

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

اللَّهُمَّ صَلِّ عَلَى مُحَمَّدٍ وَآلِ مُحَمَّدٍ وَعَجِّلْ فَرَجَهُمْ

# آمار و احتمال

رشته ریاضی و فیزیک

پایه ناز دهم

دوره دوم متوسطه

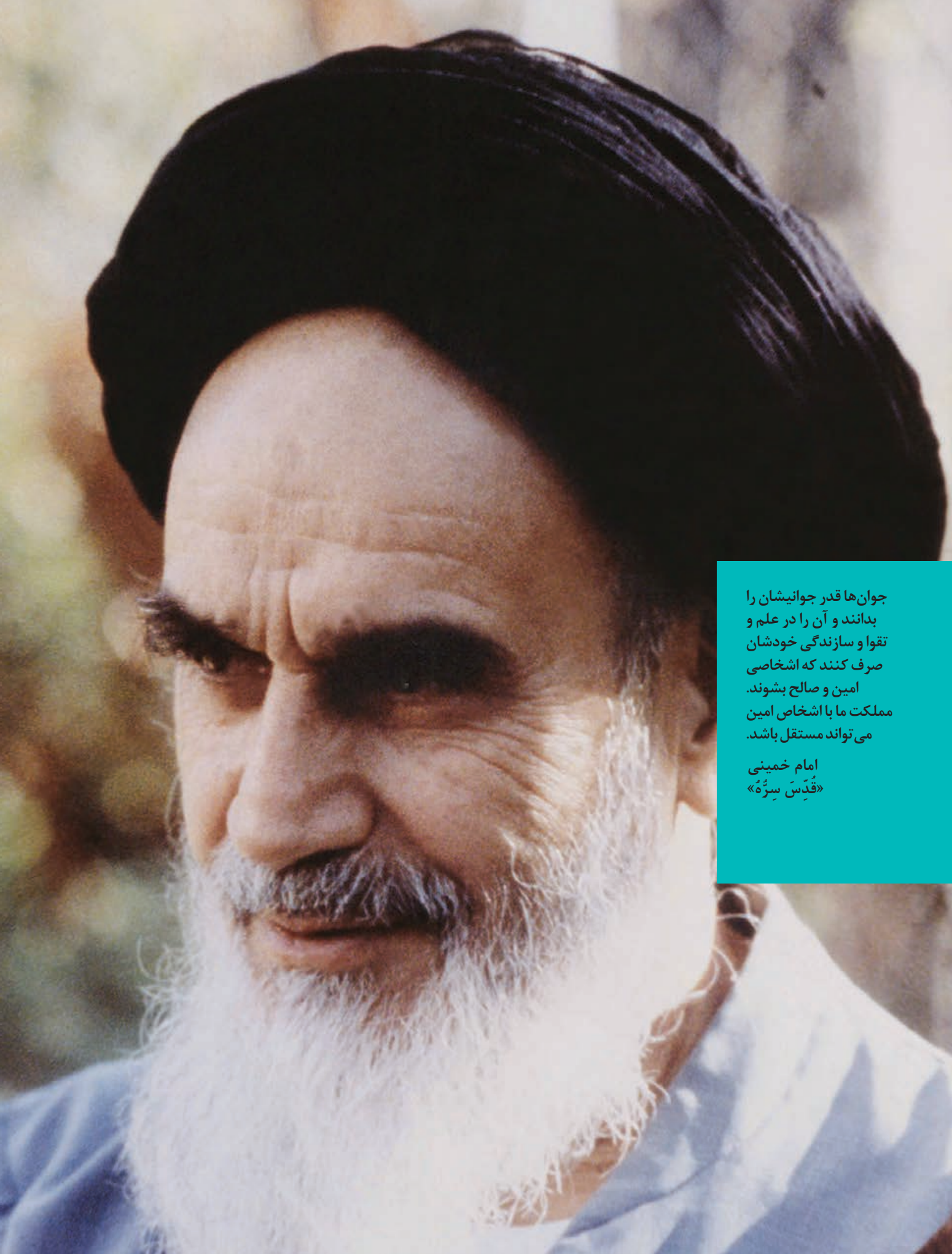


وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

- نام کتاب: آمار و احتمال - پایه یازدهم دوره دوم متوسطه - ۱۱۱۲۱۵
- پدیدآورنده: سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
- مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
- شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف: حمیدرضا امیری، علی ایرانمنش، مهدی ایزدی، ناصر بروجدیان، محمدحسن بیژن‌زاده، خسرو داودی، زهرا رحیمی، محمدهاشم رستمی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سیدصالحی، میرشهرام صدر، اکرم قابل‌رحمت، طاهر قاسمی‌هنری و عادل محمدپور (اعضای شورای برنامه‌ریزی)
- شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف: حمیدرضا امیری، میرشهرام صدر، امید نقشینه‌ارجمند، محمود داورزنی، احسان بهرامی‌سامانی و عادل محمدپور (اعضای گروه تألیف) - محمدکاظم بهنیا (ویراستار)
- مدیریت آماده‌سازی هنری: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
- شناسه افزوده آماده‌سازی: احمدرضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - جواد صفری (مدیر هنری) - زهره بهشتی شیرازی (صفحه‌آرا) - صبا کاظمی (طراح جلد) - بهناز بهبود، شاداب ارشادی، علیرضا ملکان، کبری اجابتی، فاطمه رئیسین فیروزآباد، مریم دهقان‌زاده (امور آماده‌سازی)
- نشانی سازمان: تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)  
تلفن: ۸۸۸۲۱۱۶۱-۹، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹  
وبگاه: www.irtextbook.ir و www.chap.sch.ir
- ناشر: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران تهران: کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش) تلفن: ۴۴۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹
- چاپخانه: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»
- سال انتشار و نوبت چاپ: چاپ چهارم ۱۳۹۹

شابک ۹۷۸-۹۶۴-۵-۲۷۷۳-۳

ISBN: 978-964-05-2773-3



جوان‌ها قدر جوانیشان را  
بدانند و آن را در علم و  
تقوا و سازندگی خودشان  
صرف کنند که اشخاصی  
امین و صالح بشوند.  
مملکت ما با اشخاص امین  
می‌تواند مستقل باشد.

امام خمینی  
«قَدَسَ سِرُّهُ»

کلیه حقوق مادّی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از این کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع، بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

محتوای این کتاب تا پایان سال تحصیلی ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰ تغییر نخواهد کرد.

## فهرست

۱	فصل ۱- آشنایی با مبانی ریاضیات
۲	درس ۱- آشنایی با منطق ریاضی
۲	گزاره
۴	جدول ارزش گزاره‌ها
۵	گزاره‌نما
۵	دامنه متغیر گزاره‌نما
۶	ترکیب گزاره‌ها
۶	نقیض یک گزاره
۷	ترکیب فصلی دو گزاره
۸	ترکیب عطفی دو گزاره
۹	ترکیب شرطی دو گزاره
۱۲	ترکیب دو شرطی دو گزاره
۱۳	سورها
۱۵	نقیض گزاره‌های سوری
۱۹	درس ۲- مجموعه - زیرمجموعه
۲۰	تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه
۲۱	افزار یک مجموعه
۲۲	تعریف زیرمجموعه به کمک نمادهای ریاضی
۲۲	روش عضوگیری دلخواه
۲۳	دو مجموعه مساوی
۲۶	درس ۳- قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها (جبر مجموعه‌ها)
۳۲	قوانین دمورگان
۳۵	ضرب دکارتی بین دو مجموعه
۳۹	فصل ۲- احتمال
۴۰	درس ۱- مبانی احتمال
۴۰	آمار و احتمال به چه کار می‌آیند؟
۴۲	ترجمه زبان گزاره‌ها به زبان مجموعه‌ها
۴۳	تشخیص فضای نمونه
۴۴	اصول احتمال

۴۸	درس ۲- احتمال غیرهم‌شانس
۵۲	درس ۳- احتمال شرطی
۵۳	احتمال شرطی : کاهش فضای نمونه
۵۳	احتمال شرطی چگونه محاسبه می‌شود؟
۵۶	قانون ضرب احتمال
۵۸	قانون احتمال کل
۶۰	قانون بیز
۶۴	تمرین
۶۷	درس ۴- پیشامدهای مستقل و وابسته
۶۹	انتخاب‌های با جای‌گذاری و بدون جای‌گذاری
۷۱	تمرین

### فصل ۳- آمار توصیفی ..... ۷۳

۷۴	درس ۱- توصیف و نمایش داده‌ها
۸۴	درس ۲- معیارهای گرایش به مرکز
۸۴	الف) میانگین داده‌ها
۸۶	ب) میانه داده‌ها
۸۸	پ) مد یا نما داده‌ها
۸۹	میانگین، میانه و مد داده‌ها، کدام معیار را انتخاب می‌کنید؟
۹۳	درس ۳- معیارهای پراکندگی
۹۳	۱- انحراف معیار و واریانس داده‌ها
۹۶	۲- ضریب تغییرات داده‌ها
۹۷	نمودار جعبه‌ای

### فصل ۴- آمار استنباطی ..... ۱۰۳

۱۰۴	درس ۱- گردآوری داده‌ها
۱۱۶	تمرین
۱۱۸	درس ۲- برآورد
۱۲۱	برآورد بازه‌ای
۱۲۸	منابع

## مقدمه

کتاب درسی آمار و احتمال در راستای اهداف برنامه درسی حوزه تربیت و یادگیری ریاضی و با رویکرد آموزش از طریق حل مسئله و تأکید بر فعالیت در کلاس درس به جهت شکل‌گیری و ساختن مفاهیم توسط دانش‌آموزان تألیف شده است. مطالب این کتاب حدود و دامنه کار دبیران محترم را مشخص کرده و توقع مؤلفان و دفتر تألیف نیز همین است که مطالب کتاب بی‌کم و کاست و بدون هیچ‌گونه اضافاتی (به لحاظ موضوع و مفهوم جدید)، تدریس شود.

به‌عنوان مثال در فصل اول اثبات هم‌ارزی‌ها بدون استفاده از جدول ارزش‌ها مطرح نشده و لذا طرح چنین سؤال‌هایی چه در کلاس و چه در سؤال‌های ارزشیابی جایز نمی‌باشد.

در فصل اول با منطق ریاضی آشنا خواهید شد، منطق ریاضی دستور زبان ریاضی است موضوع منطق ریاضی به معنای عام، تفکر است. آنچه که تفکر را به‌عنوان موضوع منطق ریاضی از دیگر موضوعات علوم دیگر متمایز می‌کند، تعیین خاصی برای تفکر است که به آن تفکر استدلالی یا تفکر استنتاجی می‌گوییم، یعنی منطق ریاضی به بررسی قواعد استدلال در ریاضیات می‌پردازد.

از طرفی توجه دارید که تئوری احتمالات مبتنی بر تئوری مجموعه‌ها و تئوری مجموعه‌ها نیز مبتنی بر منطق ریاضی است و به‌همین دلیل در فصل اول به این دو موضوع (منطق ریاضی و مجموعه‌ها) پرداخته شده است.

فصل دوم در مورد علم احتمال است. دانش‌آموزان در سال‌های گذشته با احتمال و حل برخی مسائل مقدماتی آن آشنا شده‌اند ولی مبتنی بر آنچه آموخته‌اند ممکن است به‌اشتباه تصور کنند مسائل علم احتمال، چیزی غیر از دو مسئله شمارشی و تقسیم «تعداد حالات مطلوب» به «تعداد حالات ممکن» نیست. هر چند این تصور از مسائل احتمال، در ابتدای آشنایی با احتمال مفید است ولی لازم است دید دانش‌آموز وسیع‌تر شود. در این درس مفاهیمی چون استقلال و احتمال غیرهم‌شانس می‌توانند به این گسترش دید کمک کنند و البته بهتر است معلم نیز در حین تدریس بر این موضوع تأکید کند که «علم احتمال شاخه‌ای از علم ترکیبیات نیست.»

موضوع بسیاری از مثال‌هایی که در فصل احتمال مطرح می‌شود پرتاب تاس و پرتاب سکه و انتخاب کارت‌های رنگی و... است و ممکن است در ذهن دانش‌آموز این شبهه به وجود بیاید که «علم احتمال به حل مسائلی بی‌فایده می‌پردازد!» وجود این نوع مسائل در تمامی کتاب‌های احتمال از این جهت است که یادگیری قضایا و فرمول‌های احتمال با کمک آنها ساده‌تر است. تذکر این نکته در کلاس و به‌علاوه توجه به مثال‌هایی که در آنها تا حدی به مباحث واقعی‌تر پرداخته شده است می‌تواند دانش‌آموز را تا حدی متوجه اهمیت و کاربردهای علم احتمال کند.

در ریاضیات به طور کلی و در علم احتمال به طور خاص، هم درک شهودی اهمیت دارد و هم توانایی محاسبه. از این رو خوب است که دانش‌آموز گاهی قبل از محاسبه یک احتمال بتواند تقریبی کلی از پاسخ را ارائه کند و دست‌کم به طور حسی مشخص کند که آیا جواب به یک نزدیک است، یا به صفر نزدیک است و یا هیچ‌کدام؟ و گاهی نیز پس از پایان محاسبات از خود بپرسد که آیا پاسخ با شهودش سازگار است؟ اگر نیست آیا در محاسبه اشتباه کرده است و یا اینکه شهود، او را درست هدایت نمی‌کند؟

در فصل‌های سوم و چهارم به موضوع آمار پرداخته‌ایم، در این فصول و در ادامه مطالبی که دانش‌آموزان در سال‌های قبل یاد گرفته‌اند و نیز با هدف بالا بردن سطح سواد آماری سعی در کاربردی ارائه کردن این علم داشته‌ایم. اغلب آمار را به‌عنوان معنای قدیمی آن یعنی گردآوری داده‌ها می‌شناسند، ولی علم آمار کاربردهای گوناگونی دارد. در آمار توصیفی راه‌های تلخیص داده‌ها را با معیارهای مختلف و نمودارهای گوناگون بیان و اطلاعات آنها را ساده و قابل استفاده می‌کند. اوج علم آمار استفاده از علم احتمال برای ابداع آمار استنباطی بوده است. آمار استنباطی استخراج نتایجی براساس بخش کوچکی از داده‌ها در یک مسئله است که می‌توان آن را به همه داده‌های آن مسئله تعمیم داد. با وجود آنکه پایه‌های احتمال بر نظریه‌های ریاضی استوار شده است، ولی آمار را نمی‌توان به‌عنوان شاخه‌ای از ریاضی در نظر گرفت. به دلیل ارتباط آمار با علوم تجربی، آموزش آمار نیز شباهت بیشتری به آموزش فیزیک و شیمی دارد تا به ریاضیات. در پایان، از همه همکاران، کارشناسان و دبیران محترم تقاضا داریم ما را از نظرات و پیشنهادات سازنده خویش، بهره‌مند نموده و از طریق سایت<sup>۱</sup> و ایمیل<sup>۲</sup> واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی دفتر تألیف کتاب‌های درسی با ما در ارتباط باشند.

مؤلفان