

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

# جبر و احتمال

سال سوم آموزش متوسطه

رشته ریاضی و فیزیک

وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف : دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری

نام کتاب : جبر و احتمال - ۲/۲۵۸

مؤلفان : بیژن ظهوری‌زنگنه، زهرا گویا، یحیی تابش و یدالله ایلخانی‌پور

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع : اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

تهران : خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)

تلفن : ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹ ، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶ ، کد پستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹

وبسایت : [www.chap.sch.ir](http://www.chap.sch.ir)

مدیر امور فنی و چاپ : لیدا نیک‌روش

طراح جلد : زهرا گویا، محمدقاسم علیمردانی

صفحه‌آرا : سمیه قنبری

حروفچین : زهرا ایمانی‌نصر، سیده فاطمه محسنی

مصحح : علیرضا کاهه، علی مظاهری نظری فر

امور آماده‌سازی خبر : زینت بهشتی شیرازی

امور فنی رایانه‌ای : احمدرضا امینی، حمید ثابت کلاچاهی

ناشر : شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران : تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (دارو پخش)

تلفن : ۵-۴۴۹۸۵۱۶۱ ، دورنگار : ۴۴۹۸۵۱۶۰ ، صندوق پستی : ۱۳۹-۳۷۵۱۵

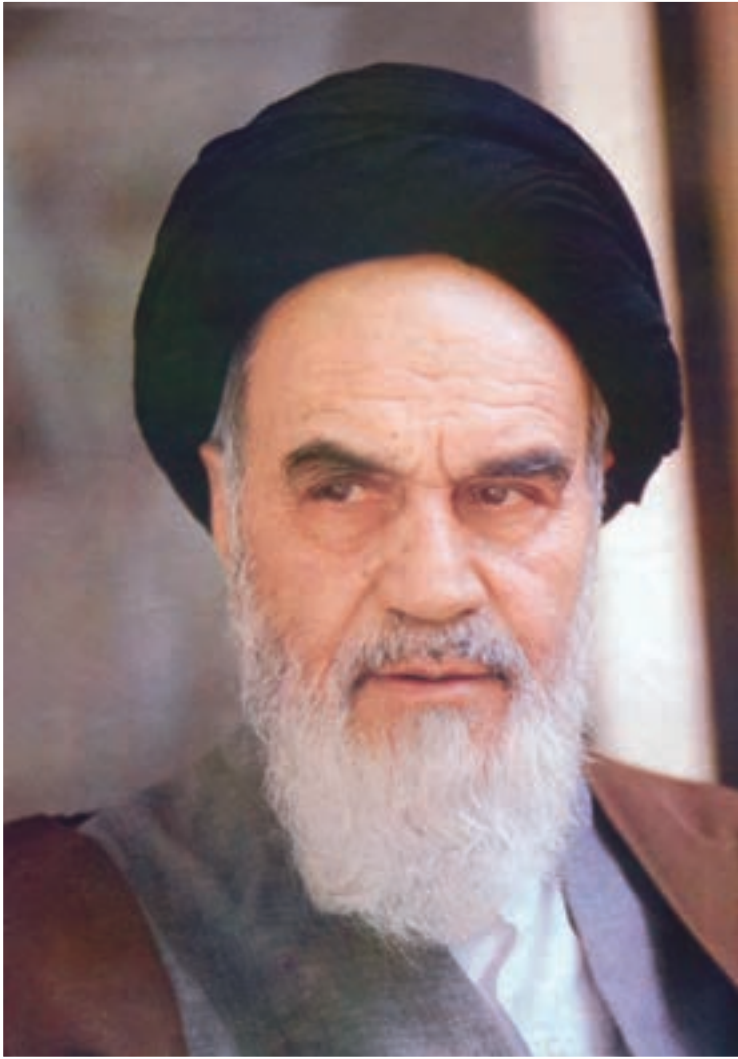
چاپخانه : شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی ایران «سهامی خاص»

سال انتشار : ۱۳۹۴

حق چاپ محفوظ است.

ISBN 964-05-0055-0

شابک ۹۶۴-۰۵-۰۰۵۵-۰



اگر منحرفین و معوجین در یک کشوری سرنوشت آن کشور را به دست بگیرند، آن کشور رو به انحطاط و انحراف می‌رود، و اگر افاضل و دانشمندان که با فضیلت هستند، با فضیلت انسانی هستند، اینها سررشته‌دار یک کشور بشوند، فضیلت در آن کشور زیاد می‌شود؛ برای اینکه در آن مقامی که هستند مردم به حسب عادت توجه به آنها دارند و حرف‌های آنها در ذهن‌های آنها، در ذهن‌های عموم مردم کارگر است و تأثیر می‌کند.

امام خمینی

این کتاب در سال ۱۳۷۹ براساس هدف‌های آموزشی ریاضی و مطابق با ریزبرنامه تهیه و تصویب شده در شورای برنامه‌ریزی ریاضی متوسطه در دفتر تألیف کتاب‌های درسی ابتدایی و متوسطه نظری توسط آقای بیژن ظهوری زنگنه و خانم حمیده داریوش‌همدانی و خانم سهیلا غلام‌آزاد مورد تجدید نظر کلی قرار گرفت.

## فهرست مطالب

۱	فصل ۱: استدلال ریاضی
۱	۱-۱- درک شهودی
۱	۲-۱- استدلال تمثیلی یا قیاسی
۳	۳-۱- استدلال استقرایی
۳	۴-۱- محدودیت استدلال استقرایی
۵	۵-۱- استقرای ریاضی
۹	۶-۱- استقرای تعمیم یافته
۱۴	۷-۱- استدلال استنتاجی
۱۷	۸-۱- مثال نقض
۲۰	۹-۱- قضایای شرطی
۲۱	۱۰-۱- اثبات بازگشتی
۲۶	۱۱-۱- برهان خلف (اثبات غیرمستقیم)
۲۸	۱۲-۱- اصل لانه کبوتر

۳۲	فصل ۲ : مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه
۳۲	۱-۲- مجموعه
۳۶	۲-۲- زیرمجموعه
۳۹	۳-۲- مجموعه توانی
۴۱	۴-۲- نمایش هندسی مجموعه‌ها
۴۴	۵-۲- جبر مجموعه‌ها
۵۶	۶-۲- حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه
۶۰	۷-۲- رابطه
۶۵	۸-۲- افراز یک مجموعه
۶۶	۹-۲- رابطه هم‌ارزی
۶۹	فصل ۳ : احتمال و پدیده‌های تصادفی
۷۰	۱-۳- پدیده‌های تصادفی
۷۲	۲-۳- فضاهای نمونه‌ای
۷۴	۳-۳- پیشامدهای تصادفی
۷۹	۴-۳- عملیات بر روی پیشامدها
۸۲	فصل ۴ : احتمال : اندازه‌گیری شانس
۸۲	۱-۴- احتمال هم‌شانس در فضاهای گسسته
۸۷	۲-۴- احتمال دو جمله‌ای
۹۵	۳-۴- احتمال غیرهم‌شانس در فضاهای گسسته
۹۶	۴-۴- احتمال یک پیشامد اختیاری
۱۰۰	۵-۴- احتمال در فضاهای پیوسته
۱۰۹	۶-۴- قوانین احتمال

## پیشگفتار

حکایتی دربارهٔ یکی از ریاضی‌دان‌های مشهور می‌گویند که خالی از لطف نیست: روزی قرار بود که این ریاضی‌دان در حضور جمع تحصیل کرده‌ای سخنرانی کند. او در شروع صحبت یک عبارت ریاضی روی تخته نوشت و گفت: «در واقع این عبارت بدیهی است». ریاضی‌دان دوباره به عبارت نوشته شده نگاه کرد و گفت: «حداقل من فکر می‌کنم که بدیهی است». اما همچنان که شک او قوی‌تر می‌شد گفت: «بیخشید» و کاغذ و مدادی برگرفت و سالن سخنرانی را ترک کرد. بعد از بیست دقیقه او خندان به سالن بازگشت و پیروزمندانه گفت: «بله حضار محترم، این عبارت بدیهی است!»

به نظر می‌رسد که منظور این ریاضی‌دان از بدیهی بودن عبارت آن بود که ما می‌توانیم به‌طور شهودی درستی آن را قبول کنیم. با این حال این پذیرش کافی نیست و در نهایت، تجزیه و تحلیل منطقی، آن را تأیید و یا رد می‌کند. بنا به گفتهٔ اسکمپ<sup>۱</sup> (۱۹۷۱) «مطمئن بودن از چیزی یک قصه است و دانستن این که چرا آن چیز درست است قصه‌ای دیگر» و هدف ما نیز کمک به دانستن این چراهاست. با در نظر گرفتن نقشی که ریاضیات در تربیت هر شهروند می‌تواند ایفا کند، آشنایی با قسمت‌های مختلف این علم برای نوجوانان مستعد، متفکر و توانای ما الزامی به نظر می‌رسد. نمونه‌های شهودی و تجربی زیبایی در رابطه با رشد و توسعهٔ مطالب مطرح شده در این کتاب وجود دارند که یادگیری و فهم آنها را آسان می‌کنند. اما برای بهتر فهمیدن و یادگرفتن موضوعات یاد شده، به دانش‌های پیش‌نیاز و ابزار مختلفی نیازمندیم. مهم‌ترین آنها نحوهٔ استدلال کردن و سپس تکمیل آنچه که دربارهٔ مجموعه‌ها و بالاخره حاصل ضرب دکارتی و رابطه یاد گرفته‌ایم می‌باشد.

نیاز به دانش‌های پیش‌نیاز ما را بر آن داشت که دو فصل اول کتاب را به مفاهیم فوق‌اختصاص دهیم تا علاوه بر تعمیق یادگیری‌های قبلی، زمینهٔ مناسب‌تری برای بهتر فهمیدن مطالب فصل‌های بعد فراهم آید.

هم‌چنین، توجه معلمان گرامی و دانش‌آموزان عزیز را به این مهم جلب می‌کنیم که تجدید نظر کتاب پس از جمع‌آوری و تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از ۴ سال تدریس آن صورت گرفته است. از حضور شما و تمامی صاحب‌نظران گرامی خواهشمندیم که با پیشنهادها و انتقادهای سازندهٔ خویش ما را در تصحیح، توسعه و تکمیل آن باری دهند.

مؤلفان