



طی هزاران سال گذشته در آثار هنری گوشه و کنار کشور پر افتخارمان، نقش مؤثر استفاده از هندسه و شکل های هندسی و نیز مفاهیم مهم آن همچون انتقال، تقارن و دوران به وضوح قابل مشاهده است.

فعالیت

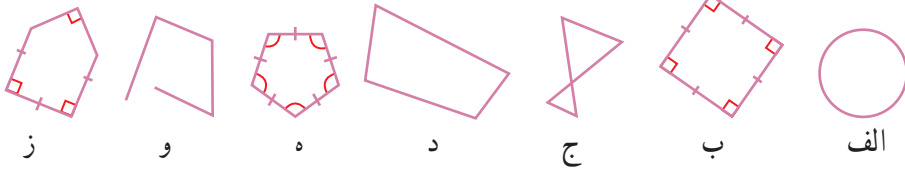


۱- در صفحه به هر خط شکسته بسته، چندضلعی گفته می شود به شرط اینکه ضلع ها یکدیگر را قطع نکنند؛ مگر در رأس ها که دو ضلع به هم می رسند.

شکل «ج» چندضلعی نیست؛ چون ضلع های آن یکدیگر را قطع کرده اند.

شکل «و» چندضلعی نیست؛ چرا؟

شکل «الف» هم چندضلعی نیست؛ چرا؟



۲- اگر در یک چندضلعی همه ضلع ها با هم و همه زاویه ها با هم مساوی باشند، می گوئیم آن چندضلعی منظم است.

از میان شکل های بالا، کدام شکل ها چندضلعی منظم اند؟

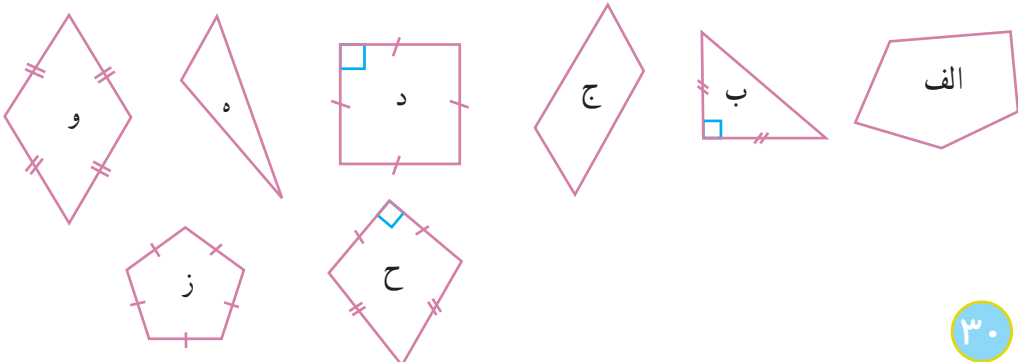
۳- یکی از شکل های بالا را انتخاب کنید؛ سپس درباره تعداد ضلع ها، زاویه ها، تساوی آنها و... توضیح دهید تا دوستان شکی را پیدا کند که انتخاب کرده اید.
سپس به توضیحات دوستان گوش کنید و شکلی را پیدا کنید که او انتخاب کرده است.

کار در کلاس

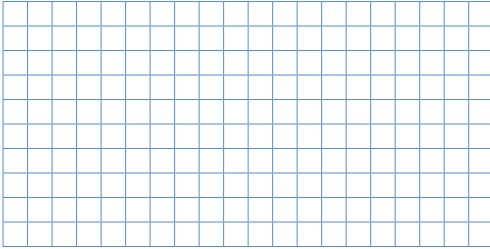


۱- هر یک از عبارت های زیر به کدام چند ضلعی ها مربوط است؟

- لوزی با زاویه قائمه
- پنج ضلعی غیر منظم
- مثلث با زاویه باز
- چندضلعی منظم



۲- چند ضلعی‌های زیر را در صفحه شطرنجی رسم کنید.



الف) یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین

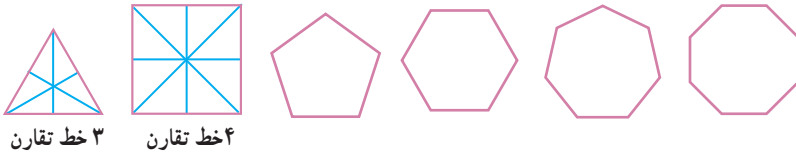
ب) مستطیلی با ضلع‌های مساوی

ج) یک دوزنقه قائم الزاویه

د) یک شش ضلعی با دقیقاً سه زاویه قائمه

۳- در سال گذشته با خط تقارن شکل آشنا شدید.

الف) تعداد خط‌های تقارن هر یک از چند ضلعی‌های منتظم زیر را پیدا کنید.



ب) به نظر شما نه ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ ده ضلعی منتظم چطور؟

فعالیت



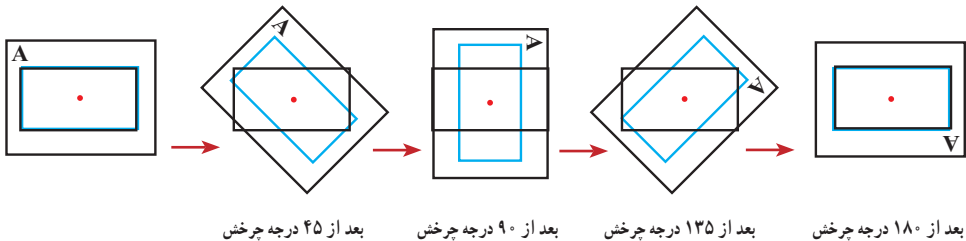
۱- یک ورق کاغذ پوستی روی مستطیل روبه‌رو قرار دهید



و تصویر مستطیل را روی آن رسم کنید.

نوک مدادتان را روی مرکز دوران بگذارید و مانند شکل‌های زیر،

کاغذ پوستی را 180° درجه حول مرکز دوران بچرخانید.



آیا تصویر، روی شکل منطبق می‌شود؟

اگر شکلی را حول یک نقطه، 180° درجه دوران دهیم و نتیجه دوران، روی خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل **مرکز تقارن** دارد و نقطه مورد نظر، مرکز تقارن شکل است.



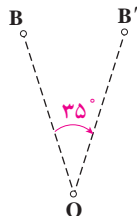
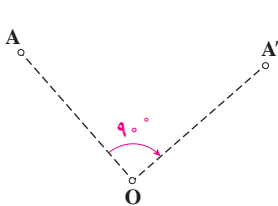
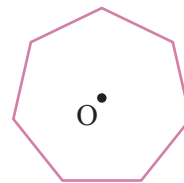
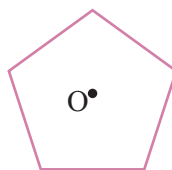
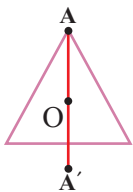
۲- شکل روبه‌رو مثلثی متساوی‌الاضلاع است. یک ورق کاغذ پوستی روی آن قرار دهید و مراحل فعالیت (۱) را تکرار کنید. آیا تصویر، روی شکل منطبق می‌شود؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳- در کدام یک از چندضلعی‌های منتظم زیر، نقطه مشخص شده مرکز تقارن است؟



به نظر شما نه ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد؟
ده ضلعی منتظم چگونه؟ از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴- یکی از راه‌های تشخیص اینکه نقطه O در مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن نیست، این است که می‌توان روی شکل، نقطه‌ای پیدا کرد که قرینه آن نسبت به نقطه O روی خود شکل قرار نگرفته باشد. مانند نمونه، نشان دهید که نقطه O در دو شکل دیگر هم، مرکز تقارن نیست.



۵- شکل‌های مقابل چگونگی پیدا کردن دوران یافته نقاط A و B حول مرکز O را به اندازه 90° و 35° در جهت عقربه‌های ساعت نشان می‌دهد.

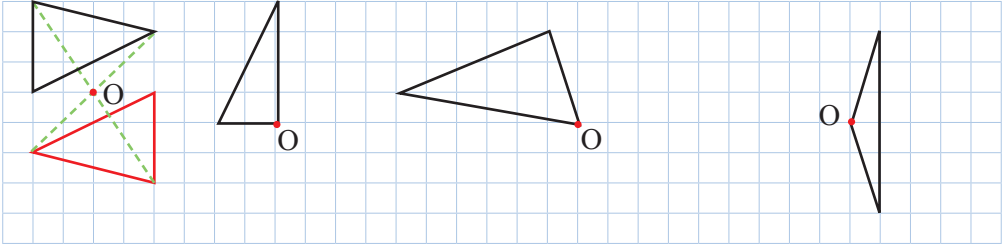
کدام یک از شکل‌های فعالیت (۳) با

دوران 90° حول نقطه مشخص شده در جهت عقربه‌های ساعت روی خودش می‌افتد؟

کار در کلاس



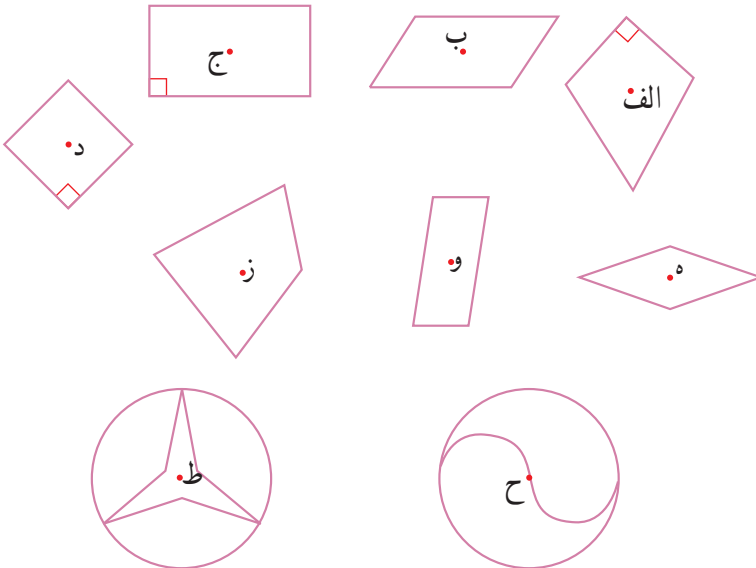
مانند نمونه هر شکل را طوری کامل کنید که نقطه O مرکز تقارن باشد.



تمرین

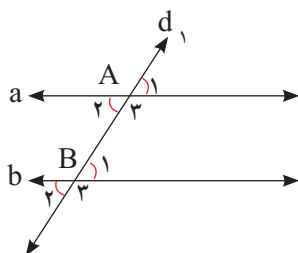


در هر شکل، بررسی کنید که نقطه مشخص شده، مرکز تقارن شکل هست یا نه.





اگر خطی مانند d_1 ، خطوط a و b را مانند شکل با زاویه‌های مساوی قطع کرده باشد، خط‌های a و b با هم موازیند.



به خط d_1 ، خط مورب می‌گویند.

موازی بودن خط‌های a و b را به صورت $a \parallel b$ نمایش می‌دهند. هر خطی که دو خط موازی را قطع کند با آنها زاویه‌های مساوی می‌سازد.

۱- اگر $\hat{A}_1 = 60^\circ$ باشد، زاویه‌های خواسته شده را پیدا کنید و راه حل خود را توضیح دهید.

$\hat{A}_3 =$ چون کمل زاویه \hat{A}_1 است.

$\hat{B}_1 =$

$\hat{B}_2 =$ چون با زاویه \hat{B}_1 متقابل به رأس است.

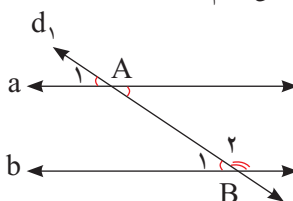
$\hat{B}_3 =$

۲- خط d_2 را بر a عمود کنید و ادامه دهید تا خط b را قطع کند. چرا d_2 بر b هم عمود است؟

۳- خط d_2 با خط b زاویه 70° ساخته است. خط d_2 با خط a چه زاویه‌ای می‌سازد؟

۴- دو خط a و b با هم موازی‌اند و خط d_1 مورب است؛ پس زاویه‌های \hat{A}_1 و \hat{B}_1 با هم مساوی‌اند. این مطلب را به صورت زیر نشان می‌دهیم.

$$(a \parallel b) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$$



چرا A_1 و B_2 مکمل اند؟

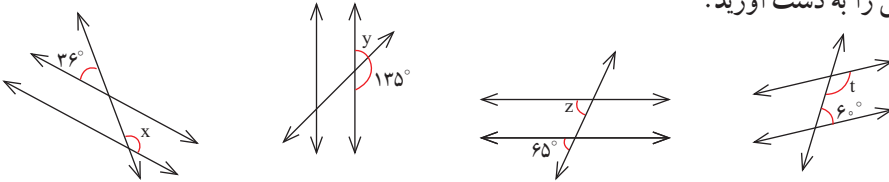
اگر خط a را روی صفحه انتقال دهیم تا روی خط b قرار گیرد و نقطه A روی B بیفتد، زاویه A_1 روی کدام زاویه قرار می‌گیرد؟

چگونه از این طریق می‌توان توجیه کرد که زاویه A_1 و زاویه B_2 مکمل یکدیگرند؟ توضیح دهید.

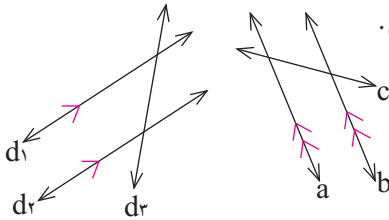
کار در کلاس



۱- در هر شکل یک خط مورب، دو خط موازی را قطع کرده است. اندازه زاویه‌های مجهول را به دست آورید.



۲- موازی بودن دو خط را مانند شکل با علامت گذاری آنها مشخص می‌کنیم. عبارت «خط



d_1 با خط d_2 موازی نیست» را به صورت $d_1 \nparallel d_2$ می‌نویسیم.

الف) عبارت‌های $a \parallel c$ و $a \parallel b$ را بخوانید.

ب) زاویه‌های مساوی را در شکل‌ها با

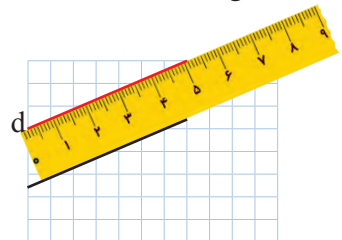
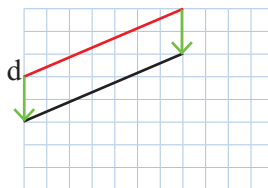
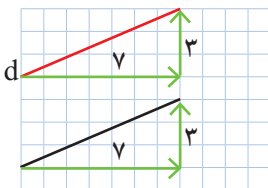
علامت گذاری مشخص کنید.

فعالیت

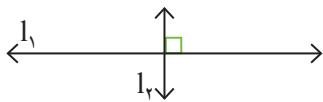


۱- می‌خواهیم در صفحه شطرنجی خطی موازی خط d رسم کنیم. راه حل سه

دانش آموز را مشاهده کنید و توضیح دهید هر کدام از آنها چگونه خط موازی را رسم کرده است.



۲- عمود بودن دو خط را با علامت گذاری آنها مشخص می‌کنیم و عبارت «خط l_1 بر خط l_2 عمود است» را به صورت $l_1 \perp l_2$ می‌نویسیم.



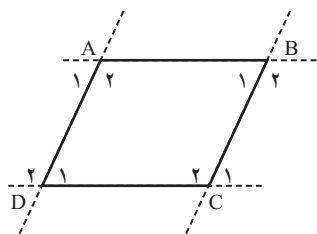
الف

مانند نمونه برای هر کدام شکل بکشید و جاهای خالی را پر کنید.

$$\left. \begin{array}{l} a \perp b \\ a \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow b \parallel c$$

دو خط عمود بر یک خط

ب	ج
$\left. \begin{array}{l} g \parallel h \\ k \perp h \end{array} \right\} \Rightarrow$	$\left. \begin{array}{l} d \parallel e \\ d \parallel f \end{array} \right\} \Rightarrow$
اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شود	دو خط موازی با یک خط

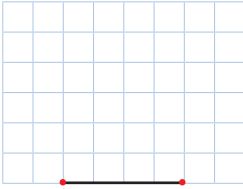


۳- در هر متوازی الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو باهم موازی‌اند. چهارضلعی ABCD یک متوازی الاضلاع است. (الف) ضلع‌های موازی را با علامت گذاری مشخص کنید. (ب) جاهای خالی را در رابطه‌های زیر کامل کنید.

$(AB \parallel DC \text{ و } BC \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1, \hat{A}_2 = \hat{D}_2$

$(AD \parallel BC \text{ و } DC \text{ مورب}) \Rightarrow$

کار در کلاس



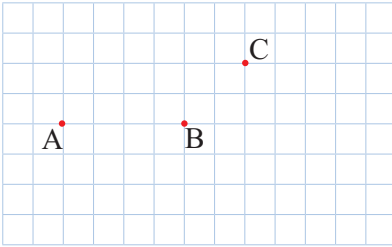
A B

۱- الف) یک مثلث متساوی الساقین بکشید؛ طوری که پاره خط AB قاعده آن باشد. پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید.

ب) خط تقارن مثلث را رسم کنید.

ج) آیا دو زاویه مجاور قاعده با هم برابرند؟

د) آیا خط تقارن، عمود منصف قاعده و نیمساز زاویه مقابل آن است؟



۲- متوازی الاضلاعی رسم کنید که نقاط A، B، و C سه تا از رأس‌های آن باشند.

پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید.

کنید.

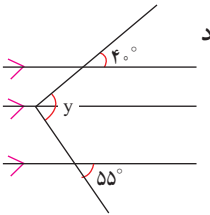
برای این سؤال چند پاسخ مختلف می‌توانید پیدا کنید؟

کنید؟

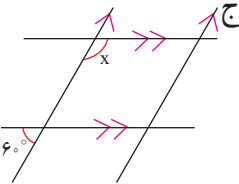
تمرین



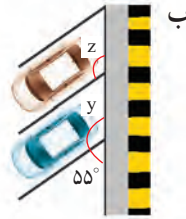
۱- در هر قسمت، اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.



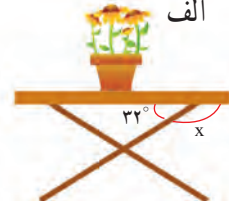
د



ج

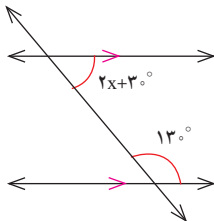


ب

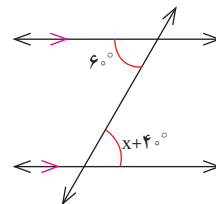
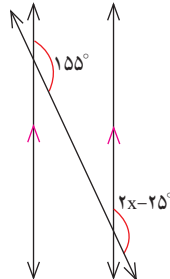


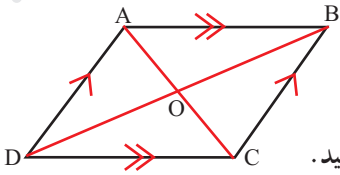
الف

۲- مانند نمونه با تشکیل معادله، مقدار x را پیدا کنید.



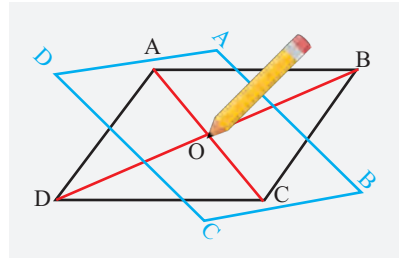
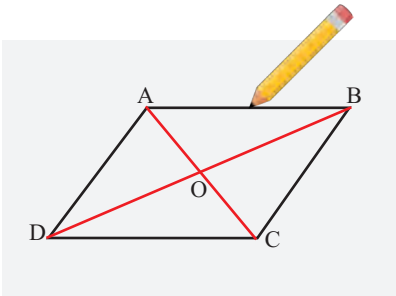
$$2x + 30^\circ + 13^\circ = 180^\circ$$





چهارضلعی ای که ضلع های روبه روی آن دو به دو موازی اند، متوازی الاضلاع نام دارد.

۱- متوازی الاضلاعی را رسم، و مانند شکل نام گذاری کنید.
یک ورق کاغذ پوستی روی آن بگذارید و تصویر متوازی الاضلاع را رسم کنید.
نوک مدادتان را روی نقطه O (محل برخورد قطرها و مرکز تقارن شکل) قرار دهید و مانند شکل های زیر، تصویر را 180° درجه حول این نقطه بچرخانید تا بر شکل منطبق شود.



۲- با توجه به انطباق شکل و تصویر، تساوی ها را کامل کنید.

$$\hat{A} = \hat{\quad} \quad \hat{B} = \hat{\quad} \quad \overline{AB} = \overline{\quad} \quad \overline{BC} = \overline{\quad}$$

هر یک از عبارت های زیر، یکی از خاصیت های متوازی الاضلاع را بیان می کند. با توجه به تساوی های بالا، این دو عبارت را کامل کنید.

- در هر متوازی الاضلاع، زاویه های رو به رو _____
در هر متوازی الاضلاع، ضلع های رو به رو _____
در هر متوازی الاضلاع، زاویه های مجاور _____

۳- پاره خط OA بر کدام پاره خط منطبق شده است؟

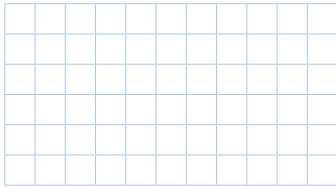
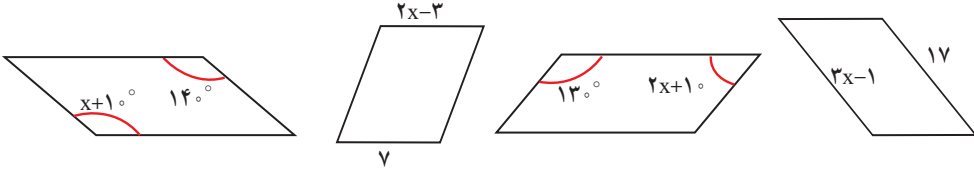
پاره خط OB چگونه؟

با توجه به پاسخ این دو پرسش، یک خاصیت دیگر متوازی الاضلاع را پیدا کنید و بنویسید.
در هر متوازی الاضلاع، _____

کار در کلاس



۱- شکل‌های زیر متوازی الاضلاع‌اند. با تشکیل معادله، مقدار x را به دست آورید.



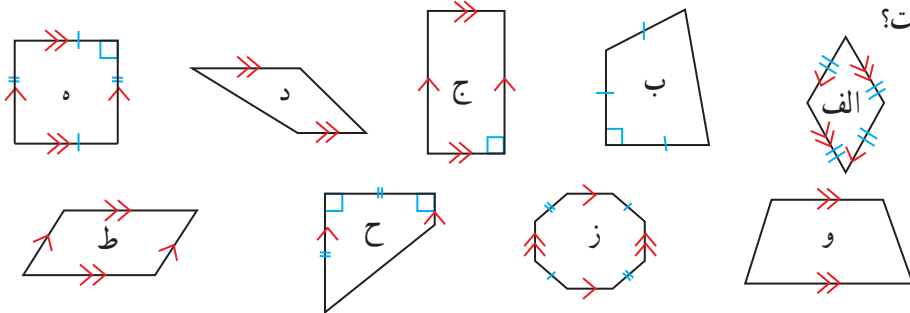
۲- در صفحه شطرنجی متوازی الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه‌هایش قائمه (90° درجه) باشد. چرا زاویه‌های دیگر آن هم حتماً قائمه‌اند؟ توضیح دهید.

فعالیت



۱- با توجه به تعریف متوازی الاضلاع، کدام یک از شکل‌های زیر متوازی الاضلاع

است؟



۲- در اینجا چند چهارضلعی دیگر هم تعریف شده است. هر تعریف را بخوانید و از میان چهارضلعی‌های فعالیت قبل، مثال‌هایی برای هریک پیدا کنید.

مستطیل متوازی الاضلاعی است که زاویه‌های قائمه دارد.

لوزی متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابرند.

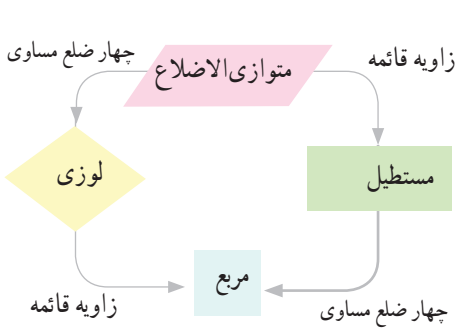
مربع متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و زاویه‌های قائمه دارد.

۳- می‌دانیم که «در هر متوازی الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.»

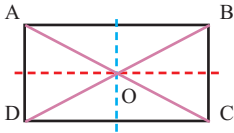
آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که «در هر لوزی هم قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند»؟ چرا؟



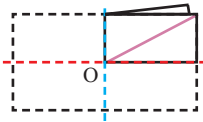
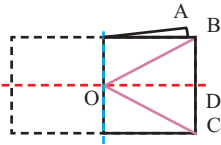
۱- با توجه به نمودار روبه‌رو در جدول زیر، جاهای خالی را پر کنید.



متوازی الاضلاع	لوزی	مستطیل	مربع	
	—	—	—	



۲- روی یک ورق کاغذ، مستطیلی به دلخواه رسم کنید و دور آن را ببرید. مستطیل را مانند شکل نام گذاری کنید؛ سپس آن را ابتدا روی یکی از خط‌های تقارن و سپس روی خط تقارن دیگر تا کنید.



مانند نمونه، توضیح دهید که شکل به دست آمده چگونه هر یک از خاصیت‌های مستطیل را نشان

می‌دهد.

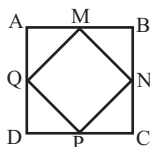
● در مستطیل قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند؛ چون OA روی OC و OB روی OD قرار گرفته

است.

(الف) همه زاویه‌ها در مستطیل با هم برابرند؛ چون

(ب) ضلع‌های روبه‌رو در مستطیل مساوی‌اند؛ چون

(ج) قطرها در مستطیل با هم برابرند؛ چون



۳- در یک طرح کاشی کاری، مربع $ABCD$ دیده می شود. چهارضلعی $MNPQ$ هم با وصل شدن وسط ضلع های این مربع تشکیل شده است.

دو دانش آموز توضیح داده اند که $MNPQ$ چه نوع چهارضلعی ای است. نظر این دو دانش آموز در اینجا آمده است.

هادی

$ABCD$ مربع است.

این مربع را روی دو قطر آن، که محور تقارن نیز هستند، تا می کنیم.

همه زاویه های چهارضلعی $MNPQ$ روی هم می افتند؛ پس با هم برابرند. چون مجموع آنها 360° است؛ پس هر کدام 90° می شوند.

در نتیجه این چهارضلعی مستطیل است.

مبین

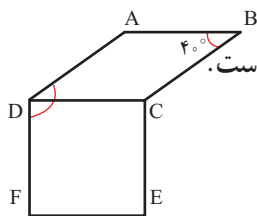
$ABCD$ مربع است.

این مربع را روی دو خط تقارنی، که موازی ضلع های آن هستند، تا می کنیم.

همه ضلع های چهارضلعی $MNPQ$ روی هم می افتند.

پس، این چهارضلعی لوزی است.

دلایل هر دو را بخوانید و توضیح دهید که چگونه به کمک این دو نوشته می توانیم نتیجه بگیریم که $MNPQ$ مربع است.



۱- چهارضلعی $ABCD$ لوزی و چهارضلعی $DCEF$ مربع است.

(الف) چرا $\overline{AD} = \overline{CE}$ ؟ (ب) چرا $AB \parallel EF$ ؟

(ج) زاویه ADF چند درجه است؟

۲- روی کاغذ، لوزی دلخواهی بکشید و دور آن را ببرید.

این لوزی را کاغذی را روی دو خط تقارنش تا کنید. به کمک شکل به دست آمده چه نتایجی در مورد قطرهای لوزی به دست می آید.

۳- وسط ضلع های یک مستطیل را به ترتیب به هم وصل می کنیم. چهارضلعی به دست آمده چه نوع چهارضلعی ای است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

۴- درستی یا نادرستی هریک از جمله های زیر را بررسی کنید.

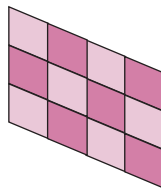
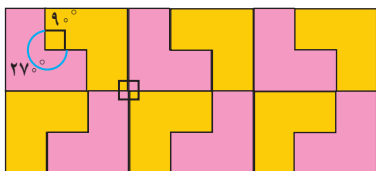
(الف) قطرهای هر مستطیل با هم مساوی اند. (ب) قطرهای هر لوزی با هم مساوی اند.

(ج) قطرهای هر مستطیل بر هم عمودند. (د) قطرهای هر لوزی بر هم عمودند.

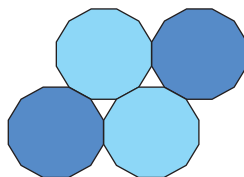
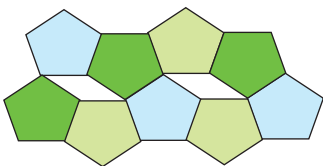




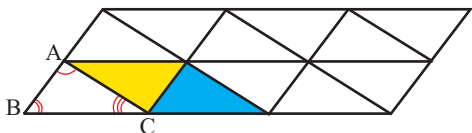
۱- در کاشی کاری، کاشی‌ها را طوری کنار هم قرار می‌دهند که روی هم نیفتند و جای خالی هم بین آنها نباشد. در اینجا چند نمونه کاشی کاری را مشاهده می‌کنید که هر کدام تنها با یک نوع کاشی انجام شده است.



حالا به شکل‌های زیر توجه کنید. در هر مورد توضیح دهید، چرا کاشی کاری با یک نوع کاشی انجام نمی‌شود؟



۲- سطح زیر با مثلث‌هایی هم نهشت با مثلث ABC کاشی کاری شده است.



مثلث آبی انتقال یافته مثلث ABC است،

مثلث زرد دوران یافته مثلث ABC است.

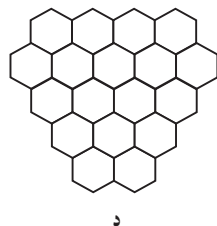
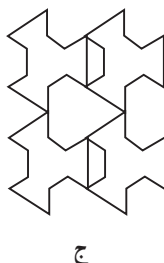
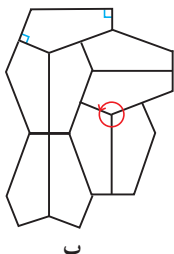
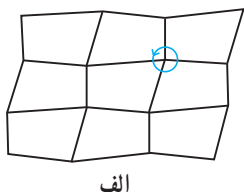
زاویه‌های متناظر با هریک از زاویه‌های مثلث ABC را در این دو مثلث مشخص کنید.

در کاشی کاری بالا، قسمتی را که نشان می‌دهد $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ پیدا کنید.

کار در کلاس



در کدام شکل، کاشی کاری با یک نوع کاشی انجام نشده است؟



فَعَالِیْت



زاویه‌هایی که درون یک چندضلعی قرار دارند، **زاویه‌های داخلی** آن چندضلعی نامیده می‌شوند. مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث 180° درجه است.

تعداد ضلع‌ها	۳	۴	۵	۶
شکل				
تعداد مثلث‌ها	۱	۲	—	—
مجموع زاویه‌های داخلی	$1 \times 180^\circ = 180^\circ$	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$	$\dots \times 180^\circ = \dots$	$\dots \times 180^\circ = \dots$

جدول بالا نشان می‌دهد که مجموع زاویه‌های داخلی یک چهارضلعی با مجموع زاویه‌های داخلی دو تا مثلث برابر است؛ پس **مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی 360° می‌شود.**

الف) با کامل کردن جدول، مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های دیگر را به دست آورید.

ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های داخلی یک هفت ضلعی چند درجه است؟

یک هشت ضلعی چگونه؟ چرا؟

ج) عبارت جبری زیر را طوری کامل کنید که نشان‌دهندهٔ مجموع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی باشد.

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی یک } n \text{ ضلعی} = (\text{---} - \text{---}) \times 180^\circ$$

اکنون با کامل کردن جدول زیر اندازهٔ هر یک از زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های منتظم را پیدا کنید.

تعداد ضلع‌ها	مجموع زاویه‌های داخلی	اندازهٔ هر زاویه
۳	180°	$\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$
۴	360°	
۵		
۶		$\frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$

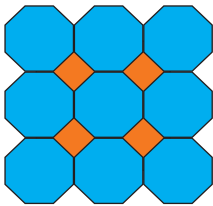
یک عبارت جبری بنویسید که نشان‌دهندهٔ اندازهٔ هر یک از زاویه‌های یک n ضلعی منتظم باشد.

کار در کلاس



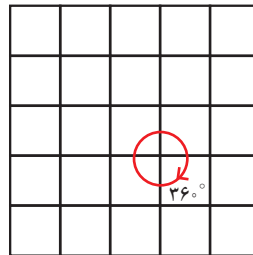
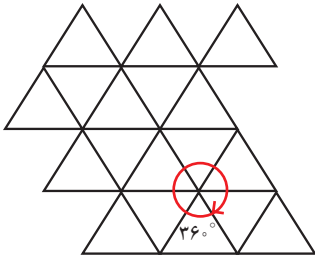
- ۱- مجموع زاویه‌های هریک از چندضلعی‌های زیر را محاسبه کنید.
 الف) هفت ضلعی منتظم
 ب) دوازده ضلعی منتظم

- ۲- به کمک جواب قسمت (ب) سؤال قبل، اندازه هر یک از زاویه‌های دوازده ضلعی منتظم را حساب کنید.

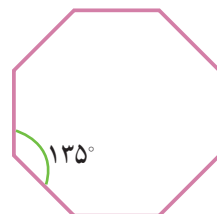
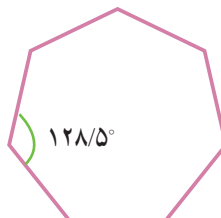
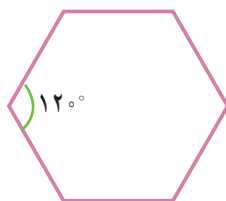
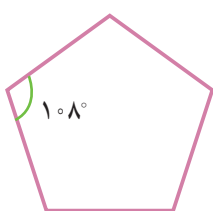


- ۳- سطح روبه‌رو با دو نوع کاشی منتظم، کاشی کاری شده است.
 اندازه زاویه‌های هر دو نوع کاشی را محاسبه کنید.

- ۴- کاشی‌هایی به شکل چندضلعی‌های منتظم داریم و می‌خواهیم سطحی را فقط با یک نوع از آنها کاشی کاری کنیم. شکل‌های زیر نشان می‌دهند که با سه ضلعی و چهارضلعی منتظم (یعنی مثلث متساوی الاضلاع و مربع) می‌توان کاشی کاری کرد.



- یک نوع کاشی منتظم دیگر پیدا کنید که با آن بتوان کاشی کاری کرد.

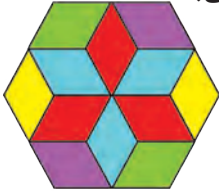


تمرین



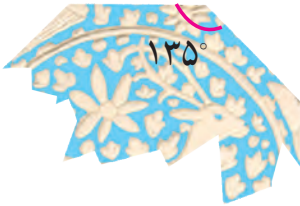
۱- اندازه هر یک از زاویه‌های یک بیست ضلعی منتظم را پیدا کنید.

۲- در کاشی کاری روبه‌رو تنها یک نوع کاشی به کار رفته است.



الف) این کاشی چه نوع چهارضلعی ای است؟

ب) اندازه هر یک از زاویه‌های آن چقدر است؟



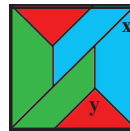
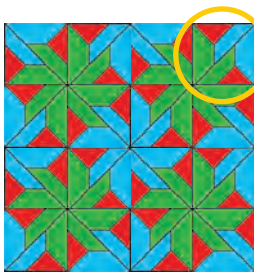
۳- شکل روبه‌رو قسمتی از یک بشقاب قدیمی است.

حدس می‌زنید این بشقاب چندضلعی بوده است؟ چرا؟

۴- به کاشی کاری زیر توجه کنید. این کاشی با سه نوع کاشی مختلف انجام شده است.

شکل سمت راست، قسمتی از این طرح را به صورت بزرگ‌تر نمایش داده است. اندازه

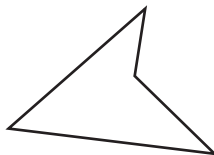
زاویه‌های مشخص شده را به دست آورید.



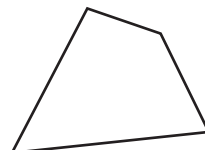
شکل سمت راست مربع است

و کاشی‌ها متساوی‌الساقین هستند.

۵- مجموع زاویه‌های داخلی هر شکل را به دست آورید و با هم مقایسه کنید.



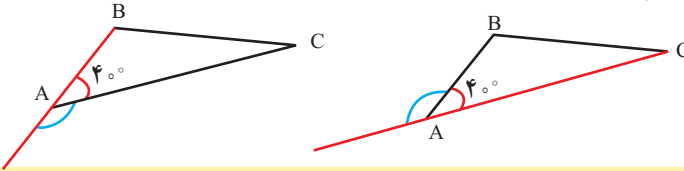
(ب)



(الف)



در شکل سمت چپ، زاویه خارجی رأس A از مثلث ABC از امتداد یافتن ضلع AB تشکیل شده است. در شکل سمت راست، زاویه خارجی رأس A از امتداد یافتن ضلع AC تشکیل شده است. چرا این دو زاویه مساوی‌اند؟

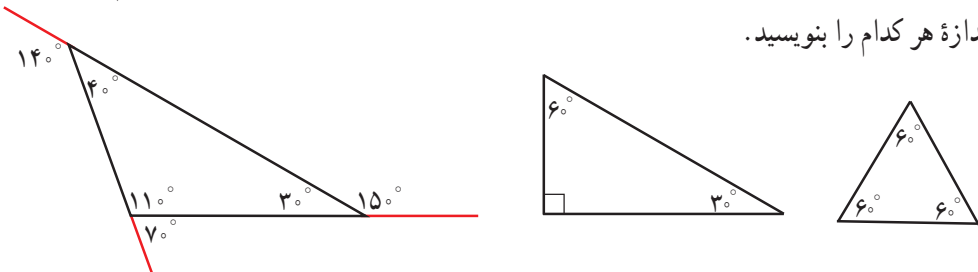


زاویه‌ای که در هر رأس یک چند ضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می‌شود، **زاویه خارجی** آن رأس نامیده می‌شود.

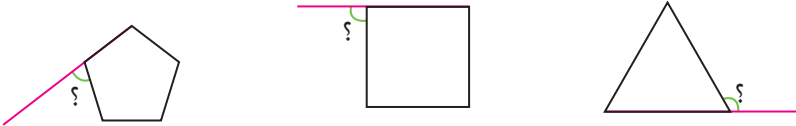
کار در کلاس



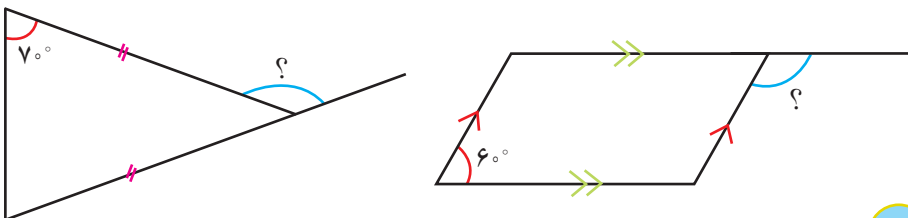
۱- الف) مانند نمونه در هر یک از مثلث‌های زیر، زاویه خارجی هر سه رأس را رسم کنید و اندازه هر کدام را بنویسید.



ب) مجموع زاویه‌های خارجی هر یک از مثلث‌ها را پیدا کنید. چه رابطه‌ای میان آنها دیده می‌شود؟
۲- چند ضلعی‌های زیر منتظم‌اند. اندازه زاویه‌های خواسته شده را پیدا کنید.

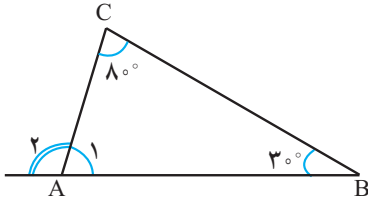


۳- با توجه به شکل، اندازه زاویه خواسته شده را پیدا کنید.



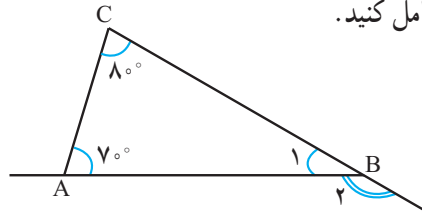


هدی برای یافتن زاویه خارجی یکی از رأس‌های مثلث به ترتیب زیر عمل کرد. راه حل او را کامل کنید.



$$\hat{A}_1 = 180^\circ - (3^\circ + 8^\circ) = 180^\circ - 11^\circ = 7^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 180^\circ - 7^\circ = 11^\circ$$

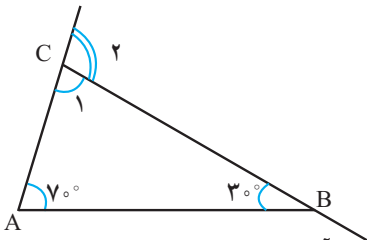


$$\hat{B}_1 = 180^\circ - (\text{---} + \text{---}) = 180^\circ - \text{---} = \text{---}$$

$$\hat{B}_2 = 180^\circ - \text{---} = \text{---}$$

او رابطه جالبی را مشاهده کرد. آیا می‌توانید حدس بزنید چه رابطه‌ای؟

هدی با خودش فکر کرد: «آیا هر زاویه خارجی مثلث برابر با مجموع دو زاویه داخلی دیگر آن مثلث است؟» با یک مثال دیگر حدس خود را بررسی کرد.

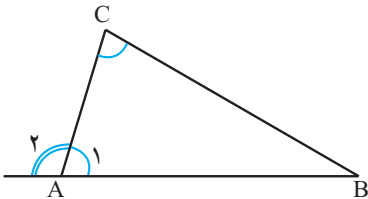


$$\hat{C}_1 = 180^\circ - (\text{---} + \text{---}) = 180^\circ - \text{---} = \text{---}$$

$$\hat{C}_2 = 180^\circ - \text{---} = \text{---}$$

این آزمایش نیز حدس او را تأیید کرد. آیا حدس زدن و آزمایش کردن کافی است؟ چرا؟

یکی از دوستان هدی راه حل او را به صورت کلی و بدون در نظر گرفتن مثال نوشت تا به این ترتیب، درستی حدس او را اثبات کند.



$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 &= 180^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$$

بنابراین در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور آن است.



۱- مثالی بیاورید که نشان دهد جمله زیر، نادرست است.

«هر زاویه خارجی یک چهارضلعی، برابر مجموع سه زاویه داخلی دیگر آن است.»

۲- اندازه دو زاویه یک مثلث را می‌دانیم؛ پس می‌توانیم اندازه زاویه سوم آن را پیدا کنیم.
(چگونه؟)

برای اینکه بتوانیم اندازه همه زاویه‌های هر یک از شکل‌های زیر را پیدا کنیم، دست کم چندتا از آنها باید معلوم باشند؟ الف) لوزی ب) چهارضلعی با ضلع‌های نامساوی

فعالیت



سطر اول جدول زیر، نشان می‌دهد که مجموع زاویه‌های خارجی یک مثلث برابر

360° است.

تعداد ضلع‌ها	شکل	مجموع زاویه‌های داخلی	مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی	مجموع زاویه‌های خارجی
۳		$1 \times 180^\circ$	$3 \times 180^\circ$	$___ \times 180^\circ = 360^\circ$
۴		$2 \times 180^\circ$	$___ \times 180^\circ$	$2 \times 180^\circ = ___$
۵		$___ \times 180^\circ$	$___ \times 180^\circ$	$___ \times 180^\circ = ___$
۶		$___ \times 180^\circ$	$___ \times 180^\circ$	$___ \times 180^\circ = ___$
n		$___ \times 180^\circ$	$___ \times 180^\circ$	$___ \times 180^\circ = ___$

الف) جدول را کامل کنید و مجموع زاویه‌های خارجی شکل‌های بعدی را به دست آورید.

ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های خارجی یک هفت ضلعی چند درجه است؟ $______$

یک هشت ضلعی چطور؟ $______$

کار در کلاس



۱- مجموع زاویه‌های خارجی چندضلعی‌های زیر را حساب کنید.

الف) هشت ضلعی ب) ده ضلعی منتظم

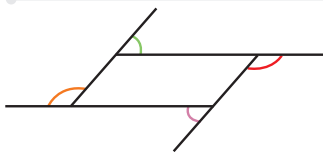
۲- به کمک پاسخ قسمت (ب) سؤال قبل،

الف) اندازه هر زاویه خارجی یک ده ضلعی منتظم را پیدا کنید.

ب) اندازه هر زاویه داخلی یک ده ضلعی منتظم را پیدا کنید.



تمرین



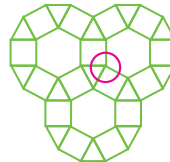
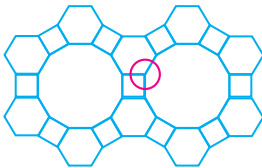
۱- زاویه‌های خارجی یک متوازی الاضلاع

در شکل نشان داده شده‌اند.

زاویه‌های مساوی را با علامت گذاری مشخص کنید.

۲- هر یک از طرح‌های زیر با استفاده از سه نوع کاشی منتظم طراحی شده است. با محاسبه

زاویه‌های داخلی هر کاشی منتظم، نشان دهید زاویه مشخص شده در هر شکل 360° درجه است.



۳- لاک پشتی روی لبه باغچه‌ای حرکت می‌کند. او در هر گوشه می‌چرخد و روی لبه بعدی

قرار می‌گیرد.

الف) این لاک پشت در هر گوشه به اندازه زاویه داخلی می‌چرخد یا زاویه خارجی؟

ب) او حرکتش را از نقطه A شروع کرده است.

تا وقتی دوباره به A برگردد، روی هم چند درجه می‌چرخد؟

ج) این لاک پشت برای پیمودن محیط هر یک از باغچه‌های منتظم زیر با شروع از نقطه مشخص شده چند

درجه می‌چرخد؟



د) در پاسخ قسمت قبل، چه الگویی را مشاهده می‌کنید؟ توضیح دهید.

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

- چندضلعی محدب
- چندضلعی مقعر
- مرکز تقارن
- چندضلعی منتظم
- زاویه داخلی
- زاویه خارجی

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. هر کدام را با یک مثال توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

- بررسی مرکز تقارن یک شکل
- پیدا کردن زاویه‌های مساوی و مکمل در خط‌های موازی و مورب
- تعریف متوازی الاضلاع
- تعریف مستطیل
- تعریف لوزی
- تعریف مربع
- رابطه چهارضلعی‌ها
- خاصیت‌های چهارضلعی‌ها
- پیدا کردن مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی
- پیدا کردن زاویه داخلی یک چندضلعی منتظم
- پیدا کردن مجموع زاویه‌های خارجی یک چندضلعی
- پیدا کردن زاویه خارجی یک رأس مثلث

کاربرد

این درس به شما در درک بهتر شکل‌های هندسی و رابطه بین آنها کمک می‌کند. ما در انواع صنایع دستی و آثار معماری کشور خود شکل‌های مختلف هندسی را می‌توانیم ببینیم.

تمرین‌های ترکیبی

۱- هر خانه جدول زیر را با علامت × یا ✓ کامل کنید.

ضلع‌های روبه‌رو برابر	ضلع‌های روبه‌رو موازی	زاویه‌های روبه‌رو برابر	قطرها منصف	قطرها برابر
مربع				
لوزی				
مستطیل				
متوازی‌الاضلاع				

۲- اندازه زاویه‌های داخلی و خارجی یک هشت ضلعی منتظم را پیدا کنید.