

عددهای تقریبی

فصل

۴



تقریب زدن - قطع کردن



دامپروری علی آقا بیش از ۵۰۰ رأس گاو دارد.
 $\frac{2}{5}$ کیک خورده شده است.
قد سارا از $\frac{1}{7}$ متر کمتر است.

در جمله‌های بالا، عددهای به کار رفته تقریبی هستند. یعنی گاوهای دامپروری ممکن است ۵۱۱ رأس باشد، اما برای آنکه بزرگی دامپروری مشخص شود، عدد ۵۰۰ کافی است. هیچ کس کیک را قبل و بعد از خوردن وزن نمی‌کند. مقدار کیک خورده شده اهمیت چندانی ندارد. قد سارا با واحد متر به این صورت بیان شده است. با واحدهای سانتی‌متر و میلی‌متر عددهای دقیق‌تری به دست می‌آید.

در زندگی روزمره و متناسب با موضوع‌هایی که با آن‌ها سر و کار داریم، به جای مقدارهای واقعی و دقیق، عددهای تقریبی را به کار می‌بریم.

فعالیت



در هر یک از مثال‌های زیر مشخص کنید عدد بیان شده تقریبی است یا دقیق. دلیل خود را بنویسید.

– من ۲ فرزند دارم.

– وزن من $32/1$ کیلوگرم است.

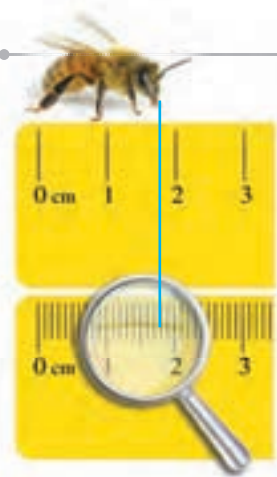
– $\frac{1}{3}$ زمین کشاورزی گندم کاشته شده است.

هر کدام از ابزارهای اندازه‌گیری تا حدی می‌توانند عددهای دقیق را بیان کنند. برای نمونه دقت خط‌کشی که فقط واحدهای سانتی‌متر را دارد، ۱ سانتی‌متر است. یعنی این خط‌کش کمتر از یک سانتی‌متر را مشخص نمی‌کند.

فعالیت



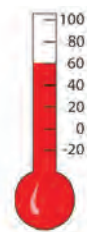
۱- طول زنبور با این خط‌کش تقریباً چند سانتی‌متر است؟



۲- روی خط‌کش یک ذره‌بین گذاشته‌ایم. حالا بگویید زنبور چند سانتی‌متر است؟



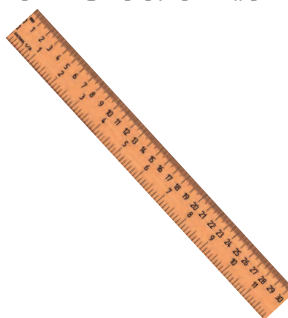
۱- دقت اندازه‌گیری هر یک از ابزارهای اندازه‌گیری زیر را بنویسید.



دماسنج



کیلومتر شمار (کیلومتر بر ساعت)



خطکش



متر خیاطی

۲- در آزمایشگاه مدرسه ترازویی است که جرم اجسام را با دقت $0/1$ گرم اندازه می‌گیرد. دو گلوله‌ی فلزی کوچک به جرم $3/23$ گرم و $12/62$ گرم را با این ترازو وزن می‌کنیم. ترازو جرم آن‌ها را با چه عددهایی نشان می‌دهد؟

۳- برای اندازه‌گیری، با توجه به موضوع و اهمیت آن از تقریب‌های مختلفی استفاده می‌کنیم. در مثال‌های زیر میزان تقریب را پیشنهاد کنید.

- اندازه‌گیری جرم یک انسان

- اندازه‌گیری دمای هوای گلخانه

- اندازه‌گیری جرم یک گلوله‌ی فلزی کوچک

- اندازه‌گیری تب بدن بیمار

همان‌طور که ملاحظه کردید، اندازه‌گیری را با تقریب‌های متفاوتی انجام می‌دهیم. برای بیان تقریب مورد نظر عبارت «با تقریب کمتر از ...» استفاده می‌کنیم و به‌جای، جای خالی عددهایی را مانند ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و یا دهم، صدم و هزارم می‌نویسیم. برای مثال وقتی می‌گوییم با تقریب کمتر از ۱۰ یعنی رقم‌های مرتبه‌های کمتر از دهگان ارزش زیادی ندارند و نیازی به بیان آن‌ها نیست. به این ترتیب رقم‌های یکان، دهم، صدم، هزارم و... را حذف کرده و به‌جای آن‌ها صفر می‌گذاریم. به این روش تقریب زدن، قطع کردن می‌گویند. حالا پاسخ پرسش ۳ را با به کار بردن این عبارت دوباره بیان کنید.



۱- با روش قطع کردن و با تقریب‌های داده شده، عددهای تقریبی را بنویسید.
(علامت \approx یعنی تقریباً مساوی)

(با تقریب کمتر از ۱۰۰) $237 \approx$ -----

(با تقریب کمتر از ۱) $24/23 \approx$ -----

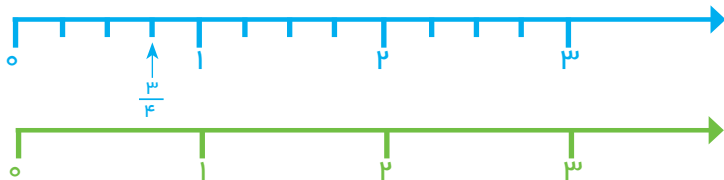
(با تقریب کمتر از ۱۰) $134/4 \approx$ -----

۲- وزن یک ماهی با واحد کیلوگرم، به طور تقریبی $4/3$ کیلوگرم است. وزن این ماهی با واحد گرم با چه تقریبی بیان شده است؟

فعالیت



۱- کسر $\frac{3}{4}$ را روی محور آبی رنگ می‌بینید.



روی محور سبز رنگ ۳ واحد را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید. برای این کار ابتدا ۳ واحد را نصف کنید. چه نقطه‌ای وسط ۳ واحد را نشان می‌دهد؟
حالا هر قسمت را دوباره نصف کنید تا ۳ واحد به ۴ قسمت مساوی تقسیم شود. اولین قسمت چه کسری را نشان می‌دهد؟

۲- با توجه به محل قرار گرفتن عدد $\frac{3}{4}$ در دو محور بالا، توضیح دهید چرا تساوی $\frac{3}{4} = 3 \div 4$ درست است؟

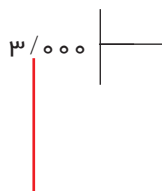
با توجه به فعالیت بالا، با تقسیم صورت بر مخرج هر کسر می‌توان آن را به صورت یک عدد اعشاری نشان داد.

وقتی می‌گوییم تقسیم را تا یک رقم اعشار ادامه دهید، یعنی با تقریب کمتر از $0/1$ به دست آورید.
وقتی می‌گوییم تقسیم را تا دو رقم اعشار ادامه دهید، یعنی با تقریب کمتر از $0/01$ به دست آورید.

کار در کلاس



۱- کسر $\frac{3}{7}$ را در نظر بگیرید. با انجام تقسیم تا ۳ رقم اعشار مقدار تقریبی کسر را با تقریب‌های مختلف پیدا کنید.



با تقریب کمتر از $0/001$ $\frac{3}{7} \approx$

با تقریب کمتر از $0/01$ $\frac{3}{7} \approx$

با تقریب کمتر از $0/1$ $\frac{3}{7} \approx$

یک کسر بنویسید که تقریباً برابر $\frac{3}{7}$ و مخرج آن عدد 10 باشد.

با تقسیم صورت بر مخرج می‌توانید هر کسر کوچک‌تر از واحد را با یک کسر با مخرج 10 تقریب بزنید.

۲- به کمک ماشین حساب، برای کسرهای زیر یک کسر تقریباً مساوی بنویسید که صورت آن یک‌رقمی باشد.

$$\frac{3}{7} \approx$$

$$\frac{41}{53} \approx$$

$$\frac{1}{7} \approx$$



تمرین



۱- محیط هر دایره برابر است با قطر آن دایره ضرب در عدد π . مقدار عدد π به روش‌های مختلف محاسبه می‌شود. غیاث‌الدین جمشید کاشانی دانشمند بزرگ و مسلمان ایرانی این عدد را تا ۱۰ رقم اعشار محاسبه کرد. عدد π تا ۶ رقم اعشار برابر است با: $۳/۱۴۱۵۹۲$

مقدار عدد π را با تقریب‌های خواسته شده و با روش قطع کردن بنویسید.

$$\pi = \text{با تقریب کمتر از } ۰/۰۱$$

$$\pi = \text{با تقریب کمتر از } ۰/۰۰۱$$

حالا کسر $\frac{۲۲}{۷}$ را با تقسیم کردن تا ۳ رقم اعشار در خارج قسمت به دست آورید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\begin{array}{r} ۲۲/۰۰۰ \quad | \quad ۷ \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{۲۲}{۷} \approx \text{با تقریب کمتر از } ۰/۰۱$$

$$\frac{۲۲}{۷} \approx \text{با تقریب کمتر از } ۰/۰۰۱$$

پاسخ‌های این دو قسمت را مقایسه کنید. در مورد عددهای ۲۲ و ۷ چه می‌توان گفت؟

۲- دانش آموزی مقدار تقریبی عدد $۱۲۷/۵$ را به صورت زیر نوشته است. اشتباه او چیست؟
با تقریب کمتر از ۱۰ $۱۲۷/۵ \approx ۱۲$



۳- یک عدد طبیعی با تقریب کمتر از ۱۰ به روش قطع کردن ۳۷۰ شده است. مقدار این عدد قبل از تقریب زدن چه عددی می‌توانست باشد؟

۴- تقسیم زیر را تا ۳ رقم اعشار ادامه داده، به پرسش‌ها پاسخ دهید. سپس پاسخ‌ها را با یکدیگر مقایسه کنید.

$$\begin{array}{r} ۳۵۵ \quad | \quad ۱۱۳ \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{۳۵۵}{۱۱۳} \approx \text{با تقریب کمتر از } ۰/۰۱$$

$$\frac{۳۵۵}{۱۱۳} \approx \text{با تقریب کمتر از } ۰/۰۰۱$$

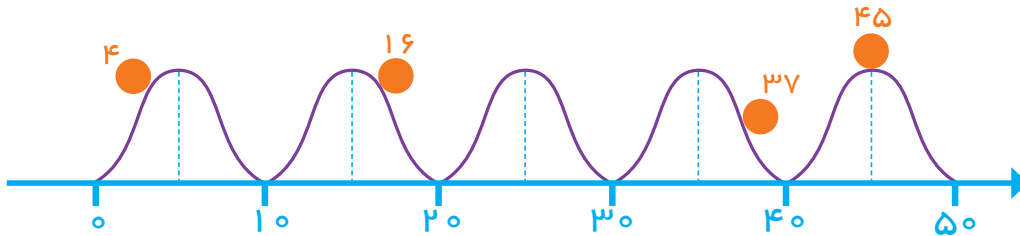
در مورد عددهای ۱۱۳ و ۳۵۵ چه می‌توان گفت؟

۵- مساحت دایره‌ای به شعاع $۲/۷$ سانتی‌متر را به دست آورید. عدد π را ۳ در نظر بگیرید.

گرد کردن

فعالیت

۱-



- گوی عدد ۴ به سمت صفر می‌رود یا ۱۰؟
- گوی عدد ۳۷ به سمت ۴۰ می‌رود یا ۳۰؟
- گوی عدد ۱۶ به سمت ۱۰ می‌رود یا ۲۰؟
- گوی عدد ۴۵ به سمت ۴۰ می‌رود یا ۵۰؟
- گوی عدد ۲۶ به سمت ۲۰ می‌رود یا ۳۰؟
- گوی عدد ۳۴ به سمت ۳۰ می‌رود یا ۴۰؟

۲- اگر عدد ۲۱ را به روش قطع کردن و با تقریب کمتر از ۱۰ قطع کنیم، عدد ۲۰ به دست می‌آید. در این صورت عدد تقریبی با عدد واقعی ۱ واحد اختلاف دارد. $۲۱ - ۲۰ = ۱$
 عددهای زیر را به روش قطع کردن با تقریب کمتر از ۱۰ قطع کنید و هر بار مقدار خطا (اختلاف با عدد واقعی) را به دست آورید.

$$۴۳ \approx$$

$$۵۷ \approx$$

$$۲۶ \approx$$

$$۳۵ \approx$$

- ۳- عدد ۵۷ به ۵۰ نزدیک‌تر است یا به ۶۰؟
 اگر به جای عدد ۵۷ مقدار تقریبی ۶۰ را بنویسیم، چقدر خطا کرده‌ایم؟
- عدد ۲۶ به ۲۰ نزدیک‌تر است یا به ۳۰؟
 اگر به جای عدد ۲۶ مقدار تقریبی ۳۰ را بنویسیم، چقدر خطا کرده‌ایم؟

برای اینکه در استفاده از عددهای تقریبی خطای کمتری داشته باشیم، از روش گرد کردن استفاده می‌کنیم. در این روش با توجه به تقریب مورد نظر، عدد تقریبی‌ای را انتخاب می‌کنیم که به مقدار واقعی نزدیک‌تر باشد. برای مثال مقدار عدد تقریبی ۳۷۱ به روش گرد کردن و با تقریب کمتر از ۱۰۰ برابر ۴۰۰ می‌شود، چون عدد ۴۰۰ بهتر از ۳۰۰ به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.



۱- با توجه به تقریب داده شده، مانند نمونه تعیین کنید هر عدد بین کدام دو عدد قرار می‌گیرد. دور عدد نزدیک‌تر به مقدار واقعی خط بکشید.

با تقریب کمتر از $0/1$: $37/3$ - $37/28$ - $37/2$ با تقریب کمتر از 100 : 300 - 285 - 200
 با تقریب کمتر از $0/1$: $-0/86$ با تقریب کمتر از 100 : -1734

۲- با توجه به تمرین‌های بالا روش گرد کردن را توضیح دهید.

۳- با روشی که توضیح دادید، عددهای زیر را با تقریب کمتر از 100 گرد کنید.

$$126/9 =$$

$$52 \approx$$

در روش گرد کردن باید به مرتبه‌ی بعد از تقریب مورد نظر توجه کنیم. در جدول ارزش مکانی زیر وقتی تقریب کمتر از 10 مورد نظر است، رقم دهگان را در نظر می‌گیریم.

صدگان	دهگان	یکان	دهم	صدم
۲	۸	۶	۳	۱
۲	۹	۰	۰	۰

چون رقم بعد از دهگان بیشتر از (یا مساوی) ۵ است، رقم‌های کمتر از دهگان را حذف و به جای آن‌ها صفر می‌گذاریم، اما یک واحد به رقم دهگان اضافه می‌کنیم. با تقریب کمتر از 10 : $286/31 \approx 290$

فعالیت



مقدار تقریبی عدد داده شده را با تقریب کمتر از 100 به دو روش بنویسید.

عدد	مقدار تقریبی به روش گرد کردن	مقدار تقریبی به روش قطع کردن
۳۷۴		
۳۵۴۰		
$1673/8$		

در چه مواقعی مقدار تقریبی از هر دو روش یکی می‌شود؟



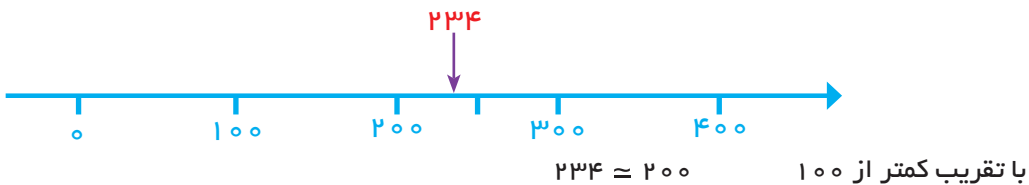
۱- عددهای اعشاری $۳/۱۴۲$ و $۲/۷۶۱$ را با تقریب‌های کمتر از $۰/۱$ و $۰/۱۰$ به دو روش تقریب بزنید. در کدام عددها پاسخ هر دو روش یکی شد؟

با تقریب کمتر از $۰/۱$ $۳/۱۴۲ \approx$ $۳/۱۴۲ \approx$
 با تقریب کمتر از $۰/۱$ $۲/۷۶۱ \approx$ $۲/۷۶۱ \approx$

۲- در یک مسابقه‌ی دو برای بیان رکورد دوندگان روش قطع کردن مناسب‌تر است یا گرد کردن؟ کدام یک برای اندازه‌گیری بهتر است؟ کدام یک دقت بیشتری دارد؟



عددهای داده شده را به صورت تقریبی روی محور پیدا کنید. به کمک آن مقدار تقریبی عدد به روش گرد کردن را پیدا کنید. مانند نمونه محور را با توجه به تقریب مورد نظر تقسیم‌بندی کنید. (در بعضی موارد لازم نیست صفر محور را نمایش دهیم.)



تمرین



۱- جرم یک گوسفند با تقریب کمتر از ۱۰ گرد شده و ۵۰ کیلوگرم اعلام شده است. جرم این گوسفند چه عددهایی می‌توانست باشد؟

۲- مقدار تقریبی عدد $۸/۴۲۹$ را با تقریب‌های خواسته شده به روش گرد کردن به دست آورید.

کمتر از $۰/۰۱$ $۸/۴۲۹ \approx$ کمتر از $۰/۱$ $۸/۴۲۹ \approx$ کمتر از ۱ $۸/۴۲۹ \approx$

۳- مقدار تقریبی عددهای زیر را با تقریب کمتر از $۰/۰۱$ به روش گرد کردن به دست آورید.

$۸/۴۲۹ \approx$ $۳/۲۶۱ \approx$ $۳۴/۲۶۸ \approx$

۴- چرا مقدار تقریبی عدد π تا ۲ رقم اعشار با روش‌های قطع کردن و گرد کردن فرقی نمی‌کند، اما با تقریب کمتر از $۰/۰۰۱$ فرق می‌کند؟
 $\pi = ۳/۱۴۱۵۹۲$

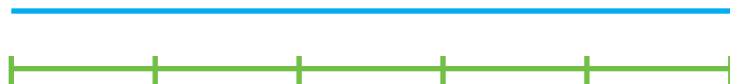
۵- در شکل‌های زیر با توجه به واحد اندازه‌گیری، طول هر پاره‌خط را به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید.



طول \approx



طول \approx



طول \approx

۶- اندازه‌ی قد چند دانش‌آموز با واحد سانتی‌متر نوشته شده است. اندازه‌ی قد آن‌ها را با تقریب کمتر از ۱۰ گرد کنید.

$۱۴۷ \approx$

$۱۵۳ \approx$

$۱۶۲ \approx$

$۱۷۱ \approx$

آیا تقریب کمتر از ۱۰۰ برای اندازه‌گیری قد مناسب است؟ چرا؟

حل مسئله

بعضی از مسئله‌ها در نگاه اول دشوار و پیچیده به نظر می‌رسند، اما اگر مسئله را ساده کنیم یا در حالت خاص و ساده شده به بررسی آن بپردازیم، راه حل مسئله آشکار می‌شود. یکی از روش‌های ساده کردن مسئله استفاده از عددهای تقریبی به جای عددهای کسری و اعشاری است.

۱- در یک کارخانه لوله‌هایی به طول $5\frac{1}{4}$ متر تولید می‌شود. این کارخانه هر روز ۲۴۸ لوله تولید می‌کند. در این کارخانه روزی چند متر لوله تولید می‌شود؟

اگر تشخیص راه حل مسئله برای شما دشوار است، مسئله را با عددهای تقریبی دوباره بخوانید. به جای $5\frac{1}{4}$ متر از عدد ۵ و به جای ۲۴۸ از عدد ۲۰۰ استفاده کنید. حالا بگویید راه حل مسئله چیست؟

اگر راه حل را متوجه شده‌اید، مسئله‌ی اصلی را حل کنید.



۲- ضخامت هر برگ کاغذ $0/06$ میلی‌متر است. ضخامت یک دفتر ۱۲۰ برگ چقدر است؟

۳- عدد $2\frac{1}{3}$ چند برابر عدد $1\frac{1}{7}$ است؟

مسئله‌ی ساده‌تر: عدد ۱۴ چند برابر عدد ۷ است؟ برای پاسخ به این سؤال چه عملی را انجام می‌دهید؟

۴- چه عددی از $4/5$ برابر $7\frac{3}{4}$ ، سه و بیست و هشت صدم بیشتر است؟

مسئله‌ی ساده‌تر: چه عددی از برابر بیشتر است؟

حل مسئله‌ی ساده‌تر

گاهی وقت‌ها حل مسئله در حالت کلی یا با عددهای بزرگ و غیر معمول، ناممکن به نظر می‌رسد. در این صورت بهتر است مسئله با تعداد حالت‌های کمتر حل شود و پس از آن با کمک الگویابی، مسئله‌ی ساده شده به مسئله‌ی اصلی مرتبط شود.

۱- اگر علی درست وسط یک صف ایستاده و از اول صف نفر دویست و چهارم و هفتم باشد، چند نفر در این صف هستند؟

این مسئله را برای حالتی که علی نفر سوم صف باشد، حل کنید. سپس مسئله‌ی اصلی را پاسخ دهید.

۲- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{98}{99} \times \frac{99}{100} =$$

علامت ... یعنی نوشتن کسرها به همین ترتیب ادامه دارد.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} =$$

ابتدا مسئله را برای حالت ساده شده‌ی روبه‌رو حل کنید.

۳- مجموع زاویه‌های یک ده‌ضلعی چند درجه است؟



نمایش تقریبی عددها روی محور

فعالیت



۱- کسرهای کوچکتر از واحد زیر را در نظر بگیرید. به کمک ماشین حساب و با روش قطع کردن، با تقریب کمتر از $0/1$ جای کسرها را روی محور نشان دهید.

$$\frac{3}{19} =$$

$$\frac{5}{7} =$$

$$\frac{13}{25} =$$

$$\frac{7}{15} =$$



۲- حالا جای دقیقتر همان کسرها را روی محور زیر نشان دهید. این بار عددها را با چه تقریبی در نظر می‌گیرید؟



۳- کسر $\frac{3}{7}$ تا ۳ رقم اعشار برابر است با: $0/428$. با توجه به تقریب داده شده، این کسر را با یک کسر اعشاری بیان کنید.

$$\frac{3}{7} \approx 0/1 \text{ با تقریب کمتر از } 0/1$$

$$\frac{3}{7} \approx 0/01 \text{ با تقریب کمتر از } 0/01$$

هر کسر را روی کدام محور بالا نشان می‌دهید؟ چرا؟

کار در کلاس



$$\frac{22}{7} =$$

۱- کسر $\frac{22}{7}$ را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

۲- با توجه به اینکه حاصل تقسیم ۲۲ بر ۷، تا ۳ رقم اعشار برابر است با: $3/142$ ، عدد مخلوط بالا را با تقریب‌های مختلف به صورت عدد مخلوط بنویسید.

$$\frac{22}{7} \approx 0/1 \text{ با تقریب کمتر از } 0/1$$

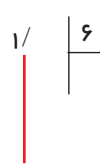
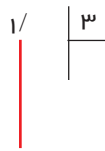
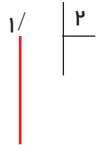
$$\frac{22}{7} \approx 0/01 \text{ با تقریب کمتر از } 0/01$$

$$\frac{22}{7} \approx 0/001 \text{ با تقریب کمتر از } 0/001$$

فعالیت



۱- مقدار کسرهای $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{6}$ را تا یک رقم اعشار پیدا کنید.



۲- برای هر کدام یک کسر تقریبی با روش گرد کردن و با مخرج برابر ۱۰ بنویسید (از ماشین حساب کمک بگیرید).

$$\frac{1}{2} \approx \frac{\quad}{10}$$

$$\frac{1}{3} \approx \frac{\quad}{10}$$

$$\frac{1}{6} \approx \frac{\quad}{10}$$



۳- آیا مجموع این سه کسر با مجموع سه عدد تقریبی برابر است؟ حاصل جمع سه کسر را در دو حالت بالا پیدا کنید.

همان طور که می بینید پاسخ محاسبه های تقریبی با پاسخ واقعی فرق دارد. این تفاوت ها در اندازه گیری های مختلف مثل اندازه گیری طول نیز خود را نشان می دهد.

کار در کلاس



۱- طول پاره خط های آبی، قرمز و کل پاره خط با تقریب کمتر از ۱ سانتی متر با روش قطع کردن، چقدر است؟



آبی =

قرمز =

طول کل پاره خط =

با استفاده از عددهای تقریبی بیان کنید چه کسری از کل پاره خط قرمز است؟

چه کسری آبی است؟

مجموع این دو کسر را پیدا کنید.

چرا مجموع این دو کسر برابر یک نشد؟

۲- طول پاره خط با تقریب کمتر از ۱ سانتی متر، با روش قطع کردن چند سانتی متر است؟

سه برابر این طول به صورت تقریبی چند سانتی متر می شود؟



حالا با کمک پرگار، پاره خط را سه برابر کرده و اندازه گیری کنید. طول پاره خط تقریباً چقدر می شود؟

چرا دو عدد به دست آمده برای طول پاره خط سه برابر شده متفاوت است؟

کار در کلاس

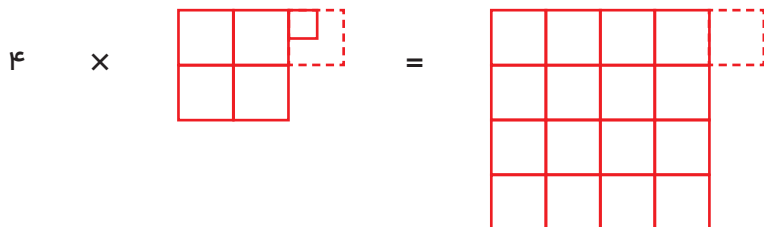


۱- اگر عددهای مربوط به فعالیت قبل را با روش گرد کردن می‌نوشتید، آیا این تفاوت به وجود می‌آمد؟

۲- اگر عدد $4/25$ را با تقریب کمتر از یک بنویسید، حاصل ضرب زیر چند می‌شود؟

$$4 \times 4/25 =$$

با توجه به شکل زیر توضیح دهید که حذف $0/25$ چه تأثیری در ۴ برابر شدن آن عدد دارد.



فعالیت



۱- استفاده از عددهای تقریبی می‌تواند تصوّر خوبی از پاسخ‌های عملیات مختلف بدهد. پاسخ تقریبی عملیات زیر را به دست آورید.

$$34/2 \times 11/2 \approx 30 \times 10 =$$

$$24/3 + 16/7 - 11/4 \approx$$

$$4 \frac{1}{11} + 3 \frac{7}{8} - 5 \frac{2}{19} \approx$$

$$4/07 \left| \frac{0/9}{\quad} \right. \rightarrow \quad \left| \quad \right.$$

$$12/4 \left| \frac{2/3}{\quad} \right. \rightarrow \quad \left| \quad \right.$$

$$142/4 \left| \frac{7}{\quad} \right. \rightarrow \quad \left| \quad \right.$$

$$83/1 \left| \frac{8/9}{\quad} \right. \rightarrow \quad \left| \quad \right.$$

بهتر است قبل از انجام عملیات، پاسخ را تقریب بزنید. در صورتی که پاسخ عملیات شما با عدد تقریبی به دست آمده فاصله‌ی زیادی داشته باشد، بهتر است دوباره راه حل خود را بررسی کنید تا دلیل این اختلاف و اشتباه خود را بیابید.



۱- با استفاده از ماشین حساب کسره‌های زیر را به صورت اعشاری بنویسید. پس از گرد کردن، آن‌ها را روی محور اعداد نشان دهید.

$$\frac{3476}{3201} \approx$$

$$\frac{1243}{987} \approx$$

$$\frac{532}{317} \approx$$

$$\frac{324}{473} \approx$$



از چه تقریبی برای پیدا کردن مقدار تقریبی کسرها استفاده کردید؟ چرا؟

۲- برای پیدا کردن مقدار تقریبی یک عدد با روش گرد کردن با تقریب کمتر از 0/1، به چند رقم اعشار نیاز داریم؟ چرا؟

۳- طول پاره‌خط زیر را با خطکش اندازه بگیرید. چند سانتی‌متر شد؟



با خط کش وسط آن را پیدا کنید. دوباره وسط پاره‌خط‌های نصف‌شده را با خط کش پیدا کنید. این عمل را یک بار دیگر هم انجام دهید. پاره‌خط داده شده به چند پاره‌خط کوچک تقسیم شده است؟

الف) با انجام عمل تقسیم، اندازه‌ی یک پاره‌خط کوچک را به دست آورید.

ب) با خطکش یک پاره‌خط کوچک را اندازه بگیرید.

ج) عددهای دو قسمت الف و ب چقدر با هم اختلاف دارند؟

۴- مقدار تقریبی هر یک از محاسبه‌های زیر را با انتخاب یک تقریب مناسب پیدا کنید.

$$241/07 \times 3/3 \approx$$

$$1843/9 \div 21/8 \approx$$

$$13 \frac{1}{14} \times 9 \frac{7}{8} \approx$$

$$24 \frac{3}{19} + 18 \frac{19}{20} \approx$$

$$18/024 + 1/832 \approx$$

$$2/79 - 1/07 \approx$$

محاسبه‌های تقریبی و ترتیب انجام عملیات

فعالیت



۱- عددهای داده شده را با تقریب‌های کمتر از $0/1$ و $0/01$ قطع کنید و حاصل را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} 3/141 \\ + 2/761 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{کمتر از } 0/1} + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r} 3/141 \\ + 2/761 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{کمتر از } 0/01} + \underline{\hspace{2cm}}$$

چرا پاسخ‌ها تا یک رقم اعشار با هم تفاوت دارند؟

۲- حالا با روش گرد کردن، مقدار تقریبی را پیدا کنید و پاسخ‌ها را مقایسه کنید.

$$\begin{array}{r} 3/141 \\ + 2/761 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{کمتر از } 0/1} + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r} 3/141 \\ + 2/761 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{کمتر از } 0/01} + \underline{\hspace{2cm}}$$

۳- کدام روش مناسب‌تر است؟

روش گرد کردن، پاسخ را به مقدار واقعی نزدیک‌تر می‌کند و خطای محاسبه را کاهش می‌دهد.

کار در کلاس



جمع‌ها و تفریق‌های داده شده را با روش‌های گرد کردن و قطع کردن با تقریب کمتر از $0/1$ محاسبه کنید. حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را به دست آورید و با پاسخ‌های تقریبی مقایسه کنید.

$$\begin{array}{r} 3/76 \\ - 2/85 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{قطع کردن}} - \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r} 3/76 \\ - 2/85 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{گرد کردن}} - \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r} 14/56 \\ + 11/67 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{قطع کردن}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r} 14/56 \\ + 11/67 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{گرد کردن}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

کدام روش مناسب‌تر است؟



۱- حاصل تقریبی عبارت زیر را با تقریب کمتر از ۱ از دو روش محاسبه کنید.

$$۱۴/۳۷ + ۷/۴۶ + ۶/۴۸ =$$

روش اول: ابتدا عددها را گرد کنید، سپس حاصل جمع را به دست آورید.

روش دوم: ابتدا حاصل جمع را پیدا کنید، سپس پاسخ را گرد کنید.

۲- به همین ترتیب عبارت زیر را از دو روش با تقریب کمتر از ۱/۰ پیدا کنید.

$$۸ \times ۳/۲۶ =$$

روش اول: ابتدا ۳/۲۶ را گرد کنید.

روش دوم: ابتدا حاصل ضرب را پیدا کنید.

۳- به همین ترتیب حاصل عبارت زیر را از دو روش با تقریب کمتر از ۱ به دست آورید.

$$۵/۳۷ + ۷/۴۴ - ۶/۴۸ =$$

روش اول:

روش دوم:

چرا پاسخها با هم تفاوت ندارند؟

چه تفاوتی بین این عبارت و عبارت‌های بالا وجود دارد؟

در انجام محاسبه‌های تقریبی باید مراقب بود که مقدار خطاهای استفاده از عددهای تقریبی روی هم جمع نشود و فاصله‌ی عدد حاصل، از مقدار واقعی‌اش زیاد نشود.

فعالیت



۱- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید. برای انجام عملیات، اگر عبارت پراکنز داشت، محاسبه‌ها را از داخلی‌ترین پراکنز آغاز کنید.

$$0/1 \times (3 \times (2/1 - 0/1) - 4) = 0/1 \times (3 \times \underline{\quad} - 4) = 0/1 \times (\underline{\quad} - 4) = 0/1 \times \underline{\quad} =$$

۲- عبارت زیر به دو صورت محاسبه شده است، محاسبه‌ها را کامل کنید.

$$8 - 2 \times 3 = \begin{cases} (8 - 2) \times 3 = \\ 8 - (2 \times 3) = \end{cases}$$

اگر ترتیب انجام عملیات با پراکنز مشخص نشده بود، ابتدا باید ضرب‌ها و تقسیم‌ها، سپس جمع‌ها و تفریق‌ها را از چپ به راست انجام دهید. به این ترتیب کدام یک از راه‌حل‌های بالا درست است؟

با توجه به این قرارداد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$8 \div 2 + 3 \times 4 - 5 =$$

با رعایت ترتیب انجام عملیات یعنی (۱) درون پراکنز، (۲) ضرب و تقسیم و (۳) جمع و تفریق، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$1/1 - 0/2 \times (0/4^3 + 0/0^7) =$$

$$4 \div 2/1 + 1/2 \times 3 =$$

$$2 \frac{1}{2} + 1 \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} =$$

$$1 + (1 + (1 + (0/7 - 0/2))) =$$

کار در کلاس



تمرین



۱- حاصل عبارت‌های زیر را با تقریب کمتر از ۱ به‌دست آورید. روش مناسب تقریب زدن را انتخاب کنید. در هر مورد خطای محاسبه را به‌دست آورید (خطای محاسبه یعنی اختلاف پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی).

$$۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ =$$

$$۱۳ \frac{1}{۴} - ۱ \frac{۵}{۶} =$$

۲- با رعایت ترتیب انجام عملیات، حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$$۱۳/۱ - ۱/۲ \times ۱۰ =$$

$$۱۰ - ۰/۱ \times (۴/۷ - ۳/۵) =$$

$$۱۲ - \frac{۲}{۵} \div ۱ \frac{۳}{۵} =$$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید. هر بار تصمیم بگیرید که بهتر است قسمت کسری را به اعشاری تبدیل کنید یا قسمت اعشاری را به‌صورت یک کسر ساده شده بنویسید.

$$۴/۳ + ۱ \frac{۲}{۳} =$$

$$۳ \frac{1}{۴} - ۱/۱۷ =$$

$$۰/۲ \times ۱ \frac{۳}{۷} =$$

۴- می‌دانیم: ... $۰/۳۳۳۳۳ = \frac{1}{۳}$ ، با توجه به این مطلب، حاصل ضرب زیر را با تقریب کمتر از ۱/۱ به‌دست آورید.

$$\frac{۷}{۳} = ۷ \times \frac{1}{۳} \approx$$

حالا با تقسیم ۷ بر ۳ مقدار $\frac{۷}{۳}$ را تا یک رقم اعشار به‌دست آورید. چرا پاسخ‌های این دو روش محاسبه، اختلاف دارند؟

$$\begin{array}{r} ۷/۰ \quad | \quad ۳ \\ \hline \end{array}$$

مرور فصل

با نوشتن آنچه که از شما خواسته شده، خلاصه‌ای از درس‌هایی را که در این فصل یاد گرفته‌اید، تهیه کنید.



۱- توضیح دهید که چرا از عددهای تقریبی استفاده می‌کنیم.

۲- کامل کنید:

$$\frac{3}{27} \approx$$

با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$

$$\frac{3}{27} \approx$$

با تقریب کمتر از ۱

۳- روش قطع کردن را توضیح دهید.

۴- روش گرد کردن را توضیح دهید.

۵- در چه مواردی مقدار تقریبی یک عدد با روش‌های قطع کردن و گرد کردن یکی می‌شود؟

۶- چگونه می‌توان یک کسر مانند $\frac{735}{845}$ را روی محور نشان داد؟

۷- وقتی می‌خواهیم مقدار یک عبارت را به صورت تقریبی محاسبه کنیم، می‌توانیم به دو روش عمل کنیم.

(۱) پیدا کردن مقدار تقریبی هر عدد و سپس محاسبه

(۲) پیدا کردن حاصل عبارت و سپس تقریب زدن

خوبی‌ها و بدی‌های این دو روش را توضیح دهید.

$$3 + 2 \times (7 - 5) =$$

۸- ترتیب انجام عملیات را توضیح دهید.

نسبت، تناسب و درصد



صورتحساب فروش کالا و خدمات

ردیف	شرح	تعداد	قیمت واحد (تومان)	قیمت کل
۱	شیر ۲٪	۱	۳۲۰۰۰	۳۲۰۰۰
۲	ماست پر	۱	۴۸۰۰۰	۴۸۰۰۰
۳	دوباره فرنی	۱	۷۹۰۰۰	۷۹۰۰۰
۴	دوغ لایتن			
۵				
۶				
۷				
۸				
۹				
۱۰				
جمع کل به صورت: یکصد و شصت هزار تومان				۱۶۰۰۰۰
تخفیف ۰.۵٪ به صورت: هشتاد هزار تومان				۸۰۰۰
جمع قابل پرداخت:				۱۵۲۰۰۰

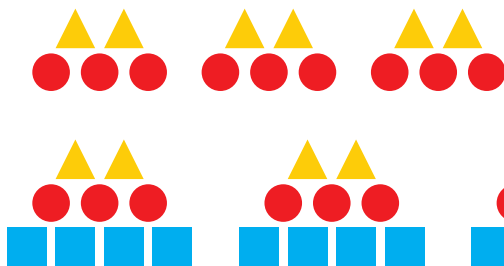
جدول تناسب



در این کلاس هر ۳ دانش آموز روی یک نیمکت نشسته‌اند، یعنی روی ۲ نیمکت ۶ نفر، روی ۳ نیمکت ۹ نفر و ... به این ترتیب می‌توان گفت نسبت نیمکت‌ها به دانش‌آموزان ۱ به ۳ است. این نسبت را به شکل‌های مختلف زیر می‌توان بیان کرد. نسبت نیمکت‌ها به دانش‌آموزان ۱ به ۳ یا ۱:۳ یا $\frac{1}{3}$ است. این نسبت را به صورت زیر در جدول نسبت قرار می‌دهیم.

نیمکت	۱
دانش آموز	۳

با توجه به هر شکل جدول نسبت‌ها را کامل کنید.



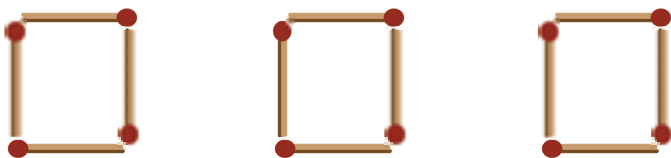
تعداد مثلث

تعداد دایره

تعداد مثلث

تعداد دایره

تعداد مربع



تعداد مربع

تعداد چوب کبریت



تعداد دوچرخه

تعداد چرخ

گاهی نسبت‌ها به‌طور واضح بیان نمی‌شوند و تشخیص نسبت‌ها به محاسبه نیاز دارد.

فعالیت



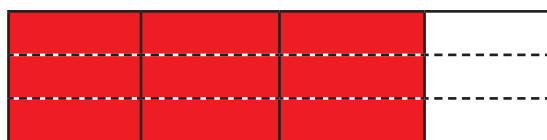
۱- نسبت پول حمید به مجید ۳ به ۴ و نسبت پول مجید به سعید ۵ به ۶ است. نسبت پول این سه نفر را پیدا کنید.

$$\frac{\text{پول حمید}}{\text{پول مجید}} = \frac{۳}{۴} \quad \frac{\text{پول سعید}}{\text{پول مجید}} = \frac{۵}{۶}$$



با توجه به کسرهای برای بیان نسبت‌ها چه کاری باید انجام دهید؟

نسبت‌های بالا با شکل نمایش داده شده‌اند تا کار برای شما ساده‌تر شود.



کار در کلاس



۱- نسبت طول پاره‌خط م س به پاره‌خط ر ن $\frac{۲}{۵}$ و نسبت طول پاره‌خط م س به پاره‌خط کل $\frac{۳}{۷}$ است. نسبت طول این سه پاره‌خط را پیدا کنید.

۲- در محاسبه‌ی دستمزد سه کارگر نسبت سهم علی به محسن ۴ به ۳ و نسبت سهم علی به احمد ۶ به ۷ است. نسبت سهم هر یک را از کل دستمزد به‌دست آورید.

فعالیت



در یک قوری یک استکان شربت و ۵ استکان آب ریختیم. در یک پارچ ۲ استکان شربت و ۱۰ استکان آب ریختیم. شربت قوری شیرین‌تر است یا پارچ؟ چرا؟



مقایسه‌ی نسبت‌ها به مقایسه‌ی کسرها تبدیل می‌شود. در نوشتن کسر به واحد عددها توجه شود.

کار در کلاس



در یک ظرف ۳ کیلوگرم شیرینی بود. ۲ کیلوگرم از آن خورده شد. در ظرفی دیگر ۵۰۰ گرم شیرینی بود که ۳۰۰ گرم آن خورده شد. شیرینی کدام ظرف خوش‌مزه‌تر بوده و بیشتر خورده شده است؟



فعالیت



۱- وقتی می‌گوییم نسبت دو مقدار ۲ به ۵ است، می‌توانیم بگوییم نسبت این دو مقدار ۴ به ۱۰ است. دلیل این موضوع را با یک تساوی کسری نشان دهید.

۲- نسبت پول فاطمه به حمید و سعید مثل ۱، $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ است. نسبت پول آن‌ها را با عددهای طبیعی بیان کنید.

نسبت پول فاطمه به سعید برابر است با:

نسبت پول حمید به سعید برابر است با:

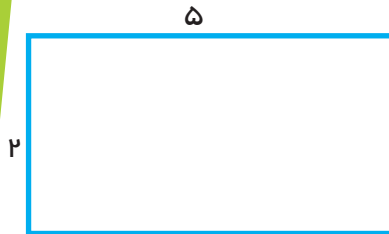
حالا نسبت زیر را یک بار با استفاده از عددهای کسری و یک بار با عددهای صحیح بنویسید.

$$\text{نسبت پول حمید به سعید} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = \text{نسبت پول حمید به سعید}$$

تمرین



۱- نسبت اندازه‌ی ضلع یک مربع به اندازه‌ی محیط آن برابر است با :
با یک مثال درستی نسبت بالا را بررسی کنید. (برای مثال ضلع مربع را ۵ در نظر بگیرید.)

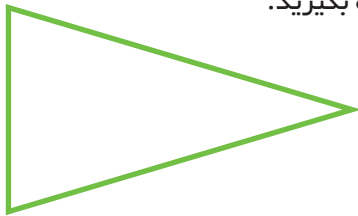


۲- در مستطیل روبه‌رو نسبت‌های خواسته شده را بنویسید.

عرض به طول =
طول به محیط =

۳- در مثلث متساوی‌الساقین زیر نسبت اندازه‌ی ساق به قاعده را با یک کسر (با صورت و مخرج عدد صحیح) بیان کنید.

ابتدا طول ساق و قاعده را با واحد سانتی‌متر و با خطکش اندازه بگیرید.

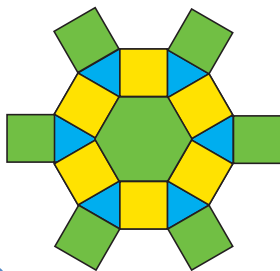


۴- می‌خواهیم تعداد تماشاگران را تخمین بزنیم. با توجه به فشردگی تماشاگران می‌توانیم حدس بزنیم که تعداد تماشاگران در هر مربع تقریباً برابر است و به یک نسبت در این ورزشگاه پراکنده شده‌اند. تعداد تماشاگران را تخمین بزنید.



۵- در تصویر زیر نسبت‌های خواسته شده را بنویسید.

نسبت تعداد شش‌ضلعی‌ها = نسبت تعداد مربع‌ها = نسبت تعداد مثلث‌ها =
تعداد کل شکل‌ها = تعداد کل شکل‌ها = تعداد کل شکل‌ها



در این تصویر کدام شکل بیشتر به کار رفته است؟

مقدارهای تناسب



فعالیت



۱- اگر روی یک نیمکت ۳ نفر نشسته باشند، روی دو نیمکت چند نفر نشسته‌اند؟ ۹ نفر روی چند نیمکت می‌نشینند؟ با استفاده از جدول، جاهای خالی را پر کنید تا پاسخ پرسش‌ها به‌دست آیند.

نیمکت	۱	۲	
دانش آموز	۳		۹

هر نسبت را به صورت یک کسر بنویسید.
آیا این کسر با هم برابرند؟

۲- جدول زیر را کامل کنید و کسر مربوط به هر نسبت را بنویسید. آیا تمامی کسر با هم مساوی‌اند؟

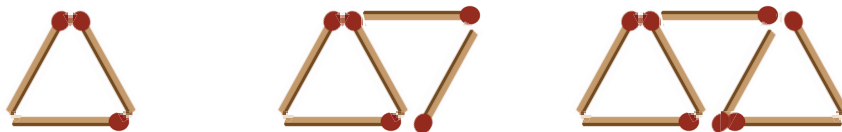
استکان شربت	۱	۲	۳	۴	۵		
استکان آب	۵					۳۰	۳۵

$$\frac{1}{5}$$

هر گاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت (حاصل تقسیم) آن‌ها مقدار ثابتی باشد (یعنی نسبت کسر با هم مساوی باشند)، به آن دو مقدار، مقدارهای متناسب می‌گویند و جدول این نسبت‌ها را جدول تناسب می‌گویند. در مثال بالا تعداد نیمکت‌ها و تعداد دانش‌آموزان با هم متناسب هستند.

جدول هر شکل را کامل کنید. با نوشتن کسر مربوط به هر نسبت تعیین کنید که کدام جدول، جدول تناسب است؟

کار در کلاس



تعداد مثلث	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تعداد چوب کبریت	۳						

$$\frac{1}{3}$$



تعداد ماشین	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱۰	۱۰۰	۳۰۰
تعداد چرخ	۴								

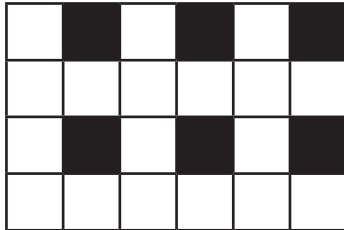
$$\frac{1}{4}$$

فعالیت



مسئله‌ها را مانند نمونه به کمک جدول تناسب حل کنید.

- ۱- در یک دیوار کاشی کاری شده نسبت تعداد کاشی‌های سیاه به سفید ۱ به ۳ است. اگر تعداد کاشی‌های سیاه ۵۰ تا باشد، تعداد کاشی‌های سفید چند تا است؟
اگر تعداد کاشی‌های سفید ۹۰ تا باشد، تعداد کاشی‌های سیاه چند تا است؟



کاشی سیاه	۱	۵۰	
کاشی سفید	۳		۹۰

- ۲- یک نقاش برای درست کردن رنگ سبز، هر ۵۰ کیلوگرم رنگ آبی را با ۳۰ کیلوگرم رنگ زرد مخلوط می‌کند. اگر نقاش ۲۵ کیلوگرم رنگ آبی خریده باشد، چند کیلوگرم رنگ زرد نیاز دارد؟
با ۱۸ کیلوگرم رنگ زرد، او چند کیلوگرم رنگ آبی نیاز دارد؟



- ۳- در یک کارگاه شیرینی‌پزی برای تهیه‌ی نوعی کیک هر ۳ کیلوگرم آرد را با ۲ کیلوگرم شکر مخلوط می‌کنند. اگر شیرینی‌پز بخواهد با ۴۵ کیلوگرم آرد کیک بپزد، چند کیلوگرم شکر نیاز دارد؟
با ۲۴ کیلوگرم شکر چند کیلوگرم آرد باید مخلوط کند؟





مسئله‌ای بنویسید که حل آن، این جدول تناسب باشد.

لیتر آب دریاچه	۸۰۰	؟
کیلوگرم نمک	۱۵	۱۲

برای پیدا کردن جواب مسئله که با علامت سؤال مشخص شده است، به روش زیر عمل می‌کنیم. (قبل از ضرب کردن ساده می‌کنیم.)

$$\frac{۸۰۰}{۱۵} = \frac{\square}{۱۲} \rightarrow \square = \frac{۱۲ \times ۸۰۰}{۱۵} = ۶۴۰$$

با اضافه کردن یک ستون به جدول، مسئله‌ی زیر را حل کنید.
در ۴۸ لیتر آب این دریاچه چقدر نمک است؟



۱- اگر نرگس ۵ دفتر را ۶ هزار تومان خریده باشد، ۱۵ دفتر را چند تومان می‌تواند بخرد؟

۲- برای پختن نوعی کلوچه، آرد و شکر به نسبت ۷ و ۲ مخلوط می‌شوند. ۴۵۰ گرم شکر را با چه مقدار آرد باید مخلوط کرد؟



۳- نمک طعام ترکیبی از سدیم و کلر است. تقریباً هر ۷۰ گرم کلر با ۴۵۰ گرم سدیم ترکیب می‌شود. تعیین کنید ۲۸ گرم کلر با چند گرم سدیم ترکیب می‌شود؟



۴- می‌دانیم که هر ۱۰۰۰ متر برابر یک کیلومتر است. ۷۵۶ متر چند کیلومتر است؟
هر متر ۱۰ دسی‌متر است. ۵۷ دسی‌متر چند متر است؟
هر متر ۱۰۰ سانتی‌متر است. ۱۴۲/۷ سانتی‌متر چند متر است؟

۵- یک کتاب ۲۴۰۰۰ تومان است. اگر این کتاب را با ۱۰ درصد تخفیف بفروشند، کتاب چند تومان به فروش می‌رسد؟
 ۱۰ درصد تخفیف یعنی از هر ۱۰۰ تا ۱۰ تا کم می‌شود (یعنی ۹۰ تا گرفته می‌شود).

۶- یک ساعت ۶۰ دقیقه است. ۷۵ دقیقه چند ساعت می‌شود؟ (به صورت اعشاری بنویسید).

ساعت	۱	
دقیقه	۶۰	۷۵

$$\frac{1}{60} = \frac{\square}{75} \rightarrow \square = \frac{75}{60} = 1\frac{15}{60} = 1\frac{1}{4} = 1\frac{1}{25}$$

$$75 \left| \begin{array}{l} 60 \\ \hline 1\frac{1}{25} \end{array} \right. \text{ ساعت}$$

یا

۷- زمان‌های مشخص شده را به صورت یک عدد اعشاری بنویسید.

$$3:15 = \text{---}$$

$$4 \text{ ساعت و } 12 \text{ دقیقه} = \text{---}$$

$$1\frac{45}{60} = \text{---}$$

$$2:30 = \text{---}$$

۸- هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم و هر تن ۱۰۰۰ کیلوگرم است. حالا با استفاده از جدول تناسب جاهای خالی را کامل کنید.

$$\text{--- کیلوگرم} = 320 \text{ گرم}$$

$$\text{--- تن} = 4231 \text{ گرم}$$

$$\text{--- تن} = 847350 \text{ کیلوگرم}$$

$$\text{--- کیلوگرم} = 3\frac{28}{100}$$

بسیاری از مسئله‌های پیچیده را می‌توان به مسئله‌های ساده و مرحله‌ای تبدیل کرد. وقتی مسئله‌های ساده و مرحله‌ای حل می‌شوند، مسئله‌ی اصلی و پیچیده نیز به جواب خواهد رسید. کافی است زیر مسئله‌ها را تشخیص دهید.

۱- احمد ۲۰۰۰۰ تومان پول دارد. او می‌خواهد ۸ دفترچه و با باقی‌مانده‌ی پولش مداد بخرد. قیمت هر دفترچه ۱۳۵۰ تومان و قیمت هر مداد ۳۰۰ تومان است. او چند مداد می‌تواند بخرد و چقدر برایش باقی می‌ماند؟



- الف) ابتدا باید قیمت ۸ دفترچه را حساب کنید.
ب) بعد از خرید دفترچه، چقدر پول برایش باقی می‌ماند؟
ج) با این پول باقی‌مانده چند مداد ۳۰۰ تومانی می‌توان خرید؟
د) چقدر پول باقی‌مانده است؟

۲- صاحب یک کارگاه جوراب‌بافی روز گذشته ۱۸/۳۵ کیلوگرم و امروز ۱۷/۶۵ کیلوگرم نخ خریده است. اگر برای هر جفت جوراب ۲۰ گرم نخ مصرف شود، با این مقدار نخ چند جفت جوراب می‌توان بافت؟



۳- مفتولی (سیم نازک) را به شکل مربعی به ضلع ۸ سانتی‌متر درآورده‌ایم. اگر آن را باز کنیم و به شکل یک مستطیل به عرض ۳ سانتی‌متر درآوریم، طول مستطیل چند سانتی‌متر است؟



۴- کتاب‌فروشی اعلام کرده است که کتاب‌های نو را با ۲۰ درصد و کتاب‌های کهنه را با ۳۵ درصد تخفیف می‌فروشد. زهرا می‌خواهد تعدادی کتاب نو به قیمت ۳۵۰۰۰ تومان و تعدادی کتاب کهنه به قیمت ۸۶۰۰۰ تومان بخرد. زهرا چند تومان باید بپردازد؟



زیر مسئله

قبل از حل کردن مسئله فهرست و ترتیبی از زیرمسئله‌ها تهیه کنید. این کار به فکر شما نظم می‌دهد و حل مسئله را برایتان آسان‌تر می‌کند.

۱- حاصل کسر روبه‌رو را به‌دست آورید.

$$\frac{3 - \frac{2}{5}}{\frac{1}{5} \times \frac{1}{11}} =$$

- الف) محاسبه‌ی صورت کسر
- ب) محاسبه‌ی مخرج کسر
- ج) تقسیم صورت بر مخرج

۲- مراحل محاسبه‌ی کسر زیر با رسم خط‌های کسری مشخص شده است. هر خط کسری نشان‌دهنده‌ی یک عملیات است. با انجام مراحل این عملیات مرحله‌های حاصل را پیدا کنید.

$$1 - \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

۳- فاطمه $\frac{1}{2}$ پولش را کتاب و $\frac{1}{3}$ پولش را دفتر خرید. اگر برای فاطمه ۵۰۰۰ تومان باقی‌مانده باشد، کل پول فاطمه چقدر بوده است؟



این مسئله را در فصل اول با رسم شکل حل کرده‌اید. حالا با حل آن به روش زیرمسئله پاسخ آن را به‌دست آورید.

- الف) چه کسری از پول فاطمه خرج شده است؟
- ب) چه کسری باقی‌مانده است؟
- ج) اگر باقی‌مانده‌ی این کسر ۵۰۰۰ تومان باشد، کل پول چقدر است؟

تسهیم به نسبت



۱- در جدول زیر محیط مربعی را با طول ضلع های متفاوت می بینید. جدول را کامل کنید.

اندازه ی ضلع (به متر)	۳		۵			۱/۵
محیط (به متر)	۱۲	۳۶		۸۰	۱۰	

$$\frac{۳}{۱۲}$$

نسبت ضلع به محیط را به صورت کسر زیر هر ستون بنویسید.
 آیا این یک جدول تناسب است؟ اگر ضلع مربع ۲ برابر شود، محیط چند برابر می شود؟ اگر ضلع مربع $\frac{۳}{۵}$ برابر شود، محیط آن چند برابر می شود؟ آیا در جدول اندازه ی ضلع های یک شکل، می توان ردیفی به نام محیط اضافه کرد؟ چرا؟

۲- در جدول زیر مساحت مربع هایی با طول ضلع های متفاوت نشان داده شده است. جدول را کامل کنید.

نسبت ضلع به مساحت را به صورت کسر زیر هر ستون بنویسید.

اندازه ی ضلع (به متر)	۳	۵		۱/۵	۱۲
مساحت (به متر مربع)	۹		۳۶		

$$\frac{۳}{۹}$$

آیا این جدول تناسب است؟ اگر ضلع مربع ۲ برابر شود، آیا مساحت شکل ۲ برابر می شود؟ آیا در جدول تناسب ضلع های یک شکل، می توان ردیفی به نام مساحت اضافه کرد؟ چرا؟

۳- ۵ کیلوگرم رنگ آبی با ۳ کیلوگرم رنگ زرد مخلوط می شود تا ۸ کیلوگرم رنگ سبز به دست آید. جدول مربوط به آن را کامل کنید.

آبی (کیلوگرم)	۵			۲۵	
زرد (کیلوگرم)	۳	۹	۳۶		۱۲

$$۸ = ۳ + ۵ = \text{زرد} + \text{آبی} = \text{سبز}$$

اگر مقدار رنگ های آبی و زرد ۲ برابر شود، آیا مقدار رنگ سبز نیز ۲ برابر می شود؟ آیا در این جدول تناسب می توان ردیفی به نام سبز (آبی+ زرد) اضافه کرد؟



مانند فعالیت صفحه‌ی قبل با چند مثال توضیح دهید که چه ردیف‌های جدیدی را می‌توان به جدول تناسب اضافه کرد. به عبارت دیگر آیا ردیف مورد نظر با مقدارهای داده شده متناسب است یا نه؟

۱- نسبت پول حمید به مجید ۳ به ۴ است. آیا می‌توان ردیفی به نام مجموع پول آن‌ها اضافه کرد؟

	$\times 2$	
حمید	۳	۶
مجید	۴	۸

مجموع نسبت‌ها = $۳+۴=۷$

مجموع دو برابر عددها = $۶+۸=۱۴$

آیا می‌توان ردیفی به نام تفاضل پول مجید و حمید اضافه کرد؟

تفاضل نسبت‌ها = $۴-۳=$ -----

تفاضل دو برابر عددها = $۸-۶=$ -----

آیا ۳ برابر پول مجید منهای ۲ برابر پول حمید با نسبت پول‌های این دو نفر متناسب دارد؟

در مورد عددهای دو برابر شده = $۳ \times \text{-----} - ۲ \times \text{-----} = \text{-----}$

در مورد عددهای دو برابر شده = $۳ \times ۴ - ۲ \times ۳ = \text{-----}$

تسهیم به نسبت یعنی پرداخت پول هر کس به نسبت سهم آن فرد از کل (مجموع) سهم‌ها. با توجه به مثال‌های بالا ردیف مجموع (کل) را می‌توان به ردیف نسبت‌ها اضافه کرد.

فعالیت



یک کارگر، یک استادکار و یک سرکارگر به نسبت ۲، ۵ و ۷ مزد می‌گیرند. اگر در مجموع ۱۴۰۰۰۰۰ تومان دستمزد گرفته باشند، سهم هر کدام را تعیین کنید. در مسئله‌های بالا نتیجه‌گیری کردیم که مجموع نسبت‌ها با خود نسبت‌ها متناسب است، پس می‌توانیم ردیفی به نام مجموع به جدول تناسب اضافه کنیم. با این توضیح مسئله را حل کنید.

سهم کارگر	۲	
سهم استادکار	۵	
سهم سرکارگر	۷	
مجموع سهم‌ها		



۱- در جعبه ابزاری نسبت تعداد پیچ‌ها به مهره‌ها ۳ به ۴ است. اگر ۲۸ عدد پیچ و مهره داشته باشیم، چند مهره و چند پیچ در این مجموعه خواهد بود؟ با تشکیل جدول می‌توان پاسخ را پیدا کرد.

پیچ	۳	
مهره	۴	
مجموع پیچ و مهره	۷	۲۸

همین طور می‌توان تساوی‌های کسری زیر را نوشت.

$$\frac{3}{7} = \frac{\square}{28} \rightarrow \square = \text{---}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{\square}{28} \rightarrow \square = \text{---}$$

۲- در یک کارگاه بافندگی از نوعی نخ استفاده می‌شود که روی بسته‌های آن نوشته شده است: ۶۵ درصد نخ مصنوعی و ۳۵ درصد پشم.

در هر ۱۰۰ کیلوگرم از این نخ چند کیلوگرم پشم و چند کیلوگرم نخ مصنوعی وجود دارد؟ در یک بلوز ۲۵۰ گرمی چند گرم پشم وجود دارد؟



تمرین

۱- برای تهیه نوعی دارو سه ماده را به نسبت ۵، ۷ و ۳ مخلوط می‌کنند. برای تهیه ۶۰ گرم از این دارو چقدر از هر ماده نیاز داریم؟



۲- مشهدی رحمان برای تقویت شالیزارش باید کودهای پتاس، نیتروژن و فسفات را به نسبت ۲، ۲ و ۳، ۳ مخلوط کند. اگر در هر هکتار ۳۵ کیلوگرم کود مصرف کند، برای ۴ هکتار چند کیلوگرم از هر نوع کود نیاز دارد؟

۳- بهرام و محمود یک کارگاه نجاری دارند. بهرام ۴ روز در هفته و محمود ۵ روز در هفته در کارگاه کار می‌کنند. آنان قرار گذاشته‌اند که درآمد کارگاه را به همین ترتیب بین خود تقسیم کنند. در ماه گذشته کارگاه ۴۵۹۰۰۰۰ تومان درآمد داشته است. سهم هر یک چند تومان است؟



۴- طول و عرض زمینی به شکل مستطیل به نسبت ۵ و ۴ است. محیط زمین ۱۸۰ متر است. مساحت آن چند مترمربع است؟

۵- برای دفع نوعی آفت پنبه سه نوع سم را به نسبت ۳، ۴ و ۱ مخلوط می‌کنند. در سم مخلوط به دست آمده چند درصد از هر نوع سم وجود دارد؟ برای سم‌پاشی مزرعه‌ای به ۹۶۰ گرم سم نیاز داریم. چند گرم از هر نوع سم باید تهیه کنیم؟ این مسئله را به کمک جدول زیر حل کنید.



سم نوع ۱	۳		
سم نوع ۲	۴		
سم نوع ۳	۱		
سم مخلوط	۸	۱۰۰	۹۶۰

۶- یک کارگر $\frac{1}{2}$ استاد کار و یک استادکار $\frac{2}{3}$ سرکارگر دستمزد می‌گیرند.

الف) نسبت دستمزد این سه نفر را با عددهای صحیح بیان کنید.

ب) اگر مجموع دستمزد آن‌ها ۶۰۰۰۰۰ تومان باشد، سهم هر کدام را پیدا کنید.

۷- کسری مساوی $\frac{2}{3}$ بنویسید که مجموع صورت و مخرج آن برابر ۳۵ شود.

(در واقع ۳۵ را باید به نسبت ۲ و ۳ تقسیم کنید.)

درصد و ریاضیات مالی

فعالیت



علی آقا کاسب است. او از فروش هر یخچال ۱۰۰۰۰۰۰ تومانی، ۵۰۰۰۰۰ تومان سود می‌برد. فروش هر ماشین لباسشویی به قیمت ۷۰۰۰۰۰۰ تومان، برای او ۴۰۰۰۰۰ تومان سود دارد. او با فروش هر تلویزیون ۹۰۰۰۰۰۰ تومانی، ۴۵۰۰۰۰ تومان سود می‌برد. با این حساب او از فروش کدام جنس نسبت به قیمت آن، سود بیشتری می‌برد؟

در این مسئله ۳ نسبت با هم مقایسه می‌شود. برای سادگی کار با استفاده از جدول‌های تناسب زیر، می‌توان پایه‌ی مقایسه‌ی هر سه نسبت را عدد ۱۰۰ قرار داد تا به این ترتیب مقایسه ساده‌تر شود. جدول‌ها را کامل کنید.

(برای محاسبه‌ی جاهای خالی از ماشین حساب کمک بگیرید و عددها را با تقریب کمتر از ۱ گرد کنید.)

سود یخچال	۵۰۰۰۰		سود ماشین لباسشویی	۴۰۰۰۰		سود تلویزیون	۴۵۰۰۰	
قیمت یخچال	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰	قیمت ماشین لباسشویی	۷۰۰۰۰۰	۱۰۰	قیمت تلویزیون	۹۰۰۰۰۰	۱۰۰

کار در کلاس



کسرها را می‌توان با مخرج ۱۰۰ نوشت و تقریب زد. صورت چنین کسرهایی را با نماد٪ نمایش می‌دهند و به صورت درصد می‌خوانند. برای مثال اگر از هر ۱۰۰ نفر در مدرسه، ۹۵ نفر نمره‌ی انضباط کامل گرفته باشند، $\frac{۹۵}{۱۰۰}$ یا ۹۵٪ آن‌ها نمره‌ی انضباط کامل گرفته‌اند.

اگر مدرسه‌ای ۶۷۲ نفر دانش‌آموز داشته باشد، چند نفر نمره‌ی انضباط کامل گرفته‌اند؟ (جواب را باید تقریب بزنید.)

۵٪ از شیر چربی است. این موضوع را می‌توان به صورت‌های مختلف بیان کرد.

در هر ۱۰۰ گرم شیر ۵ گرم چربی است.

در هر ۱۰۰ کیلوگرم شیر ۵ کیلوگرم چربی است.

در هر ۱۰۰ لیتر شیر ۵ لیتر آن چربی است.

۱۰٪ تخفیف یک کادو یعنی از ۱۰۰ تومان ۱۰ تومان آن گرفته نمی‌شود و ۹۰ تومان آن گرفته می‌شود.

به همین ترتیب در حلّ یک مسئله درصدهای بیان شده را برای خود معنا کنید.

فعالیت



مالیات از منابع مهم درآمد دولت‌هاست. یکی از مالیات‌هایی که در هنگام خرید و فروش محاسبه می‌شود، مالیات بر ارزش افزوده است. هر فروشنده هنگام فروش کالا و یا ارائه‌ی خدمات، مالیات مربوط را محاسبه و به قیمت آن کالا اضافه و از مشتری دریافت می‌کند.

۱- یک شرکت فروش خودرو هنگام فروش خودرو باید $\frac{3}{5}$ درصد مالیات بر ارزش افزوده بگیرد. به این ترتیب، یک ماشین ۱۱ میلیون تومانی را چقدر به فروش می‌رساند؟

مالیات	$\frac{3}{5}$	
مجموع	۱۰۰	



۲- رضا به فروشگاه لوازم خانگی رفت تا یک اجاق‌گاز ۴ شعله بخرد. او می‌خواست برای کمک به اقتصاد کشور کالایی را که تولید ایران باشد، بخرد و می‌دانست که خرید از تولید ملی و پرداخت مالیات در نهایت به نفع کشور و در نتیجه به سود او خواهد بود. قیمت اجاق‌گاز ۴۰۰۰۰۰ تومان و مالیات بر ارزش افزوده‌ی آن ۴٪ بود. او در نهایت چقدر پرداخت کرد؟



در صورتی که کسری بزرگ‌تر از واحد باشد، درصد آن بیشتر از ۱۰۰ می‌شود. برای مثال اگر قیمت یک کالا به دلیل تورم از ۵۰۰۰۰ تومان به ۱۲۵۰۰۰ تومان برسد، در واقع می‌توان گفت که

۷۵۰۰۰ تومان به آن اضافه شده است. کسر $\frac{75000}{50000}$ را به درصد تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{75000}{50000} = \frac{\square}{100} \rightarrow \square = \frac{100 \times 75000}{50000} = 150\%$$

مانند بالا هر کسر یا عدد اعشاری را می‌توان به صورت درصد نمایش داد.



۱- تساوی‌ها را مانند نمونه کامل کنید.

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 20\%$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 20\%$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = 66\frac{2}{3}\%$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = 100\%$$

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = 25\%$$

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$$

۲- اگر یک کارگر هر ماه ۷۰۰۰۰۰ تومان مزد بگیرد و ۳۰۰۰ تومان از آن را صدقه بدهد و یک کارمند ماهی ۱۰۰۰۰۰۰ تومان حقوق بگیرد و ۴۰۰۰ تومان از آن را صدقه بدهد، کدام یک درآمد بیشتری صدقه داده‌اند؟

$$\frac{4000}{1000000} = 0.0004 = 0.04\%$$

$$\frac{3000}{700000} = 0.00042857 = 0.042857\%$$

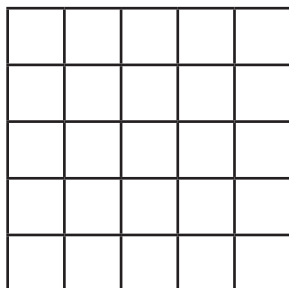
تمرین



۱- رضا در یک درس از ۲۰ نمره ۱۵ و در درسی دیگر از ۵۰ نمره ۳۶ گرفته است. در کدام درس موفق‌تر بوده است؟

۲- تقریباً $\frac{1}{5}$ حجم هوا، اکسیژن و $\frac{4}{5}$ آن نیتروژن است. چند درصد از حجم هوا، نیتروژن است؟

۳- ۱۶ درصد از شکل زیر را رنگ کنید.



۴- تقریباً $\% 45$ از 201 خانواده‌ی روستای حسن آباد کشاورز و بقیه دامپرورند. چند خانواده دامپرور است؟

۵- پس از ثبت هر شرکت باید $\% 20$ از سرمایه‌ی ثبت شده را به عنوان مالیات پرداخت کرد. شرکتی که با سرمایه‌ی اولیه‌ی 1000000 تومان ثبت شده است، چقدر باید مالیات بپردازد؟

۶- در یک کارخانه‌ی تولید نان صنعتی فقط $\% 70$ از نان تولید شده دور ریخته می‌شود. اگر آن‌ها هفته‌ای 10000 نان تولید کنند، چقدر از نان‌ها دور ریخته می‌شود؟



۷- قیمت یک کالا 350000 تومان است. به این کالا $\% 3$ مالیات (قبل از تخفیف) تعلق می‌گیرد. اگر کالا با $\% 10$ تخفیف فروخته شود، برای خرید چند تومان باید پرداخت؟



مرور فصل

با نوشتن آنچه که از شما خواسته شده، خلاصه‌ای از درس‌هایی را که در این فصل یاد گرفته‌اید، تهیه کنید.



۱- توضیح دهید که نسبت بین دو مقدار را به چه روش‌هایی می‌توان بیان کرد.

۲- با یک مثال نشان دهید چگونه می‌توان نسبت‌های کسری را به عددهای صحیح تبدیل کرد؟

۳- دو مقدار در چه صورت متناسب‌اند؟

۴- دو مقدار در چه صورت متناسب نیستند و جدول تناسب تشکیل نمی‌دهند؟ یک مثال بزنید.

۵- در چه صورت می‌توان به جدول تناسب یک ردیف اضافه کرد؟

۶- آیا محیط و مساحت یک مربع با ضلع مربع متناسب هستند؟

۷- وقتی می‌گوییم کالایی با ۱۰ درصد تخفیف به فروش می‌رسد، یعنی چه؟

۸- در چه صورت عدد درصد بیشتر از ۱۰۰ می‌شود؟

۹- با یک مثال نشان دهید چگونه یک کسر را به صورت درصد نمایش می‌دهند؟