درس ۲

استدلال ریاضی

در درس گذشته با انواع گزاره‌ها و جدول ارزشی گزاره‌ها آشنا شدید. از طرفی در سال گذشته انواع استدلال‌های منطقی و قیاس‌ها را در کتاب منطق خود فراگرفتید. در این درس ابتدا به نحوهٔ تبدیل گزاره‌های توصیفی به نمادهای ریاضی و سپس با استفاده از قواعد و قضایای منطقی به استدلال ریاضی می‌پردازیم. در اینجا منظور از استدلال ریاضی استفاده از ریاضی و نیز قواعد منطق گزاره‌ها در حل مسائل و همچنین اثبات یا رد یک گزاره به کمک ریاضی است.

اولین گام برای استدلال ریاضی این است که یک عبارت توصیفی را به زبان ریاضی بازنویسی کنیم. در ادامه با مثال‌هایی از تبدیل عبارت‌های توصیفی به زبان و نمادهای ریاضی آشنا می‌شوید.

مثال ۱ : سال گذشته با عبارت زیر آشنا شدید.

« ما و ما و نصف ما و نیمه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، ما جملگی صد می‌شویم».

اکنون عبارت فوق را به‌صورت نماد ریاضی بازنویسی می‌کنیم. کافی است به‌جای «ما» در ابتدای عبارت از x استفاده کنیم.

در این صورت خواهیم داشت :

$$\underbrace{x+x}_{2x}+\frac{1}{2}x+\underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x\right)}_{\frac{1}{4}x}+1=100 \longrightarrow 2x+\frac{3}{4}x+1=100 \longrightarrow \frac{11}{4}x+1=100$$

بنابراین عبارت توصیفی فوق به‌صورت « $\frac{11}{4}x+1=100$ » بازنویسی شد که به‌وضوح یک معادلهٔ ریاضی است.

مثال ۲ : به عبارت زیر که عیناً از کتاب خلاصة الحساب تألیف شیخ‌بهایی،انتخاب شده است، توجه کنید :

عَدَدٌ ضُرِبَ فی نِصفِهِ وَزیدَ عَلَی الحاصِلِ اِثنا عَشَرَ حَصَلَ خَمسَةُ اَمثالِ العَدَدِ.

«عددی را در نصف خودش ضرب کردیم، آنگاه بر حاصل‌ضرب عدد ۱۲ را افزودیم. حاصل ۵ برابر عدد منظور شد».

برای تبدیل عبارت کلامی بالا به‌صورت نماد ریاضی، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم :

عدد منظور را x در نظر بگیرید. در نتیجه عبارت بالا به‌صورت زیر در خواهد آمد :

$$x\times\left(\frac{1}{2}x\right)+12=5x \quad \Rightarrow \frac{1}{2}x^2+12=5x \Rightarrow \frac{1}{2}x^2-5x+12=0$$

عبارت فوق یک معادلهٔ درجه دوم است.

مثال ۳ : عبارت «ده درصد قیمت فروش کالایی، برابر سود آن است.» را به‌صورت نماد ریاضی بیان می‌کنیم.
کافی است قیمت فروش این کالا را x و قیمت خرید آن را y درنظر بگیریم :

$$\frac{۱۰}{۱۰۰}x = x-y$$

کار در کلاس

عبارات زیر را به‌صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

الف) عددی به‌علاوهٔ پنج، مساوی دو برابر آن عدد است.

ب) حاصل‌ضرب دو عدد حقیقی، برابر مجموعشان است.

پ) حاصل‌ضرب عددی در خودش به‌علاوهٔ ۳، بزرگ‌تر از خودش است.

خواندنی ۱

کورت گودل (Kurt Gödel) یک ریاضی‌دان برجستهٔ اتریشی است که در زمینهٔ منطق، به‌ویژه تبدیل عبارات به نماد ریاضی تلاش‌های بسیاری انجام داد. نتیجهٔ تحقیقات او در منطق ریاضی سبب پیدایش تحولات شگرفی در علم منطق به‌ویژه منطق ریاضی شد. قضایای معروف او موسوم به «قضایای ناتمامیت گودل» که در سال ۱۹۳۱ منتشر شدند فهم بشر را از نارسایی‌های موجود در **دستگاه‌های منطقی سازگار**[1] دگرگون کرد. قضایای او به‌عنوان یکی از بزرگ‌ترین بحران‌های تاریخ ریاضیات شناخته می‌شوند. وی با تبدیل برخی گزاره‌ها به‌عبارات پیچیدهٔ ریاضی به کمک اعداد اول نشان داد که در هر نظریه منطقی سازگار که شامل حساب (اعداد طبیعی و عمل‌های جمع و ضرب) باشد و برخی قواعد مربوط به آن را اثبات کند، گزاره‌ای وجود دارد که (در آن نظریه) نه قابل اثبات است و نه قابل رد. گزاره‌ای که در یک نظریه نه قابل اثبات باشد و نه قابل رد، یک گزارهٔ **تعمیم‌ناپذیر** (در آن نظریه) گفته می‌شود. کارهای او از جمله «کد گذاری گودلی» بعدها به پرورش ایده‌هایی جهت استفاده در علوم رایانه و رمزنگاری کمک کرد. امروزه از تکنیک‌های مشابهی برای تولید بارکد محصولات استفاده می‌شود. در این بارکدها ابتدا یک عبارت توصیفی به‌عبارت ریاضی (معمولاً یک عدد) و سپس به یک شکل هندسی تبدیل می‌شود. نمونه‌ای از این بارکدها را در زیر می‌بینید. با استفاده از نرم‌افزارهای بارکدخوان عبارت متناظر با این بارکدها را بیابید.

۱ــ دستگاه (یا نظریه) منطقی مجموعه‌ای از اصول و قواعد منطقی است که درست پذیرفته می‌شوند. یک نظریهٔ منطقی را سازگار گوییم هرگاه در آن، دو گزارهٔ متناقض قابل اثبات نباشند.

در کتاب منطق با انواع قیاس‌ها آشنا شدید. قیاس‌ها ابزارهای مهمی در استدلال و به‌ویژه استدلال ریاضی هستند.

یکی از انواع قیاس‌ها که در استدلالات ریاضیاتی کاربرد فراوان دارد، «قیاس استثنایی» است. در زیر با ذکر مثالی از این نوع قیاس آن را یادآوری می‌کنیم.

مقدمه ۱ : اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آنگاه ماه کامل است.

مقدمه ۲ : امشب، شب چهاردهم ماه است.

نتیجه : ماه کامل است.

استدلال بالا را می‌توان به‌طور کلی به شکل زیر صورت بندی کرد.

اگر الف آنگاه ب

الف

∴ ب

و یا با استفاده از نمادگذاری‌های درس قبل داریم :

$$\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

که در اینجا سه نقطه (∴) نماد نتیجه است.

گاهی از این قیاس به شکل نادرست استفاده می‌شود و منجر به نتیجه‌گیری نادرست می‌شود. به این‌گونه استدلالات، مغالطه می‌گویند. در زیر به مثالی از این نوع پرداخته شده است.

مثال ۱ : اگر $\underbrace{\text{باران ببارد}}_{p}$، $\underbrace{\text{زمین خیس می‌شود}}_{q}$.

$\underbrace{\text{زمین خیس شده است}}_{q}$.

∴ باران باریده است.

در استدلال فوق طبق قیاس استثنایی، مقدمه دوم باید p باشد و نه q، پس استدلال فوق نادرست است (زمین می‌تواند به دلیل دیگری غیر از باریدن باران خیس شده باشد).

با استفاده از نمادهای ریاضی و قواعد منطقی می‌توان مسائل زیادی را حل کرد. استفاده از نمادهای ریاضی اغلب باعث شفاف‌ترشدن مسئله و سهولت در به‌کارگیری قواعد منطقی می‌شود. در زیر به نمونه‌ای از استدلال ریاضی در حل مسائل پرداخته شده است.

کار در کلاس

۱. با استفاده از جدول ارزشی، درستی قاعدهٔ قیاس استثنایی $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$ را نشان دهید.

۲. در هر یک از استدلال‌های زیر، جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید تا قیاس کامل شود.

p: ۳ > ۰ $\Rightarrow$ ۴ > ۱

p: ۳ > ۰

―――――――――――

$\therefore$ ....

p: خطوط $L_۱$ و $L_۲$ موازی باشند $\Rightarrow q$: خطوط $L_۱$ و $L_۲$ هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند

....

$\therefore$ خطوط $L_۱$ و $L_۲$ هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

مثال ۲ : سه لیوان همانند شکل زیر داریم که یکی از آنها وارونه است. می‌خواهیم همهٔ آنها در حالت درست (رو به بالا) قرارگیرند؛ ولی مجاز هستیم تا هر بار دقیقاً دو لیوان را تغییر وضعیت دهیم (اگر وارونه است، آن را درست کنیم و برعکس). سؤال این است که آیا این کار امکان‌پذیر است؟ اگر بلی با چند حرکت مجاز؟ امتحان کنید!

پاسخ : به کمک یک استدلال سادهٔ ریاضی که در ادامه می‌آید، نشان می‌دهیم که این کار امکان‌پذیر نیست. برای این کار داریم :

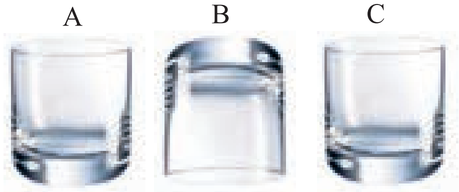
تعداد لیوان‌های وارونه $= s$

وضعیت فعلی (یک لیوان وارونه است) : $s =$ ۱

وضعیت مطلوب (هیچ لیوانی وارونه نباشد) : $s =$ ۰

حرکت مجاز : در هر بار دقیقاً دو لیوان تغییر وضعیت دهد.

A B C



حالات ممکن در هر حرکت مجاز در حالت کلی:

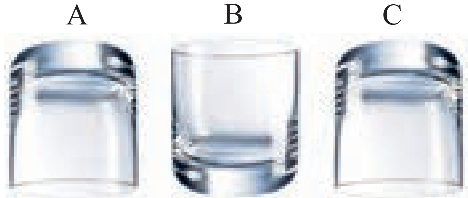
- $s-$۲ $\rightarrow$ تعداد لیوان‌های وارونه دو تا کم می‌شود $\rightarrow$ دو لیوان درست می‌شود
- $s+$۲ $\rightarrow$ تعداد لیوان‌های وارونه دو تا اضافه می‌شود $\rightarrow$ دو لیوان وارونه می‌شود
- $s+$۰ $\rightarrow$ یک لیوان درست و یک لیوان وارونه می‌شود

بنابراین s همیشه به اندازهٔ عددی زوج (یا ۲− یا ۲+ یا ۰) تغییر می‌یابد و هرگز از ۱ به ۰ کاهش نمی‌یابد.

کار در کلاس

۱. مثال سه لیوان را در حالت زیر بررسی کنید. آیا فقط یک راه حل دارد؟

A B C



۲. مثال سه لیوان را برای حالتی که بیش از ۳ لیوان داریم و تعداد فردی از لیوان‌ها را که وارونه هستند، بررسی کنید. آیا استدلال گفته شده در آنجا قابل تعمیم به حالت اخیر است؟

تذکر : در درس قبل دیدیم که دوگزارهٔ شرطی $p \Rightarrow q$ و $\sim q \Rightarrow \sim p$ هم ارزند. به عبارت دیگر اگر بخواهیم ثابت کنیم گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ درست است و این‌کار دشوار باشد، به جای آن می‌توان ثابت کرد $\sim q \Rightarrow \sim p$ درست است. در این حالت می‌گوییم عکس نقیض گزارهٔ اصلی را ثابت می‌کنیم.

مثال ۳ : ثابت کنید «اگر $n^{۲}$ زوج باشد آنگاه n زوج است $(n \in Z)$.»

اگر فرض کنیم

p : $n^{۲}$ زوج است

q: n زوج است

و بخواهیم از درستی گزارهٔ p به گزارهٔ q برسیم، مسیر اثبات دشوار است. برای این‌کار از عکس نقیض گزارهٔ $p \Rightarrow q$ یعنی $\sim q \Rightarrow \sim p$ استفاده می‌کنیم. یعنی نشان می‌دهیم اگر n زوج نباشد (یعنی فرد باشد، چون حالت دیگری وجود ندارد)، آنگاه $n^{۲}$ زوج نیست (یعنی $n^{۲}$ فرد است).

$$n \text{ فرد است} \Rightarrow n = ۲k + ۱ \Rightarrow n^{۲} = (۲k + ۱)^{۲} = ۴k^{۲} + ۴k + ۱ \Rightarrow n^{۲} = ۲(\underbrace{۲k^{۲} + ۲k}_{m}) + ۱$$
$$\Rightarrow n^{۲} = ۲m + ۱$$

تساوی اخیر نشان می‌دهد که $n^{۲}$ فرد است و لذا حکم به‌دست می‌آید.

گاهی در یک استدلال یا اثبات ریاضی دچار خطا می‌شویم. یافتن خطا در یک استدلال برای رفع ایراد آن بسیار مهم است. گاهی یک استدلال غلط برای سال‌ها درست پنداشته می‌شود تا اینکه دانشمندی به غلط بودن آن پی می‌برد. کشف محل اشکال در یک استدلال همواره ساده نیست و نیاز به مهارت و دقت دارد. به مثال‌های زیر دقت کنید.

مثال ۱ : دانش‌آموزی ادعا می‌کند که معادلهٔ $x^{۲} - x = ۰$ تنها یک ریشه دارد و آن $x = ۱$ است. استدلال او در زیر آمده است.

۱) $x^{۲} - x = ۰$

۲) $x(x-۱) = ۰$ تجزیهٔ معادله

۳) $\dfrac{\cancel{x}(x-۱)}{\cancel{x}} = \dfrac{۰}{x}$ تقسیم طرفین بر x و ساده‌سازی

۴) $x - ۱ = ۰$ حاصل ساده‌سازی و تبدیل به معادله ساده‌تر

۵) $x = ۱$ جواب معادله

ایراد این استدلال در این است که در گام سوم اجازه تقسیم بر x وجود ندارد، چون x ممکن است صفر باشد و عبارت بی‌معنا می‌شود.

مثال ۲ : دانش‌آموزی گزارهٔ «$a < b \Rightarrow ac < bc$» را که a، b و c اعداد حقیقی‌اند، به‌صورت زیر ثابت کرده است. ایراد این استدلال را پیدا کنید.

۱) $a < b$

۲) $a + c < b + c$ طرفین را با c جمع می‌کنیم.

۳) $c(a + c) < c(b + c)$ طرفین نامساوی قبل را در c ضرب می‌کنیم.

۴) $ac + c^{۲} < bc + c^{۲}$ c را در پرانتزها ضرب می‌کنیم.

۵) $ac + \cancel{c^{۲}} < bc + \cancel{c^{۲}}$ چون $c^{۲}$ عددی همواره مثبت است، می‌توان آن‌را از طرفین کم کرد.

۶) $ac < bc$

ایراد این استدلال در گام سوم است. چون علامت c معلوم نیست (ممکن است مثبت یا منفی باشد)؛ پس نمی‌توان آن‌را در طرفین نامساوی ضرب کرد. به‌عنوان مثال اگر $a=۱$ و $b=۲$ و $c=-۱$ باشد، آنگاه گزاره فوق معادل است با «$-۲<-۱ \Longrightarrow ۲<۱$» که آشکارا نادرست است.

کار در کلاس

سؤال زیر در یک امتحان ریاضی داده شده است.

«اگر $a=\dfrac{a-d}{c-d}$ آنگاه مطلوب است d. $(a\neq ۱)$.»

استدلال‌های زیر را برای به‌دست آوردن d از برگه‌های امتحانی دانش‌آموزان آورده‌ایم.

کدام یک از استدلال‌ها درست و کدام نادرست است؟ دلیل نادرستی هر استدلال غلط را بیان کنید.

الف)

۱) $\cancel{a}=\dfrac{\cancel{a}-d}{c-d}$

۲) $۰=\dfrac{-d}{c-d}$

۳) $d=۰$

ب)

۱) $a=\dfrac{a-d}{c-d}$

۲) $ac-ad=a-d$

۳) $ac-a=ad-d$

۴) $a(c-۱)=(a-۱)d$

۵) $\dfrac{\cancel{a}(c-۱)}{\cancel{a}-۱}=d$

۶) $-(c-۱)=d$

پ)

۱) $a=\dfrac{a-d}{c-d}$

۲) $a(c-d)=a-d$

۳) $ac-a=ad-d$

۴) $ac-a=(a-۱)d$

۵) $\dfrac{ac-a}{a-۱}=d$

تمرین

۱. گزاره‌های زیر را به‌صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

الف) دو برابر جذر عددی برابر خودش است.

ب) مکعب یک عدد، بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به‌علاوهٔ پنج است.

پ) مجموع معکوس‌های دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مجموع آن دو عدد است.

ت) مجموع مکعبات دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.

ث) هر عدد ناصفری از معکوس خود بزرگ‌تر یا مساوی با آن است.

۲. در هر مورد گزاره‌ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن داده شده است. دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.

الف) اگر طول و عرض یک مستطیل را دو برابر کنیم، آنگاه مساحت آن نیز دو برابر می‌شود.

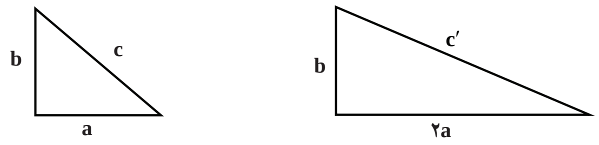
طول : x

عرض : y

مساحت $S=xy$

$۲(xy)=۲\underbrace{xy}_{S}=۲S\longrightarrow$ مساحت دو برابر شده است.

ب) در یک مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائمه a و b و وتر c همانند شکل زیر اگر ضلع a را دو برابر کنیم، آنگاه وتر آن نیز دو برابر می‌شود.



استدلال : می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویهٔ بالا قضیهٔ فیثاغورث به‌صورت زیر برقرار است :

$c^۲=a^۲+b^۲$

اکنون این رابطه را برای مثلث قائم‌الزاویهٔ جدید نیز می‌نویسیم :

$$c'^۲=(۲a)^۲+b^۲=۴a^۲+b^۲=۴(\underbrace{a^۲+b^۲}_{c^۲})=۴c^۲\Rightarrow c'^۲=۴c^۲\xRightarrow{\text{جذر}}c'=۲c$$

پس وتر دو برابر شده است.

پ) تساوی $\sqrt{\dfrac{۱۲\times۳+۴\times۱۶}{۶}}=۲\sqrt{۱۱}$ برقرار است.

$$\sqrt{\frac{۱۲\times۳+۴\times۱۶}{۶}}=\sqrt{\frac{۱۲\times\cancel{۳}+۴\times۱۶}{۲\times\cancel{۳}}}=\sqrt{\frac{۱۲+\overset{۲}{\cancel{۴}}\times۱۶}{\cancel{۲}}}=\sqrt{۱۲+۳۲}=\sqrt{۴۴}=\sqrt{۴\times۱۱}=۲\sqrt{۱۱}$$

خواندنی

بهاءالدین محمدبن حسین عاملی معروف به شیخ بهایی در ذیحجهٔ ۹۵۳ هجری قمری (برابر با پنجشنبه ۸ اسفند ۹۲۵ خورشیدی، و ۲۷ فوریهٔ ۱۵۴۷) در **بعلبک**، به دنیا آمد و در شوال ۱۰۳۰ هجری قمری (۸ شهریور ۱۰۰۰ خورشیدی، و ۳۰ اوت ۱۶۲۱) دار فانی را در **اصفهان** وداع گفت.

شیخ بهایی حکیم، فقیه، عارف، منجم، ریاضی‌دان، شاعر، ادیب، مورخ و دانشمند نامدار قرن دهم و یازدهم هجری است که در دانش‌های **فلسفه**، **منطق**، **هیئت** و **ریاضیات** تبحر داشت. حدود ۹۵ کتاب و رساله از او در **سیاست**، **حدیث**، **ریاضی**، **اخلاق**، **نجوم**، **عرفان**، **فقه**، **مهندسی** و **هنر** و **فیزیک** بر جای مانده است. به پاس خدماتی که وی به علم **ستاره‌شناسی** کرده است، **یونسکو** در سال **۲۰۰۹** که مصادف با سال نجومی بوده نام وی را در فهرست مفاخر ایران ثبت کرد.

شخصیت علمی و ادبی و اخلاق او باعث شد تا در ۴۳ سالگی شیخ‌الاسلام **اصفهان** شود و در پی انتقال پایتخت از **قزوین** به **اصفهان** (در ۱۰۰۶ قمری)، از ۵۳ سالگی تا آخر عمر (۷۵ سالگی) منصب شیخ‌الاسلامی **پایتخت صفوی** را در دربار مقتدرترین شاه صفوی، **شاه عباس بزرگ** بر عهده داشته باشد.

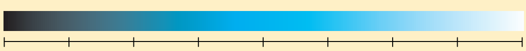
مهارت وی در ریاضی، معماری و مهندسی معروف بوده و از مهم‌ترین خدمات شیخ بهایی در رونق بخشیدن به شهر اصفهان، تعیین سمت قبلهٔ **مسجد شاه اصفهان** است. این قبله‌یابی که با استفاده از ابزارهای آن زمان صورت پذیرفته، هفت درجه با جهت واقعی قبله اختلاف دارد. تقسیم آب زاینده رود به محلات اصفهان و روستاهای مجاور رودخانه، ساخت گلخن گرمابه‌ای که هنوز در اصفهان معروف به حمام شیخ‌بهایی است و طراحی منارجنبان اصفهان که هم‌اکنون نیز پا برجاست، به او نسبت داده می‌شود. همچنین طرح‌ریزی کاریز نجف‌آباد ــ اصفهان است که به نام قنات زرین کمر، (یکی از بزرگ‌ترین کاریزهای ایران) و معماری **مسجد شاه اصفهان** و مهندسی حصار نجف و شاخص تعیین اوقات شرعی (ساعت آفتابی در مغرب **مسجد شاه**) را به او نسبت می‌دهند.

خواندنی : منطق فازی و کاربردها

در این فصل آموختید که هر گزاره یا درست است و یا نادرست. سپس براساس قواعد منطق و دانستن ارزش گزاره‌ها (اعم از ساده و ترکیبی) به استدلال ریاضی پرداختید. در زندگی روزمره معمولاً هدف از استدلال کشف ارزش یک گزاره و سپس تصمیم‌گیری است. مثلاً طبق قانون کار اگر دمای هوا ۵۰ درجه سانتی‌گراد یا بیشتر باشد مدارس، بانک‌ها و برخی از شرکت‌ها و ادارات تعطیل می‌شوند. اکنون ارزش گزاره «فردا دمای هوا ۵۰ درجه است» بسیار مهم می‌باشد چرا که مستقیماً بر تصمیم مدیران برای تعطیل کردن اداره متبوع خود تأثیر می‌گذارد. به‌هرحال با رجوع به پیش‌بینی‌های رسمی هواشناسی درستی یا نادرستی این گزاره قابل حصول است. اما تصمیم‌گیری همیشه به این آسانی نیست. در واقع همواره می‌توان موقعیت‌هایی را تجسم کرد که در آن باید ارزش یک عبارت را جهت تصمیم‌گیری تعیین کنیم که آن عبارت یک گزاره (به معنایی که در درس اول خواندید) نیست. مثلاً می‌دانیم اگر هوا سرد باشد باید لباس گرم بپوشیم. اکنون درباره ارزش عبارت «فردا هوا سرد است» چگونه می‌توان داوری کرد؟! از آنجا که «سرد» بودن یک صفت کیفی است می‌دانیم که این عبارت

یک گزاره نیست. اما بالاخره باید تکلیف خود را با پوشیدن یا نپوشیدن لباس گرم مشخص کنیم و این یعنی باید به نوعی برای عبارت فوق ارزش‌گذاری صورت گیرد. موقعیت‌های تصمیم‌گیری بسیار زیادی در زندگی انسانی به‌وجود می‌آید که باید دربارهٔ ارزش عباراتی مشابه فوق داوری کنیم. مثلاً در یک کتاب آشپزی نوشته می‌شود «نمک به مقدار لازم اضافه کنید». اکنون اگر بخواهید برای یک میهمانی مهم آشپزی کنید تصمیم‌گیری برای اینکه چقدر نمک به غذا اضافه کنید را چگونه انجام می‌دهید؟ معمولاً انسان‌ها در چنین مواقعی به‌طور تقریبی و با حدس و آزمایش و استفاده از تجربیات گذشتهٔ خود به نوعی از ارزش‌گذاری و تصمیم‌گیری دست می‌زنند. بدیهی است که این ارزش‌گذاری‌ها همیشه با خطر خطا بودن همراه هستند. اکنون فرض کنید که بخواهیم یک روبات آشپز طراحی کنیم. به‌نظر شما چگونه باید ذهن و ساختار منطقی این روبات را برای تصمیمات این‌چنینی آماده کرد؟ اکنون روبات‌های دیگری را در نظر بگیرید که باید مانند یک انسان در خصوص مسائل مشابهی مثل گرما و سرمای هوای اتاق، خوب بودن هوای شهر، خوش بو بودن عطر و... تصمیم‌گیری کنند. در همهٔ این مواقع ما با صفات کیفی روبه‌رو هستیم.

به‌نظر می‌رسد در این مواقع، دیگر منطق گزاره‌ها که مبتنی بر دو ارزش درست یا نادرست (معادل ۰ یا ۱) می‌باشد راه‌گشا نیست. منطق‌دانان به کمک ریاضی‌دانان برای سال‌های متمادی بر روی ارزش‌گذاری و تصمیم‌گیری در چنین مواقعی که عبارت‌ها مبهم و داده‌ها ناقص هستند پژوهش کرده‌اند که منجر به پیدایش «*منطق‌های چند ارزشی*[1]» شد. در سال ۱۹۶۵ میلادی یک دانشمند ایرانی به‌نام لطفی علی عسکرزاده (معروف به زاده) نوعی از منطق چند ارزشی به‌نام «*منطق فازی*[2]» را بنیان نهاد که بسیار پرکاربرد شد. براساس این منطق، هر عبارت نه تنها یکی از دو ارزش ۰ یا ۱ بلکه هر عدد حقیقی بین این دو عدد را می‌تواند اختیار کند. در واقع او با این کار مفهوم درستی یک گزاره را یک طیف در نظر گرفت که می‌تواند دارای درجات متفاوتی باشد. مثلاً در نوار زیر کدام نقطه محل رنگ آبی را مشخص می‌کند؟ آیا فقط یک نقطه وجود دارد؟ رنگ‌های متناظر با این نقاط چه تفاوتی با هم دارند؟



مفهوم درجهٔ درستی از آنجا ناشی می‌شود که در زندگی روزمره به‌ندرت می‌توان با قاطعیت در مورد درستی یا نادرستی یک عبارت تصمیم گرفت بلکه همواره باید از میزان درستی عبارات که در بطن خود نوعی مفهوم احتمالی دارند سخن گفت. منطق فازی یکی از اصلی‌ترین ابزارها در توسعه هوش مصنوعی است که اساس طراحی روبات‌ها می‌باشد. به کمک منطق فازی می‌توان روبات‌هایی را طراحی کرد که همانند انسان قابلیت یادگیری و کسب تجربه در طول زمان و استفاده از تجربیات خود در تصمیم‌گیری‌ها را داشته باشند.

خودرو هوشمند مجهز به راننده اتوماتیک مبتنی بر منطق فازی

پلوپزهای هوشمند مبتنی بر منطق فازی به‌طور اتوماتیک زمان و دمای لازم برای پخت را تنظیم می‌کنند

ماشین‌لباس‌شویی هوشمند مبتنی بر منطق فازی

سیستم‌های ناوبری هوشمند در صنایع ریلی بسیار پرکاربرد هستند

۱ــ Multi _Valued Logics

۲ــ Fuzzy Logic