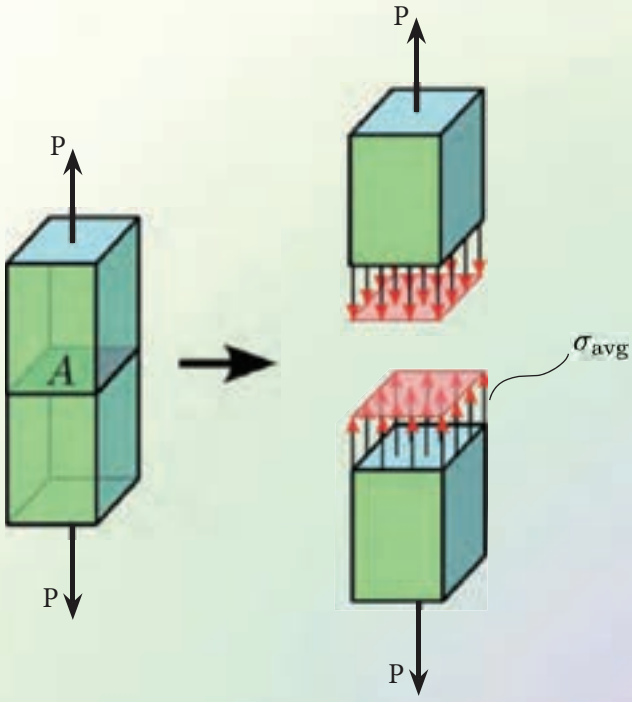
فصل هفتم

نیرو و تنشِ محوری



هدف‌های رفتاری

پس از آموزش این فصل از فراگیر انتظار می‌رود بتواند:

۱-انواع رفتار اجسام را تحت تأثیر بارهای مختلف نام ببرد.

۲-نیروهای محوری را شرح دهد.

۳-اثر نیروهای محوری را بر اجسام توضیح دهد.

۴-تنش را تعریف نماید.

۵-تنش محوری را تعریف نماید.

۶-رابطهٔ تنش محوری را به کار گیرد.

۷-تغییر طول اجسام تحت تأثیر بارهای محوری را محاسبه نماید.

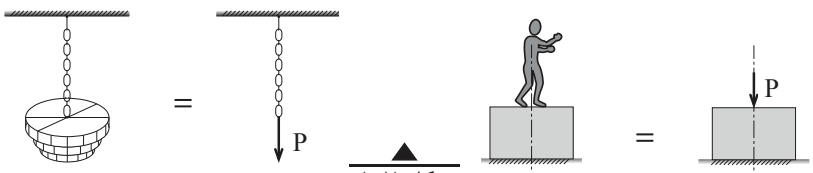
مقدمه:

در بخش اول کتاب به بررسی نیروهای وارد بر اجسام پرداختیم و اجسام را صلب در نظر گرفتیم بدین مفهوم که جسم در اثر اعمال نیرو تغییر شکل نمی‌دهد که موضوع بحث استاتیک بود.

دراین بخش می‌خواهیم اثر نیروها را بر اجسام، بیشتر مورد بررسی قرار داده و رفتار آن‌ها را تحت تاثیر نیروهای مختلف تجزیه و تحلیل نماییم، که با این فرض که جسم صلب نباشد، یعنی تغییر شکل اجسام نیز مد نظر می‌باشد، که موضوع بحث مقاومت مصالح است. بنابراین مقاومت مصالح شاخه ای از علم مکانیک است که رفتار اجسام جامد را تحت بارگذاری‌های مختلف بررسی می‌نماید.

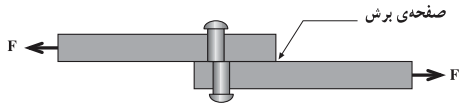
رفتار اجسام تحت بار های مختلف عبارتند از :

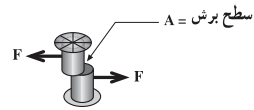
۱- رفتار کششی و فشاری



شکل ۷-۱

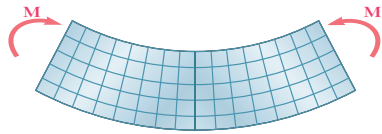
۲- رفتار برشی





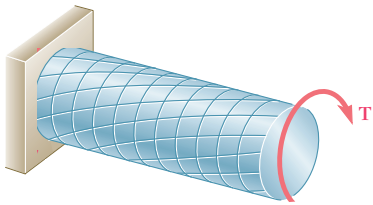
شکل ۷-۲

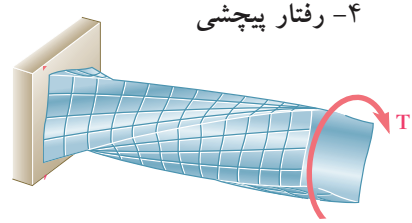
۳- رفتار خمشی



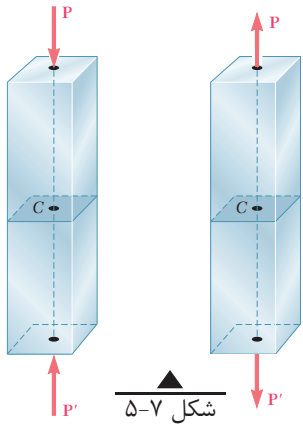
شکل ۷-۳

۴- رفتار پیچشی

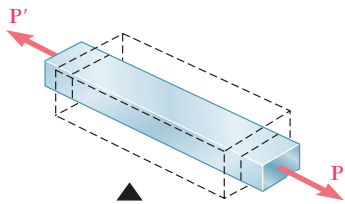




شکل ۷-۴



شکل ۷-۵



شکل ۷-۶

۷-۱ نیروهای محوری (Axial Load)

نیروهای محوری، نیروهایی هستند که در امتداد محور طولی اجسام و عمود بر سطح مقطع آنها وارد می‌شوند. شکل (۷-۵)

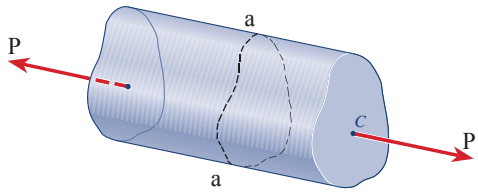
نیروهای محوری می‌توانند به صورت کششی یا فشاری به اجسام وارد شوند و در آن‌ها افزایش یا کاهش طول ایجاد نمایند.

همان‌طور که در شکل (۷-۶) دیده می‌شود، بارهای محوری ضمن افزایش یا کاهش طول، سبب کاهش یا افزایش ابعاد دیگر جسم نیز می‌شوند که در این فصل تنها به بررسی رفتار طولی آنها می پردازیم.

۲-۷ تنش محوری (Axial Stress)

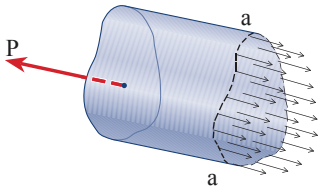
میله منشوری مطابق شکل (۷ –۷) را در نظر بگیرید که تحت تاثیر نیروی کششی **P** واقع شده است.

به نظر شما اثر نیروی **P** در یک مقطع دلخواه مانند **(a–a)** به چه صورت خواهد بود؟



شکل ۷-۷

در پاسخ به این سوال باید این‌طور تصور نمود که هر ذرهٔ جسم در مقطع **(a–a)** مقداری از نیروی **P** را تحمل می‌نماید و اثر این نیرو در مقطع **(a–a)**، مطابق شکل (۷-۸)، به صورت نیروهای گسترده دیده می‌شود.



شکل ۷-۸

به این نیروهای گسترده موجود در سطح مقطع **(a–a)** تنش گفته می‌شود. بنابراین می‌توان گفت:

«نیروی وارد به واحد سطح، تنش نامیده می‌شود»

چنان‌چه نیروی وارده نیروی محوری باشد، تنش ایجاد شده را تنش محوری نامیده و با رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$\sigma = \frac{\pm P}{A} \qquad (۱-۷)$$

σ : تنش محوری (فشاری یا کششی)

P : نیروی محوری (کششی با علامت + و فشاری با علامت –)

A : سطح مقطع

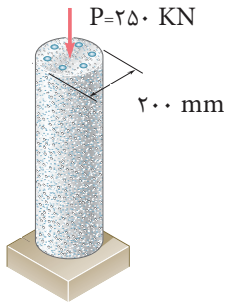
واحد تنش در سیستم **SI** با توجه به رابطهٔ آن، $\frac{N}{m^2}$ (پاسکال **Pa**) می‌باشد و بهتر است به‌منظور هماهنگی با آئین‌نامه‌ها در محاسبات از واحد $\frac{N}{mm^2}$ (مگاپاسکال **MPa**) استفاده شود.

نکته:

اگر نیروی محوری (**P**) کششی باشد تنش ایجادشده تنش کششی خواهد بود و σ مثبت می‌باشد.

اگر نیروی محوری (**P**) فشاری باشد تنش ایجادشده تنش فشاری خواهد بود و σ منفی می‌باشد.

مثال ۱



ستونی کوتاه مطابق شکل روبه‌رو تحت تاثیر نیروی محوری $P=۲۵۰KN$ قرار دارد.

مطلوب‌است محاسبه تنش در پای ستون (از وزن ستون صرف نظر شود).

حل:

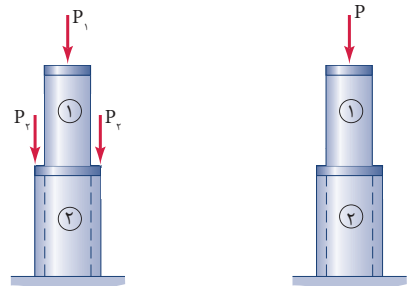
نیروی **P** فشاری است: $P=-۲۵۰KN=-۲۵۰\times۱۰۰۰=-۲۵۰۰۰۰\ N$

$$A=\frac{\pi d^2}{۴}=\frac{\pi\times۲۰۰^2}{۴}=۳۱۴۰۰\ mm^2$$

$$\sigma=\frac{P}{A}=\frac{-۲۵۰۰۰۰}{۳۱۴۰۰}\Rightarrow \boxed{\sigma=-۷/۹۶\ \frac{N}{mm^2}\ \text{یا}\ MPa}$$

علامت منفی نشانگر آن‌است که تنش محوری ایجاد شده فشاری می‌باشد.

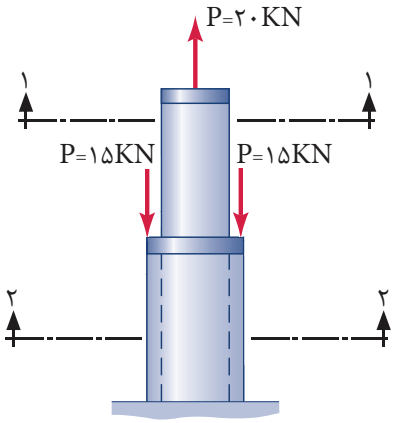
در صورتی‌که جسم دارای مقطع متفاوت باشد (شکل ۷-۹- الف) و یا بارگذاری در نقاط مختلف آن انجام شود (شکل ۷-۹- ب) تنش در هر قسمت از جسم متفاوت بوده و باید نیرو و مساحت هر قسمت را جداگانه تعیین و از رابطهٔ (۷-۱) تنش را در هر قسمت محاسبه نمود.



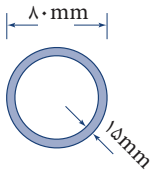
شکل ۷-۹

مثال ۲

جسمی مطابق شکل تحت تأثیر نیروهای نشان‌داده شده قرار دارد. مطلوب‌است محاسبهٔ تنش در هر قسمت از جسم.



مقطع ۱-۱



مقطع ۲-۲

حل:

الف) تنش در مقطع ۱-۱

$$\begin{cases} P = ۲۰\ KN = ۲۰۰۰۰\ N \\ A = \dfrac{\pi\, D^{۲}}{۴} = \dfrac{۳/۱۴ \times ۵۰^{۲}}{۴} = ۱۹۶۲/۵\ mm^{۲} \end{cases}$$

$$\sigma_{۱} = \frac{P}{A} = \frac{۲۰۰۰۰}{۱۹۶۲/۵} \Rightarrow \boxed{\sigma_{۱} = ۱۰/۱۹\ MPa \quad \text{کششی}}$$

ب) تنش در مقطع ۲-۲

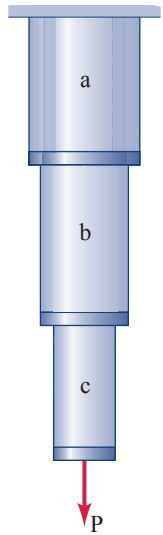
با توجه به شکل برآیند نیروهای وارد به مقطع (۲-۲) برابر است با:

$$\begin{cases} P = -۱۵ - ۱۵ + ۲۰ = -۱۰ KN = -۱۰۰۰۰\ N \\ A = \dfrac{\pi\, D^{۲}}{۴} - \dfrac{\pi\, d^{۲}}{۴} = \dfrac{۳/۱۴ \times ۸۰^{۲}}{۴} - \dfrac{۳/۱۴ \times ۵۰^{۲}}{۴} = ۳۰۶۱/۵\ mm^{۲} \end{cases}$$

$$\sigma_{۲} = \frac{P}{A} = \frac{-۱۰۰۰۰}{۳۰۶۱/۵} \Rightarrow \boxed{\sigma_{۲} = -۳/۲۷\ MPa \quad \text{فشاری}}$$

مثال ۳

قطعه پیوسته ای مطابق شکل تحت تاثیر نیروی کششی **P** قرار گرفته است، هرگاه نیروی **P** را به آرامی افزایش دهیم، احتمال گسیختگی در کدام یک از نواحی **a** و**b** و**c** بیشتر است؟ چرا؟



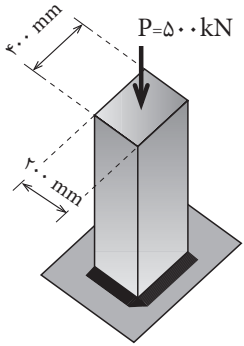
جواب:

با توجه به این که مقدار **P** در هر سه ناحیه ثابت است، با افزایش تدریجی نیروی **P** مطابق رابطه $\sigma = \frac{\pm P}{A}$ مقدار تنش در ناحیه **c** به‌دلیل سطح مقطع کوچک‌تر آن نسبت به نواحی **a** و **b** زودتر به تنشی می‌رسد که جسم دیگر قادر به تحمل آن نمی‌باشد.

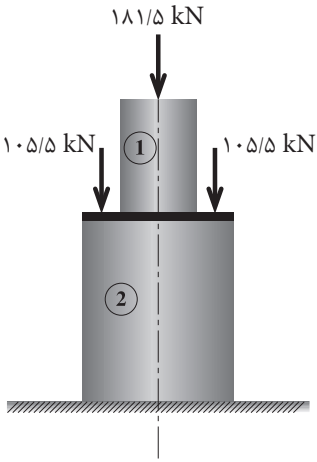
خودآزمایی

۱- لوستری به وزن **kN** ۵۰ از کابلی به قطر ۳۰ میلی‌متر آویزان است. مطلوب‌است محاسبهٔ تنش محوری کابل.

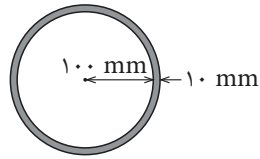
۲- ستونی مطابق شکل زیر تحت تأثیر بار محوری ۵۰۰ کیلونیوتن قرار دارد. مطلوب‌است محاسبهٔ تنش در پای ستون (از وزن ستون صرف‌نظر شود).



۳- ستونی از جنس بتن با مقطع دایره مطابق شکل تحت تأثیر سه نیرو قرار دارد. مطلوب‌است محاسبهٔ قطر هر یک از دو عضو فوقانی و تحتانی، در صورتی که خواسته باشیم تنش در هر عضو از **MPa** ۸ تجاوز نکند (از وزن اعضا صرف‌نظر شود).



۴- باری محوری برابر **kN** ۶۰۰ بر ستونی فلزی از لوله با ضخامت جداره ۱۰ میلی‌متر و قطر داخلی **mm** ۲۰۰ اثر می‌کند. مطلوب‌است محاسبهٔ تنش فشاری در ستون.



۵- نیرویی برابر **kN** ۱۰۰۰ بر یک صفحهٔ کف‌ستون (**Base Plate**) وارد می‌شود. اگر تنش زیر صفحه **MPa** ۵ باشد، مطلوب‌است محاسبهٔ ابعاد کف‌ستون در صورتی‌که، صفحهٔ کف‌ستون:

الف) مربع باشد

ب) نسبت طول به عرض آن ۱/۵ باشد

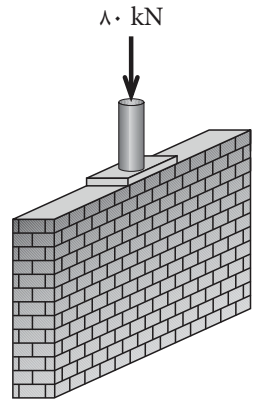
ج) دایره باشد.

۶- یک ستونک فلزی به قطر **mm** ۱۰۰ نیرویی برابر **kN** ۸۰ را مطابق شکل به‌وسیلهٔ صفحه کف‌ستون بر روی دیواری به ضخامت ۲۰۰ میلی‌متر وارد می‌کند. در صورتی‌که در نظر باشد تنش در زیر صفحه، حداکثر به **MPa** ۱ محدود شود، مطلوب‌است محاسبهٔ:

الف) ابعاد صفحه کف‌ستون؛

ب) تنش در مقطع ستونک؛

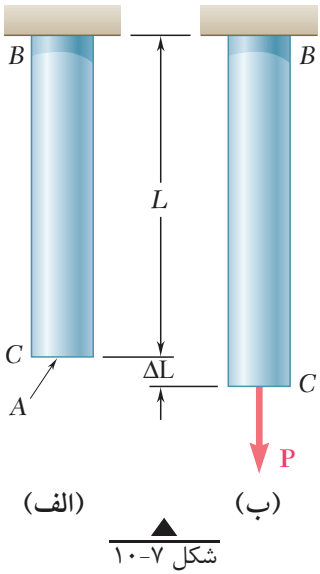
ج) تنش در زیر دیوار در صورتی‌که طول دیوار **m** ۱ باشد (از وزن دیوار صرف‌نظر شود).



۳-۷ تغییر طول اجسام تحت تاثیر بارهای محوری

میلهٔ **BC** به طول **L** و سطح مقطع **A** مطابق شکل (۷-۱۰- الف) مفروض است. اگر نیروی کششی **P** به آن وارد شود، سبب افزایش طول میله به اندازهٔ (ΔL) خواهد شد که مقدار آن از رابطهٔ زیر تعیین می‌شود. شکل (۷-۱۰- ب)

$$\Delta L = \frac{P\ L}{A\ E} \qquad (۲-۷)$$



شکل ۷-۱۰

در این رابطه **E** ضریب ارتجاعی (مدول الاستیسیته) جسم می‌باشد که به جنس آن بستگی دارد و در آزمایشگاه مقاومت مصالح مقدار آن تعیین می‌شود و واحد آن نیز همان واحد تنش یعنی $\frac{N}{mm^2}$ و یا (**MPa**) است.

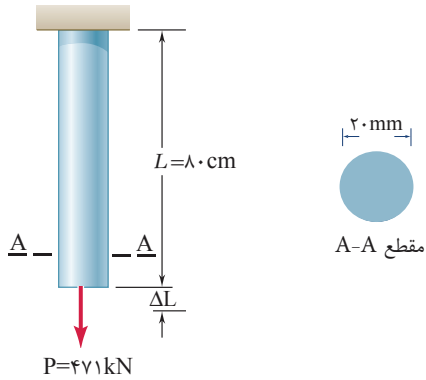
درجدول (۷-۱) ضریب ارتجاعی بعضی از مصالح آورده شده است.

جدول (۷-۱) ضریب ارتجاعی مصالح

مصالح	ضریب ارتجاعی $\frac{N}{mm^2}$ یا **MPa**
فولاد	۲×۱۰^۵
چدن	$۱/۲ \times ۱۰^۵$
آلومینیوم	$۰/۷ \times ۱۰^۵$
مس	۱×۱۰^۵

مثال ۴

مطلوب‌است تغییر طول میله فولادی مطابق شکل زیر؛ اگر ضریب ارتجاعی میله $E = ۲\times۱۰^{۵}\ \frac{N}{mm^{۲}}$ باشد (از وزن میله صرف‌نظر می‌شود).



$$P = ۴۷۱\ KN = ۴۷۱۰۰۰\ N$$

$$L = ۸۰\ cm = ۸۰۰\ mm$$

$$A = \frac{\pi\ D^{۲}}{۴} = \frac{۳/۱۴\times۲۰^{۲}}{۴} = ۳۱۴\ mm^{۲}$$

$$E = ۲\times۱۰^{۵}\ \frac{N}{mm^{۲}}$$

$$\Delta L = \frac{P.\ L}{A.\ E} = \frac{۴۷۱۰۰۰\times۸۰۰}{۳۱۴\times۲\times۱۰^{۵}} \Rightarrow \boxed{\Delta L = ۶\ mm}$$

نکته:

اگر در شکل (۷-۲) نیروی **P** فشاری باشد، این نیرو سبب کاهش طول میله می‌گردد که مقدار آن از همان رابطهٔ (۷-۲) محاسبه می‌شود.

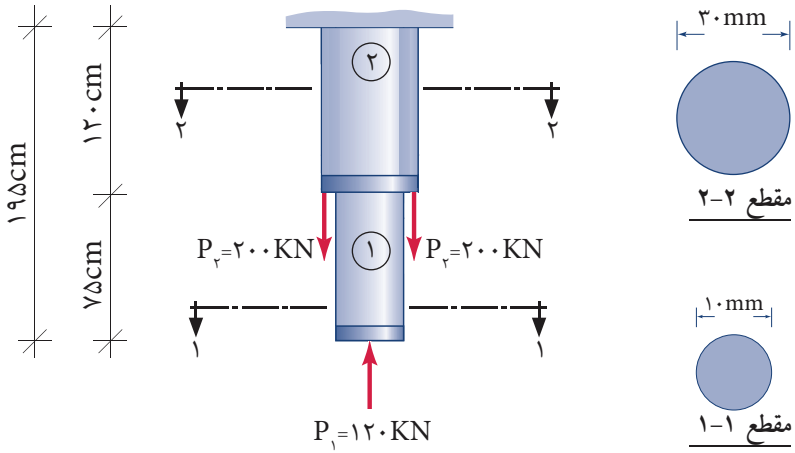
چنانچه جسم دارای مقطع و یا جنس یکنواخت نباشد و یا بارگذاری در نقاط مختلف انجام شود در این صورت آن‌را به بخش‌های مختلف تقسیم نموده و تغییر طول هر بخش را مطابق رابطهٔ (۷-۲) محاسبه می‌کنیم و برای محاسبه تغییر طول نهایی جسم آن‌ها را با یکدیگر جمع جبری می‌نماییم یعنی:

$$\Delta L = \sum_{i=۱}^{n} \frac{P_i\ L_i}{A_i\ E_i} \qquad (۷-۳)$$

مثال ۵

تغییر طول کلی جسم فولادی مطابق شکل زیر را محاسبه کنید.

$$(E = ۲\times ۱۰^{۵}\ \frac{N}{mm^{۲}})$$



حل:

تغییر طول کلی جسم برابر است با جمع جبری تغییر طول هر یک از قطعات ۱ و ۲ یعنی:

$$\Delta L_t = \Delta L_۱ + \Delta L_۲$$

الف) تغییر طول قطعه شماره ۱:

$P_۱ = -۱۲۰\ KN = -۱۲۰۰۰۰\ N$ **نیروی P فشاری می‌باشد.**

$L_۱ = ۷۵\ cm = ۷۵۰\ mm$

$$A_۱ = \frac{\pi D_۱^{۲}}{۴} = \frac{۳/۱۴\times ۱۰^{۲}}{۴} = ۷۸/۵\ mm^{۲}$$

$$E = ۲\times ۱۰^{۵}\ \frac{N}{mm^{۲}}$$

$$\Delta L_۱ = \frac{P_۱ . L_۱}{A_۱ . E_۱} = \frac{-۱۲۰۰۰۰\times ۷۵۰}{۷۸/۵\times ۲\times ۱۰^{۵}}$$

$\boxed{\Delta L_۱ = -۵/۷۳\ mm}$ **با توجه به علامت منفی، طول قطعهٔ ۱ کاهش می‌یابد.**

ب) تغییر طول قطعه شماره ۲:

$$P_۲ = ۲۰۰ + ۲۰۰ - ۱۲۰ = ۲۸۰ \text{ KN} = ۲۸۰۰۰۰ \text{ N}$$

$$L_۲ = ۱۲۰ \text{ cm} = ۱۲۰۰ \text{ mm}$$

$$A_۲ = \frac{\pi D_۲^۲}{۴} = \frac{۳/۱۴ \times ۳۰^۲}{۴} = ۷۰۶/۵ \text{ mm}^۲$$

$$E = ۲ \times ۱۰^۵ \frac{\text{N}}{\text{mm}^۲}$$

$$\Delta L_۲ = \frac{P_۲ L_۲}{A_۲ E_۲} = \frac{۲۸۰۰۰۰ \times ۱۲۰۰}{۷۰۶/۵ \times ۲ \times ۱۰^۵}$$

$$\boxed{\Delta L_۲ = ۲/۳۸ \text{ mm}}$$

افزایش طول قطعهٔ (۲)

تغییر طول کلی جسم برابر است با:

$$\Delta L_t = \Delta L_۱ + \Delta L_۲ = -۵/۷۳ + ۲/۳۸ \Rightarrow \boxed{\Delta L_t = -۳/۳۵ \text{ mm}}$$

با توجه به علامت منفی، طول کل جسم کاهش می‌یابد.

خلاصهٔ فصل

- اجسام تحت تأثیر نیروهای مختلف، رفتارهای متفاوتی مانند رفتار کششی، فشاری، برشی و ... از خود نشان می‌دهند.
- نیروی محوری نیرویی است که در امتداد محور طولی اجسام و عمود بر سطح مقطع آن‌ها وارد می‌شود.
- نیروی وارد به واحد سطح را تنش می‌نامند.
- تنش محوری با رابطهٔ $\sigma = \frac{\pm P}{A}$ تعریف می‌شود و بر سطح مقطع جسم عمود است.
- واحد تنش در سیستم **SI** عبارت است از $\frac{\text{N}}{\text{m}^۲}$
- نیروهای محوری در اجسام، کاهش یا افزایش طول ایجاد می‌نمایند که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta L = \frac{P L}{A E}$$

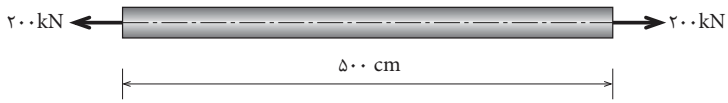
- تغییر طول کلی اجسام از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta L = \sum_{i=۱}^{n} \frac{P_i L_i}{A_i E_i}$$

- ضریب ارتجاعی یا مدول الاستیسیته اجسام به جنس آن‌ها بستگی داشته و با نماد **E** نمایش داده می‌شود و واحد آن، واحد تنش یعنی $\frac{\text{N}}{\text{mm}^۲}$ یا **MPa** می‌باشد.

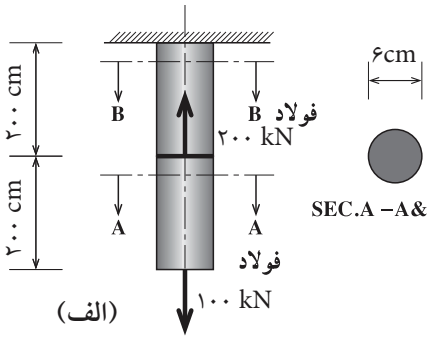
خودآزمایی

۱- در شکل زیر اگر مقطع میله دایره‌ای به قطر **d** و جنس آن از فولاد باشد و خواسته‌باشیم $\Delta L = ۱/۵۹۲$ cm باشد، مطلوب‌است محاسبهٔ قطر میله (**d**). ($E = ۲\times۱۰^{۵}$ MPa)

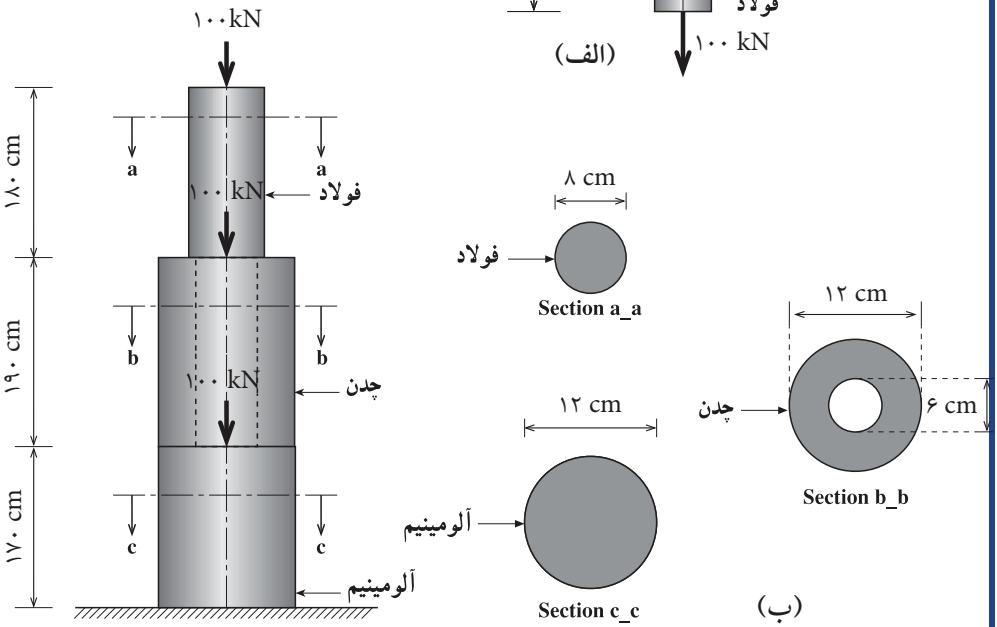


۲- در شکل‌های زیر تغییر طول نهایی هر کدام را محاسبه کنید.

(مقادیر مدول الاستیسیته را از جدول (۱-۷) استخراج نمائید)



(الف)



(ب)

۳- در شکل زیر چه مقدار نیروی **P** به انتهای میله‌ها وارد شود تا نقاط **A** و **B** به‌هم برسند؟ قطر میله‌ها ۲۰ میلی‌متر و مدول الاستیسیته آن‌ها **MPa** ۲×۱۰^{۵} می‌باشد.