دینامیک

فصل ۲

دینامیک

نگاهی به فصل : قانون‌های نیوتون از جملهٔ قانون‌های اساسی و بنیادی در دانش فیزیک به شمار می‌روند. این قانون‌ها، کاربردهای گسترده‌ای در فناوری و غالب رشته‌های مهندسی دارند. در صنعت، امور ساختمانی، دریانوردی، فضانوردی و... اصول حاکم بر پدیده‌ها از قانون‌های نیوتون پیروی می‌کنند.

شما در فیزیک (۲) و آزمایشگاه، با قانون‌های نیوتون آشنا شدید و دیدید که چگونه می‌توان آنها را برای حل مسئله‌های دینامیک در یک بُعد به کار برد.

در این فصل، پس از یادآوری این قانون‌ها، کاربرد آنها را در حل مسئله‌ها، در دینامیک دو بعدی، بررسی می‌کنیم.

۲ــ۱ــ قانون‌های نیوتون

قانون اول نیوتون : «هر جسمی، حالت سکون و یا حرکت یکنواخت خود را روی خط راست حفظ می‌کند، مگر آنکه تحت تأثیر نیرو یا نیروهایی، مجبور به تغییر آن حالت شود.»

قانون دوم نیوتون : «نیروی برایند وارد بر جسم برابر است با حاصل‌ضرب جرم جسم در شتاب آن» به عبارت دیگر شتاب یک جسم در همان جهت نیروی برایند وارد بر آن است و با نیروی برایند تقسیم بر جرم جسم برابر است؛ یعنی :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (۲ــ۱)$$

توجه کنید در رابطهٔ بالا $\vec{F}$ برایند نیروهای وارد بر جسم است.

قانون سوم نیوتون : «هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اوّل نیرویی **هم اندازه، هم راستا و در خلاف سوی آن** وارد می‌کند.»

همچنین در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم، نیرویی که جسم اوّل وارد می‌کند، «کنش» و نیرویی که جسم دوم وارد می‌کند «واکنش» نام دارد. این دو نیرو همواره هم اندازه، هم راستا و در سوی مخالف یکدیگرند و هر یک بر دیگری وارد می‌شود.

تمرین ۲ـ۱

با مراجعه به آنچه در فیزیک (۲) و آزمایشگاه خوانده‌اید، جمله‌های زیر را کامل کنید :

۱ــ تغییر بردار سرعت در اثر ..... است.

۲ــ اگر در اثر اعمال نیرو، جسم ساکنی به حرکت درآید، در شروع حرکت بردارهای سرعت و ..... هم‌جهت‌اند.

۳ــ در مسیر خمیده بردارهای سرعت و نیرو.....

۴ــ اگر جسمی بر روی خط راستی در حرکت باشد و بر آن نیرویی هم‌راستا و هم‌سو با سرعت حرکتِ آن وارد شود، حرکت جسم..... خواهد شد.

۵ــ درصورتی که جسمی بر روی خط راستی در حرکت باشد و بر آن نیرویی در خلاف جهت سرعت اعمال شود حرکت جسم ..... خواهد شد.

تمرین ۲ـ۲

توضیح دهید چرا هنگامی که :

۱ــ با پا به دیواری ضربه می‌زنید پای شما درد می‌گیرد؟

شکل ۲ــ۱

۲ــ قایق‌ران پارو می‌زند، قایق در آب حرکت می‌کند؟

۳ــ چمدان را از زمین بلند می‌کنید، دست شما به‌طرف پایین کشیده می‌شود؟

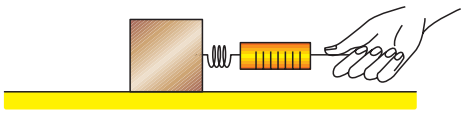
۴ــ در شکل ۲ــ۱ آب از فواره خارج می‌شود، فواره می‌چرخد؟

فعالیت۲ـ۱

در شکل ۲ــ۲ تصویر یک موشک ایرانی را در حال پرتاب، مشاهده می‌کنید. براساس قانون سوم نیوتون چگونگی حرکت آن را شرح دهید.

شکل ۲ــ۲

مثال ۲ـ۱



شکل ۲ـ۳ـ الف

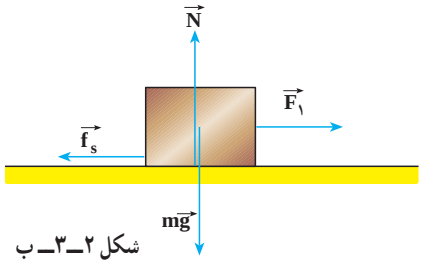
صندوقی به جرم ۱۰kg روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک ایستایی ۰/۴ و ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۲ قرار دارد.

مطابق شکل ۲ـ۳ـ الف نیروسنج را به صندوق وصل می‌کنیم و آن را می‌کشیم :

الف) نخست با نیرویی برابر با ۲۰N صندوق را می‌کشیم. آیا صندوق شروع به حرکت می‌کند؟ در این حالت نیروی اصطکاک بین صندوق و سطح چه‌مقدار است؟

ب) نیروی وارد بر صندوق را به ۶۰N می‌رسانیم، در این حالت نیروی اصطکاک چه‌مقدار است؟ شتاب حرکت صندوق را در این حالت حساب کنید.

پاسخ



شکل ۲ـ۳ـ ب

الف) در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم، برای آنکه جسمی به حرکت درآید باید نیروی وارد بر آن از نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت بیشتر باشد. بنابراین ابتدا نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت (بیشینهٔ نیروی اصطکاک) را محاسبه می‌کنیم :

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg = 10 \times 10 = 100N$$

$$f_{s,max} = \mu_s N \Rightarrow f_{s,max} = 0/4 \times 100 = 40N$$

در این حالت، چون نیروی وارد شده، از نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت کمتر است، صندوق ساکن می‌ماند و درنتیجه شتاب حرکت آن صفر است. بنابر قانون دوم نیوتون داریم :

$$\Sigma F_x = ma \Rightarrow F_1 - f_s = ma = 0 \Rightarrow f_s = 20N$$

ب) در این حالت، چون نیروی وارد شده، از نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت بیشتر است، جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک، جنبشی است و با استفاده از رابطهٔ $f_k = \mu_k N$ محاسبه می‌شود.

$$f_k = 0/2 \times 100 = 20N$$

برای محاسبهٔ شتاب حرکت، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم :

$$F - f_k = ma \Rightarrow 60 - 20 = 10a \Rightarrow a = 4\,m/s^2$$

۲ـ۲ـ چگونگی استفاده از قانون‌های نیوتون در حرکت یک جسم

در فیزیک (۲) و آزمایشگاه دیدیم که برای حل مسئله‌های دینامیک یک‌بعدی چه نکاتی را باید در نظر بگیریم. اکنون برای حلّ مسئله‌های دینامیک دوبعدی این نکات را یادآوری و تکمیل می‌کنیم :

۱ـ شکل ساده‌ای از جسم و تکیه‌گاه آن را رسم می‌کنیم.

۲ـ نیروهایی را که اجسام دیگر بر جسم وارد می‌کنند، روی شکل مشخص می‌کنیم.

۳ـ دستگاه محورهای مختصات مناسب انتخاب می‌کنیم. (ضمن حل مسئله، با نحوهٔ انتخاب دستگاه مختصات مناسب آشنا خواهیم شد.)

۴ـ نیروها را روی محورهای مختصات تجزیه می‌کنیم؛ یعنی، مؤلفه‌های هر نیرو را روی محورها تعیین می‌کنیم.

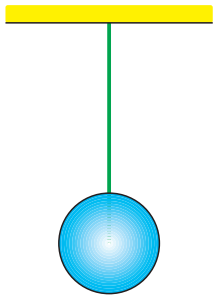
۵ـ با نوشتن قانون دوم نیوتون روی هر یک از محورها، شتاب حرکت جسم را روی هر محور محاسبه می‌کنیم. به‌عبارت دیگر، مؤلفه‌های نیرو را روی هر محور به‌طور جداگانه، به‌صورت $F_x = ma_x$ و $F_y = ma_y$ می‌نویسیم.

۶ـ هرگاه چند جسم به هم متصل باشند، درصورتی که بردار شتاب حرکت همگی یکسان باشد، مجموعه را می‌توانیم به‌عنوان یک دستگاه (با جرمی برابر مجموع جرم‌ها) درنظر بگیریم و قانون دوم را برای آن بنویسیم.

نحوهٔ استفاده از قانون‌های نیوتون در مثال‌هایی که در ادامه می‌آید، نشان داده شده است.

مثال ۲ـ۲

جسمی به جرم $m = 12kg$ را با طنابی که جرم آن ناچیز است مطابق شکل ۲ـ۴ـ الف می‌آویزیم. نیروهای وارد بر جسم را تعیین کنید و مقدار هر یک را به‌دست آورید.



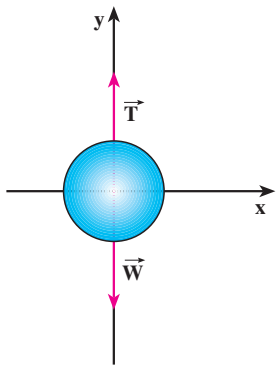
شکل ۲ـ۴ـ الف

پاسخ

نیروهای وارد بر جسم عبارت‌اند از :

نیروی وزن، که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود و نیرویی که از طرف طناب به جسم وارد می‌شود. چون جسم ساکن است، باید برایند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. درنتیجه باید از طرف طناب،

نیرویی در امتداد قائم و رو به بالا بر جسم اعمال شود. این نیرو را نیروی کشش طناب (نخ) می‌نامند که آن را با $\vec{T}$ نمایش می‌دهیم.



شکل ۲ــ۴ــ ب

نیروهای وارد بر جسم، در راستای محور y هستند و در شکل ۲ــ۴ــ ب نشان داده شده‌اند. بنابر قانون دوم نیوتون داریم :

$$T - mg = ma$$

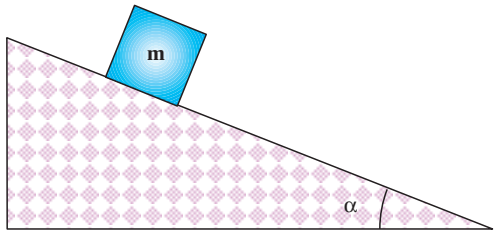
چون $a = ۰$، داریم :

$$T = mg = ۱۲ \times ۱۰ = ۱۲۰N$$

در هر نقطه از طناب کشیده شده، نیرویی از طرف یک‌بخش بر بخش دیگر وارد می‌شود. نیروی کشش طناب در هر نقطه برابر نیرویی است که در صورت پاره‌شدن طناب در آن نقطه، باید وارد کنیم تا وضعیّت اولیهٔ آن حفظ شود؛ یعنی، اگر جسم ساکن بوده با جای‌گزینی این نیرو در آن نقطه همچنان ساکن بماند و اگر در حرکت بوده با همان حالت قبل از پاره شدن حرکت کند.

مثال ۲ـ۳

جسمی به جرم m را روی سطح شیب‌داری که با افق زاویهٔ α می‌سازد قرار می‌دهیم :

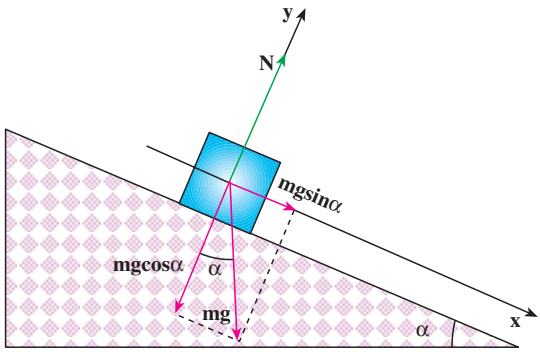


شکل ۲ــ۵ــ الف

الف) شتاب حرکت جسم و نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه کنید. (در این قسمت اصطکاک را نادیده بگیرید.)

ب) اگر در اثر نیروی اصطکاک، جسم روی سطح ساکن بایستد، نیروی اصطکاک را محاسبه کنید.

پاسخ



شکل ۲ــ۵ ــ ب

الف) ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. جسم در امتداد سطح شیب‌دار حرکت می‌کند، محور x را در راستای سطح شیب دار و در جهت حرکت و محور y را عمود بر آن سطح، انتخاب می‌کنیم.

مؤلفه‌های وزن روی محورهای x و y به‌ترتیب عبارت‌اند از :

$mg\cos\alpha$ و $mg\sin\alpha$

با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای محور x داریم :

$$F_x = mg\sin\alpha = ma$$

$$a = g\sin\alpha$$

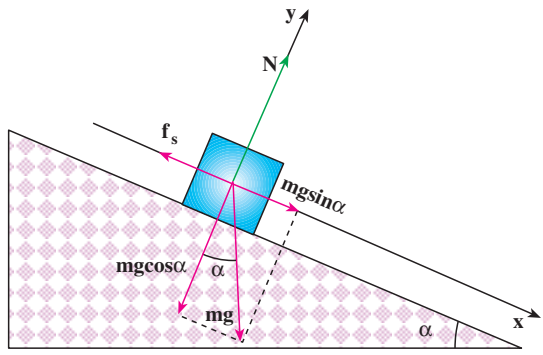
چون جسم در راستای محور y حرکت ندارد :

$$F_y = 0$$

$$N - mg\cos\alpha = 0$$

و درنتیجه :

$$N = mg\cos\alpha$$



شکل ۲ ــ ۶

ب) نمودار نیروهای وارد بر جسم در شکل ۲ــ۶ نشان داده شده است؛ چون جسم ساکن است، برایند نیروهای وارد بر آن صفر است :

$$F_x = 0$$

$$mg\sin\alpha - f_s = 0$$

و از آنجا داریم :

$$f_s = mg\sin\alpha$$

۲ـ۳ـ تکانه (اندازه حرکت)

شکل ۲ـ۷

در شکل ۲ـ۷ یک خودروی سواری و یک کامیون مجاور هم با سرعت یکسان در حرکت‌اند. با نزدیک شدن به چراغ قرمز خودرو و کامیون باید پس از طی مسافت ۵۰m متوقف شوند. به‌نظر شما نیروی لازم برای متوقف کردن کدام‌یک از آنها با شتاب ثابت بیشتر است؟ برای بررسی دقیق‌تر، فرض کنید جرم کامیون ۱۰ تن و جرم خودروی سواری ۱ تن باشد و هر کدام با سرعت ۲۰m/s در حرکت باشند. شتاب حرکت کندشونده برای کامیون و خودروی سواری، در این جابه‌جایی برابر است با :

$$|a_1| = |a_2| = \left|\frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x}\right| = \frac{400}{2\times 50} = 4\,m/s^2$$

نیروی لازم برای توقف کامیون برابر است با :

$$F_1 = m_1 a = 10000 \times 4 = 4\times 10^4 N$$

و نیروی لازم برای توقف خودروی سواری برابر است با :

$$F_2 = m_2 a = 1000 \times 4 = 4\times 10^3 N$$

نتیجه می‌گیریم که نیروی لازم برای متوقف کردن کامیون بیشتر از نیروی لازم برای متوقف کردن خودروی سواری است.

فعالیت ۲ـ۲

فرض کنید در مثال بالا، جرم خودرو و کامیون یکسان، ولی سرعت یکی ۲۰m/s و دیگری ۱۵m/s باشد. نیروی لازم برای متوقف کردن هر کدام از آنها را محاسبه و با هم مقایسه کنید. نتیجه‌های این فعالیّت و مثال قبل را در گروه خود، تجزیه و تحلیل و به کلاس گزارش کنید.

در مثال‌های بالا دیدیم که نیروی لازم برای متوقّف کردن خودروها به جرم و سرعت آنها بستگی دارد. در فیزیک کمیّتی به‌نام تکانه (اندازه حرکت) تعریف می‌شود که به هر دو کمیّت جرم و سرعت بستگی دارد. «**تکانهٔ یک جسم، حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن است.**»

تکانه را با $\vec{P}$ نمایش می‌دهند و یکای آن کیلوگرم متر بر ثانیه (kgm/s) است. بنابراین می‌توان نوشت :

$$\vec{P} = m\vec{v} \qquad (۲ــ۲)$$

تکانه، کمیّتی برداری است؛ چرا؟

رابطهٔ بین نیرو و تکانه : با به‌کارگیری قانون دوم نیوتون، به سادگی رابطهٔ نیرو و تکانه به‌دست می‌آید؛ با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۱ داریم :

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

چون جرم جسم، مقداری ثابت است، می‌توان نوشت :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = d\frac{(m\vec{v})}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad (۲ــ۳)$$

یعنی **آهنگ تغییر تکانهٔ یک جسم نسبت به زمان برابر برایند نیروهای وارد بر جسم است**. به بیان دیگر، برآیند نیروهای وارد بر جسم، مشتق تکانهٔ آن نسبت به زمان است.

اگر در بازهٔ زمانی Δt تغییر تکانهٔ یک جسم $\Delta\vec{P}$ باشد، نیروی متوسّط وارد بر آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$\bar{\vec{F}} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \qquad (۲ــ۴)$$

مثال ۲ــ۴

چکشی به جرم ۱/۵kg را با سرعت ۱۰m/s به سر میخی می‌کوبیم (شکل ۲ــ۸). اگر زمان برخورد چکش با سر میخ ۰/۰۰۵s باشد، بزرگی نیروی متوسطی که به چکش وارد می‌شود، چه‌مقدار است؟

شکل ۲ــ۸

پاسخ

$$\bar{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = m\left(\frac{v - v_{\circ}}{\Delta t}\right)$$

$$|\bar{F}| = \left|1/5\,\frac{(\circ - 10)}{\circ/\circ\circ 5}\right| = 3000\,N$$

تمرین ۲ـ۳

دو خودروی A و B دارای مشخصات فنی متفاوت‌اند. جرم خودروی A برابر ۱۰۰۰kg و جرم خودروی B برابر ۸۰۰kg است. سرعت خودروی A حداقل پس از ۱۱/۷s از صفر به ۹۶km/h می‌رسد، ولی سرعت خودروی B حداقل پس از ۱۲/۱s، همین مقدار افزایش پیدا می‌کند.

حداکثر برایند نیروهای وارد بر هر کدام از خودروهای A و B را حساب کنید.

نقش کیسهٔ هوا در تصادف‌های رانندگی

حوادث ناشی از سوانح رانندگی هر روز عدّه‌ای را به کام مرگ می‌کشاند و یا موجب آسیب‌ها و خسارت‌های فراوان می‌شود. از این‌رو، شرکت‌های خودروسازی، همواره می‌کوشند خودروهای خود را با امکانات جدیدی، به منظور کاهش ضایعات ناشی از تصادف، مجهّز کنند.

جاسازی کیسهٔ هوا در خودروها، یکی از تازه‌ترین روش‌های ایجاد ایمنی است. ساز و کار این وسیله، به این صورت است که هنگام بروز حادثه که به تغییر سرعت ناگهانی خودرو می‌انجامد، در اثر یک واکنش شیمیایی سریع، گازی در یک کیسهٔ پلاستیکی تولید

شکل ۲ــ۹

فناوری

فناوری

می‌شود و کیسهٔ پر از گاز در مقابل راننده و سرنشین قرار می‌گیرد. برخورد آنها به کیسهٔ هوا، مدت زمان تغییر سرعت یا زمان توقف آنها را بسیار طولانی‌تر می‌کند؛ در نتیجه بر طبق رابطهٔ $\overrightarrow{F} = \frac{\Delta \overrightarrow{P}}{\Delta t}$، با افزایش Δt نیروی متوسط وارد بر سرنشینان کاهش می‌یابد و بدین‌ترتیب از وارد آمدن آسیب جدی به آنها جلوگیری می‌شود.

زمان توقف در برخورد با جسم سخت در حدود هزارم ثانیه است، درحالی‌که کیسهٔ هوا، این زمان را تا چند ثانیه افزایش می‌دهد از این‌رو، نیروی وارد بر سرنشین تا حدود یک هزارم، کاهش می‌یابد.

فعالیت ۲ـ۳

در یک مسابقهٔ پرش با نیزه، ورزشکاری از مانعِ پرش با ارتفاع ۶m بدون خطا عبور می‌کند.

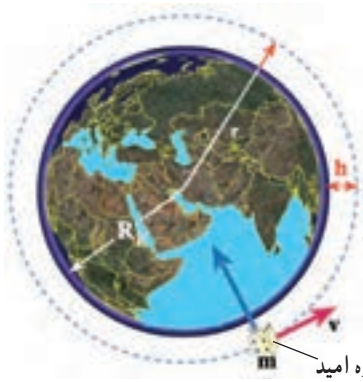
نقش تشک را در جلوگیری از آسیب رسیدن به ورزشکار مورد بحث و بررسی قرار دهید.

شکل ۲ـ۱۰

۲ــ۴ــ حرکت دایره‌ای

حرکت یک جسم در مسیر دایره‌ای، نمونهٔ دیگری از حرکت در صفحه است. مسیر حرکت ماه و ماهواره‌ها به دور زمین و برخی سیاره‌ها به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است. در بعضی وسایل خانگی مانند لباس‌شویی، آب‌میوه‌گیری و... اجسام درون آنها در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کنند. در تصویرهای زیر نمونه‌هایی از حرکت اجسام بر مسیر دایره‌ای را مشاهده می‌کنید.

شکل ۲ــ۱۱ــ الف ــ تصویری از یک قطار هوایی در پارک تفریحی

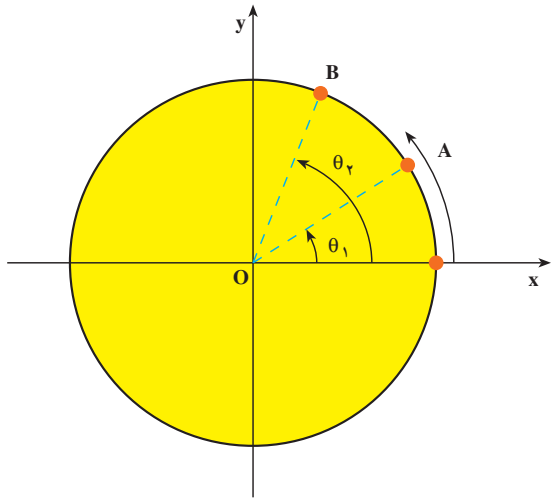


شکل ۲ــ۱۱ــ ب ــ طرحی از چرخش ماهوارهٔ امید به دور زمین

شکل ۲ــ۱۱ــ پ ــ تصویری از حرکت اتومبیل در شیبی عرضی

اکنون به بررسی حرکت دایره‌ای و دینامیک آن می‌پردازیم.

سرعت زاویه‌ای متوسط : ذره‌ای را در نظر بگیرید که روی مسیر دایره‌ای در جهت مخالف عقربه‌های ساعت در حرکت است (شکل ۲ــ ۱۲). در این‌جا منظور از ذرّه، جسم کوچکی است که ابعاد آن در برابر شعاع دایره ناچیز باشد. مکان ذرّه را روی دایره در هر لحظه می‌توان با زاویهٔ θ نسبت



شکل ۲ــ۱۲

به محور ox نمایش داد. به θ، مکان زاویه‌ای می‌گوییم. بنابراین هنگامی که ذرّه در نقطهٔ A قرار دارد مکان آن را با زاویهٔ θ_1 و هنگامی که در نقطهٔ B قرار دارد، مکان آن را با زاویهٔ θ_2 نشان می‌دهیم. $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ را جابه‌جایی زاویه‌ای ذرّه می‌نامیم. سرعت زاویه‌ای متوسط ذرّه در حرکت دایره‌ای، به‌صورت نسبت جابه‌جایی زاویه‌ای به زمان آن تعریف می‌شود؛ یعنی :

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (۵ــ۲)$$

یکای سرعت زاویه‌ای، رادیان بر ثانیه (rad/s) است.

مثال ۲ـ۵

حرکت زمین به دور خورشید تقریباً دایره‌ای است، سرعت زاویه‌ای متوسط زمین به دور خورشید را محاسبه کنید.

پاسخ

زمین در مدّت ۳۶۵ روز، یک بار به دور خورشید می‌چرخد و در این مدت 2π رادیان طی می‌کند؛ بنابراین :

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{365\times24\times3600} = \frac{2\pi}{31536000} \simeq 2\times10^{-7}\,(\mathrm{rad/s})$$

سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای : سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را، مانند آنچه در مورد تعریف سرعت لحظه‌ای در فصل ۱ دیدیم، چنین تعریف می‌کنیم :

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

و یا

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad (۶_۲)$$

از این به بعد، سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای را به اختصار **سرعت زاویه‌ای** می‌گوییم.

تمرین ۲ـ۴

مکان زاویه‌ای ذرّه‌ای که روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند، با رابطهٔ $\theta = ۲t^۲ + ۶t$ بیان شده است. (t برحسب ثانیه و θ برحسب رادیان)

الف) سرعت زاویه‌ای متوسط ذرّه را بین لحظه‌های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۲s$ و

ب) سرعت زاویه‌ای آن را در لحظهٔ $t_۳ = ۳s$ حساب کنید.

۲ـ ۵ ـ حرکت دایره‌ای یکنواخت

هرگاه اندازهٔ سرعت زاویه‌ای ذرّه‌ای که بر روی مسیر دایره‌ای در حرکت است ثابت بماند، می‌گوییم ذره، حرکت دایره‌ای یکنواخت دارد. در چنین حرکتی، سرعت زاویه‌ای متوسط در هر بازهٔ زمانی با سرعت زاویه‌ای لحظه‌ای ذره برابر است.

$$\bar{\omega} = \omega = \frac{\theta - \theta_۰}{t - ۰}$$

و یا

$$\theta = \omega t + \theta_۰ \qquad (۷_۲)$$

برای بررسی حرکت دایره‌ای یکنواخت، کمیت‌های زیر را تعریف می‌کنیم :

دوره : زمانی که طول می‌کشد تا ذرّه روی مسیر دایره‌ای یک دور کامل طی کند، دوره نامیده می‌شود. دوره را با T نمایش می‌دهند و یکای آن ثانیه است.

بسامد : تعداد دورهای ذرّه را در یک ثانیه بسامد (فرکانس) می‌گویند. بسامد را با f نمایش می‌دهند. یکای بسامد $\frac{۱}{s}$ یا هرتز (Hz) است.

روشن است که :

$$T = \frac{1}{f} \qquad (۲ــ ۸)$$

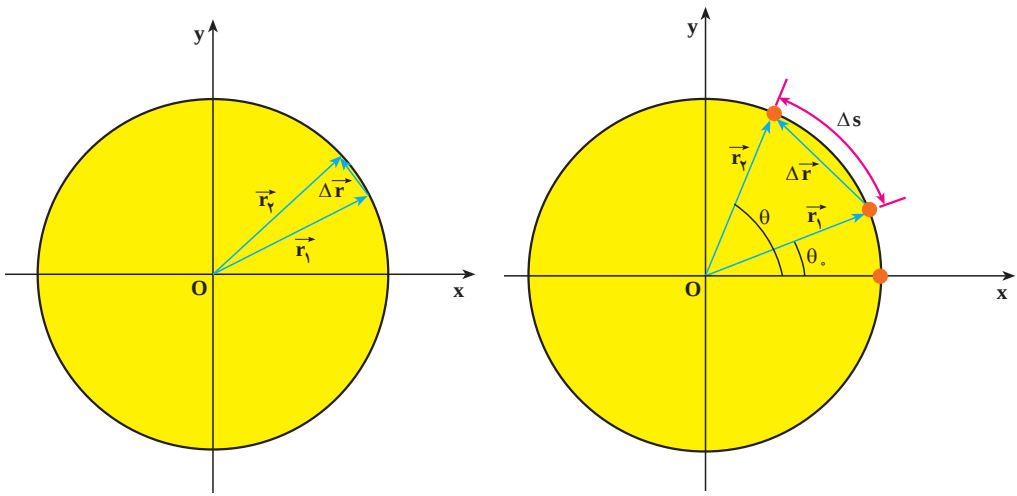
چون ذرّه در هر دور، 2π رادیان طی می‌کند، سرعت زاویه‌ای آن برابر است با :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (۲ــ۹)$$

تمرین ۲ـ ۵

سرعت زاویه‌ای گردش ماه به دور زمین را محاسبه کنید (دورهٔ گردش ماه به دور زمین را ۲۹ روز و حرکت آن را دایره‌ای یکنواخت فرض کنید).

سرعت خطی در حرکت دایره‌ای : در فصل قبل دیدید که موقعیت ذرّه را در صفحه می‌توان با بردار مکان مشخص کرد (شکل ۲ــ۱۳). اگر بردار مکان ذرّه در لحظهٔ t_1، $\vec{r}_1$ و در لحظهٔ t_2، $\vec{r}_2$ باشد، جابه‌جایی ذرّه در بازهٔ زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ برابر $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ خواهد بود. ذرّه در این بازهٔ زمانی کمان Δs را می‌پیماید. اگر بازهٔ زمانی Δt بسیار کوچک باشد، کمان Δs کوچک می‌شود و می‌توان طول کمان Δs را تقریباً با طول وتر مقابل آن، یعنی $|\Delta \vec{r}|$ برابر گرفت.



شکل ۲ــ۱۳

در فصل قبل دیدیم که سرعت متوسط متحرک را می‌توان از رابطهٔ ۱ــ۲۲ به‌دست آورد و بزرگی سرعت لحظه‌ای نیز با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود :

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

از آنجایی که در حالت حد، $|\vec{\Delta r}| \simeq \Delta s$ داریم :

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \qquad (۱۰ــ۲)$$

در درس ریاضی خوانده‌اید که زاویهٔ $\Delta\theta$ برحسب رادیان برابر است با نسبت طول کمان مقابل به آن زاویه، به شعاع دایره.

یعنی :

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$$

و یا

$$\Delta s = r\Delta\theta \qquad (۱۱ــ۲)$$

بنابراین رابطهٔ ۲ــ۱۰ را می‌توان به‌صورت زیر نوشت :

$$v = r\frac{d\theta}{dt}$$

و یا

$$v = r\omega \qquad (۱۲ــ۲)$$

در فصل ۱ دیدیم که بردار سرعت جسم، همواره مماس بر مسیر حرکت است. v را سرعت خطی متحرک نیز می‌نامند.

تمرین ۲ـ ۶

طول عقربه‌های ساعت‌شمار، دقیقه‌شمار و ثانیه‌شمار یک ساعت دیواری به‌ترتیب ۸ cm، ۱۲cm و ۱۲cm است. سرعت خطی نوک هر یک از عقربه‌های این ساعت را محاسبه کنید.

مثال ۲ـ۶

در یک شهربازی، گردونه‌ای افراد را در یک سطح افقی و در مسیر دایره‌ای می‌گرداند (شکل ۲ــ۱۴). به‌طوری که هر فرد حرکت دایره‌ای یکنواختی دارد. اگر گردونه در هر ۱۰ ثانیه یک دور بزند و شعاع چرخش برای هر نفر ۵ متر باشد، سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی هر شخص را در این گردونه محاسبه کنید.

شکل ۲ــ۱۴

پاسخ

دورهٔ چرخش $T = ۱۰\,s$ است.

پس سرعت زاویه‌ای برابر است با :

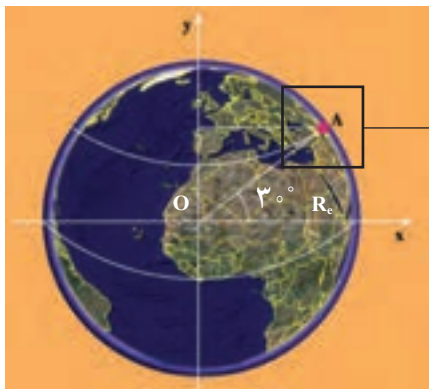
$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۱۰} = \frac{\pi}{۵}\,rad/s$$

و سرعت خطی آن نیز برابر خواهد بود با :

$$v = r\omega = ۵ \times \frac{\pi}{۵} = ۳/۱۴\,m/s$$

مثال ۲ـ۷

شهر آبادان در مدار جغرافیایی ۳۰° شمالی قرار دارد. سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی شخصی را که در این شهر زندگی می‌کند حساب کنید. شعاع زمین را $R_e = ۶/۴ \times ۱۰^{۶}\,m$ بگیرید.



شکل ۲ــ۱۵

پاسخ

سرعت زاویه‌ای حرکت وضعی زمین، در تمام نقاط زمین یکسان است (چرا؟).

با توجه به این‌که دورهٔ چرخش زمین به دور خود، ۲۴ ساعت است، می‌توانیم سرعت زاویه‌ای هر نقطه از زمین را محاسبه کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = ۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰ = ۸۶۴۰۰ s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{۸۶۴۰۰} = ۷/۲۷ \times ۱۰^{-۵} \ rad/s$$

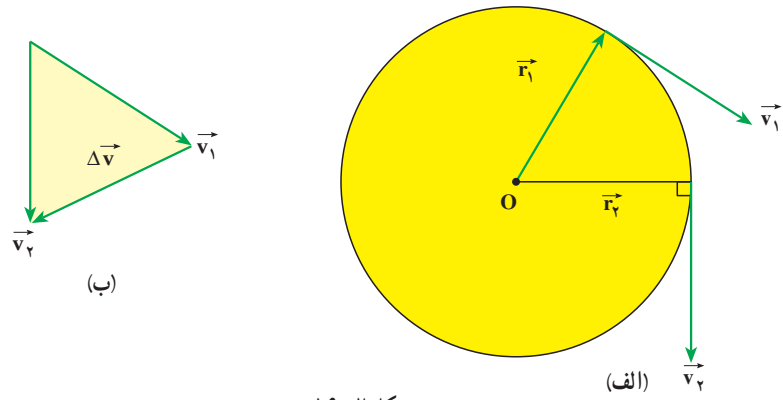
فاصلهٔ آبادان از محور چرخش زمین، با توجه به شکل ۲ــ۱۵ برابر است با :

$$r = ۶/۴ \times ۱۰^{۶} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۵/۵۴ \times ۱۰^{۶} \ m$$

و سرعت خطی شخص در آبادان برابر است با :

$$v = r\omega = ۵/۵۴ \times ۱۰^{۶} \times ۷/۲۷ \times ۱۰^{-۵} = ۴۰۲/۷۶ m/s$$

شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت : ذره‌ای را در نظر بگیرید که دارای حرکت دایره‌ای یکنواخت است (شکل ۲ــ۱۶ــ الف). در فصل قبل دیدیم که بردار سرعت در هر لحظه مماس بر مسیر است. اگر مکان ذرّه در لحظهٔ $t_۱$، $\vec{r}_۱$ و در لحظهٔ $t_۲$، $\vec{r}_۲$ باشد، بردارهای سرعت متحرّک در این نقاط به ترتیب بر $\vec{r}_۱$ و $\vec{r}_۲$ عمودند. بردار $\Delta \vec{v} = \vec{v}_۲ - \vec{v}_۱$ در شکل ۲ــ۱۶ــ ب رسم شده است.



شکل ۲ــ۱۶

ملاحظه می‌شود با این که بزرگی بردار سرعت ثابت است، به علت تغییر راستای بردار سرعت $\Delta \vec{v} \neq 0$ است. اندازهٔ شتاب متوسط حرکت در این حالت را می‌توان با استفاده از رابطهٔ $|\vec{\bar{a}}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}$ به‌دست آورد. می‌توان نشان داد، هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند، شتاب حرکت از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$a = \frac{v^2}{r} \qquad (۲ــ ۱۳ــ \text{الف})$$

و یا

$$a = r\omega^2 \qquad (۲ــ ۱۳ــ \text{ب})$$

راستای این شتاب در راستای شعاع دایره و سوی آن به طرف مرکز است،به این ترتیب، این شتاب را شتاب مرکزگرا گویند.

تمرین ۲ـ ۷

شتاب مرکزگرای ماه به دور زمین را محاسبه کنید.
فاصلهٔ ماه از زمین $۳/۸ \times ۱۰^۸ m$ و دورهٔ حرکت ماه را ۲۹ روز بگیرید.

مثال ۲ـ ۸

خودرویی در یک جاده به شعاع انحنای ۲۰۰ m با سرعت ثابت ۲۰ m/s در حرکت است. شتاب مرکزگرای این خودرو را حساب کنید.

پاسخ

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{۴۰۰}{۲۰۰} = ۲ m/s^2$$

۲ـ۶ ــ دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت

در بخش ۲ــ۵ دیدیم که در حرکت دایره‌ای یکنواخت، شتاب جسم در راستای شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز است. بنابر قانون دوم نیوتون نیرو و شتاب هم جهت‌اند، درنتیجه در حرکت دایره‌ای

یکنواخت، برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع و به سوی مرکز است. از این‌رو برایند نیروهای وارد بر جسم را که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شوند **نیروی مرکزگرا** می‌نامند.

با توجه به رابطه‌های ۲ــ۱۳ قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت به‌صورت زیر درمی‌آید :

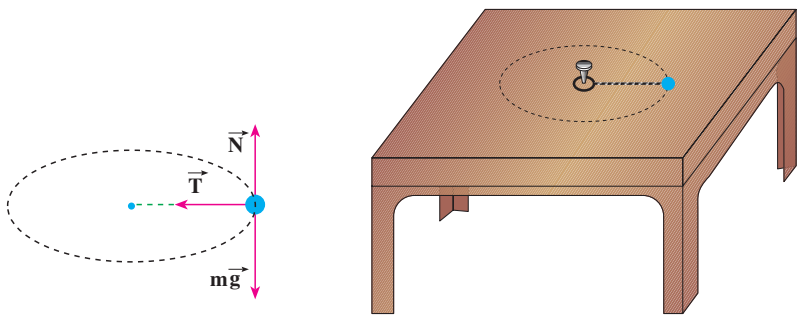
$$F = \frac{mv^2}{r} \qquad (۲ــ۱۴ــ الف)$$

$$F = mr\omega^2 \qquad (۲ــ۱۴ــ ب)$$

در این رابطه، F بزرگی برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای شعاع دایره است.

مثال ۲ــ۹

مهره‌ای به جرم ۲۰g را به نخی می‌بندیم و به انتهای دیگر نخ، حلقهٔ کوچکی وصل می‌کنیم، سپس حلقه را مطابق شکل ۲ــ۱۷ــ الف با میخ کوتاهی در وسط یک میز ثابت می‌کنیم. نیروی اصطکاک مهره با میز ناچیز است.



(ب) (الف)

شکل ۲ــ۱۷

فاصلهٔ مهره از میخ ۲۵cm است، با یک ضربه که به مهره وارد می‌کنیم آن را روی مسیر دایره‌ای به حرکت درمی‌آوریم. نیروهای وارد بر مهره را با رسم شکل مشخص کنید. اگر مهره در هر ثانیه یک دور بزند، بزرگی نیروی کشش نخ را محاسبه کنید.

پاسخ

نیروهای وارد بر مهره در شکل ۲ــ ۱۷ــ ب نشان داده شده است.

در راستای قائم، نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه بر جسم اثر می‌کنند. برایند این دو نیرو صفر است :

$$N - mg = 0$$

$$\Rightarrow N = mg$$

تنها نیروی کشش نخ می‌ماند که در اینجا همان نیروی مرکزگرا، یعنی : $T = m\frac{v^2}{r}$ است. سرعت زاویه‌ای برابر است با :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \ rad/s$$

و سرعت خطی نیز برابر است با :

$$v = r\omega = 0/25 \times 2\pi = \frac{\pi}{2} \simeq 1/57 \, m/s$$

و نیروی کشش نخ برابر است با :

$$T = m\frac{v^2}{r} = 200 \times 10^{-3} \times \frac{\pi^2}{4} \times \frac{1}{0/25} \simeq 0/2N$$

تمرین ۲ـ ۸

در هر یک از موارد زیر نیروی مرکزگرا را مشخص کنید.

۱ــ در حرکت لباس‌هایی که در ماشین‌لباس‌شویی می‌چرخند.

۲ــ در چرخش الکترون به‌دور هسته

۳ــ در گردش سیاره‌ها به دور خورشید

ابوریحان بیرونی

ابوریحان محمد بن احمد بیرونی، دانشمند برجستهٔ ایرانی، در نیمهٔ دوم قرن چهارم و اوایل قرن پنجم می‌زیست. وی در بیرون (حومهٔ) شهر کاث، پایتخت خوارزمشاهیان، به دنیا آمد. او تا سن بیست و پنج سالگی در زادگاه خود مشغول فراگیری علومی چون جغرافیا، ریاضیات، ستاره‌شناسی، پزشکی، فقه، کلام و ... بود. بیرونی اولین فعالیت‌های علمی خود را در حدود سال ۳۸۰ هجری در شهر کاث با رصد آسمان به کمک وسایل نه چندان دقیق آغاز کرد. در سال ۳۸۷ هجری بار دیگر در شهر کاث خسوفی را با هماهنگی انجام شده بین او و ابوالوفاءِ بوزجانی، از برجسته‌ترین منجمان آن دوره، رصد کرد. در واقع، ابوالوفاء نیز همین خسوف را در بغداد رصد کرده بود. با مقایسهٔ نتایج به دست آمده از این دو رصد، بیرونی اختلاف طول جغرافیایی بغداد و کاث را پیدا کرد.

با توجه به اطلاعات به دست آمده، تعداد آثار ابوریحان بیرونی شامل تألیف‌ها، ترجمه‌ها و آثار نیمه تمام او به ۱۸۰ عنوان می‌رسد که دست کم ۱۱۵ عنوان از آنها به ریاضیات و نجوم اختصاص دارد و از این تعداد تنها ۲۸ عنوان به دست ما رسیده است.

بیرونی در کتاب **«اِفراد المقال فی امر الظلال»**، یکی از نظریات مشهور ارسطو را با تکیه بر آزمایش رد می‌کند. نکتهٔ مهم و مورد توجه در آزمایش‌های بیرونی، شیوهٔ علمی او در انجام‌دادن آزمایش‌هاست. وی مانند یک محقق امروزی در آزمایش خود به نکاتی توجه می‌کند؛ از جمله هنگام مقایسهٔ خاصیتی ویژه از دو ماده می‌کوشد تا سایر شرایط برای آنها یکسان باشد و نیز به تکرار در آزمایش تأکید می‌کند تا مطمئن شود که نتایج حاصل از فرایند اتفاقی نیست.

دیدگاه بیرونی دربارهٔ چیستی کهکشان راه شیری که در کتاب التفهیم آمده از اهمیتی بسزا برخوردار است؛ زیرا در میان طبیعی‌دانان مسلمان کمتر کسی به آن پرداخته است و همگی از نظریات ارسطو در این زمینه پیروی می‌کرده‌اند. تنها بیرونی و ابن هیثم نظریاتی نو دراین زمینه مطرح کرده‌اند. بیرونی چنین می‌گوید: «مجرّه را پارسیان راه کاهکشان خوانند و هندوان راه بهشت و آن جمله شدن ستارگان است از جنس ستارگان ابری و ...»

بیرونی در بخشی از کتاب افراد المقال فی امر الظلال سخن احمد بن طیب سرخسی در کتاب «ارکان الفلسفه» دربارهٔ سیاهی هوا بر فراز نقاط مرتفع را نشانهٔ مبالغهٔ وی در پیروی از نظریه‌ای که از کتاب **«الحس و المحسوس»** ارسطو برمی‌آید، می‌داند. ابوریحان بر آن است که در این باره باید فقط با استناد به آزمایش و تجربه سخن گفت و می‌گوید که هیچ‌گاه از تغییر رنگ هوا در سرما یا نبود گرما سخنی نرفته است و قله کوه دماوند با بلندی بسیارش دیده می‌شود و هیچ نشانه‌ای از سیاهی در آن نیست.

۱ــ براساس قانون سوم نیوتون، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید :

الف) نیروهای وارد بر یک شخص، هنگامی که جسمی را هُل می‌دهد و همچنین نیروهای وارد بر جسم چگونه است؟

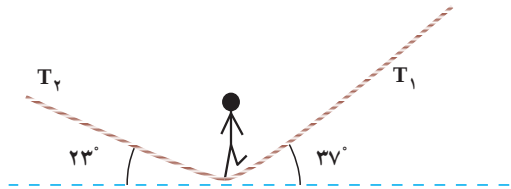
ب) نقش نیروهای مختلف در هنگام راه رفتن ما بر روی زمین چگونه است؟

۲ــ به جسمی به جرم $۱۰۰\,kg$ نیروی ثابت F در راستای قائم به‌طرف بالا وارد می‌شود. جسم از حال سکون با شتاب $۵\,m/s^۲$ به‌طرف بالا حرکت می‌کند و پس از $۲۰\,s$ نیروی F حذف می‌شود.

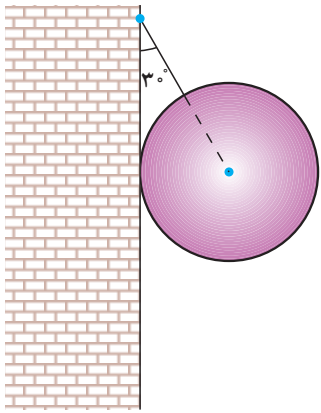
الف) مقدار نیروی F را تعیین کنید.

ب) ارتفاعی که جسم بالا می‌رود. $g = ۱۰\,m/s^۲$ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)

۳ــ یک بازیگر سیرک به وزن $۶۰۰\,N$ روی طنابی مطابق شکل ۲ــ۱۸ درحال تعادل است. نیروهای کشش طناب را محاسبه کنید.



شکل ۲ــ۱۸



شکل ۲ــ۱۹

۴ــ کره‌ای به جرم $۲۰\,kg$ را مطابق شکل ۲ــ۱۹، به وسیلهٔ کابلی به دیوار قائم و بدون اصطکاک آویزان می‌کنیم. نیروی کشش کابل و واکنش دیوار را محاسبه کنید.

۵ــ دو جسم به جرم‌های $m_1 = 1kg$ و $m_2 = 2kg$ مطابق شکل ۲ــ۲۰ روی سطح افقی صافی قرار دارند. نیروی افقی $\vec{F}$ باعث می‌شود که دو جسم با شتاب $3 m/s^2$ به حرکت درآیند. اندازهٔ نیروی F و نیروی تماسی‌ای که دو جسم بر یکدیگر وارد می‌کنند را در هر یک از دو شکل «الف» و «ب» محاسبه کنید.

(ب) شکل ۲ــ۲۰ (الف)

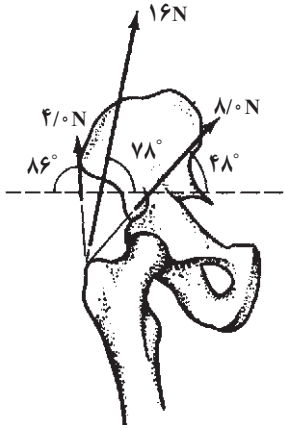
۶ ــ کتابی را مانند شکل ۲ــ۲۱ به دیوار فشرده و ثابت نگه داشته‌ایم.

الف) آیا نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر است؟ چرا؟

ب) اگر کتاب را بیشتر به دیوار بفشاریم آیا نیروی اصطکاک تغییر می‌کند؟ با این کار چه نیرویی افزایش می‌یابد؟

شکل ۲ــ۲۱

۷ــ سه ماهیچه، استخوان ران را به لگن متصل می‌کنند. در شکل ۲ــ۲۲ مقدار و جهت نیروهایی که این ماهیچه‌ها به استخوان ران وارد می‌کنند، نشان داده شده است. برایند نیروهای وارد بر استخوان ران از طرف این ماهیچه‌ها را به‌دست آورید.



شکل ۲ــ۲۲

۸ــ پره‌های یک بالگرد (هلیکوپتر) در هر دقیقه ۹۰۰ دور می‌گردد. کمیّت‌های زیر را برای پره‌ها محاسبه کنید.

الف) دوره، بسامد و سرعت زاویه‌ای

ب) سرعت خطی و شتاب مرکزگرای نقطه‌ای که فاصلهٔ آن از محور دوران ۳m است.

۹ــ ماهواره‌ای روی مدار دایره‌ای به دور زمین می‌گردد. اگر جرم ماهواره $m = ۲۵۰kg$، جرم زمین $M_e = ۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴} kg$، ثابت جهانی گرانش $G = ۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱} N.m^۲/kg$، فاصلهٔ ماهواره از سطح زمین ۲۶۰۰km و شعاع زمین ۶۴۰۰km باشد، کمیّت‌های زیر را محاسبه کنید :

الف) نیروی گرانش بین ماهواره و زمین

ب) سرعت ماهواره

پ) دورهٔ گردش ماهواره

۱۰ــ یک ماهواره در چه فاصله‌ای از مرکز زمین باید قرار گیرد، تا همواره در یک نقطه در بالای خط استوا باشد؟

۱۱ــ جرم ماهوارهٔ امید (شکل ۲ــ۲۳) تقریباً ۲۷ کیلوگرم و فاصلهٔ آن از سطح زمین حدوداً ۲۵۰ کیلومتر است. با توجه به داده‌های مسئلهٔ ۹، دوره، سرعت و نیروی گرانشی بین این ماهواره و زمین را به‌دست آورید.

شکل ۲ــ۲۳