 5(1\mu lit) = 5(\frac{1}{1000000}) = \frac{5}{1000000} = 5 \times 10^{-6} lit(dm^3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1\mu lit = \dfrac{1}{1000\,000\,000}(m^3) \\ 5\mu lit = 5(1\mu lit) = 5\times\dfrac{1}{1000\,000\,000}(m^3) = \dfrac{5}{1000\,000\,000}m^3 = 5\times10^{-9}m^3 \end{cases}$$

پیشنهاد می‌شود که هنرآموز چند تمرین دیگر نیز مطرح کند و هنرجویان آن را با نظارت هنرآموز محترم در کلاس مورد بحث و بررسی قرار دهند.

نتیجه‌گیری

۱ــ فضایی را که یک جسم اشغال می‌کند حجم گویند.

۲ــ حجم اجسام هندسی از روابط هندسی محاسبه می‌شود.

۳ــ حجم اجسام غیرهندسی از روش غوطه‌ورسازی در سیال در استوانهٔ مدرج محاسبه می‌شود.

۴ــ واحد حجم در سیستم SI مترمکعب است.

۵ــ حجم مایعات را با واحد لیتر می‌سنجند.

تمرین

۱ــ تمرین ۱ صفحهٔ ۴۲ به‌عنوان تکلیف در منزل مشخص شود و در جلسهٔ آینده مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

۲ــ تمرین‌های زیر به عنوان کار در منزل برای هنرجو مشخص شود و در جلسهٔ آینده مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

۳ــ واحد اندازه‌های داده شده را برحسب واحد خواسته شده به‌دست آورید.

الف) متر مکعب

۱۱۵ سانتی‌مترمکعب، ۶۲ میلی‌مترمکعب، ۱۳/۵ دسی‌مترمکعب، ۱۲۵۴۵۰ میلی‌مترمکعب

ب) دسی‌مترمکعب

۳ میلی‌مترمکعب، ۱۶۷۱۵ سانتی‌مترمکعب، ۱/۴ مترمکعب

ج) سانتی‌مترمکعب

۱۰ مترمکعب، ۲۹/۵ دسی مترمکعب، ۴۱/۰۰۰۲۵۰ مترمکعب، ۵ میلی‌مترمکعب

د) میلی‌مترمکعب

۲ سانتی‌مترمکعب، ۱۵ دسی‌مترمکعب، ۲۸/۳۵۰ سانتی‌مترمکعب، ۲۹۷/۲۴۹ مترمکعب

۴ــ حاصل عبارات زیر را برحسب دسی‌مترمکعب به‌دست آورید.

الف) $۱۳/۶m^۳ - ۲۴۶cm^۳ + ۱۲/۳dm^۳ - ۲/۲۷m^۳$

ب) $۸۳۱cm^۳ + ۲/۷dm^۳ - ۱/۲۳m^۳ + ۲۴۳۷dm^۳$

ج) $۲۴۶mm^۳ - ۱/۲۱cm^۳ + ۳/۹۶۴dm^۳ - ۲۴۳cm^۳$

د) $۴۲۰/۵dm^۳ + ۰/۲۵m^۳ - ۱۲۰۰۰mm^۳ - ۱۶۵۳۲cm^۳$

۵ــ حاصل عبارات زیر را برحسب سانتی‌مترمکعب به‌دست آورید.

الف) $\frac{۳۱۲dm^۳}{۳۳} - ۰/۱۰۱m^۳$

ب) $۲/۳۷۴dm^۳ \times ۷ + ۳۷۰cm^۲$

ج) $۵۲۳۴mm^۳ \times ۵ - \frac{۲/۳۷cm^۳}{۵}$

د) $\frac{۱۲m^۳}{۴} + \frac{۴۵۶۹dm^۳}{۳}$

۶ــ تبدیل واحدهای زیر را انجام دهید.

الف) به لیتر و دسی‌لیتر

۱۴/۲ مترمکعب، $۵۵۶۳۳۴mm^۳$، $۶۶۳۲cm^۳$، $۱۲۳/۲۴dm^۳$؟

ب) به سانتی‌لیتر و میلی‌لیتر

۵۳۴ میلی‌مترمکعب، ۴/۳۶۷ سانتی‌مترمکعب، ۷۲۹/۴ دسی‌مترمکعب،

۷ــ حاصل تمرینات الف و ب را به لیتر و ج و د را به میلی‌لیتر تبدیل کنید.

الف) $۷۴۳dm^۳ - ۶۲/۴cm^۳ + ۱/۲۳m^۳ - ۲۳/۶dm^۳$

ب) $۲/۸۱m^۳ + ۴۳۹/۶dm^۳ - ۷۳۲۴۶cm^۳ + ۹۳/۷dm^۳$

ج) $۲۳/۲۴cm^۳ + ۱۴۷۳mm^۳ - ۱/۳۷dm^۳ + ۲/۰۱۲dm^۳$

د) $۸۹۷۵/۴mm^۳ + ۹۲/۹cm^۳ - ۰/۷۷۳dm^۳ + ۸۱/۴mm^۳$

جلسه چهاردهم

ــ حضور و غیاب هنرجویان
ــ پیش‌آزمون از مباحث جلسهٔ قبل (به‌صورت پرسش و پاسخ، امتحان کوتاه ...)
ــ نظارت بر انجام تکالیف و رفع اشکال‌های آن‌ها
ــ یادآوری مباحث جلسهٔ قبل
ــ شروع درس با موضوع این جلسه

موضوع: محاسبهٔ سطح جانبی و سطح کل احجام هندسی

قبل از ورود به بحث و برای ایجاد تمرکز هنرجویان بهتر است سؤال‌هایی به شرح زیر مطرح شود.

۱ــ برای ساخت یک مکعب به ضلع ۱۰cm چه مقدار مقوا نیاز است؟

۲ــ برای ساخت یک قوطی استوانه‌ای شکل به قطر ۱۰cm و ارتفاع ۲۰ سانتی‌متر چه مقدار ورق لازم است؟

۳ــ فرق سطح جانبی با سطح کل چیست؟

۴ــ مقدار ورق مصرف شده برای ساخت یک منبع آب را چگونه محاسبه می‌کنند؟

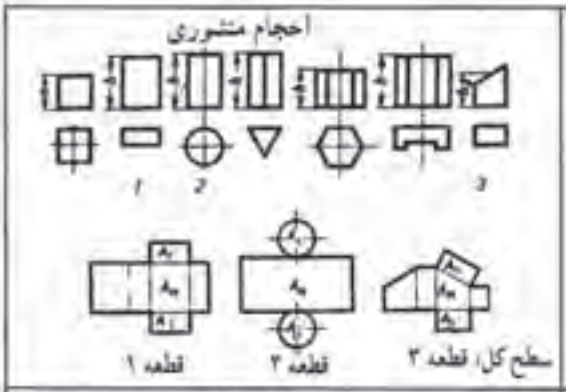
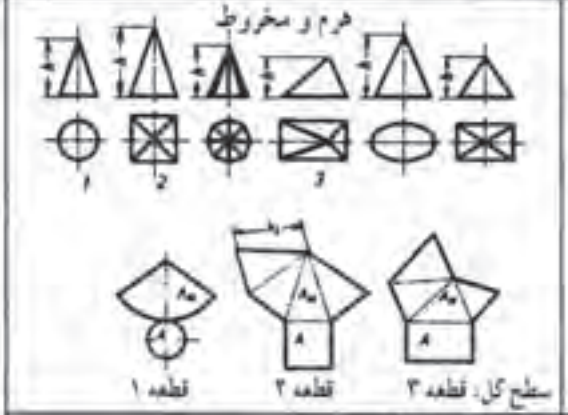
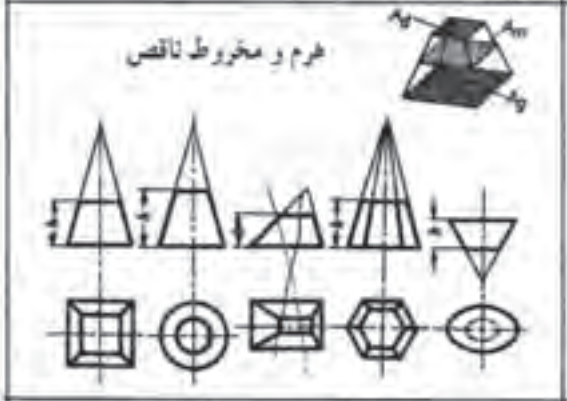
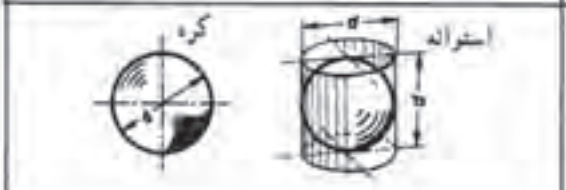
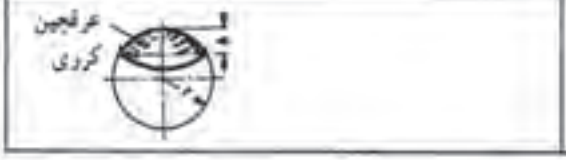
پس از شنیدن پاسخ هنرجویان می‌توان این گونه بیان کرد:

سطح جانبی: منظور از سطح جانبی، سطح دور یا پیرامون احجام هندسی است. با توجه به احجام مورد نظر، روش‌های مختلف برای محاسبهٔ سطح جانبی وجود دارد.

سطح کل: منظور از سطح کل، مجموع سطوح احجام هندسی است که با توجه به احجام مورد نظر به روش‌های مختلف محاسبه می‌شود.

جدول ۱ـ۴ نحوهٔ محاسبه سطح جانبی و سطح کل احجام هندسی را مشخص کرده است.

جدول ۱ـ۱۴ـ سطح جانبی و سطح کل احجام هندسی

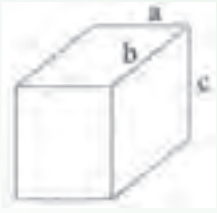
	ارتفاع × محیط قاعده = سطح جانبی $A_M = U_b \times h$ + سطح قاعدهٔ پایین = سطح کل سطح قاعده بالا + سطح جانبی $A_t = A_1 + A_M + A_1$
	نصف ارتفاع وجه × محیط قاعده = سطح جانبی $A_M = U_b \times \frac{h_b}{2}$ سطح جانبی + سطح قاعده = سطح کل $A_t = A_1 + A_M$
	= محیط قاعده متوسط × سطح جانبی ارتفاع وجه $A_M = \frac{U_1 + U_2}{2} \times h_b$ + سطح قاعده = سطح کل سطح مقطع + سطح جانبی $A_t = A_1 + A_M + A_2$
	سطح جانبی استوانه محیطی = سطح کل $A_t = \pi \times d \times d = \pi d^2 = 2\pi r^2$ ارتفاع × محیط قاعده = سطح جانبی $A_M = 2\pi r \times h$
	سطح عرقچین $= A = \frac{\pi}{2} D(D - \sqrt{D^2 - d^2})$ D قطر کره و d قطر عرقچین

در این جدول علایم اختصاری به‌کار رفته عبارتند از:

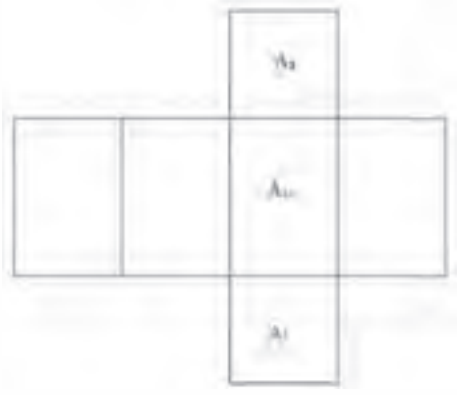
h: ارتفاع	A_1: سطح قاعده پایینی	A_0: سطح کل
h_s: ارتفاع وجه	A_2: سطح قاعده بالایی	U_g: محیط قاعده
A: سطح قاعده	A_M: سطح جانبی	

مثال ۱ـ۱۴: سطح جانبی و سطح کل مکعبی به ضلع ۵cm را محاسبه کنید.

مرحلهٔ اول: رسم شکل مکعب $a = b = c = ۵$



مرحلهٔ دوم: محاسبهٔ سطح جانبی: برای این منظور ابتدا شکل گستردهٔ مکعب را رسم می‌کنیم.



محیط قاعده $U_g = ۴ \times a = ۴ \times ۵ = ۲۰cm$

ارتفاع × محیط قاعده = سطح جانبی

$A_M = U_g \times h$

$A_M = ۲۰ \times ۵ = ۱۰۰cm^۲$

مرحلهٔ سوم: محاسبهٔ سطح کل: برای محاسبهٔ سطح کل مکعب باید سطح جانبی را با سطح قاعدهٔ پایین و سطح قاعدهٔ بالا جمع کرد.

سطح قاعدهٔ بالایی + سطح قاعدهٔ پایینی + سطح جانبی = سطح کل

سطح قاعده پایین $A_1 = a \times a = ۵ \times ۵ = ۲۵$

سطح قاعدهٔ بالا $A_2 = a \times a = ۵ \times ۵ = ۲۵$

$A_0 = A_M + A_1 + A_2$

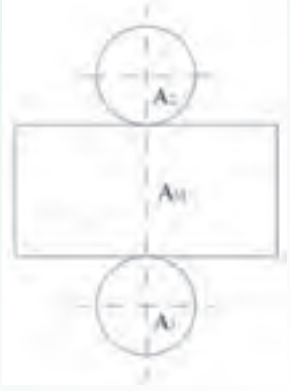
$A_o = ۱۰۰ + ۲۵ + ۲۵$

$A_o = ۱۵۰ cm^۲$

مثال ۲ـ۱۴: سطح جانبی و سطح کل استوانه‌ای به قطر ۱۰cm و ارتفاع ۲۰cm را به‌دست آورید.

مرحلهٔ اول: رسم شکل استوانه

مرحلهٔ دوم: محاسبهٔ سطح جانبی: برای این منظور ابتدا شکل گستردهٔ استوانه را رسم می‌کنیم.



محیط قاعده $U = \pi D$

$U_g = ۳/۱۴ \times ۱۰ = ۳۱/۴ cm$

سطح جانبی = محیط قاعده × ارتفاع

$A_M = U_g \times h$

$A_M = ۳۱/۴ \times ۲۰ = ۶۲۸ cm^۲$

مرحلهٔ سوم: محاسبهٔ سطح کل: ابتدا سطح قاعدهٔ پایینی و سطح قاعدهٔ بالایی را محاسبه می‌کنیم و سپس مجموع دو سطح را با سطح جانبی جمع می‌کنیم.

$A_۱ = A_۲ = \frac{\pi D^۲}{۴}$

$A_۱ = A_۲ = \frac{۳/۱۴(۱۰)^۲}{۴}$

$A_۱ = A_۲ = ۷۸/۵ cm^۲$

سطح قاعده بالایی + سطح قاعده پایینی + سطح جانبی = سطح کل

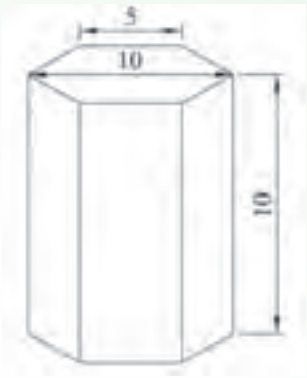
$$A_o = A_M + A_۱ + A_۲$$

$$A_o = ۶۲۸ + ۷۸/۵ + ۷۸/۵$$

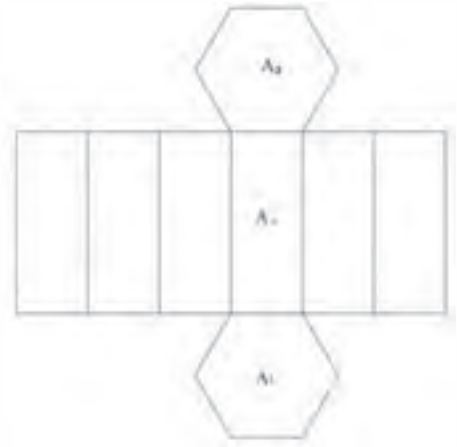
$$A_o = ۷۸۵cm^۲$$

مثال ۳ـ۱۴: سطح جانبی و سطح کل منشوری را به‌دست آورید که قاعدهٔ آن شش‌ضلعی منتظم با طول هر ضلع ۵cm، ارتفاع منشور ۱۰ سانتی‌متر و قطر دایره محاطی آن ۸/۶۶cm باشد.

مرحلهٔ اول: رسم شکل منشور



مرحلهٔ دوم: محاسبهٔ سطح جانبی: برای این منظور ابتدا شکل گستردهٔ منشور را رسم می‌کنیم.



محیط قاعده $U_g = ۶a = ۶ \times ۵ = ۳۰cm$

ارتفاع + محیط قاعده = سطح جانبی

$$A_M = U_g \times h$$

$$A_M = ۳۰ \times ۱۰$$

$$A_M = ۳۰۰cm^۲$$

مرحلهٔ سوم: محاسبهٔ سطح کل: ابتدا سطح قاعده بالا و پایین را به‌دست آورده با سطح جانبی جمع می‌کنیم. برای محاسبهٔ مساحت از دو ذوزنقه استفاده می‌کنیم.

$$A_۱ = A_۲ = \frac{n \times a \times d}{۴}$$

$$A_۱ = A_۲ = \frac{۶ \times ۵ \times ۸/۶۶}{۴} = ۶۴/۹۵$$

سطح قاعدهٔ بالا + سطح قاعدهٔ پایین + سطح جانبی = سطح کل

$$A_o = A_M + A_1 + A_2$$
$$A_o = ۳۰۰ + ۶۴/۹۵ + ۶۴/۹۵ = ۴۲۹/۹ cm^2$$

مثال ۴ـ۱۴: سطح کل کره‌ای را به‌دست آورید که قطر آن ۳۰cm باشد.

مرحلهٔ اول: رسم شکل

مرحلهٔ دوم: محاسبهٔ سطح کل کره: سطح کل کره برابر است با مساحت ۴ دایرهٔ عظیمه

$$A_o = ۴\pi r^2 = \pi d^2$$
$$A_o = ۳/۱۴ \times (۳۰)^2$$
$$A_o = ۳/۱۴ \times ۹۰۰$$
$$A_o = ۲۸۲۶ cm^2$$

مثال ۵ـ۱۴: سطح جانبی و سطح کل قطعه مطابق شکل را به‌دست آورید. درصورتی که ارتفاع وجه آن $h_s = ۵۰cm$ باشد.

مرحلهٔ اول: سطح جانبی: برای سطح جانبی ابتدا محیط قاعدهٔ بالا و پایینی را محاسبه می‌کنیم.

$$U_1 = ۲۰ \times ۴۰ = ۸۰cm$$
$$U_2 = ۸۰ \times ۴ = ۳۲۰cm$$

مرحلهٔ دوم: نوشته رابطهٔ سطح جانبی و جای‌گذاری

$$A_M = \frac{U_1 + U_2}{۲} \times h_s$$
$$A_M = \frac{۸۰ + ۳۲۰}{۲} \times ۵۰$$
$$A_M = ۱۰۰۰۰ cm^2$$

مرحلهٔ سوم:

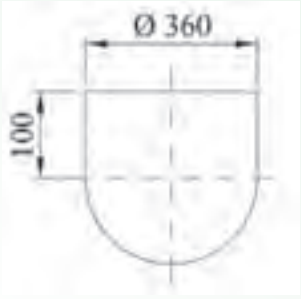
$A_o = A_M + A_۱ + A_۲$

$A_۲ = ۲۰ \times ۲۰ = ۴۰۰ cm^۲$

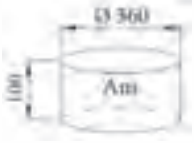
$A_۱ = ۸۰ \times ۸۰ = ۶۴۰۰ cm^۲$

$A_o = ۱۰۰۰۰ + ۶۴۰۰ + ۴۰۰ = ۱۶۸۰۰ cm^۲$

مثال ۶ـ۱۴: سطح کل مخزن درب‌دار مطابق شکل زیر را برحسب $dm^۲$ به‌دست آورید.



حل: مرحلهٔ اول: تفکیک شکل‌ها



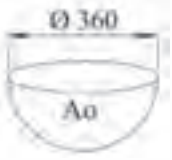
سطح جانبی استوانه — سطح قاعده بالا استوانه

$$A_{O_۱} = \frac{\pi D^۲}{۴} + \pi DH$$

$$A_{O_۱} = \frac{۳/۱۴(۳۶۰)^۲}{۴} + ۳/۱۴ \times ۳۶۰ \times ۱۰۰$$

$$A_{O_۱} = ۱۰۱۷۳۶ + ۱۱۳۰۴۰$$

$$A_{O_۱} = ۲۱۴۷۷۶ mm^۲$$ سطح کل استوانه بدون کف



$$A_{O_۲} = \frac{۱}{۲}(\pi d^۲)$$

$$A_{O_۲} = \frac{۱}{۲}\left[۳/۱۴(۳۶۰)^۲\right]$$

$$A_{O_۲} = \frac{۱}{۲}[۴۰۶۹۴۴]$$

$$A_{O_۲} = ۲۰۳۴۷۲ mm^۲$$ سطح کل نیم‌کره

$$A_O = A_{O_۱} + A_{O_۲}$$

$$A_O = ۲۱۴۷۷۶ + ۲۰۳۴۷۲$$

$$A_O = ۴۱۸۲۴۸ mm^۲$$

$$۱mm^۲ = \frac{۱}{۱۰۰۰۰} dm^۲$$

$$A_O = ۴۱۸۲۴۸ \times \frac{۱}{۱۰۰۰۰} dm^۲ = ۴۱/۸۲۴۸ dm^۲$$

پیشنهاد می‌شود هنرآموز چند تمرین دیگر نیز مطرح کند و هنرجویان آن‌ها را در کلاس با نظارت هنرآموز محترم مورد بحث و بررسی قرار دهند.

نتیجه

۱ــ سطح جانبی عبارت است از سطح پیرامون احجام هندسی.

۲ــ سطح کل عبارت است از مجموع سطوح احجام هندسی.

۳ــ سطح جانبی احجام منشوری برابر است با

$$A_M = U_g \times h$$

۴ــ سطح جانبی احجام هرم و مخروط برابر است با

$$A_M = U_g \times \frac{h_s}{۲}$$

۵ــ سطح جانبی احجام هرم و مخروط ناقص برابر است با

$$A_M = \frac{U_۱ + U_۲}{۲} \times h_s$$

۶ــ سطح کل احجام منشوری برابر است با

$$A_o = A_M + A_۱ + A_۲$$

۷ــ سطح کل احجام هرم و مخروط برابر است با

$$A_o = A + A_M$$

۸ــ سطح کل هرم و مخروط ناقص برابر است با

$$A_o = A_M + A_۱ + A_۲$$

۹ــ سطح کل کره برابر است با

$$A_o = ۴\pi r^۲ = \pi d^۲$$

تمرین

تمرین‌های صفحهٔ ۴۲ و ۴۳ شماره ۲ و ۳ و ۴ برای تکلیف در منزل مشخص شود و در جلسهٔ آینده مورد بحث و بررسی قرار گیرد.