

فصل سوم

مدارهای R – L جریان متناوب

هدف‌های رفتاری: در پایان این فصل از هنرجو انتظار می‌رود:

- ۱- مقادیر جریان، ولتاژ، اختلاف فاز، مقاومت ظاهری، ضربی توان، توان‌های مؤثر، غیرمؤثر و ظاهری را در مدارهای R-L (سری و موازی) محاسبه کند.
- ۲- دیاگرام برداری ولتاژها را در مدارهای R-L سری و جریان‌ها را در مدارهای R-L موازی رسم کند.
- ۳- ضربی کیفیت مدارهای R-L سری و موازی را محاسبه کند.
- ۴- اثر تغییرات فرکانس را بر مقاومت ظاهری، جریان و ضربی قدرت در مدارهای R-L سری و موازی تشریح کند.
- ۵- منحنی‌های اثر تغییرات فرکانس را بر روی پارامترهای امپدانس و جریان در مدارهای R-L سری و موازی از طریق نقطه‌یابی رسم کند.
- ۶- معادلات زمانی ولتاژ و جریان عناصر در مدارهای R-L سری و موازی را به دست آورد.
- ۷- مدارهای R-L سری را به موازی و بالعکس تبدیل کند.

۳-۱ - مقدمه

(الف) در این فصل برای ایجاد انگیزه هنرجویان از الکتروموتورها، ترانسفورماتورها، چوک‌ها و مدارهای الکترونیکی و مخابراتی با فرکانس‌های مختلف می‌توان به عنوان کاربرد مدار R-L یاد کرد و اشاره کرد که برای تحلیل این نمونه از وسائل الکتریکی و الکترونیکی می‌توان از مدار معادل R-L استفاده نمود.

الکتریکی غلباز است. با توجه به مختصی تغیرات جریان و ولتاژ در عناصر اهمی دستگاه مذکور، در آنرا بروز ای جریان و ولتاژ مطلق مسکل های ۱-۲ و ۳ خواهد بود.



ب) بروز ای جریان و ولتاژ



الف) مختصی تغیرات جریان و ولتاژ

مسکل ای-۲: مختصی تغیرات و بروز ای جریان و ولتاژ در سطح مذکور

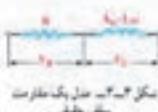


ب) بروز ای جریان و ولتاژ و جریان

الف) مختصی تغیرات و ولتاژ و جریان

مسکل ای-۳: مختصی تغیرات جریان و ولتاژ در مذکور متناسب اهمی مذکور، بروز ای جریان و ولتاژ ای-۳

۱-۴- مدارهای الکتریکی یک سکت طبله



وجود مدارهای ساده‌تر در میان توزع‌های مذکور،
زاسپور مذکورها و مستکلهای انداره‌گیری الکتریکی و مدارات
الکترونیک و سلطاری ای این ایجاد می کند تا این نظر را از منظر
و این ای مطالعه کنیم. از آن جا که یک سیم پیچ (ایران) از های

سلف ای مذکور یک مدار است

سلف طبله

۷۵

یادآوری

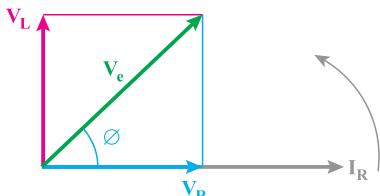
سلف از مدارهای جریان مستقیم فقط شامل مقاومت اهمی R خواهد بود که مقاومت اهمی سیم پیچ است ولی در مدار متناوب را کتانس سلفی XL خواهد داشت که جمع برداری این دو، مقاومت ظاهری یا Z را برای یک سیم پیچ یا سلف حقیقی معادل می کند.

در مدارهای $R-L$ سری ولتاژ سلف و ولتاژ مقاومت هم فاز نیست (V_R و V_L).

ب) برای تحلیل مدارهای L - R - C و حتی $R-L-C$ سری و موازی و قراردادی را به این صورت تنظیم می کنیم، در مدارهای سری مبنای جریان الکتریکی است و در مدارهای موازی مبنای ولتاژ

شاخه‌های موازی است. در حالت سری با ثابت بودن جریان، ولتاژها جمع برداری خواهند شد و در حالت موازی با ثبات ولتاژ، جریان‌های هر شاخه جمع برداری می‌شوند تا جریان کل I_e به دست آید.

یادآوری



ولتاژ دو سر مقاومت و جریان آن با هم دیگر هم فاز نبود و لتاژ دو سر سلف 90° درجه الکتریکی از جریان سلف جلوتر است.

تذکر: اگر مقاومت در مدار وجود نداشت و سلف خالص باشد اختلاف فاز ϕ برابر 90° الکتریکی است ولی به دلیل وجود مقاومت اهمی در سیم پیچ واقعی این زاویه بین صفر تا 90° خواهد بود.
 ج) ضریب توان (قدرت) : مقایسه اثر اهمی مدار نسبت به امپدانس کل مدار است. این ضریب توان، ضریب توان مؤثر است. به عبارت دیگر چقدر از کل امپدانس، جنس مقاومتی دارد.

$$p.f = \cos\phi = \frac{R}{Z}$$

د) ضریب توان غیر مؤثر یا $\sin\phi$: به نسبت راکتانس القابی سلف به امپدانس کل مدار گفته می‌شود. به عبارت دیگر چه مقدار از کل امپدانس غیر اهمی است.

$$\sin\phi = \frac{X_L}{Z}$$

ه) توان‌های مؤثر، غیر مؤثر و ظاهری : در مدارهای سری به دلیل ثابت بودن جریان در

همه المان‌ها بهتر است از رابطه استفاده کنیم. یادآور می‌شود حتماً در رابطه توان باید از جریان مؤثر I_e استفاده شود.

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0 / 70^\circ \angle I_m$$

اگرچه روابط زیر نیز قابل استناد هستند (مخصوصاً با داشتن معادلات زمانی ولتاژ و جریان کل)

$$P_e = V_e I_e \cos\phi (W)$$

$$P_d = V_e I_e \sin\phi (VAR)$$

$$P_S' = V_e I_e = \sqrt{P_e^2 + P_d^2} \quad (\text{V.A})$$

و) ضریب کیفیت Q : ضریب کیفیت در واقع مقایسه اثر سلفی و اهمی مدار است که با $\tan\varphi$ نیز نشان داده می شود. در مدارهای خازنی شبیه این مقایسه بین خازن و مقاومت وجود دارد و از رابطه

$$Q = \frac{X_L}{R} \quad \text{یا} \quad Q = \tan\varphi \quad \text{به دست می آید. در کتاب درسی از رابطه زیر نیز استفاده شده است:}$$

$$Q = \frac{2\pi \text{ (انرژی ذخیره شده ماکریم)}}{\text{انرژی مصرفی در هر سیکل}}$$

این انرژی در سیم پیچ از رابطه $W = \frac{1}{2} L I_m^2$, در مقاومت اهمی از رابطه $W = P \cdot t$ به دست می آید. انرژی مصرفی مربوط به مقاومت اهمی است و انرژی ذخیره شده مربوط به سلف می باشد.

تذکر: برای محاسبه اختلاف فاز بین ولتاژ کل و جریان کل (φ) از دو رابطه $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right)$

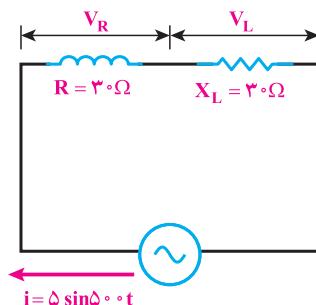
$\varphi = \cos^{-1}\frac{R}{Z}$ می توان استفاده کرد. کاربرد این دورابطه در مثال ۱ صفحه ۸۲ کتاب درسی دیده می شود. همانطور که در معادلات زمانی مثال صفحه ۸۲ کتاب درسی می بینیم معادله زمانی جریان کل با معادله زمانی ولتاژ مقاومت از نظر زمانی کاملاً یکسان است. ولی معادله زمانی ولتاژ سلف 90° درجه جلوتر از جریان منظور شده است (صفحه ۸۳ کتاب درسی).

نکته: هرگاه مقادیر R و X_L برابر باشند حتماً اختلاف زاویه φ برابر 45° خواهد بود. این حالت برای مدارات $C-R$, (مقاومت و خازن) نیز صدق می کند.

۱-۳- حل تمرین شماره ۱ صفحه ۹۵ کتاب درسی (شکل ۱)

(الف)

هدف: محاسبه ولتاژ دو سر X_L و R و معادلات زمانی آنها



شکل ۱-۳

همانطور که در شکل مشاهده می‌شود مقدار معادله زمانی جریان مشخص شده است.

یادآوری

۱- در مدارات سری، جریان منبع را مینما در نظر می‌گیریم. (با توجه به KVL)

$$i_R(t) = i_L(t) = i(t)$$

۲. با توجه به هم‌فاز بودن جریان و ولتاژ در مقاومت R

$$\theta_{V_R} = \theta_{i_R}$$

۳- پس با توجه به پس‌فاز بودن ولتاژ سلف

$$\theta_{V_L} = \frac{\pi}{2} + \theta_{i_R}$$

گام ۱) با استفاده از مقدار ماکریم جریان (ضریب $\sin\theta$) و مقدار مقاومت، ولتاژ دو سر مقاومت را می‌یابیم و معادله زمانی مقاومت را با توجه به زاویه $\theta_i = \theta_1$ می‌نویسیم.

$$I_m = 5 \text{ A}$$

$$V_{Rm} = R \cdot I_m = 3 \times 5 = 15 \text{ V}$$

$$V_R(t) = R \cdot I_m \sin(\omega t + \theta_1) = 15 \sin(50t + 0^\circ)$$

گام ۲) با استفاده از مقدار ماکریم جریان (ضریب $\sin\theta$) و مقدار سلف، ولتاژ دو سر سلف را می‌یابیم.

$$X_L = L\omega \rightarrow 3 = L \times 50 \rightarrow L = 0.06 \text{ H}$$

$$V_{Lm} = X_L \cdot I_m = 3 \times 5 = 15 \text{ V}$$

$$X_L(t) = X_L \cdot I_m \sin((\omega t + \theta_1) + \frac{\pi}{2}) = 15 \sin(50t + 0^\circ + 90^\circ) = 15 \sin(50t + 50^\circ)$$

توجه داشته باشید علاوه بر θ_1 باید اختلاف فاز 90° بین جریان سلف و مقاومت را محاسبه کنید.

(ب)

هدف : محاسبه ولتاژ منبع و معادله زمانی آن

ولتاژ V_R با جریان I_e هم فاز است ولی ولتاژ V_L از جریان I_e 90° جلوتر خواهد بود.

$\vec{V}_e = \vec{V}_R + \vec{V}_L$ هم فاز نیستند، بنابراین برای محاسبه V_e از جمع برداری استفاده می‌شود.

گام ۱) محاسبه ولتاژ منبع با توجه به فرمول زیر
زاویه دو بردار \vec{V}_L و \vec{V}_R می باشد.

$$\vec{V}_e = \vec{V}_R + \vec{V}_L$$

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} = \sqrt{150^2 + 150^2} = 150\sqrt{2} \text{ V}$$

گام ۲) با توجه به مقدار ماکریم به دست آمده برای ولتاژ اختلاف فاز φ معادله زمانی ولتاژ را می توانیم به صورت زیر بنویسیم.

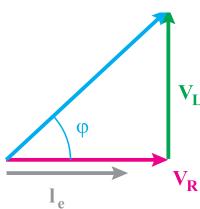
$$V_e(t) = V_{e_m} \sin(\omega t + \varphi) = 150 \sin(50t + 45^\circ)$$

(پ)

هدف : رسم دیاگرام برداری جریان ولتاژ

ولتاژ V_R با جریان I_e هم فاز است ولی ولتاژ V_L از جریان I_e 90° جلوتر خواهد بود. و V_L هم فاز نیستند، بنابراین برای محاسبه V_e از جمع برداری $\vec{V}_e = \vec{V}_R + \vec{V}_L$ استفاده می شود.

گام ۱) ابتدا بردار ولتاژ، مقاومت و جریان را رسم می کنیم. ولتاژ سلف 90° جلوتر از V_R می باشد و آن را در ادامه ولتاژ مقاومت می کشیم، در نهایت ولتاژ دوسر منع برایند این دو ولتاژ خواهد بود. (شکل ۳-۲).



شکل ۳-۲

ب) بادآوری

در رسم دیاگرام برداری همیشه طول بردار جریان کوتاه تر از بردار ولتاژ کل تصویر گردد.

(ت)

هدف : محاسبه اکتیو، راکتیو، ظاهری و مثلث توان در محاسبه توانها، از مقادیر مؤثر ولتاژ و جریانها استفاده می کنیم.

گام ۱) با توجه به محاسبات در زیر توانها قابل محاسبه می باشند.

$$P_S = \begin{cases} V_e I_e \\ \frac{V_e^2}{Z} \\ Z I_e^2 \end{cases} : \text{بادآوری}$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{150\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 150V, I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} A$$

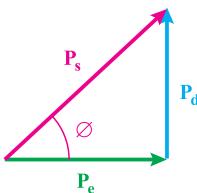
$$P_s = V_e I_e = 150 \times \frac{5}{\sqrt{2}} = 375\sqrt{2} V.A$$

$$P_e = V_e I_e \cos \varphi = P_s \cos \varphi = 150 \times \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 375 W$$

$$P_d = V_e I_e \sin \varphi = 150 \times \frac{5}{\sqrt{2}} \sin 45 = 375 V.A.R$$

گام ۲) مثلث توان با توجه به مثبت بودن P_d (پس فاز) به صورت زیر خواهد بود.

چون مدار سلفی است مثلث توان به صورت زیر خواهد بود (شکل ۳-۳).



$$P_e = 375 W$$

شکل ۳-۳

۱-۳-۱- حل تمرین شماره ۹۵ صفحه ۲ کتاب درسی

$$V_{(t)} = 200 \sin(314t + 20^\circ)$$

$$I_{(t)} = 10 \sin(314t - 10^\circ)$$

هدف : با توجه به معادلات زمانی جریان و ولتاژ مقدار R و L محاسبه شود.

گام ۱) محاسبه امپدانس کل مدار

$$V_e = \frac{200}{\sqrt{2}}, \quad I_e = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{\frac{200}{\sqrt{2}}}{\frac{10}{\sqrt{2}}} = 20$$

تذکرہ: به هنرجویان بگویید که هرگاه در مسائل معادلات ولتاژ و جریان کل را داشته باشیم مقدار Z و φ قطعاً قابل دسترسی است.

گام ۳) محاسبه فاز بین ولتاژ و جریان

$$\phi = \theta_V - \theta_I = 2^\circ - (-1^\circ) = 3^\circ$$

گام ۴) محاسبه مقاومت اهمی و مقاومت سلفی

$$R = Z \cos \phi = 2 \cdot \cos 3^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 \cdot \sqrt{3} \Omega$$

$$X_L = Z \sin \phi = 2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1 \cdot \Omega$$

گام ۵) مقدار اندازه L را می‌توان با استفاده از مقاومت سلفی بدست آورد.

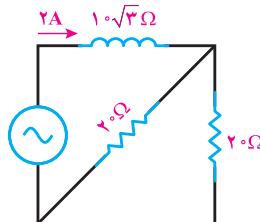
$$X_L = L\omega \rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{1}{0.0314} = 0.32 H$$

۳-۱-۳- حل تمرین شماره ۹۵ صفحه ۴ کتاب درسی (شکل ۳-۴)

هدف : محاسبه ولتاژ منع

گام ۱) مدار را به ساده‌ترین شکل تبدیل کنیم.

$$(2 \parallel 2) = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1 \cdot \Omega$$



شکل ۳-۴

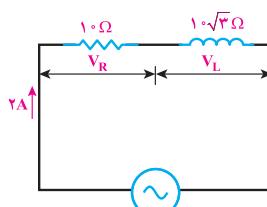
در شکل ۳-۵ کافی است امپدانس مدار را محاسبه کنیم.

با توجه به مقادیر مقاومت اهمی و مقاومت سلفی می‌توان اندازه ولتاژ هریک را بدست آورد.

گام ۲) محاسبه مقادیر ولتاژ مقاومت اهمی و مقاومت سلفی

$$V_R = R \cdot I_e = 2 \times 1 = 2 \cdot V$$

$$V_L = X_L \cdot I_m = 2 \times 1 \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$$



شکل ۳-۵

گام ۳) ولتاژ منبع، جمع برداری دو ولتاژ محاسبه شده در گام دوم می باشد.
 ولتاژ V_R با جریان I_e هم فاز است ولی V_L از جریان I_e 90° جلوتر خواهد بود. V_R و V_L هم فاز نیستند، بنابراین برای محاسبه V_e از جمع برداری L $\bar{V}_e = \bar{V}_R + \bar{V}_L$ استفاده می شود.
 $\cos 90^\circ = 0$ ، $\alpha = 90^\circ$

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 40\text{ V}$$

یادآوری

به طور کلی هرگاه بین دو کمیت یکسان اختلاف فاز وجود داشته باشد باید از جمع برداری استفاده نمود.

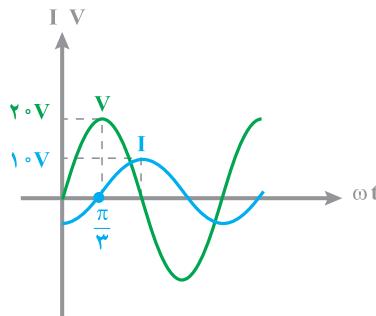
راه حل دوم :

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(10)^2 + (10\sqrt{3})^2} = 20\text{ v}$$

$$V_e = Z \cdot I_e = 20 \times 2 = 40\text{ v}$$

۱-۳- حل تمرین شماره ۹ صفحه ۹۶ کتاب درسی (شکل ۳-۶)

هدف : با توجه به تابع تغییرات ولتاژ و جریان در شکل ۳-۶ باید مقدار R و X_L را بیابیم.



شکل ۳-۶

یادآوری

در این تمرین هم مانند تمرین شماره ۲ مقادیر ولتاژ کل و جریان کل آورده شده است. همچنین اختلاف فاز از طریق منحنی نشان داده شده است. پس مقدار Z و φ به سادگی قابل دسترسی است.

گام ۱) از شکل می‌توان مقدار ماکریم ولتاژ و جریان و اختلاف فاز بین ولتاژ و جریان را استخراج کرد.

$$V_m = 2^{\circ} V, \quad I_m = 1^{\circ} V, \quad \varphi = \frac{\pi}{3}$$

گام ۲) با استفاده از ولتاژ ماکریم و جریان ماکریم می‌توان مقدار امپدانس کل مدار را بیابیم.

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{2^{\circ}}{1^{\circ}} = 2\Omega$$

گام ۳) مقادیر R و X_L به صورت زیر قابل محاسبه‌اند.

$$R = Z \cos \varphi = 2 \cos \frac{\pi}{3} = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \Omega$$

$$X_L = Z \sin \varphi = 2 \sin \frac{\pi}{3} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Omega$$

۳-۲ - مدار R-L موازی

در این مدارات مبنای تحلیل و محاسبات ولتاژ شاخه موازی است و جریان‌ها جمع برداری می‌شوند.

نکته مدار ۳-۲ - موازی

مدارهای R-L موازی از یک مدار مخلوط آهنی و یک راکتاس الکتری با اتصال موازی تشکیل می‌شوند. مدار الکتریکی اتصال موازی R-L است. این مدارها پیش‌از آنست در مدارهای الکترونیکی و مغناطیسی به کار می‌روند. مدارهای آمواج و فلترسازی آمواج از جمله کاربردهای این مدارهای است. با توجه به مدار نکل ل-۳-۲ می‌توان گفت که جریان مدار (۳-۲) از دو جریان پر راه (۴-۲) تشکیل می‌شود. جزو وظایف سر راکتاس آهنی با هم برآورده و رازیه‌ی فاز جریان‌های (۴-۲) و (۴-۳) بکسان نموده. در مطالعه مدارهای R-L سریزی جریان را متناسب فراز می‌دانند و دیگر از جریان (۴-۲) را از آسانی وظایف می‌دانند می‌کنند. بردار جریان (۴-۲) با دلخواه هم‌هزار و بردار جریان (۴-۳) از دلخواه (۴-۲) بسیار است و مطالعه نکل ل-۳-۲ رسم می‌شود.

جریان کل مدار (۴-۲) از جمع برداری (۴-۲) و (۴-۳) بدست می‌آید:

$$I_4 = I_{4-2} + I_{4-3} \quad (۳-۲-۷)$$

نکلهای دیگر از مدار R-L

نکلهای جریان (نکل ۳-۲) می‌توان نوشت:

$$I_4 = \frac{V}{Z} \quad \text{و} \quad I_4 = \frac{V_L}{X_L} \quad \text{و} \quad I_4 = \frac{V_R}{R}$$

$$\vec{OC}^2 = \vec{OA}^2 + \vec{OB}^2 \quad \rightarrow \quad \vec{OB} = \vec{AC}$$

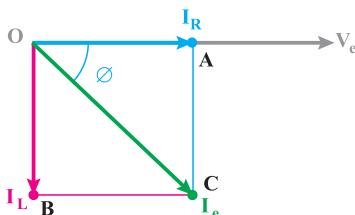
$$I'_4 = I'_{4-2} + I'_{4-3} \quad (۳-۲-۸)$$

با جذبگیر کردن مدارهای (۴-۲) و (۴-۳) در راسته ۳-۲ می‌توان نوشت:

همان طور که در کتاب درسی نیز اشاره شده است این مدارها در مخابرات و الکترونیک کاربرد دارند به عنوان مثال فیلترها و تله های امواج از جمله کاربرد این نوع مدار می باشد. در این مدارها جریان های شاخه ها جمع برداری می شود در صورتی که ولتاژ آنها با هم برابر است.

طبق رابطه فیثاغورث در مثلث قائم الزاویه داده شده شکل ۳-۷ داریم :

$$OC' = OA' + AC' \quad (OB = AC)$$



شکل ۳-۷

واز آنجا مقادیر جریان جایگذاری شده و رابطه رو برو به دست می آید.

$$I_R' + I_L' = I_e'$$

در این مدارات مقدار $\cos\varphi$ و $\tan\varphi$ از روابط زیر به دست می آیند.

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R}, \quad \tan\varphi = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{L\omega}$$

در این مدارها نیز ماکریم انرژی ذخیره شده در سلف ها خواهد بود و انرژی مصرفی مربوط به مقاومت اهمی می باشد و داریم :

$$Q = \frac{\frac{2\pi}{(انرژی ذخیره شده ماکریم)}}{(انرژی مصرفی در هر سیکل)} = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{L\omega}$$

در ضمن برای محاسبه توان ها چون ولتاژ سلف و مقاومت یکی است بهتر است توان ها را از روابط زیر به دست آوریم :

$$\begin{cases} P_e = \frac{V_e^2}{R} (w) \\ P_d = \frac{V_e^2}{X_L} (V.A.R) \end{cases}$$

تذکر : با داشتن معادله زمانی جریان کل و ولتاژ کل در مدارهای مختلف سری و موازی به سادگی مقادیر Z و φ به دست می‌آید.

$$Z = \frac{V_m}{I_m}, \quad \varphi = \theta_V - \theta_I$$

علمین و همکاران عزیز بهتر است از هنرجویان خواسته نشود که تک‌تک روابط آورده شده در مدارهای متناوب برای حالت‌های سری و موازی را از بروکنند بلکه با آموختن راه به دست آوردن روابط و خصوصیات مدارهای راکتیو سلفی و خازنی در اتصال با مقاومت اهمی آنها را در تشخیص و تعیین رابطه صحیح هدایت کنیم.

در مثال شماره ۲ صفحه ۸۶ کتاب که مربوط به $R-L$ موازی است نیز مشاهده می‌شود که معادله زمانی ولتاژ منبع و جریان مقاومت هم فاز هستند ولی معادله زمانی جریان سلف 90° از ولتاژ منبع عقب‌تر و پس فاز است. این پس فاز بودن به دلیل ماهیت سلفی کل مدار است.

در این مثال برای محاسبه توان‌های اکتیو، راکتیو و ظاهری، در کتاب درسی از رابطه $P_e = RI_e$ و $P_d = X_L I_d$ استفاده شده است ولی با استفاده از رابطه‌های زیر نیز همان جواب‌ها به دست می‌آید.

$$\begin{cases} P_e = \frac{V_e^2}{R} = \frac{120^2}{30} = 480 \text{ W} \\ P_d = \frac{V_e^2}{X_L} = \frac{120^2}{40} = 360 \text{ V.A.R} \end{cases}$$

یادآوری

در مدارهای $R-L$ سری، مقدار مقاومت، پیشتر تعیین کننده نوع خاصیت مدار است (اهمی یا سلفی بودن) ولی در مدارهای $R-L$ موازی عکس مقاومت یعنی هدایت^۱ پیشتر تعیین کننده کیفیت اهمی یا سلفی بودن مدار است.

۳-۲-۱- حل تمرین شماره ۱۰ صفحه ۹۶ کتاب درسی (شکل ۳-۸)

(الف)

هدف : محاسبه امپدانس

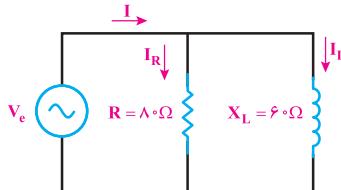
گام ۱) با استفاده از فرمول زیر می‌توان امپدانس مدار را محاسبه کرد.

۱- عکس مقاومت را اصطلاحاً موهو (Q) می‌گویند.

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{8^\circ \times 6^\circ}{\sqrt{8^\circ + 6^\circ}} = 48 \Omega$$

(ب)

هدف : محاسبه ولتاژ منبع و نوشتمن معادله زمانی آن



شکل ۳-۸

یادآوری

۱- در مدارات موازی، ولتاژ منبع را مینا در نظر می‌گیریم.

$$V_R(t) = V_L(t) = V(t)$$

۲- با توجه به هم‌فاز بودن جریان و ولتاژ در مقاومت R

$$\theta_{V_R} = \theta_{i_R}$$

۳- با توجه به پس‌فاز بودن ولتاژ سلف

$$\theta_{i_L} = \frac{\pi}{2} + \theta_{V_R}$$

گام ۱) محاسبه مقدار مؤثر ولتاژ کل با استفاده از جریان کل مدار

$$I_m = 5\sqrt{2} A, \quad I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5 A$$

گام ۲) محاسبه ولتاژ ماکریم منبع مدار

$$V_e = Z \cdot I_e = 5 \times 48 = 240 V$$

گام ۳) محاسبه زاویه مربوط به ولتاژ (مدار سلفی، مقاومتی است و بین جریان و ولتاژ اختلاف فاز وجود دارد).

$$V_m = \sqrt{2} V_e = 240\sqrt{2} V$$

گام ۴) نوشتمن معادله زمانی ولتاژ

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{R}{X_L} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{8^\circ}{6^\circ} \right) = 53^\circ$$

$$\phi = \theta_V - \theta_I \rightarrow 53^\circ = \theta_V - 0^\circ \rightarrow \theta_V = 53^\circ$$

$$V(t) = 24\sqrt{2} \sin(25^\circ t + 53^\circ)$$

(پ)

هدف : محاسبه جریان I_e و I_L و نوشتن معادله آنها
گام ۱) محاسبه مقدار مقاومت و جریان مقاومت سلفی

$$I_R = \frac{V_m}{R} = \frac{24^\circ \sqrt{2}}{8^\circ} = 3\sqrt{2} A$$

$$I_L = \frac{V_m}{X_L} = \frac{24^\circ \sqrt{2}}{6^\circ} = 4\sqrt{2} A$$

گام ۲) نوشتن معادلات زمانی جریان مقاومت اهمی و سلفی
بردار جریان I_R با ولتاژ هم فاز می باشد.

$$I_R(t) = 3\sqrt{2} \sin(25^\circ t + 53^\circ)$$

بردار جریان I_L (به دلیل خاصیت سلفی) از ولتاژ 9° پس فاز می باشد.

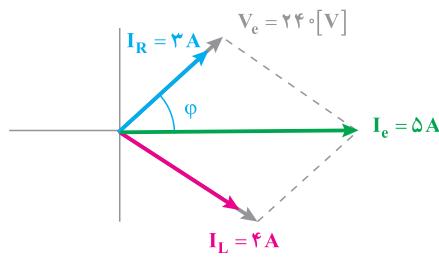
$$I_L(t) = 4\sqrt{2} \sin(25^\circ t + 53^\circ - 9^\circ) = 4\sqrt{2} \sin(25^\circ t - 37^\circ)$$

(ت)

هدف : رسم دیاگرام برداری ولتاژ جریان های مدار
گام ۱) محاسبه مقادیر مؤثر جریان ها و ولتاژ

$$I_R = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3A , I_L = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4A$$

گام ۲) دیاگرام برداری I_L و I_R را بر اساس ولتاژ مبنای رسم می کنیم مطابق شکل ۳-۹. بردار جریان I_R با ولتاژ هم فاز و بردار جریان I_L از ولتاژ 9° پس فاز است.



شکل ۳-۹

هدف : محاسبه توان های اکتیو، راکتیو و ظاهری و مثلث توان
گام ۱) محاسبه توان های اکتیو، راکتیو و ظاهری و مثلث توان

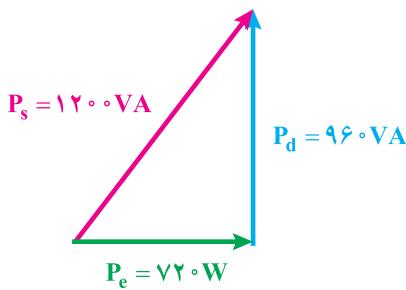
$$\cos \varphi = \cos 53^\circ = 0.6, \sin \varphi = 0.8$$

$$P_e = I_e \cdot V_e \cos \varphi = 5 \times 240 \times 0.6 = 720 \text{ W}$$

$$P_d = I_e \cdot V_e \sin \varphi = 240 \times 5 \times 0.8 = 960 \text{ V.A.R}$$

$$P_s = I_e \cdot V_e = 240 \times 5 = 1200 \text{ V.A}$$

گام ۲) رسم مثلث توان بر اساس مقادیر توان ها
چون ماهیت مدار سلفی است مثلث توان ها شبیه شکل ۳-۱ خواهد بود.



شکل ۳-۱

۳-۳-۳- اثر فرکانس شبکه بر مدارهای R-L سری و موازی

در ولتاژ مستقیم، $f=0$ و مدار R-L سری تبدیل به یک مقاومت ساده می شود ($Z=R$). ولی

در مدار R-L موازی مدار به حالت اتصال کوتاه می رود ($Z=0$) پس در حالت سری $I_e = \frac{V_e}{R}$ و در حالت موازی $I_e = \infty$ خواهد بود.

هرچه فرکانس مدار افزایش یابد مدار R-L سری بیشتر خاصیت القایی پیدا می کند زیرا $X_L = L\omega$ زیاد می شود ولی در مدار R-L موازی عکس این حالت نتیجه می شود (خاصیت سلفی کم می شود).

$$P_S = V_S I_S \cos \varphi = 17 \times 0.5 \times 1.7 = 17.85 \text{ VA}$$

$$P_p = V_p I_p \cos \varphi = 17 \times 0.5 \times 1.7 = 17.85 \text{ VA}$$

مثال ۳-۲ سالهای ۱ و ۲ ضریب کیفیت مدار را محاسبه کنید.

راهنمایی:

در مثال ۱ ضریب کیفیت پوادر است با:

$$Q = \frac{I_S}{R} = \frac{X_L}{R} = \frac{1}{1.7} = 0.588$$

در مثال ۲ ضریب کیفیت پوادر است با:

$$Q = \frac{I_p}{X_L} = \frac{V_p}{R} = 1.72$$

با وجود آن که در دو مثال ۱ و ۲ نسبت راکائنس سطحی به مذکور است، از مدار سری ضریب کیفیت پوادر است. به تعبیرات دیگر، خاصیت سطحی پسند نهادن است ۱ در مدار که در مدار موازی خاصیت اهمی مدار پسند نهاده می شود. مطلب دلخواه نشان می دهد که در مدار سری، مذکور است و در مدار موازی، هنگام مذکور است چون کشیدن خاصیت مدار است.

۴-۸- اثربخشی مذکور مدار

در مدار $R-L$ سری از تناوب عاشر مدار بصورت $Z = R + jX_L = R + j\omega L$ است به طوری که اگر مذکور اهمی مدار غیر نیک، خبرات فرکанс در مذکور است $X_L = -j\omega L$. اگر میگذرد و امپدانس مدار را غیر مینهاد. اگر فرکانس مدار $= 0$ باشد، از مداری مذکور اهمی مدار صفر مذکور و امپدانس مدار $Z = R$ می شود. این مذکور مذکور است که امپدانس مدار $-R-L$ سری دارد. در این حالت، از مدار جریان $\frac{V}{R+jX_L} = 0$ غور می کند. این مدار جریان، حداقل جریان است که از مدار $-R-L$ سری با داشته و نیاز نیافرایی ندارد. اگر فرکانس از صفر به بیشتر از این $(\omega L)_{\max}$ افزایش یابد، مدار امپدانس غیر نیک می شود در این حالت، از مدار جریان غیر مذکور مذکور است. مدار $-R-L$ میگذرد. مدار باز عمل می کند و با این حال، با افزایش فرکانس مدار $-R-L$ سری را بخلاص نمی نواند مدار باز تبدیل گرد. مطلب بالا در جدول زیر آورده شده است.

$I_{S\max}$	$-$
Z_{\min}	R
$I_{S\min}$	$\frac{V}{R}$

۴-۹

۳-۴- تبدیل R-L سری به موازی و برعکس

برای تبدیل این دو حالت به همیگر باید برای ثابت بودن اثر مدار مقدار Z و φ در هر حالت یکی باشد، برای تبدیل موازی به سری داریم:

حالت سری $\rightarrow \cos \varphi_s$

حالت موازی $\rightarrow \cos \varphi_p$

امپدانس موازی $\rightarrow Z_p$

امپدانس سری $\rightarrow Z_s$

$$\cos \varphi_s = \cos \varphi_p$$

$$\frac{R_s}{Z_s} = \frac{Z_p}{R_p} \Rightarrow R_s = \frac{Z_p^2}{R_p}$$

بر همین اساس داریم :

$$X_S = \frac{Z_P}{X_{L_P}}$$

برای تبدیل سری به موازی نیز داریم :

$$\begin{cases} R_P = \frac{Z_S}{R_S} \\ X_P = \frac{Z_S}{X_{L_S}} \end{cases}$$

آنکه تبدیل مدار سری به مدار موازی و بالعکس

هر گاه بخواهیم یک مدار سری را به مدار موازی و با عکس تبدیل کنم باید R_S و Z_L در حالت سری با $\angle \Phi_S$ و Φ_L در حالت موازی برقرار باشد.

همان طوری که اشاره شد روابط اینهاست و ضریب قدرت در مدارهای سری و موازی به صورت زیر است :



$$\begin{cases} Z_S = \sqrt{R_S^2 + X_{L_S}^2} \\ \cos\phi_S = \frac{R_S}{Z_S} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_P = \frac{R_P X_{L_P}}{\sqrt{R_P^2 + X_{L_P}^2}} \\ \cos\phi_P = \frac{Z_P}{R_P} \end{cases}$$

۱. در تبدیل مدار سری به مدار موازی داریم :

شرط اول تبدیل

$$\cos\phi_P = \cos\phi_S$$

$$\frac{Z_P}{R_P} = \frac{R_S}{Z_S}$$

$$R_S = \frac{Z_P Z_S}{R_P}$$

معادل طرفین را غیر محدود

مدار R_S را بدست می آوریم

$$R_S = \frac{Z_P^2}{R_P}$$

$$X_L = \frac{Z_P^2}{X_{L_P}}$$

با توجه به شرط دوم تبدیل $\angle \Phi_P = \angle \Phi_S$ در معادله R_S غیر محدود

بر اینه همین مراحل برای راکناس مداری در مدار سری نظر جنون می توان نوشت :

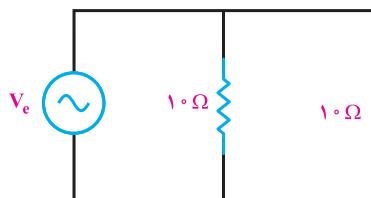
$$X_L = \frac{Z_P^2}{X_{L_P}}$$

۹۴

تذکر: برای به دست آوردن معادل سری به موازی و بالعکس بهتر است ابتدا مقدار Z را به دست آوریم. سپس در ادامه مقدار $\cos\phi$ و از آنجا مقدار $\sin\phi$ را حساب کنیم تا به کمک آنها R و X_L جدید به دست آید.

۳-۴-۱- حل تمرین شماره ۱۳ صفحه ۹۷ کتاب درسی (شکل ۱۱)

هدف : تبدیل مدار L-R موازی به یک مدار R-L سری.



شکل ۱۱

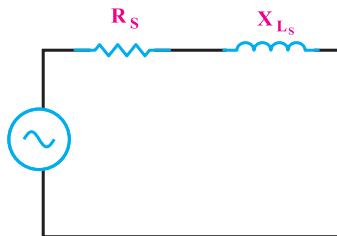
گام ۱) امپدانس معادله مدار را محاسبه می کنیم.

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{1 \times 1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 5\sqrt{2} \Omega$$

گام ۲) $\cos\varphi$ و $\sin\varphi$ را باید.

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{5\sqrt{2}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi = 45^\circ, \sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گام ۳) می توان مقاومت اهمی معادل سری مدار مقاومت سلفی معادل سری مدار را با استفاده از روابط زیر محاسبه کرد (شکل ۱۲).



شکل ۱۲

$$R_s = Z \cos\varphi = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \Omega$$

$$X_{Ls} = Z \sin\varphi = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \Omega$$