

# فصل اول

## مفاهیم اساسی

هدفهای رفتاری: در پایان این فصل، فراگیر باید بتواند:

- ۱- مفاهیم اساسی آمار (جامعه آماری، صفت مشخصه، صفت متغیر و انواع آن) را شرح دهید.
- ۲- مفاهیم اساسی آمار (جامعه آماری، صفت مشخصه، صفت متغیر و انواع آن) را با رشته فعالیت خود تطبیق دهد.
- ۳- مشاهده آماری را به عنوان یکی از روشهای تحقیق آماری توضیح دهد.
- ۴- یک صفت متغیر را در یک جامعه مشاهده کند و نتایج آن را ارائه دهد.
- ۵- مراحل مطالعه آماری را بیان کند.
- ۶- مفهوم اندازه گیری و انواع آن را شرح دهد و در مشاهده صفتهای متغیر به کار برد.

## مفاهیم اولیه

آمار نیز مانند علوم دیگر دارای مفاهیم اساسی است. این گونه مفاهیم را «مفاهیم اولیه» نیز می نامند که بدون تعریف اند و فقط توصیف می شوند.

### جامعه آماری

یکی از مفاهیم اولیه در آمار، مفهوم «جامعه آماری» است که به صورت زیر بیان می شود:

«به همه افراد یا اشیا که حداقل در یک خاصیت باهم مشترک باشند «جامعه آماری» گویند.»

به این ترتیب جامعه آماری تنها به انسانها گفته نمی‌شود بلکه، جامعه اشیا را نیز جامعه آماری می‌نامند.

«خاصیت یا خواصی که بین اعضای جامعه مشترک هستند، (صفت مشخصه) نامیده می‌شوند.»

مثلاً:

— جامعه ایرانیان که صفت مشخصه آن «ایرانی بودن» است.  
— جامعه دانش‌آموزان ایرانی که صفات مشخصه آن، «دانش‌آموز» و «ایرانی بودن» است.  
— جامعه روستاهای ایران که صفات مشخصه آن «روستا بودن» و «متعلق به ایران بودن» می‌باشد.

— جامعه حسابداران که صفت مشخصه آن «حسابدار بودن» است.  
— جامعه مهره‌های ساخته شده در یک دستگاه ماشینی که صفات مشخصه آن یکی «مهره بودن» و دیگری «ساخته شدن به وسیله یک دستگاه ماشینی» است.

هریک از اعضای جامعه را «واحد جامعه» یا «فرد جامعه» می‌نامند.

مثلاً در جامعه ایرانیان، یک فرد ایرانی، عضو یا واحد یا فرد آن جامعه می‌باشد یا در جامعه دانش‌آموزان ایران، هر دانش‌آموز ایرانی یک واحد یا فرد آن جامعه به حساب می‌آید.

تعداد واحدهای تشکیل‌دهنده جامعه را، «حجم جامعه» گویند و آن را با حرف N نشان می‌دهند.

مثلاً اگر جمعیت ایران (در سال ۱۳۷۵) ۶۰ میلیون نفر باشد:  $N = 60,000,000$ .  
اگر تعداد مهره‌های ساخته شده در یک دستگاه ماشینی ۱۰۰,۰۰۰ عدد باشد:  $N = 100,000$ .  
اعضای جامعه آماری، می‌توانند محدود یا نامحدود باشند.  
— جامعه محدود (متناهی): دارای حجم معین می‌باشد، به عبارت دیگر به تمامی اعضای آن می‌توان دسترسی داشت مانند جامعه ایرانیان که در زمان معین (مثلاً سال ۱۳۷۵) دارای حجم  $N = 60,000,000$  است.

— جامعه نامحدود (نامتناهی): تعداد اعضای آن نامحدود است، به عبارت دیگر به تمام

اعضای آن نمی‌توان دسترسی داشت. مانند جامعه ستارگان، جامعه پرندگان و یا جامعه ماهیان دریاها.

### صفت متغیر

عناصر جامعه بجز صفت مشخصه که در همه اعضای آن مشترک است، خواص دیگری نیز دارند که باهم متفاوتند. این گونه خاصیتها یا صفات را که بین عناصر جامعه متفاوت هستند «صفات متغیر» گویند. به عبارت دیگر،

صفتی که از یک عضو به عضو دیگر جامعه می‌تواند تغییر نماید، «صفت متغیر» نامیده می‌شود.

مثلاً: در جامعهٔ ایرانیان، خصوصیات چگونگی سن، طول قد، وزن، محل تولد، درآمد و ... صفات متغیر می‌باشند. در ادامهٔ بحث، صفات متغیر را مانند متغیرها در ریاضی با حروف  $Z, Y, X$  و ... نشان خواهیم داد. صفات متغیر بر دو نوعند: صفت متغیر کیفی، صفت متغیر کمی.

— صفت متغیر کیفی: صفتی است که آن را برای اعضای جامعه (در سطح علوم امروزی) یا هیچ عدد یا کمیتی نتوان بیان کرد. مانند: جنس، نوع شغل، نوع بیماری، مرغوبیت کالا و ...  
— صفت متغیر کمی: صفتی است که آن را برای اعضای جامعه با عدد یا کمیت بتوان بیان کرد. مانند: طول قد افراد، درآمد افراد، تعداد اعضاء خانوار و ...

از صفات کمی: دو نوع مهم آن را مورد بحث قرار خواهیم داد:

— صفت کمی گسسته (نابیوسته)

— صفت کمی پیوسته

صفت کمی گسسته: صفتی است که دامنه تعریف آن مجموعه شمارا<sup>۱</sup> (مجموعه نامحدود شمارش پذیر) یا هر زیر مجموعه‌ای از آن مجموعه می‌باشد.

مانند تعداد اعضای خانوار در جامعه خانوارهای یک منطقه، تعداد دانش‌آموزان یک دبیرستان، تعداد تصادفات اتومبیل در روز در یک شهر.

صفت کمی پیوسته: صفتی است که دامنه تعریف آن را مجموعه اعداد حقیقی یا هر فاصله‌ای از آن مجموعه تشکیل می‌دهد.

مانند طول قد انسان، قطر داخلی مهره‌های ساخته شده توسط یک دستگاه که با یک عدد حقیقی بیان شوند.

۱- هر مجموعه نامحدود هم‌ارز با مجموعه اعداد طبیعی را مجموعه نامحدود شمارش پذیر یا مجموعه شمارا گویند.

## مراحل مختلف انجام یک تحقیق آماری

تعیین هدف تحقیق: وقتی یک جامعه آماری را مورد مطالعه قرار می‌دهیم، ابتدا باید هدف این بررسی را مشخص کنیم. پس از تعیین هدف، جامعه آماری که مطالعه در آن انجام می‌گیرد باید کاملاً تعریف شود. همچنین صفت مشخصه و صفات متغیر مورد بررسی نیز باید دقیقاً روشن گردد.

برای مثال اگر بخواهیم درآمد خانوارها را در یک جامعه بررسی کنیم، قبل از هر چیز باید معلوم کنیم که هدف از مطالعه درآمد خانوارها چیست؟ ممکن است برای آگاهی از سطح درآمد خانوارها و مقایسه با هزینه‌های زندگی، این کار انجام پذیرد تا معلوم شود آیا بین درآمد و هزینه خانوار در جامعه مورد بررسی تعادلی وجود دارد یا خیر؟ بنابراین هدف از این بررسی، مقایسه سطح درآمد خانوارها و هزینه خانوارها به منظور آگاهی از وجود تعادل بین آنهاست. سپس جامعه مورد بررسی را تعریف می‌کنیم. ممکن است جامعه مورد بررسی، خانوارهای شهر اراک باشند. در نتیجه کلیه خانوارهایی که در شهر اراک ساکن هستند، جامعه مورد بررسی را تشکیل می‌دهند. صفات متغیر این بررسی می‌تواند میزان درآمد ماهانه خانوارها، تعداد نفرات خانوارها، هزینه ماهانه خانوارها و ... باشد.

پس از تعیین هدف و جامعه مورد بررسی، برای انجام یک تحقیق آماری، سه مرحله اساسی زیر باید رعایت شود:

— مشاهده آماری: قبل از هر چیز باید صفت متغیر مورد مطالعه در یک جامعه برای اعضای آن جامعه مشخص گردد.

«مشخص کردن صفت متغیر برای هر یک از اعضای جامعه را مشاهده آماری می‌نامند».

نتایج هر مشاهده آماری اعضای جامعه در یک فرم آماری به نام پرسشنامه ثبت می‌گردد. مثلاً با مراجعه به خانوارهای یک منطقه، ثبت اطلاعاتی نظیر درآمد، هزینه، تعداد اعضای خانوار و ... در واقع مشاهده صفت متغیر «درآمد خانوار»، «هزینه خانوار»، «تعداد اعضای خانوار» و ... می‌باشد. بسته به اینکه مشاهده آماری، تمامی اعضای جامعه را یا قسمتی از جامعه آماری را (زیرمجموعه‌ای از آن) دربرگیرد، دو نوع مشاهده آماری را از هم مجزا می‌کنند.

— مشاهده سرتاسری (تمام شماری)

— مشاهده غیر سرتاسری (یا مشاهده نمونه‌ای)

در مشاهده سرتاسری، تمامی اعضای جامعه، مورد مطالعه قرار می‌گیرند. لیکن به علل زیر امکان مشاهده سرتاسری در جامعه فراهم نمی‌باشد.

— هزینه زیاد مشاهده

– دگرگونی اعضای جامعه

– نامحدود بودن حجم جامعه

مثلاً، اگر بخواهیم تمامی اعضای جامعه انسانی را در یک کشور از نظر «سلامت بودن» مشاهده کنیم، آن چنان هزینه زیادی به بودجه کشور تحمیل می‌گردد، که هیچ کشوری تن به چنین مشاهده‌ای نمی‌دهد. یا اگر بخواهیم طول عمر لامپهای تولید شده در یک کارخانه تولیدی را مطالعه کنیم، تمامی لامپهای ساخته شده باید به شبکه برق متصل گردد و پس از سوختن تمام لامپها، اطلاع راجع به طول عمر تمامی لامپها به دست خواهد آمد که چنین جامعه‌ای دیگر وجود ندارد و نابود شده است. چنین اطلاعاتی فاقد هرگونه ارزشی است یا مطالعه شدت حرارت ستارگان (درجه حرارت)، به علت نامحدود بودن حجم جامعه غیرممکن می‌باشد، در چنین شرایطی محقق ناچار به انتخاب جزئی از اعضای جامعه به عنوان نمونه می‌باشد که مشاهده غیرسرتاسری نامیده می‌شود.

– پردازش داده‌های آماری: اطلاعات به دست آمده در مرحله مشاهده (داده‌های آماری) را منظم کرده، آنها را برحسب مقادیر یا حالات صفت متغیر گروه‌بندی می‌کنند و برای بیان اجمالی آنها از جداول و نمودارهای آماری کمک می‌گیرند. این عملیات را «پردازش داده‌های آماری» گویند.

– مرحله تجزیه و تحلیل نتایج مشاهدات (داده‌های آماری): پس از گروه‌بندی نتایج مشاهدات برحسب صفت متغیر، مشخصه‌های عددی توصیف‌کننده صفت متغیر در جامعه محاسبه می‌شود و بر پایه آنها نسبت به چگونگی صفت متغیر در جامعه، قضاوت و یا نتیجه‌گیری صورت می‌گیرد. این مرحله از مطالعه جامعه آماری را «مرحله تجزیه و تحلیل آماری» می‌نامند.

### اندازه‌گیری<sup>۱</sup> و انواع اندازه‌گیری (مقیاسهای اندازه‌گیری)

گفته شد که برای مطالعه تغییرات صفت در جامعه، اکثر اوقات، نتیجه مشاهده با اعدادی بیان می‌شوند که از اندازه‌گیری صفت متغیر کمی و یا از نسبت دادن اعداد به حالت‌های صفت کیفی به دست می‌آیند. از این‌رو، روشن ساختن مفهوم اندازه‌گیری ضرورت پیدا می‌کند.

نسبت دادن اعداد بر طبق قواعد معین به هر یک از اعضای جامعه را، اندازه‌گیری صفت متغیر در آن جامعه می‌نامند.

برای بیان تغییرپذیری صفت متغیر در جامعه، اکثر اوقات نتیجه مشاهده را با اعدادی بیان می‌کنند. هر یک از اعداد نسبت داده شده به اعضای جامعه را اندازه آن صفت گویند.

در اینجا چهار نوع مهم اندازه‌گیری را (مقیاس اندازه‌گیری<sup>۱</sup>) مورد بحث قرار می‌دهیم:

– مقیاس اسمی

– مقیاس ترتیبی

– مقیاس فاصله‌ای

– مقیاس نسبتی

– مقیاس اسمی<sup>۲</sup>: در اندازه‌گیری به طریق «مقیاس اسمی» از اعداد به منظور جدا کردن عناصر طبقات مختلف، استفاده می‌شود. اعدادی که به نتایج مشاهدات نسبت داده می‌شوند، نقش «علامت» یا «نام» را برای طبقات دارند که مشاهدات در آنها قرار می‌گیرند. انتخاب نام «مقیاس اسمی» نیز از همین جا حاصل شده است. در این اندازه‌گیری، اعدادی که به عناصر نسبت داده می‌شوند، هیچ معنای کمی ندارند و نمی‌توان بر روی آنها هیچ‌گونه عملیات جبری (چهار عمل اصلی) انجام داد. فرض کنید می‌خواهیم افراد یک جامعه را برحسب جنس گروه‌بندی کنیم در این صورت مثلاً به هریک از مردها عدد ۱ و به هریک از زن‌ها عدد ۲ را نسبت داده، آنها را به دو طبقه تقسیم می‌کنیم. نسبت دادن اعداد ۱ و ۲ به افراد جامعه، به منظور طبقه‌بندی آنها، اندازه‌گیری با مقیاس اسمی می‌باشد.

– مقیاس ترتیبی یا مقیاس رتبه‌ای<sup>۳</sup>: در اندازه‌گیری با مقیاس ترتیبی، از اعداد برای مقایسه عناصر از نظر کوچکتر یا بزرگتر یا برابر بودن استفاده می‌شود که براساس نتایج این مقایسه‌ها نیز عناصر جامعه طبقه‌بندی می‌گردند. در این مقیاس، عناصر براساس اندازه‌های نسبی که برای آنها به دست می‌آید، مرتب می‌شوند. بر روی اعداد مقیاس ترتیبی نیز هیچ‌گونه عملیات جبری انجام نمی‌گیرد. مثال: در یک مؤسسه تولیدی که ۱۵ نفر کارگر مشغول انجام یک نوع کار هستند، به منظور طبقه‌بندی آنها برحسب مهارت (صفت متغیر)، می‌توان آنها را در چهار گروه: کارگر ساده، کارگر نیمه‌ماهر، کارگر ماهر و استادکار طبقه‌بندی نمود.

بدین منظور، به هریک از کارگران بسته به مهارت آنها، یکی از اعداد ۱، ۲، ۳ یا ۴ را نسبت می‌دهیم. نتایج به دست آمده به همان ترتیبی که مشاهده شده در زیر آورده شده است:

۲، ۴، ۱، ۳، ۳، ۲، ۲، ۳، ۱، ۴، ۱، ۳، ۳، ۲، ۳

براساس اعدادی که به آنها نسبت داده شده است، آنها را به طبقات زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم:

(۴، ۴) و (۳، ۳، ۳، ۳، ۳، ۳) و (۲، ۲، ۲، ۲) و (۱، ۱، ۱)

۱ – Scale of measurement

۲ – Nominal scale

۳ – Ordinal scale

نتیجه به دست آمده، طبقه‌بندی موردنظر است. هر طبقه، با رتبه داده شده به اعضای آن، از طبقه دیگر متمایز می‌گردد.

در بعضی موارد مقایسه عناصر و یا مقایسه چند گروه براساس امتیازهای داده شده به آنها با عدد برابر مشخص می‌گردند. مثلاً فرض کنیم به منظور رتبه‌بندی به صورت شاگرد اول، شاگرد دوم و شاگرد سوم در یک کلاس، پس از آزمونهای لازم، برای ۱۵ دانش‌آموز، نمرات زیر به دست آمده باشد:

۲۰، ۱۹، ۱۹، ۱۹، ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳، ۱۱، ۱۰، ۹، ۷، ۶، ۴

اگر در مشاهده، چند عضو اندازه‌های برابر داشته باشند، می‌گویند گروه هم‌رتبه‌ها به وجود آمده است. بنابراین طبق تعریف فوق، بین دانش‌آموزان، یک گروه (۱۹، ۱۹، ۱۹) هم‌رتبه وجود دارد. در بعضی مواقع در تحلیل آماری صفت متغیر در جامعه، نیاز است که عناصر در ترتیب معین با رتبه‌های یگانه مشخص گردند. در چنین مواردی، از رتبه‌های یکسان مُعدّل گرفته، آنها را ادغام می‌کنند و به جای رتبه هریک از آنها، مُعدّل رتبه‌ها را قرار می‌دهند. با یک مثال، این مطلب را روشن می‌سازیم.

در مثال بالا، عدد ۱ را به عنوان رتبه، به دانش‌آموزی که دارای بالاترین نمره است، نسبت می‌دهیم. عدد ۲ را به نمره پایین‌تر از رتبه اول به عنوان رتبه دوم نسبت می‌دهیم همچنین تا آخر. به دانش‌آموز با نمره ۲۰ رتبه اول را می‌دهیم ولی به دانش‌آموز با نمره ۱۹ رتبه دوم را می‌دهیم. در اینجا ملاحظه می‌شود که ۴ دانش‌آموز، نمره ۱۹ گرفته‌اند، بنابراین باید به آنها رتبه دوم تا رتبه پنجم را اختصاص دهیم. اما از آنجا که ارزش نمره آنها با هم یکسان است از رتبه ۲ تا ۵ مُعدّل گرفته و عدد به دست آمده را برای نفرات دوم تا پنجم قرار می‌دهیم.

$$\frac{۲+۳+۴+۵}{۴} = ۳/۵$$

درواقع برای نفرات دوم تا پنجم رتبه ۳/۵ را در نظر می‌گیریم. در مورد سایر نمرات که تکرار شده‌اند نیز به همین ترتیب عمل می‌کنیم. در نتیجه دانش‌آموزان موردنظر، برحسب رتبه به صورت زیر قرار خواهند گرفت:

۱، ۳/۵، ۳/۵، ۳/۵، ۳/۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵

— مقیاس فاصله‌ای<sup>۱</sup>: در اندازه‌گیری به شیوه «مقیاس فاصله‌ای» عناصر مورد اندازه‌گیری نه تنها از نظر ترتیب اندازه می‌توانند مقایسه شوند، بلکه برحسب طول فاصله‌ها بین اندازه‌های عناصر نیز می‌توانند مقایسه و طبقه‌بندی گردند. «مقیاس فاصله‌ای» از مفهوم «واحد فاصله» استفاده می‌کند و

۱- Interval scale

بدین جهت می‌تواند فاصله را بین دو اندازه برحسب تعداد این «واحد فاصله»ها بیان کند. مثال روشن برای اندازه‌گیری به طریق مقیاس فاصله‌ای، مقیاسی است که با آن شدت حرارت را نشان می‌دهیم. «واحد فاصله» در اینجا برای اندازه‌گیری «درجه» است. مقدار عددی شدت حرارت به‌طور ساده، نتیجه مقایسه با یک نقطه دلخواه است که آن را «درجه صفر» می‌نامند. در اندازه‌گیری با مقیاس فاصله‌ای، به وجود «نقطه صفر» و «واحد فاصله» نیاز می‌باشد. ولی اهمیت ندارد که این نقطه با چه نوع اندازه‌گیری مشخص شده است و با چه فاصله‌ای به‌عنوان «واحد فاصله» تعریف شده است. شدت حرارت گاهی با مقیاس سانتیگراد و گاهی با مقیاس فارنهایت اندازه‌گیری می‌شود که دارای نقطه صفر و واحد فاصله متفاوت هستند.

برخلاف مقیاس اسمی و مقیاس ترتیبی که روی نتایج اندازه‌گیری، عملیات جبری (چهار عمل اصلی) غیرممکن است، در مقیاس فاصله‌ای انجام بعضی از عملیات جبری روی اعداد به‌دست آمده از اندازه‌گیری، امکان‌پذیر است. مثلاً در این مقیاس می‌توان گفت که  $5 - 9 = 14 - 18$  و برای هر دو طرف تساوی می‌توان گفت، اندازه اولی چهار واحد بیشتر از دومی است. ولی در این مقیاس نمی‌توان گفت که اندازه یک عنصر چند برابر اندازه عنصر دیگر است. مثلاً در اندازه‌گیری شدت حرارت با مقیاس سانتیگراد نمی‌توان گفت که درجه حرارت  $5^\circ$  دو برابر درجه حرارت  $25$  می‌باشد. مثال دیگر مقیاس تقویمی است که در سال شمسی مبدأ آن، هجرت حضرت محمد (ص) از مکه به مدینه می‌باشد و در سال میلادی مبدأ آن، میلاد حضرت مسیح (ع) است.

— مقیاس نسبتی<sup>۱</sup>: این مقیاس هم زمانی که اعداد به‌دست آمده از اندازه‌گیری، از نظر ترتیب و فاصله بین دو مقدار، دارای اهمیت هستند، به‌کار می‌رود و هم وقتی که نسبت دو عدد به‌دست آمده از اندازه‌گیریها، دارای اهمیت باشد. به عبارت دیگر، مقیاس نسبتی امکان می‌دهد که تعیین کنیم یک اندازه از اندازه دیگر چقدر بیشتر یا کمتر است و نیز می‌توان تعیین کرد این اندازه برای یک عنصر چند برابر اندازه عنصر دیگر است. وقتی اندازه‌گیری به‌منظور مقایسه دو عنصر، به‌صورت نسبت اندازه‌های آنها باشد، استفاده از اندازه‌گیری با مقیاس نسبتی اجتناب‌ناپذیر است. تنها اختلاف اساسی بین مقیاس نسبتی و مقیاس فاصله‌ای در این است که برای مقیاس نسبتی اندازه طبیعی به نام «صفر مطلق» وجود دارد، در صورتی که در اندازه‌گیری بر طبق مقیاس فاصله‌ای، اندازه صفر به‌طور دلخواه تعیین می‌گردد. در مقیاس نسبتی نیز مانند مقیاس فاصله‌ای، «واحد فاصله» بین دو اندازه برای عناصر به‌طور دلخواه تعیین می‌شود. برخلاف مقیاس فاصله‌ای که انجام عمل تقسیم روی اعداد



به دست آمده از اندازه گیری غیرممکن می باشد، در مقیاس نسبتی انجام این عمل امکان پذیر است و می توان بین نسبتهایی از اعداد که از اندازه گیریها به دست می آیند، تساوی برقرار کرد. مثلاً در این مقیاس می توان گفت:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{6}{12}$  که نتیجه وجود نقطه صفر تثبیت شده در این مقیاس می باشد و برای دو اندازه ۱۲ و ۶ می توان گفت که اندازه اولی ۲ برابر اندازه دومی است.

صفت‌های متغیر کمی در مقیاس فاصله ای و نسبتی اندازه گیری می شوند ولی صفت‌های متغیر کیفی در سطح مقیاس اسمی و ترتیبی اندازه گیری می شوند.

### علامت زیگما ( $\Sigma$ ) و کاربرد آن در محاسبات

از آنجا که در بسیاری از فرمولهای آماری از علامت زیگما (  $\Sigma$  ) استفاده می شود، به منظور کاربرد صحیح آن، ضروری است با خصوصیات این علامت آشنا شویم.

**قاعده ۱:** برای نشان دادن عمل جمع چند عدد، از حرف یونانی ( زیگما) استفاده می شود. اگر  $n$  مقدار  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  در اختیار باشد، حاصل جمع آنها با استفاده از حرف زیگما می تواند به صورت  $\sum_{i=1}^n x_i$  (بخوانید زیگمای  $x_i$  از ۱ تا  $n$ ) نشان داده می شود. بنابراین داریم:

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$$

وقتی دامنه مقادیر از محتوای مسأله آشکار باشد می توان بدون نوشتن اعداد برای اندیس  $i$  حاصل جمع  $n$  عدد را به طور ساده تر به صورت  $x_i$  نوشت.

**قاعده ۲:** ضرب مقادیر  $x_i$  در عدد ثابت  $a$

اگر همه اندازه های صفت را در عدد ثابت  $a$  ضرب کرده، سپس آنها را با هم جمع کنیم، نتیجه را با استفاده از علامت  $\Sigma$  می توان به صورت زیر ساده کرد:

$$ax_1 + ax_2 + ax_3 + \dots + ax_n = a(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = a \sum_{i=1}^n x_i$$

مثال: می خواهیم مقادیر متغیر  $x$  را که ۱۴، ۱۲، ۱۰، ۸، ۶، ۴، ۲ می باشند، در عدد ۵ ضرب کرده، حاصل ضربها را جمع کنیم.

با استفاده از قاعده ۲ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 5x_i &= 5 \cdot 2 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 5 \cdot 8 + 5 \cdot 10 + 5 \cdot 12 + 5 \cdot 14 \\ &= 5(2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14) = 5 \cdot 56 = 280 \end{aligned}$$

۱- حرف زیگما، معادل حرف S انگلیسی در زبان یونانی می باشد که حرف اول واژه Sum به معنای مجموع است.

قاعدهٔ ۳: حاصل جمع مجموع چند متغیر برابر است با مجموع حاصل جمع آن چند متغیر:

$$\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i + y_i) &= (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) + \dots + (x_n + y_n) \\ &= (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (y_1 + y_2 + \dots + y_n) \\ &= \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i \end{aligned}$$

قاعدهٔ ۴: اگر  $a$  مقدار ثابتی باشد، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n a &= na \\ \sum_{i=1}^n a &= a + a + \dots + a = na \end{aligned}$$

## سؤالات و تمرینها

- ۱- آمار را به عنوان یک علم تعریف کنید.
- ۲- جامعه آماری چیست؟
- ۳- صفت مشخصه جامعه آماری چیست؟
- ۴- فرد جامعه چیست؟
- ۵- حجم جامعه آماری چیست؟
- ۶- جامعه محدود و جامعه نامحدود را تعریف کرده، برای هر کدام مثالی بیاورید.
- ۷- صفت متغیر چیست؟
- ۸- صفت متغیر کمی چیست؟ تعریف کنید و یک مثال بیاورید.
- ۹- صفت متغیر کیفی چیست؟ تعریف کنید و یک مثال بیاورید.
- ۱۰- انواع صفت کمی را نام برده، برای هر یک مثالی بیاورید.
- ۱۱- برای به دست آوردن داده‌های آماری، چه اقدامی باید انجام گیرد؟
- ۱۲- مشاهده آماری چیست و به چند طریق انجام می‌گیرد؟
- ۱۳- مشاهده سرتاسری چه نوع مشاهده‌ای است؟ مشکلات آن را نام ببرید.

۱۴- مشاهده غیر سرتاسری چه نوع مشاهده‌ای است و در چه مواقعی الزاماً به کار

می‌رود؟

۱۵- در انجام یک تحقیق آماری چه مراحل را باید رعایت نمود؟

۱۶- پردازش آماری شامل چه اقداماتی است؟

۱۷- تحلیل آماری به چه منظور انجام می‌گیرد؟

۱۸- اندازه‌گیری صفت متغیر چیست؟

۱۹- مقیاس اندازه‌گیری چیست؟

۲۰- چند نوع مقیاس اندازه‌گیری مهم مورد استفاده قرار می‌گیرد؟

۲۱- در اندازه‌گیری به شیوه «مقیاس اسمی» اعداد نسبت داده شده به عناصر، چه معنایی

دارند؟

۲۲- آیا روی اعداد نسبت داده شده در مقیاس اسمی، می‌توان عملیات جبری را انجام داد؟

چرا؟

۲۳- در مقیاس ترتیبی، چگونه اعداد به عناصر مورد اندازه‌گیری نسبت داده می‌شوند؟ آیا

روی این اعداد، می‌توان عملیات جبری را انجام داد؟ چرا؟

۲۴- تفاضل دو اندازه ۷ و ۴ را در اندازه‌گیری به طریق مقیاس فاصله‌ای چگونه تعبیر می‌کنید؟

۲۵- اندازه‌گیری به شیوه مقیاس نسبتی، چه خصوصیت‌هایی از اعداد به دست آمده در این نوع

اندازه‌گیری را در نظر می‌گیرد؟ در چه مواردی استفاده از مقیاس نسبتی در اندازه‌گیریها، اجتناب‌ناپذیر

است؟

۲۶- اختلاف اساسی بین اندازه‌گیری به شیوه مقیاس نسبتی و مقیاس فاصله‌ای در چیست؟

۲۷- نماد (!)، به چه منظور در آمار وارد شده است؟

۲۸- چه قواعدی در محاسبات برای علامت ! وجود دارد؟

۲۹- اگر  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  به ترتیب اعداد زوج متوالی ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰ باشند، مقادیر

$$\sum_{i=1}^n x_i, \sum_{i=2}^4 x_i, \sum_{i=1}^2 x_i^2 \text{ و } (\sum_{i=1}^n x_i)^2 \text{ را محاسبه نمایید.}$$

۳۰- در تمرین ۲۹ اگر  $a=10$  باشد، مقادیر:  $\sum_{i=1}^n ax_i$  و  $\sum_{i=1}^n a^2 x_i^2$  و  $\sum_{i=1}^n (x_i + a)$  و

$$\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 \text{ را محاسبه نمایید.}$$

## خودآزمونهای چهارگزینه‌ای ✓

- ۱- کدام یک از گزینه‌های زیر معرف جامعه آماری است؟
  - الف - اعضای آن دارای خواص مختلفی باشند.
  - ب - همه اعضای آن حداقل یک خاصیت مشترک داشته باشند.
  - ج - اعضای آن دارای چند صفت متغیر باشند.
  - د - اعضای آن متعلق به یک گروه همگن باشند.
- ۲- کدام تعریف برای صفت مشخصه جامعه صحیح است؟
  - الف - صفتی است که از فردی به فرد دیگر تغییر می‌کند.
  - ب - صفتی است که برای اعضای با عدد یا کمیت قابل بیان باشد.
  - ج - صفت مشترک برای افراد جامعه است.
  - د - صفتی است که قابل شمارش است.
- ۳- کدام یک از گزینه‌های زیر تعریف صفت متغیر کمی است؟
  - الف - صفتی است که با مجموعه اعداد گویا بیان شود.
  - ب - صفتی است که با عدد یا کمیت قابل بیان باشد.
  - ج - با عدد یا کمیت نتوان آن را بیان کرد.
  - د - با اعداد مثبت بیان شود.
- ۴- کدام یک از گزینه‌های زیر تعریف صفت متغیر کیفی است؟
  - الف - با مجموعه اعداد صحیح بیان شود.
  - ب - با هیچ عدد یا کمیتی بیان نشود.
  - ج - با مجموعه اعداد گویا بیان نشود.
  - د - با عدد یا کمیت بیان شود.
- ۵- کدام یک از گزینه‌های زیر، تعریف صفت کمی پیوسته است؟
  - الف - صفتی است که دامنه تعریف آن مجموعه اعداد شمارش پذیر باشد.
  - ب - صفتی است که دامنه تعریف آن مجموعه اعداد حقیقی یا هر فاصله‌ای از آن باشد.
  - ج - صفتی است که دامنه تعریف آن مجموعه اعداد گویا باشد.
  - د - صفتی است که با مجموعه اعداد اصم بیان شود.

۶- مشاهده آماری یعنی :

الف - مشخص کردن صفت متغیر برای هر یک از اعضای جامعه

ب - ثبت حالات صفات کیفی در جامعه

ج - ثبت مقدار صفت متغیر کمی برای اعضای جامعه

د - اندازه گیری صفت متغیر کمی برای اعضای جامعه

۷- مهمترین مشکلات مشاهده سرتاسری کدامند؟

الف - عدم دسترسی به تمامی اعضای جامعه

ب - نداشتن پرسنل مجرب برای آمارگیری

ج - هزینه زیاد، نامحدود بودن جامعه و بعضاً انهدام جامعه

د - طولانی شدن زمان پردازش داده های آماری

۸- کدام یک از گزینه های زیر، مفهوم اندازه گیری برای صفت متغیر جامعه را بیان می کند.

الف - وسیله ای که با آن صفات را اندازه گیری می کنند.

ب - نسبت دادن اعداد برطبق قواعد معین به اعضای جامعه برای مشخص شدن

صفت متغیر آن

ج - اندازه گیری طول صفات متغیر در جامعه

د - نسبت اندازه صفات متغیر در جامعه

۹- روی کدام یک از مقیاس های اندازه گیری، می توان عملیات جبری (چهار عمل اصلی) را

انجام داد؟

الف - مقیاس اسمی                      ب - مقیاس فاصله ای

ج - مقیاس رتبه ای                      د - مقیاس نسبی

۱۰- ! در ضرب اعداد چه مفهومی دارد؟

الف - فاکتورگیری از ضرایب ؛ Xها (متغیرها)

ب - حاصل جمع، حاصل ضربهای عدد ثابت در متغیرها

ج - تفکیک ضرایب از مقادیر صفت

د - تفکیک مقادیر صفت از ضرایب