

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

اللَّهُمَّ صَلِّ عَلَى مُحَمَّدٍ وَآلِ مُحَمَّدٍ وَعَجِّلْ فَرَجَهُمْ



دانش فنی تخصصی

رشته الکتروتکنیک

گروه برق و رایانه

شاخه فنی و حرفه‌ای

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی



دانش فنی تخصصی (رشته الکتروتکنیک) - ۲۱۲۲۶۳

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

علی اکبر مطیع بیرجندی، شهرام خدادادی، امیرحسین ترکمانی، مجتبی انصاری پور، محمدحسن

اسلامی، علیرضا حجرگشت و نقی اصغری آقباقر (اعضای شورای برنامه‌ریزی)

نقی اصغری آقباقر، امیر حسین ترکمانی (پودمان اول)، علی عراقی، شهرام خدادادی (پودمان دوم)،

علی اکبر مطیع بیرجندی (پودمان سوم)، فتح‌اله نظریان، نقی اصغری آقباقر، امیرحسین ترکمانی (پودمان

چهارم)، شبنم رهبر (پودمان پنجم) (اعضای گروه تألیف)

اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی

مجید ذاکری یونسی (مدیر هنری) - مجید کاظمی و خدیجه محمدی (صفحه‌آرا) - صبا کاظمی (طراح

جلد) - الهام محبوب، فاطمه رئیس‌یان فیروزآباد و فتح‌اله نظریان (رسام)

تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهیدموسوی)

تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹

وب‌گاه: www.chap.sch.ir و www.irtextbook.ir

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱

(دارو پخش) تلفن: ۵-۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۱۳۹-۳۷۵۱۵

شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»

چاپ سوم ۱۳۹۹

نام کتاب:

پدیدآورنده:

مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف:

شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف:

مدیریت آماده‌سازی هنری:

شناسه افزوده آماده‌سازی:

نشانی سازمان:

ناشر:

چاپخانه:

سال انتشار و نوبت چاپ:

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس‌برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



ملت شریف ما اگر در این انقلاب بخواهد پیروز شود باید دست از آستین برآرد و به کار بپردازد. از متن دانشگاه‌ها تا بازارها و کارخانه‌ها و مزارع و باغستان‌ها تا آنجا که خودکفا شود و روی پای خود بایستد.

امام خمینی (قَدَّسَ سِرُّهُ)

| | |
|-----|--|
| ۹ | پودمان اول: تحلیل مدارهای الکتریکی |
| ۸۳ | ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان اول |
| ۸۵ | پودمان دوم: تحلیل ماشین‌های الکتریکی (ترانسفورماتورهای تک‌فاز) |
| ۱۱۰ | ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان دوم |
| ۱۱۳ | پودمان سوم: تحلیل ماشین‌های الکتریکی سه فاز (موتورهای القایی) |
| ۱۵۸ | ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان سوم |
| ۱۶۱ | پودمان چهارم: کاربرد اتوماسیون صنعتی (اینورتر) |
| ۱۹۲ | ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان چهارم |
| ۱۹۵ | پودمان پنجم: کسب اطلاعات فنی (زبان فنی) |
| ۲۳۱ | ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان پنجم |
| ۲۳۳ | منابع و مآخذ |

سخنی با هنرجویان عزیز

شرایط در حال تغییر دنیای کار در مشاغل گوناگون، توسعه فناوری‌ها و تحقق توسعه پایدار، ما را بر آن داشت تا برنامه‌های درسی و محتوای کتاب‌های درسی را در ادامه تغییرات پایه‌های قبلی براساس نیاز کشور و مطابق با رویکرد سند تحول بنیادین آموزش و پرورش و برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران در نظام جدید آموزشی بازطراحی و تألیف کنیم. مهم‌ترین تغییر در کتاب‌های درسی تغییر رویکرد آموزشی، آموزش و ارزشیابی مبتنی بر شایستگی است. شایستگی، توانایی انجام کار در محیط واقعی بر اساس استاندارد عملکرد تعریف شده است. توانایی شامل دانش، مهارت و نگرش می‌شود. در رشته تحصیلی - حرفه‌ای شما، چهار دسته شایستگی در نظر گرفته شده است:

- ۱- شایستگی‌های فنی برای جذب در بازار کار مانند کاربرد اینورتر در صنعت اتوماسیون
 - ۲- شایستگی‌های غیرفنی برای پیشرفت و موفقیت در آینده مانند مسئولیت‌پذیری، نوآوری و مصرف بهینه انرژی
 - ۳- شایستگی‌های فناوری اطلاعات و ارتباطات مانند کار با نرم‌افزارها و انواع شبیه‌سازها
 - ۴- شایستگی‌های مربوط به یادگیری مادام‌العمر مانند کسب اطلاعات از منابع دیگر
- بر این اساس دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش مبتنی بر اسناد بالادستی و با مشارکت متخصصان برنامه‌ریزی درسی فنی و حرفه‌ای و خبرگان دنیای کار مجموعه اسناد برنامه درسی رشته‌های شاخه فنی و حرفه‌ای را تدوین نموده‌اند که مرجع اصلی و راهنمای تألیف برای هر یک از کتاب‌های درسی در هر رشته است. درس دانش فنی تخصصی، از خوشه دروس شایستگی‌های فنی می‌باشد که ویژه رشته الکتروتکنیک برای پایه ۱۲ تألیف شده است. کسب شایستگی‌های فنی و غیرفنی این کتاب برای موفقیت آینده شغلی و توسعه آن براساس جدول توسعه حرفه‌ای بسیار ضروری است. هنرجویان عزیز سعی نمایید تمام شایستگی‌های آموزش داده شده در این کتاب را کسب و در فرایند ارزشیابی به اثبات رسانید.
- این کتاب نیز شامل پنج پودمان است. هنرجویان عزیز پس از طی فرایند یاددهی - یادگیری هر پودمان می‌توانند شایستگی‌های مربوط به آن را کسب کنند. در پودمان «کسب اطلاعات فنی» هدف توسعه شایستگی‌های حرفه‌ای شما بعد از اتمام دوره

تحصیلی در مقطع کنونی است تا بتوانید با درک مطالب از منابع غیر فارسی در راستای یادگیری در تمام طول عمر گام بردارید و در دنیای متغیر و متحول کار و فناوری اطلاعات خود را به روزرسانی کنید. هنرآموز محترم شما مانند سایر دروس این خوشه برای هر پودمان یک نمره در سامانه ثبت نمرات منظور می‌نماید. نمره قبولی در هر پودمان حداقل ۱۲ می‌باشد. در صورت احراز نشدن شایستگی پس از ارزشیابی اول، فرصت جبران و ارزشیابی مجدد تا آخر سال تحصیلی وجود دارد. در کارنامه شما این درس شامل ۵ پودمان است که هر پودمان از دو بخش نمره مستمر و نمره شایستگی تشکیل می‌شود و چنانچه در یکی از پودمان‌ها نمره قبولی را کسب نکردید، لازم است در همان پودمان مورد ارزشیابی قرار گیرید. همچنین این درس دارای ضریب ۴ بوده و در معدل کل شما تأثیر می‌گذارد.

همچنین در کتاب **همراه هنرجو** واژگان پرکاربرد تخصصی در رشته تحصیلی - حرفه‌ای شما آورده شده است. **کتاب همراه هنرجوی خود را هنگام یادگیری، آزمون و ارزشیابی حتماً همراه داشته باشید.** در این درس نیز مانند سایر دروس اجزایی دیگر از بسته آموزشی در نظر گرفته شده است و شما می‌توانید با مراجعه به وبگاه رشته خود با نشانی www.tvoccd.oerp.ir از عناوین آنها مطلع شوید.

فعالیت‌های یادگیری در ارتباط با شایستگی‌های غیرفنی مانند مدیریت منابع، اخلاق حرفه‌ای، حفاظت از محیط‌زیست و شایستگی‌های یادگیری مادام‌العمر و فناوری اطلاعات و ارتباطات همراه با شایستگی‌های فنی، طراحی و در کتاب درسی و بسته آموزشی ارائه شده است. شما هنرجویان عزیز کوشش نمایید این شایستگی‌ها را در کنار شایستگی‌های فنی آموزش ببینید، تجربه کنید و آنها را در انجام فعالیت‌های یادگیری به کار گیرید.

امیدواریم با تلاش و کوشش شما هنرجویان عزیز و هدایت هنرآموزان گرامی، گام‌های مؤثری در جهت سربلندی و استقلال کشور و پیشرفت اجتماعی و اقتصادی و تربیت شایسته جوانان برومند میهن اسلامی برداشته شود.

دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

سخنی با هنرآموزان گرامی

در راستای تحقق اهداف سند تحول بنیادین آموزش و پرورش و برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران و تغییرات سریع عصر فناوری و نیازهای متغیر جامعه بشری و دنیای کار و مشاغل، برنامه درسی رشته الکتروتکنیک باز طراحی و بر اساس آن محتوای آموزشی نیز تألیف گردید. این کتاب و درس از خوشه دروس شایستگی های فنی می باشد که در سبد درسی هنرجویان برای سال دوازدهم تدوین و تألیف شده است و مانند سایر دروس شایستگی و کارگاهی دارای ۵ پودمان می باشد. کتاب دانش فنی تخصصی مباحث نظری و تفکیک شده دروس کارگاهی و سایر شایستگی های رشته را تشکیل نمی دهد بلکه پیش نیازی برای شایستگی های لازم در سطوح بالاتر صلاحیت حرفه ای - تحصیلی می باشد. هدف کلی کتاب دانش فنی تخصصی آماده سازی هنرجویان برای ورود به مقاطع تحصیلی بالاتر و تأمین نیازهای آنان در راستای محتوای دانش نظری است. یکی از پودمان های این کتاب با عنوان «کسب اطلاعات فنی» با هدف یادگیری مادام العمر و توسعه شایستگی های هنرجویان بعد از دنیای آموزش و ورود به بازار کار، سازماندهی محتوایی شده است. این امر با آموزش چگونگی استخراج اطلاعات فنی مورد نیاز از متون فنی غیرفارسی و جداول، راهنمای ماشین آلات و تجهیزات صنعتی، دستگاه های اداری، خانگی و تجاری و درک مطلب آنها در راستای توسعه شایستگی های حرفه ای محقق خواهد شد. تدریس کتاب در کلاس درس به صورت تعاملی و با محوریت هنرآموز و هنرجوی فعال صورت می گیرد.

به مانند سایر دروس، هنرآموزان گرامی برای هر پودمان یک نمره در سامانه ثبت نمرات برای هر هنرجو ثبت کنند. نمره قبولی در هر پودمان حداقل ۱۲ می باشد و نمره هر پودمان از دو بخش ارزشیابی پایانی و مستمر تشکیل می شود. این کتاب مانند سایر کتاب ها جزئی از بسته آموزشی تدارک دیده شده برای هنرجویان است. شما می توانید برای آشنایی بیشتر با اجزای بسته، روش های تدریس کتاب، شیوه ارزشیابی مبتنی بر شایستگی، مشکلات رایج در یادگیری محتوای کتاب، بودجه بندی زمانی، نکات آموزشی شایستگی های غیرفنی، آموزش ایمنی و بهداشت و دریافت راهنما و پاسخ برخی از فعالیت های یادگیری و تمرین ها به کتاب راهنمای هنرآموز این درس مراجعه کنید. در هنگام ارزشیابی استاندارد عملکرد از ملزومات کسب شایستگی می باشند.

کتاب دانش فنی تخصصی شامل پودمان‌هایی به شرح زیر است:

پودمان اول: تحلیل مدارهای الکتریکی

پودمان دوم: تحلیل ماشین‌های الکتریکی تک‌فاز (ترانسفورماتور)

پودمان سوم: تحلیل ماشین‌های الکتریکی سه فاز (موتورهای القایی)

پودمان چهارم: کاربرد اتوماسیون صنعتی (اینورتر)

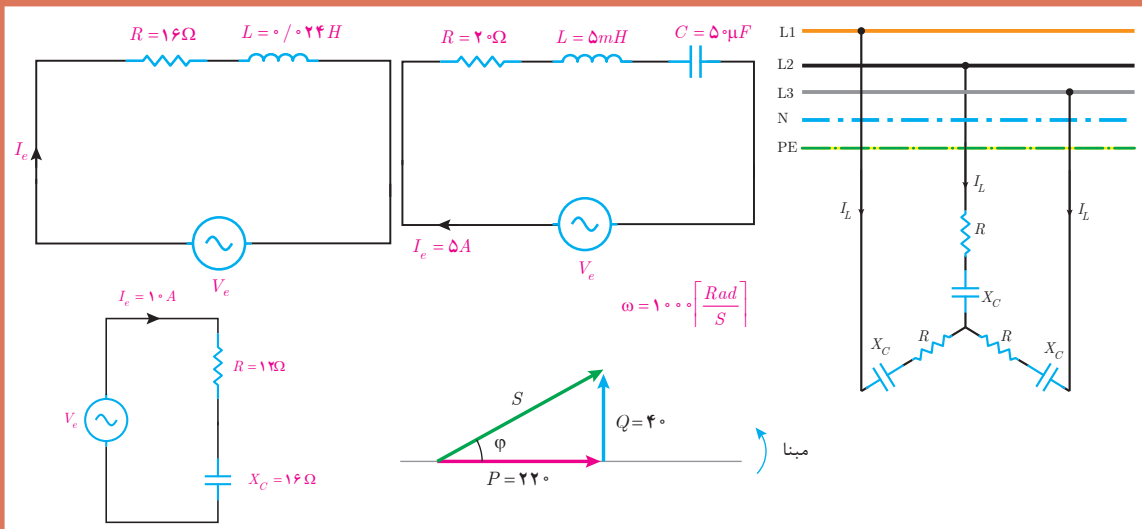
پودمان پنجم: کسب اطلاعات فنی (زبان فنی)

هنرآموزان گرامی در هنگام یادگیری و ارزشیابی، هنرجویان باید کتاب همراه هنرجو را با خود داشته باشند.

دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

پودمان اول

تحلیل مدارهای الکتریکی



واحد یادگیری ۱

آیا می‌دانید

- ۱- برابند و تفاضل بردارها چگونه به دست می‌آید؟
- ۲- مدارهای الکتریکی R-L سری برای معادل‌سازی کدام یک از تجهیزات الکتریکی به کار می‌رود؟
- ۳- وضعیت پس‌فاز یا پیش‌فاز بدون جریان نسبت به ولتاژ در چه مدارهایی رخ می‌دهد؟
- ۴- در مدارات RLC سری در چه وضعیتی رفتار مدار اهمی است؟
- ۵- تفاوت‌های اساسی مدارات الکتریکی سه‌فاز ستاره و مثلث چیست؟

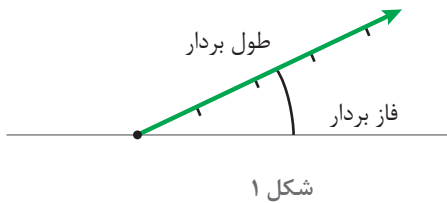
پس از پایان این پودمان هنرجویان قادر خواهند بود تحلیل برداری مدارهای الکتریکی متناوب تک‌فاز و سه‌فاز را انجام داده و مسائل مربوط به مدارات R-L، R-C و R-L-C سری را تجزیه و تحلیل کنند.

استاندارد
عملکرد



۱- بردار

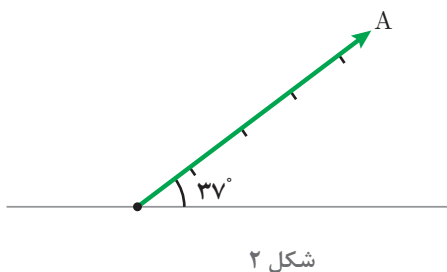
برداری^۱ در تحلیل مدارهای الکتریکی برای نمایش کمیت‌هایی استفاده می‌شود که علاوه بر مقدار^۲ دارای موقعیت یا فاز^۳ نیز باشد. طول بردار نشان‌دهنده مقدار کمیت الکتریکی و زاویه بین بردار با مبنا بیانگر موقعیت یا فاز آن می‌باشد (شکل ۱).



شکل ۱

مبنا به‌طور معمول در تحلیل مدارهای الکتریکی خط افق اختیار می‌شود که در این صورت فاز آن صفر خواهد شد.

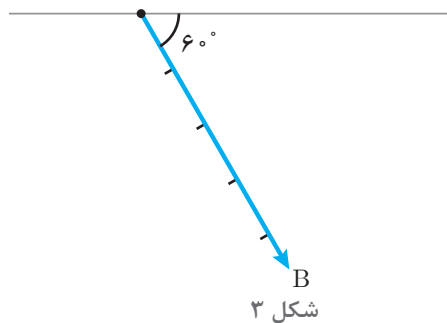
علامت زاویه فاز در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت مثبت و در جهت حرکت عقربه‌های ساعت منفی می‌باشد. خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت را «جهت مثلثاتی» گویند.



شکل ۲

نشان \vec{A} برای معرفی برداری به نام A استفاده می‌شود و \vec{A} به صورت «برداری» خوانده می‌شود. در شکل ۲، \vec{A} به مقدار ۵ واحد با زاویه $+۳۷^\circ$ نشان داده شده است.

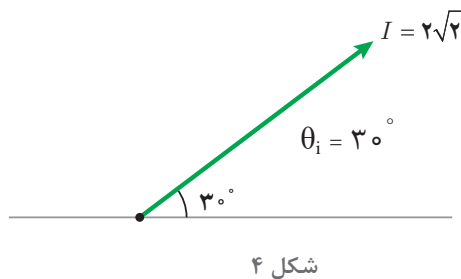
می‌توان \vec{A} را به صورت $A = 5 \angle 37^\circ$ نشان داد که این شیوه نوشتن را «فرم قطبی»^۴ گویند. در فرم قطبی علاوه بر اندازه بردار، زاویه بردار با مبنا نیز بیان می‌شود. در شکل ۳، \vec{B} نشان داده شده است.



شکل ۳

می‌توان \vec{B} را به فرم قطبی $B = 5 \angle -6^\circ$ نیز نوشت. کمیت‌های الکتریکی متناوب نظیر ولتاژ، جریان و توان را نیز می‌توان با بردار نشان داد.

جریان متناوب سینوسی به معادله زمانی مبنا $i(t) = 2\sqrt{2} \sin(50t + 30^\circ)$ در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل طول بردار بیانگر مقدار



شکل ۴

۱_ Vector
۲_ Value
۳_ phase
۴_ Polar form

ماکزیمم جریان و زاویه بردار تا مبنا، فاز جریان را نشان می‌دهد.

مقدار مؤثر جریان برابر است با:

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 \text{ [A]}$$

فاز جریان برابر است با: $\theta_i = + 30^\circ$

جریان متناوب $i(t)$ به فرم قطبی به صورت $I = 2\sqrt{2} \angle 30^\circ$ نوشته می‌شود.

مثال



بردار ولتاژ متناوب سینوسی به معادله $v(t) = 324 \sin(1000t - 45^\circ)$ را رسم کنید و فرم قطبی آن را بنویسید.

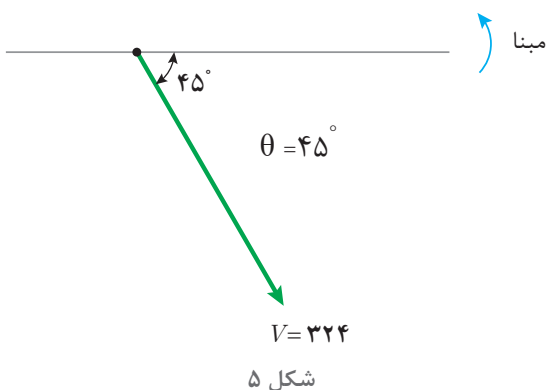
حل:

فاز ولتاژ برابر است با: $\theta_v = - 45^\circ$

مبنا را ترسیم می‌کنیم و جهت مثلثاتی را نشان می‌دهیم. با توجه به مقدار ماکزیمم و فاز بردار V ترسیم می‌شود (شکل ۵).

ولتاژ متناوب سینوسی $v(t)$ به فرم قطبی به صورت $V = 324 \angle -45^\circ$ نوشته می‌شود.

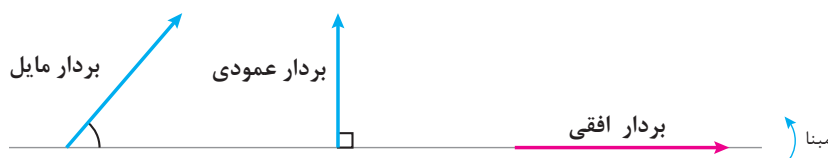
مقدار مؤثر ولتاژ برابر است با: $\theta_v = - 45^\circ$



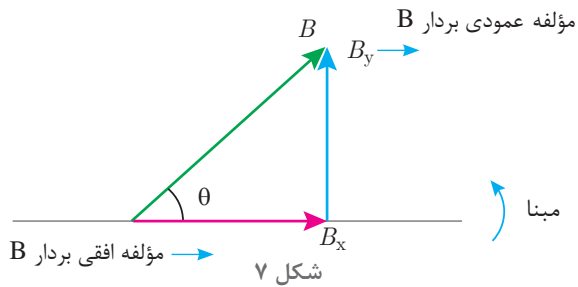
$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{324}{\sqrt{2}} = 231 \text{ [V]}$$

۲-۱ تجزیه بردار

تجزیه بردار برای به دست آوردن مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار مایل استفاده می‌شود. هر بردار با توجه به فاز آن به سه صورت افقی، عمودی و مایل رسم می‌شود (شکل ۶).



شکل ۶



برای به دست آوردن مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار مایل لازم است از ابتدای بردار به صورت افقی و عمودی به انتهای بردار حرکت کنیم تا به شکل مثلث قائم‌الزاویه ایجاد شود. مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار مایل B در شکل ۷ مبنا ترسیم شده است.

مقادیر مؤلفه‌های افقی و عمودی از نسبت‌های مثلثاتی به صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \cos \theta = \frac{B_x}{B} \Rightarrow B_x = B \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \sin \theta = \frac{B_y}{B} \Rightarrow B_y = B \sin \theta$$

در مثلث قائم‌الزاویه بردارها، وتر مثلث قائم‌الزاویه برآیند مؤلفه‌های افقی و عمودی نامیده می‌شود.

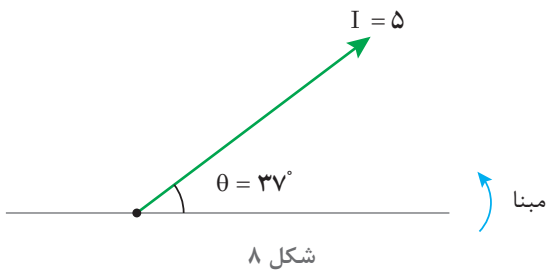
مثال

بردار جریان $I = 5 \angle 37^\circ$ را ترسیم کنید و مؤلفه‌های افقی و عمودی آن را محاسبه نمایید.

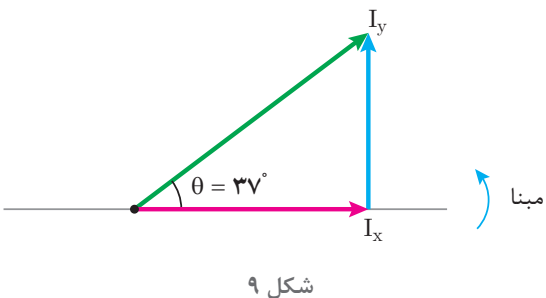


حل:

ابتدا مبنا و جهت مثلثاتی مشخص می‌شود و بردار I به مقدار ۵ آمپر و زاویه $37^\circ +$ ترسیم خواهد شد (شکل ۸).



مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار مایل I را ترسیم می‌نماییم تا مثلث قائم‌الزاویه شکل بگیرد مؤلفه افقی IX و مؤلفه عمودی Iy نامیده می‌شود (شکل ۹).



با توجه به نسبت‌های مثلثاتی مقادیر I_x و I_y محاسبه خواهد شد.

$$\cos\theta = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \cos 37^\circ = \frac{I_x}{5} \Rightarrow I_x = 5 \cos 37^\circ$$

$$I_x = 5 \times 0.8 = 4 \text{ [A]}$$

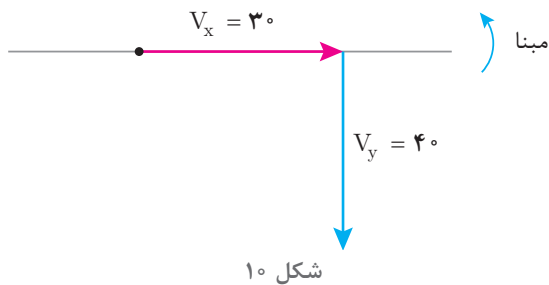
$$\sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \sin 37^\circ = \frac{I_y}{5} \Rightarrow I_y = 5 \sin 37^\circ$$

$$I_y = 5 \times 0.6 = 3 \text{ [A]}$$

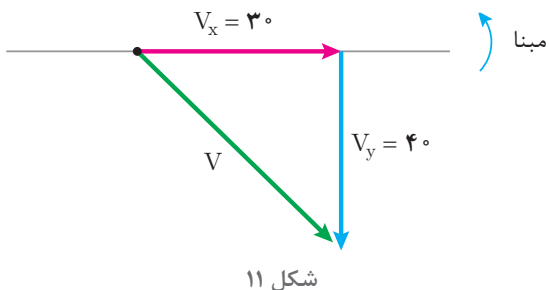
مثال



مؤلفه‌های افقی و عمودی ولتاژ به ترتیب $+30\text{V}$ ، -40V می‌باشد. مقدار و فاز بردار ولتاژ را به دست آورید و به فرم قطبی بنویسید.



حل:
مؤلفه‌های افقی و عمودی ترسیم می‌شود (شکل ۱۰).



با وصل ابتدای بردار مؤلفه افقی به انتهای مؤلفه عمودی وتر مثلث قائم‌الزاویه به دست می‌آید (شکل ۱۱).

مقدار ولتاژ برابر اندازه وتر است و از رابطه فیثاغورث به دست می‌آید.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ [V]}$$

فاز ولتاژ برابر زاویه وتر تا مبنا می‌باشد و از نسبت‌های مثلثاتی قابل محاسبه است.

$$\text{Cos}\theta = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \text{Cos}\theta = \frac{V_x}{V}$$

$$\text{Cos}\theta = \frac{3}{5} = 0.6$$

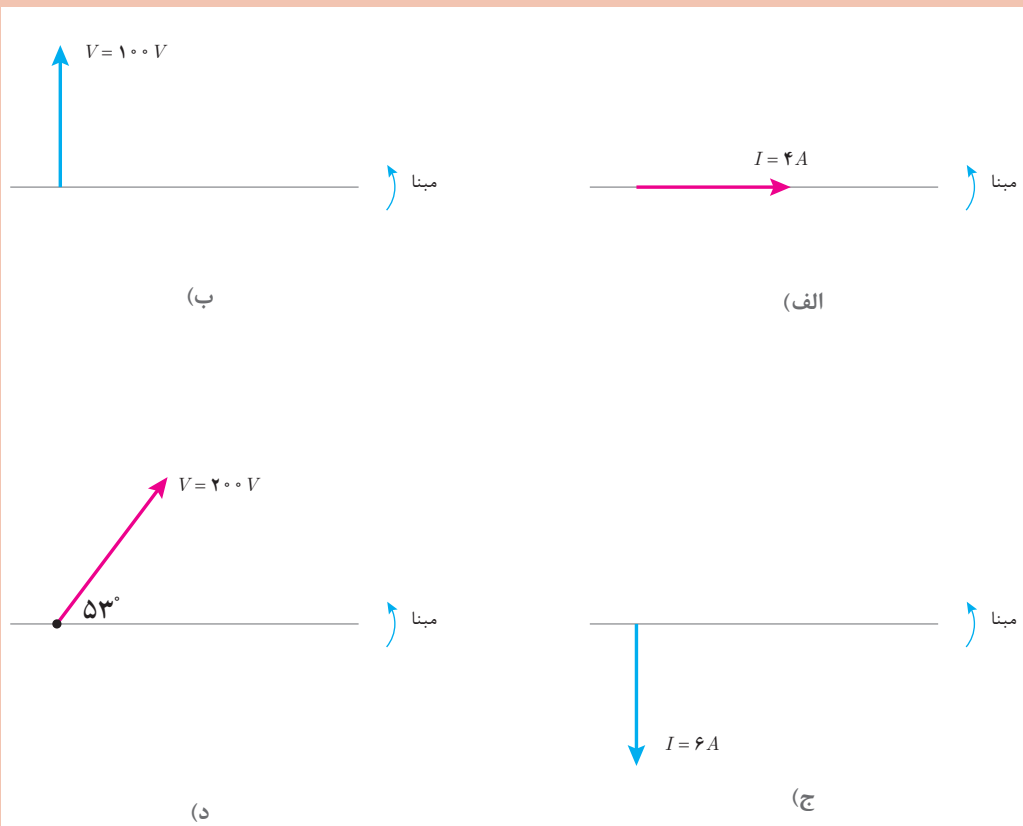
$$\text{Cos}^{-1}(0.6) = 53^\circ$$

چون فاز بردار V در خلاف جهت مثلثاتی است لذا با علامت منفی به صورت $\theta_V = -53^\circ$ نوشته می‌شود و فرم قطبی ولتاژ خواهد شد.

$$V = 50 \angle -53^\circ$$

۱- فرم قطبی بردارهای نمایش داده شده زیر را بنویسید.

تمرین



۲- بردارهای ولتاژ و جریان زیر را رسم کنید.

(ب) $V = 150 \angle -60^\circ$

(د) $I = 2 \angle +118^\circ$

(الف) $I = 5 \angle +30^\circ$

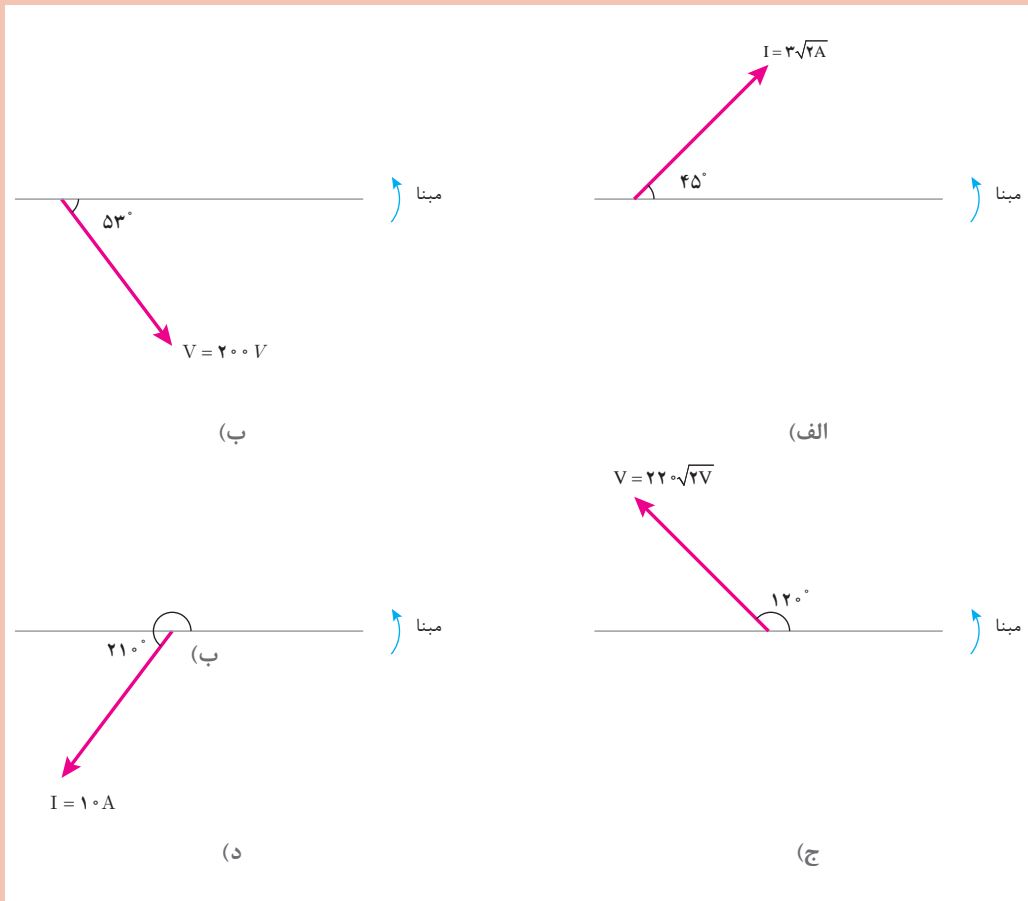
(ج) $V = 100 \angle +135^\circ$

۳- معادله‌های زمانی جریان و ولتاژ متناوب سینوسی زیر را به صورت بردار نمایش دهید و فرم قطبی آنها را بنویسید.

الف) $i(t) = 3 \sin(50 \cdot t - \frac{\pi}{6})$ ب) $v(t) = 220 \sin(314t + 30^\circ)$

ج) $i(t) = \sin(25 \cdot t)$ د) $v(t) = 100 \sin(1000t - \frac{\pi}{2})$

۴- مؤلفه افقی و عمودی بردارهای زیر را به دست آورید.



۵- مؤلفه‌های افقی و عمودی جریان متناوبی به ترتیب $8A$ و $6A$ می‌باشد مقدار و فاز جریان را به دست آورید و به فرم قطبی بنویسید.

۶- برای یک ولتاژ متناوب $200V$ مقدار $V_x = 100\sqrt{3}$ ولت می‌باشد. مؤلفه V_y را به دست آورید و فرم قطبی بردار ولتاژ را بنویسید.

۳-۱- برآیند بردارها

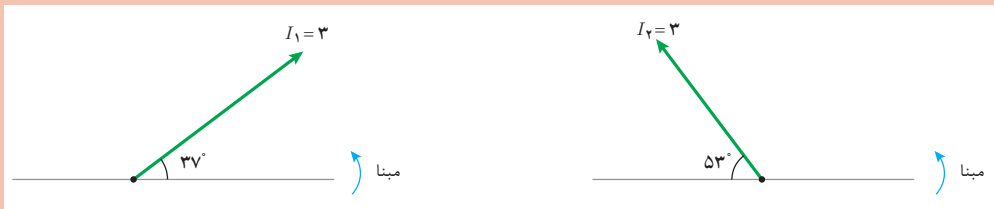
برآیند بردارها در تحلیل مدارهای الکتریکی متناوب برای جمع کمیت‌های الکتریکی هم‌واحد مانند جریان ولتاژ و توان و... به کار می‌رود. عملیات جمع بردارها با توجه به مقدار و فاز بردار صورت می‌گیرد. برای این عملیات دو روش تحلیلی و هندسی ارائه شده است.

الف) روش تحلیلی:

روش تحلیلی برای جمع چندین بردار به کار می‌رود. در این روش هر یک از بردارهای مایل به مؤلفه‌های افقی و عمودی تجزیه می‌شود. از جمع جبری یکایک مؤلفه‌های افقی «مجموع مؤلفه‌های افقی» به دست می‌آید. با توجه به علامت به صورت افقی ترسیم خواهد شد. همچنین «مجموع مؤلفه‌های عمودی» که از جمع جبری تک تک مؤلفه‌های عمودی به دست می‌آید با توجه به علامت به صورت عمودی از انتهای «مجموع مؤلفه‌های افقی» ترسیم می‌شود.

انکون با وصل ابتدای «مجموع مؤلفه‌های افقی» به انتهای «مجموع مؤلفه‌های عمودی» وتر مثلث قائم‌الزاویه به دست می‌آید. وتر مثلث قائم‌الزاویه برآیند بردارها می‌باشد. برآیند بردارها جایگزین چندین بردار خواهد شد و از رابطه فیثاغورث به دست می‌آید.

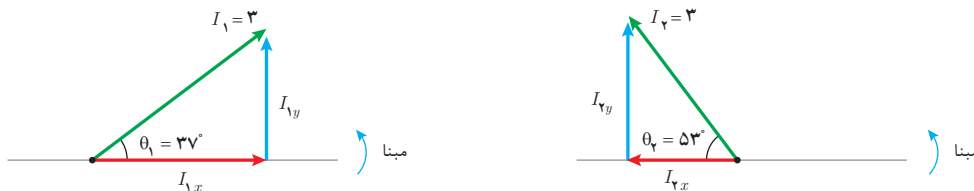
برآیند بردارهای شکل ۱۲ را به روش تحلیلی به دست آورید.



شکل ۱۲

حل:

مؤلفه‌های افقی و عمودی بردارهای I_1 , I_2 مطابق شکل ۱۳ ترسیم می‌شود.



شکل ۱۳

مقادیر مؤلفه‌های افقی و عمودی محاسبه می‌شود.

$$I_{1x} = I_1 \cos \theta_1 = 3 \cos 37^\circ = +2/4$$

$$I_{1y} = I_1 \sin \theta_1 = 3 \sin 37^\circ = +1/8$$

$$I_{2x} = I_2 \cos \theta_2 = 3 \cos 53^\circ = -1/8$$

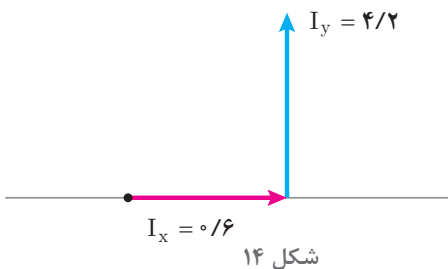
$$I_{2y} = I_2 \sin \theta_2 = 3 \sin 53^\circ = +2/4$$

علامت (+) بیانگر این است که مؤلفه‌ها در جهت محورهای دستگاه مختصات قرار دارند و علامت (-) بیانگر این است که مؤلفه‌ها در خلاف جهت محورهای دستگاه مختصات قرار دارند. «مجموع مؤلفه‌های عمودی» با I_x نشان داده شده است که از جمع جبری یکایک مؤلفه‌های افقی به دست می‌آید.

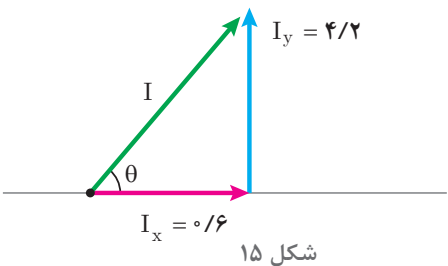
$$I_x = I_{1x} + I_{2x} = +2/4 + (-1/8) = +0/6$$

«مجموع مؤلفه‌های عمودی» با I_y نشان داده شده است که از جمع جبری یکایک مؤلفه‌های عمودی به دست می‌آید.

$$I_y = I_{1y} + I_{2y} = +1/8 + 2/4 = +4/2$$



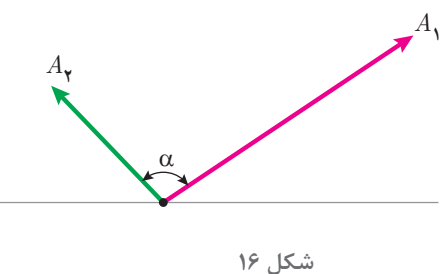
I_x با توجه به علامت (+) به صورت افقی در جهت محور X دستگاه مختصات و I_y با توجه به علامت (+) نیز به صورت عمودی در جهت محور Y دستگاه مختصات از انتهای I_x ترسیم می‌شود (شکل ۱۴).



اکنون با وصل ابتدای I_x به انتهای I_y وتر مثلث قائم‌الزاویه یا برآیند رسم می‌شود (شکل ۱۵).

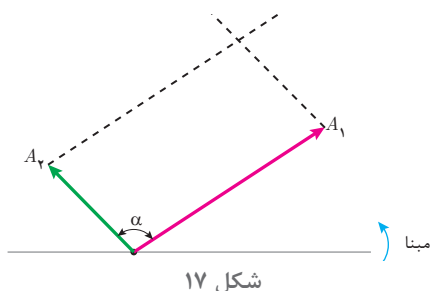
I برآیند بردارهای I_1, I_2 از رابطه فیثاغورث به دست می‌آید.

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \sqrt{0/6^2 + 4/2^2} = 4/24 [A]$$

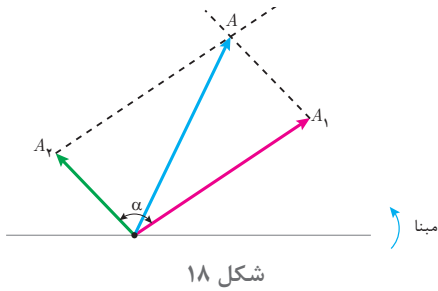


(ب) روش هندسی:

روش هندسی برای جمع دو بردار به کار می‌رود. دو بردار A_1, A_2 که با یکدیگر زاویه α می‌سازند در نظر است (شکل ۱۶).



برای ترسیم برآیند بردارهای A_1, A_2 از انتهای بردار A_1 به موازات بردار A_2 خط‌چین ترسیم می‌شود. همچنین از انتهای بردار A_2 به موازات بردار A_1 خط‌چین ترسیم می‌شود (شکل ۱۷).



بردار برآیند A از ابتدای بردارهای A_1 , A_2 به محل تقاطع دو خط چین ترسیم می‌شود (شکل ۱۸). مقدار برآیند از رابطه زیر به دست می‌آید.

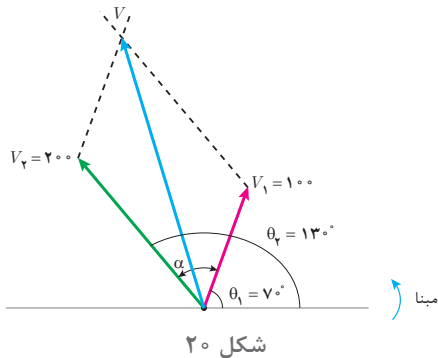
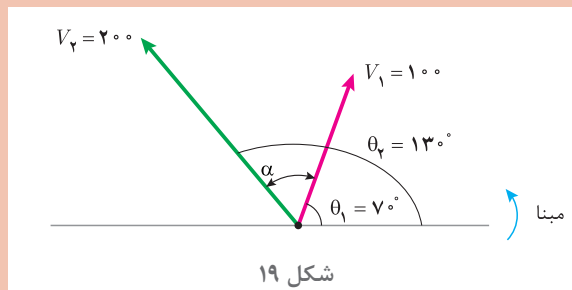
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \alpha}$$

که در این رابطه
 A مقدار بردار برآیند دو بردار
 A_1 مقدار بردار اول
 A_2 مقدار بردار دوم
 α زاویه بین بردار A_1 با A_2 است.

مثال



برآیند دو بردار ولتاژ $V_1 = 100 \angle +7^\circ$ و $V_2 = 200 \angle +13^\circ$ را به روش هندسی به دست آورید (شکل ۱۹).



حل:

بردارهای V_1 و V_2 ترسیم می‌شود.
 V برآیند بردارهای V_1 و V_2 ترسیم می‌شود (شکل ۲۰).

زاویه بین دو بردار V_1 و V_2 محاسبه می‌شود.

V برآیند بین دو بردار V_1 و V_2 محاسبه می‌شود.

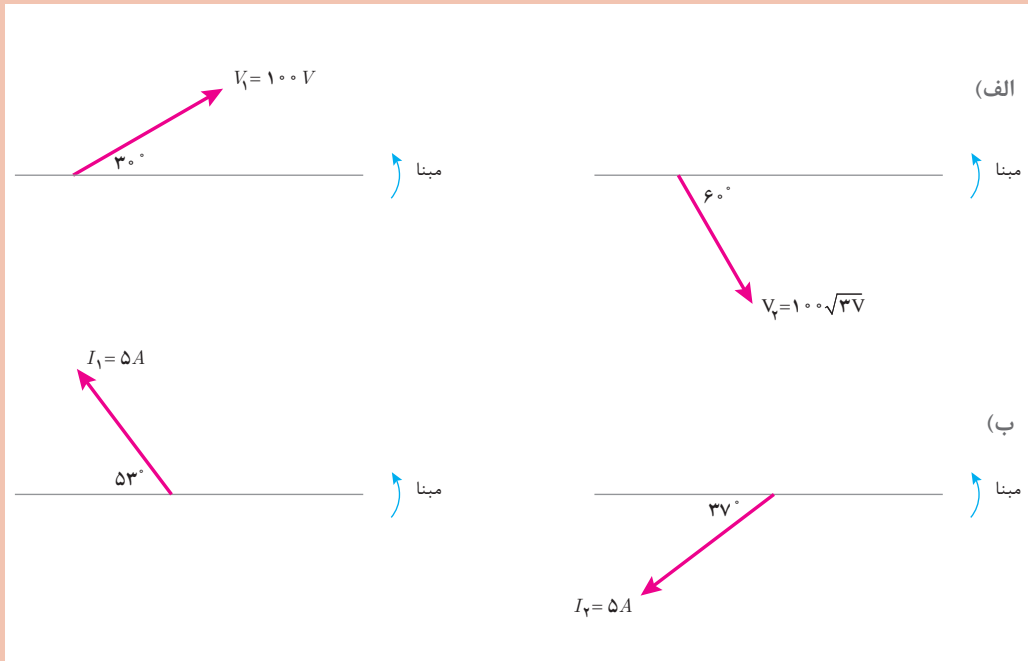
$$\alpha = \theta_2 - \theta_1 = 13^\circ - 7^\circ = 6^\circ$$

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \alpha}$$

$$V = \sqrt{100^2 + 200^2 + 2(100)(200) \cos 6^\circ} = 264.57 [V]$$



۱- برآیند بردارها را در هر قسمت به روش تحلیلی محاسبه کنید و آن را به فرم قطبی بنویسید.

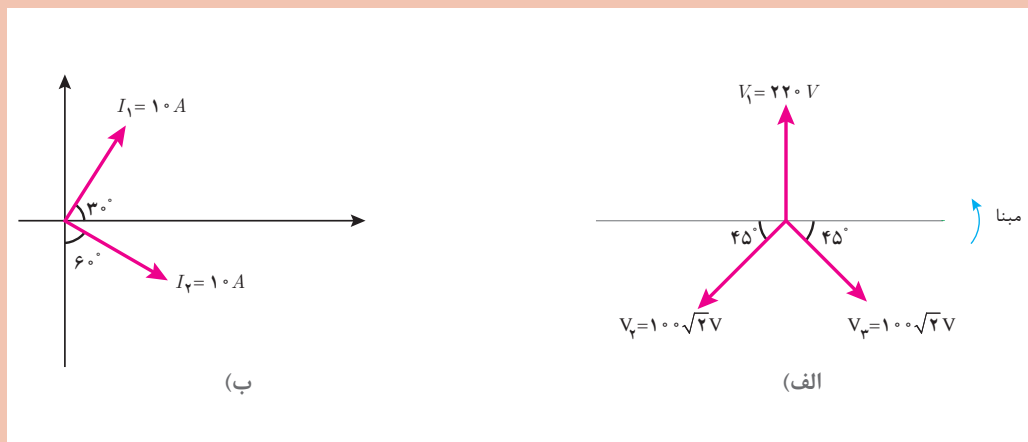


۲- بردارهای ولتاژ و جریان داده شده زیر را رسم کنید سپس برآیند آنها را به روش تحلیلی بیابید.

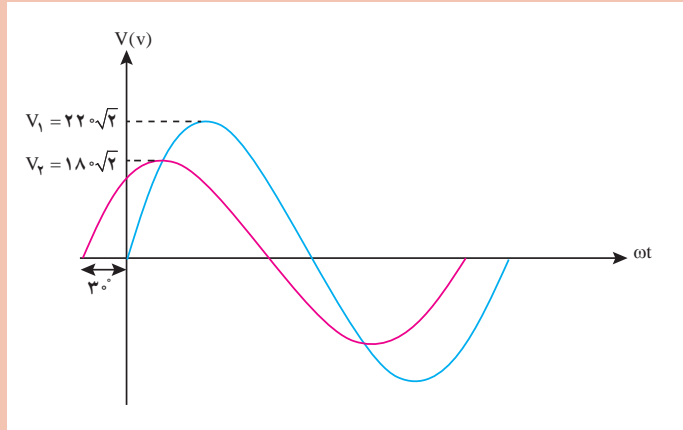
(الف) $V_1 = 100 \angle 0^\circ$ و $V_2 = 100 \angle +120^\circ$ و $V_3 = 100 \angle -120^\circ$

(ب) $I_1 = 5 \angle +45^\circ$ و $I_2 = 5 \angle +135^\circ$ و $I_3 = 5 \angle -90^\circ$

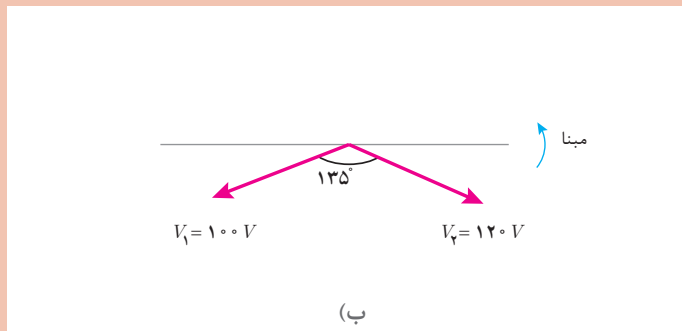
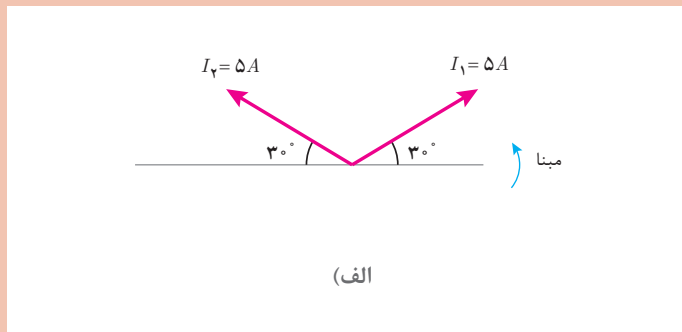
۳- در هر یک از شکل‌های زیر برآیند بردارها را به روش تحلیلی محاسبه کنید.



۴- شکل موج سینوسی دو ولتاژ متناوب به صورت زیر است، فرم قطبی هر کدام را بنویسید سپس برآیند آنها را محاسبه کنید.



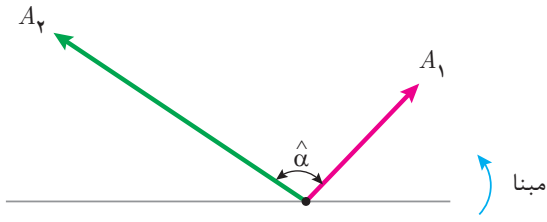
۵- برآیند بردارهای زیر را به روش هندسی محاسبه نمایید.



۶- برآیند دو بردار $I_1 = 4A$ و $I_2 = 3A$ برابر $I = 5A$ می‌باشد. زاویه بین دو بردار I_1 و I_2 چند درجه است؟

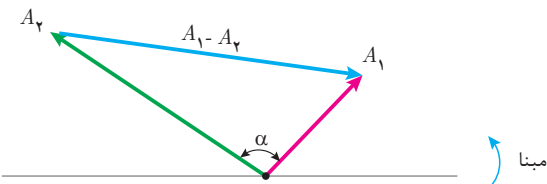
۷- برآیند دو بردار $V_1 = 200 \angle 30^\circ$ و $V_2 = 200\sqrt{3}V$ برابر $V = 400V$ می‌باشد. زاویه بین دو بردار V_1 و V_2 را به دست آورید. V_2 را به فرم قطبی بنویسید. بردار V_2 چند حالت خواهد داشت؟

۱-۴- تفاضل دو بردار



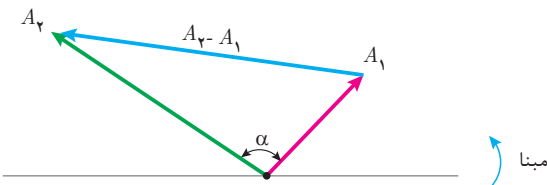
شکل ۲۱

تفاضل دو بردار در تحلیل مدارهای الکتریکی برای تفریق کمیت‌های الکتریکی هم واحد مانند جریان، ولتاژ و توان ... به کار می‌رود. عملیات تفریق بین دو بردار از روش هندسی انجام می‌گیرد. دو بردار A_1, A_2 که با یکدیگر زاویه α می‌سازند در نظر است (شکل ۲۱)



شکل ۲۲

تفاضل بردارهای $\vec{A}_1 - \vec{A}_2$ از انتهای بردار A_2 به انتهای بردار A_1 ترسیم می‌شوند. (شکل ۲۲)



شکل ۲۳

و تفاضل بردارهای $\vec{A}_2 - \vec{A}_1$ از انتهای بردار A_1 به انتهای بردار A_2 ترسیم می‌شود (شکل ۲۳).

تفاضل بردارهای $\vec{A}_2 - \vec{A}_1$ و یا $\vec{A}_1 - \vec{A}_2$ را با A' نشان می‌دهند و مقدار A' از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \alpha}$$

که در این رابطه:

A' مقدار تفاضل دو بردار

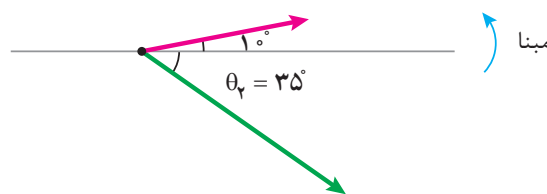
A_1 مقدار بردار اول

A_2 مقدار بردار دوم

α زاویه بین بردار A_2, A_1 می‌باشد.

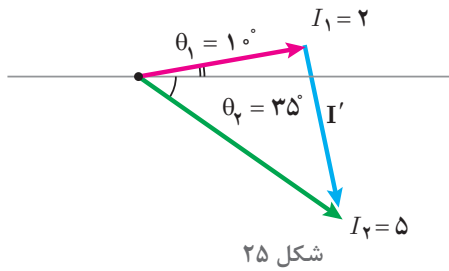
تفاضل دو بردار جریان $I_1 = 2 \angle 10^\circ$ و $I_2 = 5 \angle -35^\circ$ به روش هندسی را به دست آورید و $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$ را رسم کنید.

مثال



شکل ۲۴

حل: بردارهای I_1, I_2 ترسیم می‌شود (شکل ۲۴).



شکل ۲۵

تفاضل بردارهای $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$ ترسیم می‌شود مینا (شکل ۲۵).

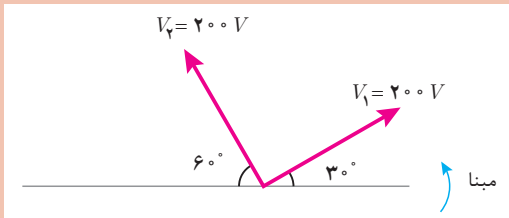
زاویه بین دو بردار I_1, I_2 محاسبه می‌شود.

$$\alpha = \theta_1 - \theta_2 = 10 + 35 = 45^\circ$$

I' تفاضل بین دو بردار I_1, I_2 محاسبه می‌شود.

$$I' = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2 \cos \alpha}$$

$$I' = \sqrt{2^2 + 5^2 - 2(2)(5) \cos 45^\circ} = 3.86 [A]$$



۱- در شکل روبه‌رو اندازه بردار $\vec{V}_1 - \vec{V}_2$ را محاسبه کنید و بردار آن را رسم کنید.

۲- درستی یا نادرستی هر قسمت را مشخص کنید (I_1 و I_2 بردارهای جریان هستند).

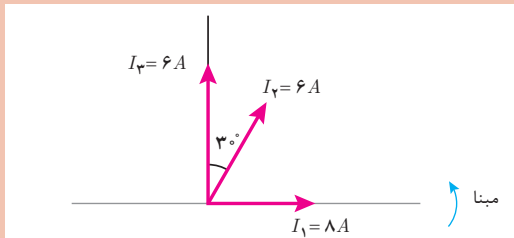
غلط صحیح

الف) اندازه $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$ و $\vec{I}_2 - \vec{I}_1$ با هم برابر است.

ب) بردار $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$ و $\vec{I}_2 - \vec{I}_1$ هم جهت هستند.

ج) اندازه بردار $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$ حتماً از I_1 و I_2 کمتر است.

د) با افزایش زاویه بین دو بردار I_1 و I_2 اندازه $I_1 - I_2$ کاهش می‌یابد.



۳- با توجه به شکل روبه‌رو مطلوب است:

الف) $\vec{I}_2 - \vec{I}_3$

ب) $\vec{I}_3 - \vec{I}_1$

ج) $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$

۴- ولتاژهای متناوب $v_1(t) = 200\sqrt{2} \sin(1000t)$ و $v_2(t) = 150\sqrt{2} \sin(1000t - \frac{\pi}{6})$ مفروض است مطلوب است:

الف) بردارهای ولتاژ را رسم کنید.

ب) اندازه تفاضل آنها را بیابید.

ج) تفاضل $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$ را رسم کنید.

تمرین



۵- برآیند دو بردار جریان $I_1 = 3A$ و $I_2 = 4A$ برابر $5A$ می‌باشد. تفاضل آنها را به دست آورید.

۶- در هر حالت مورد خواسته شده را به دست آورید.

(الف) $I_1 = 4 \angle 0^\circ$ و $I_2 = 4 \angle 120^\circ$, $I' = ?$

(ب) $\alpha = 60^\circ$, $I' = 6$, $I_2 = ?$ و $I_1 = 6A$ (زاویه بین دو بردار I_1 و I_2)

(ج) $\alpha = ?$, $I' = 5\sqrt{3}$, $I_2 = 5A$ و $I_1 = 5A$

(د) $\frac{I'}{I} = ?$, $\alpha = 60^\circ$ و $I_1 = I_2$

۷- برآیند دو بردار $I_1 = 8 \angle 0^\circ$ و I_2 برابر $I = 6 \angle 90^\circ$ می‌باشد. مطلوب است محاسبه مقدار I_2 و زاویه بین دو بردار I_1 و I_2 .

۱-۱ توان الکتریکی در جریان متناوب

توان الکتریکی در جریان متناوب از حاصل ضرب بردار ولتاژ $V \angle \theta_v$ در بردار جریان $I \angle \theta_i$ به دست می‌آید و به سه شکل توان مؤثر و غیرمؤثر و ظاهری قابل اندازه‌گیری و محاسبه می‌باشند.

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان به کار الکتریکی تبدیل می‌شود را «توان مؤثر» گویند و واحد آن وات است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = V_e I_e \cos \phi$$

در این رابطه:

P توان مؤثر [W]

V_e توان مؤثر [V]

I_e توان مؤثر [A]

ϕ زاویه بین فاز ولتاژ با فاز جریان است.

ϕ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\phi = \theta_v - \theta_i$$

توان مؤثر با یک بردار افقی در جهت مثبت محور xها

نشان داده می‌شود (شکل ۲۶).

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان ذخیره می‌شود و کار الکتریکی انجام نمی‌دهد را «توان غیر مؤثر» گویند و واحد آن ولت آمپر راکتیو است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = V_e I_e \sin \phi$$

در این رابطه

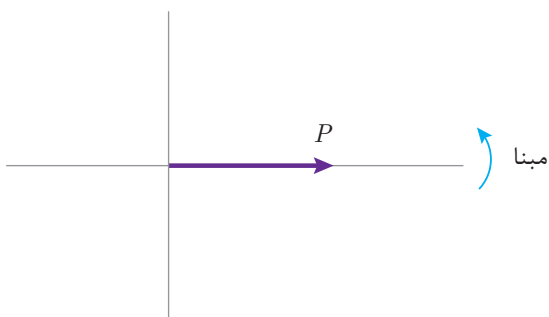
Q توان غیر مؤثر [VAR]

V_e ولتاژ مؤثر [V]

I_e جریان مؤثر [A]

ϕ زاویه بین فاز ولتاژ با فاز جریان است.

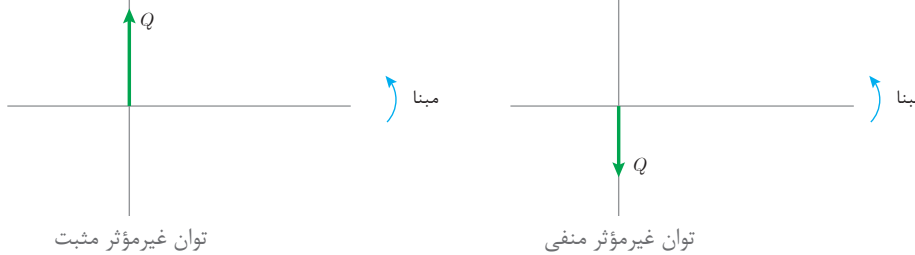
شکل ۲۶



φ از رابطه زیر به دست می‌آید:

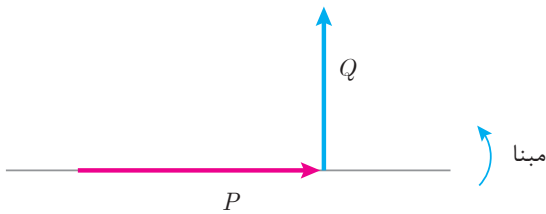
$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

در مدارهای پس فاز، زاویه اختلاف فاز φ مقداری مثبت است لذا علامت Q مثبت خواهد شد اما در مدارهای پیش فاز، زاویه اختلاف فاز φ مقداری منفی است لذا علامت Q منفی خواهد شد. توان غیرمؤثر با یک بردار عمودی نشان داده می‌شود. اگر علامت Q مثبت باشد بردار توان غیرمؤثر در جهت مثبت محور y ها و اگر علامت Q منفی باشد بردار توان غیرمؤثر در جهت منفی محور y ها نشان داده می‌شود (شکل ۲۷).



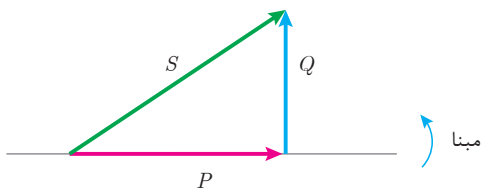
شکل ۲۷

در مدارهای پس فاز بردار توان مؤثر P به صورت افقی در جهت مثبت محور x ها و بردار توان غیرمؤثر Q عمودی در جهت مثبت محور y ها ترسیم می‌شود (شکل ۲۸).



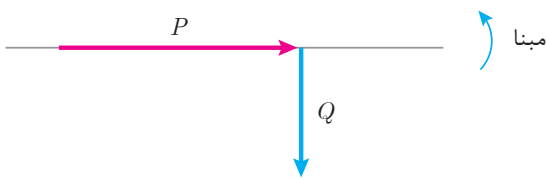
شکل ۲۸

توان ظاهری برآیند بردار P و Q می‌باشد. برای ترسیم برآیند بردارهای P و Q کافی است از ابتدای بردار P به انتهای بردار Q وصل شود تا مثلث قائم‌الزاویه شکل گیرد. این مثلث، مثلث توان پس فاز نامیده می‌شود که وتر آن بردار توان ظاهری است (شکل ۲۹).



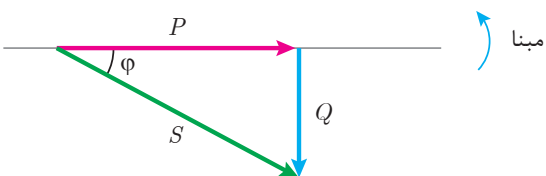
شکل ۲۹

در مدارهای پیش فاز بردار توان P به صورت افقی در جهت مثبت محور x ها و بردار توان غیرمؤثر Q عمودی در جهت منفی محور y ها ترسیم می‌شود (شکل ۳۰).



شکل ۳۰

توان ظاهری برآیند بردار P و Q می‌باشد. با ترسیم برآیند بردارهای P و Q مثلث توان پیش فاز شکل می‌گیرد. (شکل ۳۱)



شکل ۳۱

در مثلث توان زاویه بردار توان ظاهری همان φ می‌باشد. فرم قطبی بردار توان ظاهری به صورت $S \angle \varphi$ است. در مثلث توان نسبت‌های مثلثاتی زیر را می‌توان نوشت:

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{P}{S}$$

$$\sin \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{Q}{S}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{Q}{P}$$

که در این روابط:

$\cos \varphi$ ضریب توان مؤثر

$\sin \varphi$ ضریب توان غیرمؤثر

$\tan \varphi$ ضریب کیفیت می‌باشد.

در مثلث توان مقدار بردار توان ظاهری از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

اگر در رابطه توان ظاهری $V_e I_e \cos \varphi$ به جای P و $V_e I_e \sin \varphi$ به جای Q جای‌گذاری شود

می‌توان نوشت:

$$S = \sqrt{(V_e I_e \cos \varphi)^2 + (V_e I_e \sin \varphi)^2}$$

با به توان رساندن می‌توان نوشت:

$$S = \sqrt{V_e^2 I_e^2 \cos^2 \varphi + V_e^2 I_e^2 \sin^2 \varphi}$$

فاکتورگیری از $V_e^2 I_e^2$:

$$S = \sqrt{V_e^2 I_e^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)}$$

از اتحاد مثلثاتی $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$ استفاده می‌شود:

$$S = \sqrt{V_e^2 I_e^2}$$

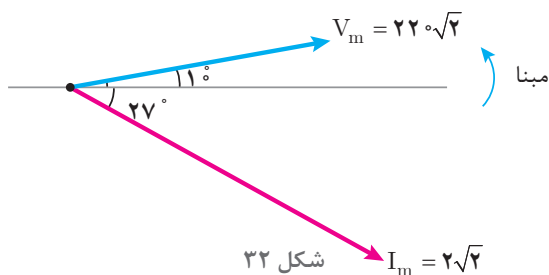
$$S = V_e I_e$$

این رابطه نشان می‌دهد مقدار توان ظاهری از حاصل ضرب ولتاژ مؤثر در جریان مؤثر قابل محاسبه است.

مثال



معادلات زمانی ولتاژ و جریان یک مدار الکتریکی به صورت $v(t) = 220\sqrt{2} \sin(100\pi t + 10^\circ)$ و $i(t) = 2\sqrt{2} \sin(100\pi t - 27^\circ)$ می‌باشد. توان‌های مدار را محاسبه کنید و مثلث توان آن را رسم نمایید.



حل: بردارهای ولتاژ و جریان ترسیم می‌شود (شکل ۳۲):

شکل ۳۲ $I_m = 2\sqrt{2}$

مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان محاسبه می‌شود:

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 220 \text{ [V]}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 \text{ [A]}$$

$$\varphi = \theta_v - \theta_i = 10^\circ - (-27^\circ) = +37^\circ$$

زاویه اختلاف فاز محاسبه می‌شود:

زاویه φ مثبت شده است و نشان می‌دهد مدار پس فاز می‌باشد که این موضوع در شکل نیز مشخص می‌باشد. توان مؤثر محاسبه می‌شود:

$$P = V_e I_e \cos \varphi = 220 \times 2 \times \cos 37^\circ = 352 \text{ [w]}$$

توان غیر مؤثر محاسبه می‌شود:

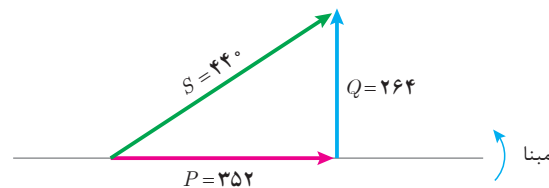
$$Q = V_e I_e \sin \varphi = 220 \times 2 \times \sin 37^\circ = +264 \text{ [VAR]}$$

چون φ مثبت است مدار پس فاز است لذا Q مثبت در نظر گرفته می‌شود.

توان ظاهری محاسبه می‌شود.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{352^2 + 264^2} = 440 \text{ [VA]}$$

مثلث توان ترسیم می‌شود (شکل ۳۳).



شکل ۳۳

یک مصرف کننده الکتریکی پیش فاز با توان مؤثر 60 w و توان ظاهری 100 VA با ولتاژ $V = 220\sqrt{2} \angle 0^\circ$

در نظر است

مطلوب است:

(الف) توان غیرمؤثر

(ب) جریان مصرف کننده

(ج) رسم بردارهای جریان و ولتاژ

مثال

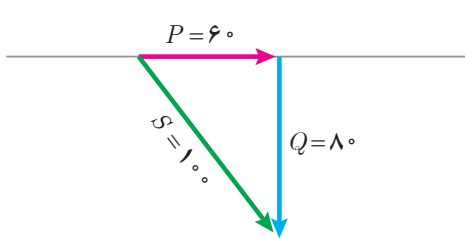


حل:

الف) از رابطه توان ظاهری، توان غیرمؤثر محاسبه می‌شود:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80 [\text{VAR}]$$



شکل ۳۴

چون مصرف کننده از نوع پیش فاز است توان غیرمؤثر مینا منفی در نظر گرفته می‌شود یعنی $Q = -80$ و مثلث توان ترسیم خواهد شد (شکل ۳۴).

از رابطه توان ظاهری مقدار جریان مؤثر محاسبه می‌شود:

$$S = V_e I_e$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 220 [\text{V}]$$

$$I_e = \frac{S}{V_e} = \frac{100}{220} = 0,45 [\text{A}]$$

$$I_m = I_e \sqrt{2} = 0,63 [\text{A}]$$

از مثلث توان $\cos \varphi$ محاسبه می‌شود.

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{60}{100} = 0,6$$

$$\cos^{-1}(0,6) = 53^\circ$$

مصرف کننده پیش فاز است و علامت φ منفی خواهد شد:

$$\varphi = -53^\circ$$

از رابطه زاویه اختلاف فاز φ مقدار θ_i محاسبه می‌شود:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

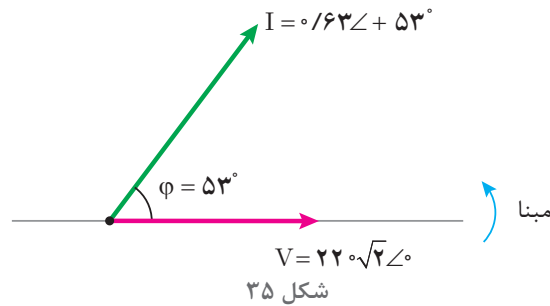
$$-53 = 0 - \theta_i$$

$$\theta_i = +53^\circ$$

فرم قطبی بردار جریان و ولتاژ مطابق شکل ۳۵ خواهد شد:

$$V = 220 \sqrt{2} \angle 0$$

$$I = 0,63 \angle 53$$



۶-۱- توان ظاهری بار شبکه الکتریکی

توان ظاهری بار شبکه الکتریکی شامل چندین مصرف کننده، از برآیند مجموع توان های مؤثر و غیرمؤثر هر مصرف کننده به دست می آید. برای این منظور با تحلیل هر مصرف کننده توان مؤثر و غیرمؤثر محاسبه می شود سپس توان های مؤثر مصرف کننده با یکدیگر جمع می شوند تا «توان مؤثر شبکه P» به دست آید:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n \text{ [W]}$$

P توان مؤثر بار شبکه

P_1 توان مؤثر مصرف کننده اول

P_2 توان مؤثر مصرف کننده دوم

P_n توان مؤثر مصرف کننده nام

همچنین توان های غیرمؤثر مصرف کننده با توجه به پس فاز یا پیش فاز بودن و با رعایت علامت جبری با یکدیگر جمع می شوند تا «توان غیرمؤثر بار شبکه Q» به دست آید:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \text{ [VAR]}$$

Q توان غیرمؤثر شبکه

Q_1 توان غیرمؤثر مصرف کننده اول

Q_2 توان غیرمؤثر مصرف کننده دوم

Q_n توان غیرمؤثر مصرف کننده nام

با توجه به مقادیر P و Q و رعایت علامت جبری Q که ناشی از پس فاز یا پیش فاز بودن شبکه است بردارهای P و Q و برآیند آنها S ترسیم می شود تا مثلث توان به دست آید و از رابطه فیثاغورث مقدار توان ظاهری بار شبکه S و از نسبت های مثلثاتی ضریب توان مؤثر بار شبکه محاسبه می شود.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

شبکه الکتریکی شامل دو مصرف کننده با مشخصات زیر در نظر است:

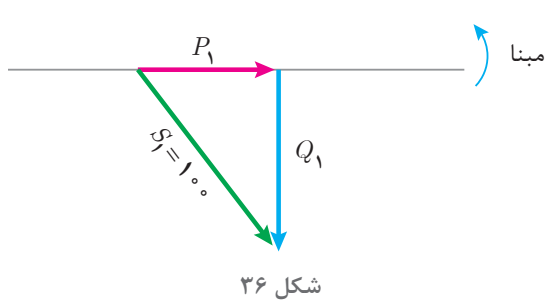
پیش فاز، $\cos \varphi_1 = 0.6$ ، 100 [VA] مصرف کننده اول

پس فاز، $\cos \varphi_2 = 0.8$ ، 200 [VA] مصرف کننده دوم

توان ظاهری کل و ضریب توان مؤثر بار شبکه را به دست آورید.

مثال





شکل ۳۶

حل: مصرف کننده اول پیش فاز است. توان غیر مؤثر منفی در نظر گرفته می شود و مثلث توان مطابق شکل ۳۶ ترسیم خواهد شد:

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} \rightarrow P_1 = S_1 \cos \varphi_1$$

$$P_1 = 100 \times 0.6 = 60 \text{ [w]}$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{Q_1}{S_1} \rightarrow Q_1 = S_1 \sin \varphi_1$$

$$Q_1 = 100 \times 0.8 = 80 \text{ [VAR]}$$

چون مصرف کننده اول از نوع پیش فاز است لذا $Q = -80$ خواهد شد.

مصرف کننده دوم پس فاز است توان غیر مؤثر مثبت در

نظر گرفته می شود و مثلث توان ترسیم خواهد شد (شکل ۳۷).

$$\cos \varphi_2 = \frac{P_2}{S_2} \rightarrow P_2 = S_2 \cos \varphi_2$$

$$P_2 = 200 \times 0.8 = 160 \text{ [w]}$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{Q_2}{S_2} \rightarrow Q_2 = S_2 \sin \varphi_2$$

$$Q_2 = 200 \times 0.6 = +120 \text{ [VAR]}$$

توان مؤثر بار شبکه از مجموع توان مؤثر مصرف کننده های اول و دوم به دست می آید.

$$P = P_1 + P_2$$

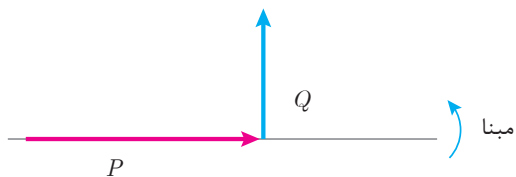
$$P = 60 + 160 = 220 \text{ [w]}$$

توان غیر مؤثر بار شبکه از مجموع توان غیر مؤثر مصرف کننده های اول و دوم با رعایت علامت جبری به دست می آید.

$$Q = Q_1 + Q_2$$

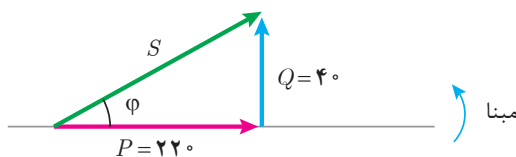
$$Q = (-80) + (+120) = +40 \text{ [VAR]}$$

بردارهای P و Q ترسیم می شود (شکل ۳۸).



شکل ۳۸

بردار توان ظاهری برآیند بردارهای P و Q ترسیم می شود (شکل ۳۹).



شکل ۳۹

از رابطه فیثاغورث مقدار توان ظاهری S به دست می آید:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S = \sqrt{(220)^2 + (40)^2} = 223.6 \text{ [VA]}$$

ضریب توان مؤثر شبکه از نسبت مثلثاتی کسینوس به دست می آید.

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{220}{223.6} = 0.98$$

$$\cos^{-1}(0.98) = 11.48^\circ$$

توان غیرمؤثر بار شبکه مثبت شده است. لذا بار شبکه پس فاز می باشد و علامت φ مثبت خواهد شد:

$$\varphi = 11.48^\circ$$

فرم قطبی بردارهای توان بار شبکه خواهد شد.

$$S = 223.6 \angle 11.48^\circ$$

$$P = 220 \angle 0^\circ$$

$$Q = 40 \angle 90^\circ$$

تمرین



۱- در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

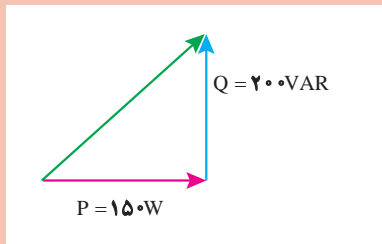
(الف) توان ظاهری را می توان از حاصل ضرب ولتاژ مؤثر در به دست آورد.

(ب) در مثلث توان ضلع مقابل به ضلع مجاور ضریب نام دارد.

(ج) در مدارهای پیش فاز بردار توان غیرمؤثر در راستای محور و در جهت ترسیم می شود.

(د) توانی که انرژی الکتریکی را تبدیل می کند نام دارد و واحد آن است.

۲- در یک مصرف کننده الکتریکی $P = 800 \text{ [W]}$ و $Q = +800 \text{ [VAR]}$ می باشد، توان ظاهری را به صورت قطبی به دست آورید.



۳- مثلث توان یک مصرف کننده الکتریکی به صورت زیر است، مطلوب است:

(الف) نوع مصرف کننده

(ب) توان ظاهری

(ج) ضریب توان مؤثر

۴- معادلات زمانی جریان و ولتاژ یک مدار الکتریکی به صورت

$$v(t) = 110\sqrt{2} \sin(50\pi t - 27^\circ) \text{ و } i(t) = 2\sqrt{2} \sin(50\pi t + 10^\circ) \text{ می باشد.}$$

توان های مدار را به دست آورید و مثلث توان آن را رسم کنید.

۵- یک مصرف کننده الکتریکی پس فاز با توان غیرمؤثر 800 [VAR] و توان ظاهری 1000 [VA] با

جریان $\vec{I} = 100 \angle 0^\circ$ را در نظر بگیرید، مطلوب است:

الف) ولتاژ مصرف کننده به فرم قطبی

ب) رسم مثلث توان

ج) توان مؤثر

د) ضریب توان مؤثر

۶- یک شبکه الکتریکی دو مصرف کننده با مشخصات زیر را تغذیه می کند.

پس فاز ۱: $P_1 = 400 \text{ [w]}$, $Q_1 = 300 \text{ [VAR]}$ مصرف کننده ۱

پیش فاز ۲: $P_2 = 400 \text{ [w]}$, $Q_2 = 900 \text{ [VAR]}$ مصرف کننده ۲

الف) مثلث توان هر مصرف کننده

ب) مثلث توان شبکه

ج) توان ظاهری شبکه

د) ضریب توان مؤثر شبکه

۷- توان مؤثر و ضریب توان مؤثر شبکه $P = 3 \text{ [kw]}$ و $\cos \phi = 0.6$ پس فاز می باشد با ورود مصرف کننده ای

با توان مؤثر $P = 2 \text{ [kw]}$ ضریب توان شبکه $\cos \phi = 0.8$ پس فاز می شود. نوع مصرف کننده و توان های آن

را به دست آورید.

۷-۱- مدار الکتریکی RL سری

مدارهای الکتریکی جریان متناوب تک فاز برای معادل سازی سیم پیچی موتورهای الکتریکی، ترانسفورماتورها و سایر تجهیزات الکتریکی به کار می رود. معادل سازی سیم پیچ با عناصر الکتریکی نظیر مقاومت الکتریکی اهمی R ، ضریب خودالقایی سلف L و ظرفیت C انجام می شود.

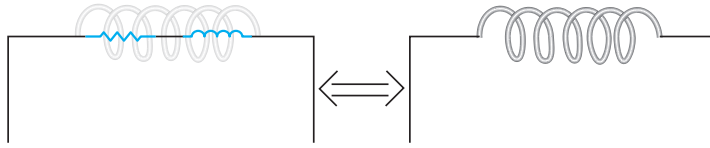
کمیت های الکتریکی نظیر شدت جریان، ولتاژ و توان الکتریکی در موتور الکتریکی، ترانسفورماتور و سایر تجهیزات الکتریکی با نصب آمپر متر، ولت متر و وات متر قابل اندازه گیری می باشند. حال آنکه به کمک روابط ریاضی و قوانین فیزیک الکتریسیته و مغناطیس و با تحلیل مدار الکتریکی معادل آنها می توان کمیت های الکتریکی را محاسبه نمود.

مدار الکتریکی RL سری برای معادل سازی سیم پیچ به کار می رود. سیم پیچ ها جزء اصلی وسایل الکتریکی مانند موتورها یا ترانسفورماتورها می باشند.

سیم پیچ علاوه بر ضریب خودالقایی L ، مقاومت الکتریکی اهمی R نیز دارد. مقاومت الکتریکی اهمی ناشی از جنس، طول و سطح مقطع هادی سیم پیچ است و ضریب خودالقایی ناشی از نیروی محرکه القایی می باشد که در اثر تغییرات جریان به وجود می آید.

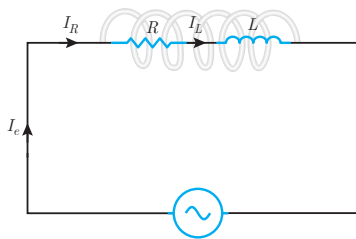
مدار الکتریکی که از معادل سازی سیم پیچ به دست می آید شامل اتصال سری یک مقاومت الکتریکی اهمی R

و سلف با ضریب خودالقایی L می‌باشد و آن را مدار الکتریکی RL سری می‌نامند (شکل ۴۰).



شکل ۴۰

مدار الکتریکی RL سری متصل به منبع ولتاژ متناوب به منظور محاسبه کمیت‌های الکتریکی در شکل ۴۱ نشان داده شده است.



شکل ۴۱

با اتصال مدار الکتریکی RL سری به منبع متناوب در مدار جریان I_e جاری می‌شود. با توجه به شکل ۴۱ جریان I_e از مقاومت الکتریکی اهمی R و سلف با ضریب خودالقایی L عبور می‌کند. لذا جریان منبع I_e با جریان مقاومت اهمی I_R و جریان سلف I_L برابر می‌باشد که از ویژگی‌های مدارهای سری است و می‌توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L$$

جریان الکتریکی متناوب I_e از مقاومت الکتریکی اهمی R عبور می‌کند و در آن افت ولتاژ ایجاد می‌نماید و با عبور از سلف با ضریب خودالقایی L نیروی محرکه خودالقایی به وجود می‌آورد. نیروی محرکه خودالقایی سلف با جاری شدن جریان I_e مخالفت می‌کند. مخالفت سلف در مقابل عبور جریان الکتریکی متناوب I_e ناشی از اثر خودالقایی را «مقاومت القایی» گویند. مقاومت القایی را با X_L نشان می‌دهند و واحد آن اهم است. مقدار مقاومت القایی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$X_L = \omega \cdot L$$

در این رابطه:

X_L مقاومت القایی $[\Omega]$

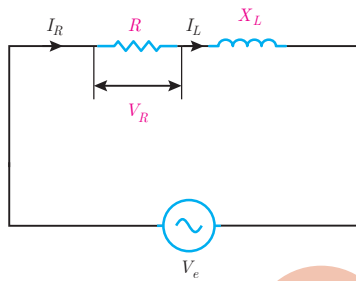
$$\omega = 2\pi f \text{ سرعت زاویه‌ای } \left[\frac{\text{Rad}}{\text{s}} \right]$$

L ضریب خودالقایی سلف $[\text{H}]$ است.

مثال



جریان الکتریکی متناوب با معادله زمانی $i(t) = 5\sqrt{2} \sin(1000t)$ از یک سلف با ضریب خودالقایی 0.05 هانری عبور می‌کند، مقاومت القایی سلف چند اهم است؟



شکل ۴۲



حل: از رابطه مقاومت القایی می توان نوشت:

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$X_L = 1000 \times 0.05 = 50 \text{ } [\Omega]$$

در مدارهای RL سری با عبور جریان I_R از مقاومت الکتریکی R در آن افت ولتاژ V_R ایجاد می شود که بنا بر قانون اهم با توجه به شکل ۴۲ به دست می آید:

جریان \times مقاومت = ولتاژ

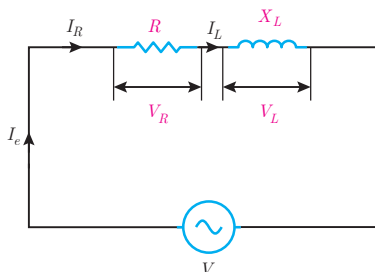
$$V_R = R \cdot I_R$$

چون در مدار RL سری $I_R = I_e$ است. پس در این رابطه:

$$V_R = R \cdot I_e$$

V_R ولتاژ مقاومت الکتریکی اهمی [V]

I_e جریان منبع [A] است.



شکل ۴۳



همچنین در مدار RL سری با عبور جریان I_L از سلف با ضریب خودالقایی L و پدید آمدن مقاومت القایی X_L در آن نیروی محرکه خودالقایی V_L ایجاد می شود که بنا بر قانون اهم با توجه به شکل ۴۳ به دست می آید:

جریان \times مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L \cdot I_L$$

چون در مدار RL سری $I_L = I_e$ است. پس در این رابطه:

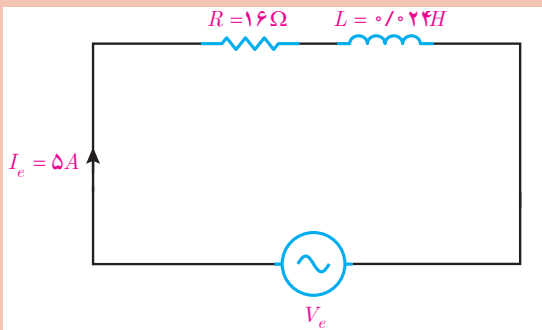
$$V_L = X_L \cdot I_e$$

در این رابطه:

V_L ولتاژ دو سر سلف [V]

I_e جریان منبع [A]

X_L مقاومت القایی سلف [Ω] است.



شکل ۴۴

ولتاژ متناوب $v(t) = 100\sqrt{2} \sin(500t + 37^\circ)$

به یک سیم پیچ با مدار معادل شکل ۴۴ وصل شده است. مطلوب است:

الف) ولتاژ دو سر مقاومت الکتریکی اهمی

ب) ولتاژ دو سر سلف

مثال



حل: با توجه به ویژگی مدار سری می‌توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L = 5 \text{ [A]}$$

الف) ولتاژ دو سر مقاومت، V_R بنا بر قانون اهم به صورت زیر خواهد بود:

جریان \times مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R \cdot I_R$$

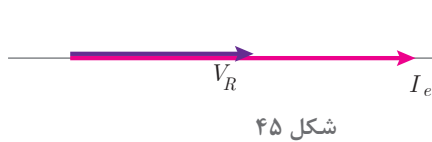
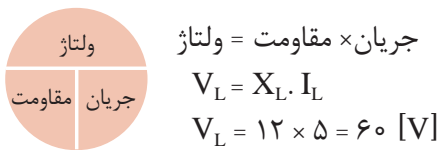
$$V_R = 16 \times 5 = 80 \text{ [V]}$$

ب) مقاومت القایی سلف برابر است با:

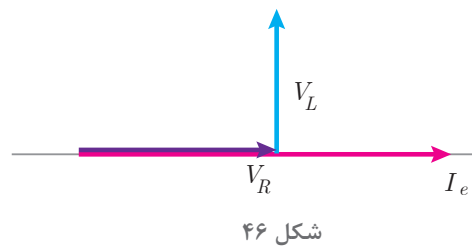
$$X_L = \omega \cdot L$$

$$X_L = 500 \times 0.024 = 12 \text{ [\Omega]}$$

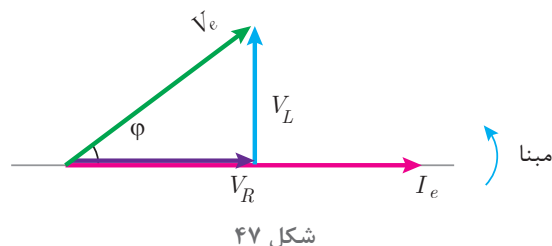
ولتاژ دو سر سلف، V_L بنا بر قانون اهم خواهد بود:



مبنا افت ولتاژ دو سر مقاومت V_R با جریان عبوری از مقاومت I_e هم‌فاز است. با فرض اینکه $\theta_i = 0^\circ$ در نظر گرفته شود. بردارهای I_e و V_R مطابق شکل ۴۵ می‌باشد:



مبنا نیروی محرکه خودالقایی سلف V_L از جریان عبوری سلف I_e به اندازه 90° جلوتر است. با فرض اینکه $\theta_i = 0^\circ$ در نظر گرفته شود بردارهای I_e, V_R, V_L مطابق شکل ۴۶ می‌باشد.



ولتاژ منبع V_e از برآیند V_R و V_L به دست می‌آید (شکل ۴۷).

شکل ۴۷ دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار الکتریکی RL سری را نشان می‌دهد.

نمایش بردارهای جریان و ولتاژ مدارهای الکتریکی را «دیاگرام برداری» گویند.

شکل ۴۷ نشان می‌دهد در مدار الکتریکی RL سری جریان منبع I_e از ولتاژ منبع به اندازه ϕ عقب‌تر است.

لذا مدار الکتریکی RL سری «مدار پس‌فاز» است.

در مدارهای پس‌فاز جریان منبع I_e از ولتاژ منبع V_e به اندازه ϕ درجه عقب‌تر است. بر حسب مقدار R و

X_L مقدار $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ می باشد.

بردارهای V_R و V_L و V_e شکل ۴۷ تشکیل مثلث قائم الزاویه داده اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به دست می آید:

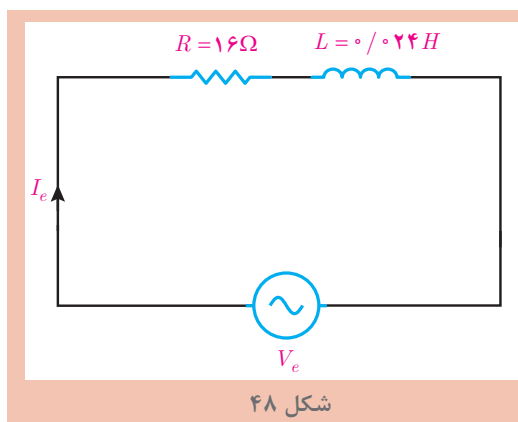
$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

و نسبت های مثلثاتی برابر است با:

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e} \quad \text{ضریب توان مؤثر}$$

$$\sin \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_L}{V_e} \quad \text{ضریب توان غیر مؤثر}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{V_L}{V_R} \quad \text{ضریب کیفیت}$$



مدار معادل الکتریکی سیم پیچ یک وسیله الکتریکی مطابق شکل ۴۸ در اتصال به ولتاژ متناوب به صورت $i(t) = 5\sqrt{2} \sin(50\pi t)$ می باشد؛ مطلوب است:

الف) محاسبه V_L و V_R

ب) محاسبه V_e

ج) فرم قطبی V_e

د) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار

مثال



شکل ۴۸

حل: از معادله جریان مقدار مؤثر به دست می آید:

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \rightarrow I_e = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5 \text{ [A]}$$

از ویژگی های مدار سری می توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L = 5 \text{ [A]}$$

الف) بنابر قانون اهم می توان نوشت:



جریان \times مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R \cdot I_R$$

$$V_R = 16 \times 5 = 80 \text{ [V]}$$

مقاومت القایی سلف برابر است با:

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$X_L = 500 \times 0.024 = 12 \text{ [\Omega]}$$

ولتاژ سلف از قانون اهم حساب می‌شود:

$$V_L = X_L \cdot I_L$$

$$V_L = 12 \times 5 = 60 \text{ [V]}$$

ب) بنابر رابطه فیثاغورث بین V_L, V_e و V_R می‌توان نوشت:

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

$$V_e = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 \text{ [V]}$$

ج) برای نمایش بردار V_e به فرم قطبی نیاز به φ است. لذا با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی می‌توان نوشت:

$$\cos \varphi = \frac{V_R}{V_e} = \frac{80}{100} = 0.8$$

$$\cos^{-1}(0.8) = 37^\circ$$

مدار RL پس‌فاز است؛ مقدار φ مثبت می‌باشد.

با توجه به معادله زمانی جریان $\theta_i = 0$ است و از رابطه $\varphi = \theta_v - \theta_i$ مقدار θ_v محاسبه می‌شود:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

$$+37 = \theta_v - 0$$

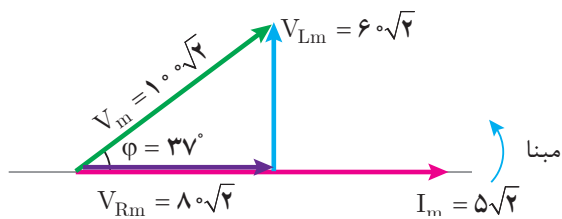
$$\theta_v = +37^\circ$$

فرم قطبی V_e به صورت زیر خواهد بود:

$$V_m = V_e \times \sqrt{2} = 100 \times \sqrt{2} = 100\sqrt{2}$$

$$V = V_m \angle \theta_m$$

$$V = 100\sqrt{2} \angle +37^\circ$$



شکل ۴۹

د) با توجه به $\theta_i = 0$ بردار I_e منطبق بر مبنا است و بردارهای V_L, V_R و V_e به صورت شکل ۴۹ ترسیم می‌شوند:

مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را «مقاومت ظاهری» گویند و آن را با Z نشان می‌دهند. مقاومت ظاهری بنابر قانون اهم از نسبت ولتاژ مؤثر منبع به جریان مؤثر به دست می‌آید.

ولتاژ، جریان، مقاومت



$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}} = \text{مقاومت}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e}$$

که در این رابطه:

Z مقاومت ظاهری مدار $[\Omega]$

V_e ولتاژ مؤثر منبع $[V]$

I_e جریان مؤثر منبع $[A]$ می باشد.

مقاومت ظاهری در مدارهای RL سری از رابطه زیر نیز به دست می آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

رابطه $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ را اثبات نمایید.

فعالیت



مقاومت ظاهری سیم پیچ یک وسیله الکتریکی با مقاومت اهمی $R = 6\Omega$ و ضریب خودالقایی $L = 8\text{mH}$ در اتصال به منبع ولتاژ متناوب با سرعت زاویه ای $\omega = 1000\text{R/S}$ چند اهم است؟

مثال



حل: مقاومت القایی سلف برابر است با:

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = 1000 \times 8 \times 10^{-3} = 8 [\Omega]$$

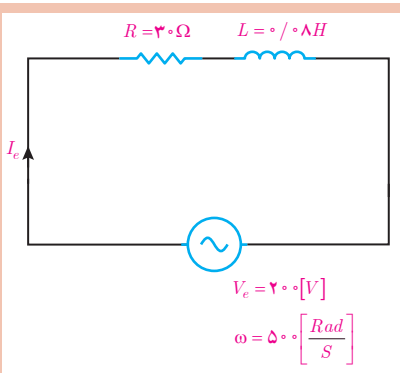
مقاومت ظاهری به دست می آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 [\Omega]$$

ثابت کنید در مدار RL سری $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ می باشد.

فعالیت



مدار الکتریکی معادل سیم پیچ در شکل ۵۰ نشان داده شده است.

مطلوب است محاسبه:

الف) مقاومت ظاهری مدار

ب) ضریب توان مؤثر مدار

ج) جریان مدار

مثال



شکل ۵۰

حل:

(الف)

- مقاومت القایی سلف به دست می آید:

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = 500 \times 0,08 = 40 [\Omega]$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 [\Omega]$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = 0,6$$

- مقاومت ظاهری برابر است با:

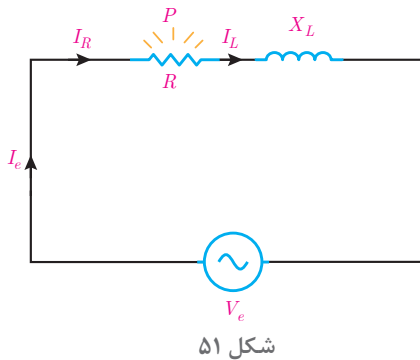
(ب) ضریب توان به دست می آید:

(ج) از قانون اهم جریان مدار به دست می آید:

ولتاژ
جریان مقاومت

$$\text{ولتاژ} = \text{مقاومت} \times \text{جریان}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{200}{50} = 4 [A]$$

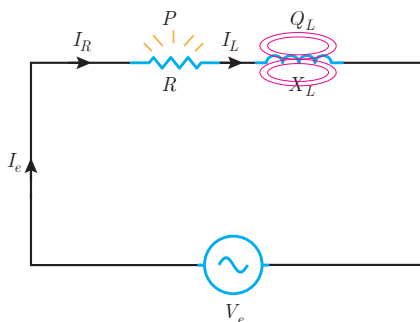


در مدار الکتریکی RL سری با عبور جریان I_R از مقاومت الکتریکی R انرژی الکتریکی به حرارت تبدیل می شود. (شکل ۵۱)

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در مقاومت الکتریکی R به حرارت تبدیل می شود را توان مؤثر می نامند. توان مؤثر مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور Xها می باشد و به روش زیر به دست می آید:

توان
مقاومت مجذور
جریان

$$\text{توان} = \text{مقاومت} \times \text{جریان مجذور}$$



چون در مدار RL سری $I_R = I_e$ است پس:

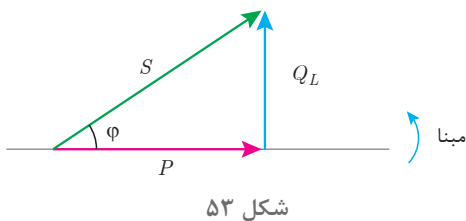
$$P = RI_e^2$$

همچنین با عبور جریان I_L از سلف با ضریب خودالقایی L انرژی الکتریکی در سلف ذخیره می شود. (شکل ۵۲)

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در سلف ذخیره می‌شود را توان «غیرمؤثر سلف» می‌نامند. توان غیرمؤثر سلف مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور I_e می‌باشد و با توجه به مقدار مقاومت القایی سلف X_L به روش زیر به دست می‌آید:

| | |
|--------------------|-----------------------------|
| توان | مجدور جریان × مقاومت = توان |
| مقاومت مجذور جریان | |

$$Q_L = X_L I_e^2$$



چون در مدار RL سری $I_L = I_e$ است پس:

$$Q_L = X_L I_e^2$$

مثلث توان RL که پس‌فاز است در شکل ۵۳ نشان داده شده است.

توان ظاهری در مثلث توان از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است.

$$S = \sqrt{P^2 + Q_L^2} \quad [\text{VA}]$$

از طرفی توان ظاهری از مقاومت ظاهری نیز قابل محاسبه است.

| | |
|--------------------|-----------------------------|
| توان | مجدور جریان × مقاومت = توان |
| مقاومت مجذور جریان | |

$$S = Z I_e^2 \quad [\text{VA}]$$

همچنان روابط زیر در محاسبه توان‌ها برقرار است:

$$P = V_e I_e \cos\phi \quad [\text{w}]$$

$$Q_L = V_e I_e \sin\phi \quad [\text{VAR}]$$

$$S = V_e I_e \quad [\text{V.A}]$$

یک سیم‌پیچ در اتصال به منبع ولتاژ متناوب به معادله $v(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 53^\circ)$ دارای جریان $i(t) = 5\sqrt{2} \sin(1000t)$ می‌شود مطلوب است محاسبه:

(الف) توان‌های مدار (ب) مقادیر L, R

مثال



حل: (الف) مقدار مؤثر ولتاژ و جریان حساب می‌شود:

از ویژگی مدار سری می‌توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L = 5 \text{ [A]}$$

$$\phi = \theta_v - \theta_i$$

$$\phi = 53^\circ - 0$$

ϕ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varphi = 53^\circ$$

توان مؤثر از رابطه زیر به دست می آید:

$$P = V_e I_e \cos \varphi$$

$$P = 100 \times 5 \times \cos 53^\circ$$

$$P = 500 \times 0.6 = 300 \quad [\text{w}]$$

توان غیرمؤثر از رابطه زیر حساب می شود:

$$Q = V_e I_e \sin \varphi$$

$$Q = 100 \times 5 \times \sin 53^\circ$$

$$Q = 500 \times 0.8 = 400 \quad [\text{VAR}]$$

توان ظاهری از رابطه فیثاغورث S,Q,P به دست می آید:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 [\text{VA}]$$

ب) مقدار R را می توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$\text{توان} = \frac{\text{مقاومت}}{\text{مجذور جریان}}$$

$$R = \frac{P}{I_R^2}$$

$$R = \frac{300}{25} = 12 [\Omega]$$

مقاومت القایی به صورت زیر حساب می شود:

$$\text{توان} = \frac{\text{مقاومت}}{\text{مجذور جریان}}$$

$$X_L = \frac{Q}{I_L^2}$$

$$X_L = \frac{400}{25} = 16 [\Omega]$$

ضریب خودالقایی، L به صورت زیر حساب می شود:

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$16 = 1000 \times L$$

$$L = \frac{16}{1000} \text{H} = 16 [\text{mH}]$$



تمرین های RL سری:

تمرین



۱- در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید:

- سیم پیچ علاوه بر مقاومت الکتریکی اهمی، نیز دارد.
- مقاومت الکتریکی اهمی سیم پیچ ناشی از طول و سطح مقطع و است.
- نیروی محرکه خود القایی سلف با مخالفت می کند.
- در RL سری نسبت $\frac{V_R}{V_e}$ را ضریب مدار می نامند.

- مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را می گویند.
- مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در سلف ذخیره می شود نام دارد.
- توان ظاهری مدار RL سری از حاصل ضرب ولتاژ مؤثر در به دست می آید.
- ۲- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید:
- سیم پیچ موتورهای الکتریکی را می توان با عناصر الکتریکی نظیر مقاومت الکتریکی اهمی R ، ضریب خود القایی سلف L معادل کرد.

صحيح غلط

- در مدار الکتریکی RL سری جریانهای I_R و I_L و I_e با هم برابر هستند.

صحيح غلط

- در مدار الکتریکی RL سری ولتاژهای V_R و V_L و V_e با هم برابر هستند.

صحيح غلط

- با افزایش فرکانس ولتاژ متناوب منبع مدار RL ، مقدار مقاومت القایی تغییر نخواهد کرد.

صحيح غلط

- در مدار RL سری بردار V_R نسبت به جریان مدار، I_e مقدار 90° درجه اختلاف فاز دارد.

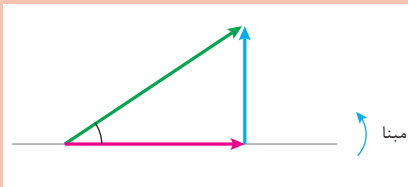
صحيح غلط

- در مدار RL سری نسبت $\frac{V_L}{V_R}$ ضریب توان غیر مؤثر نام دارد.

صحيح غلط

- ۳- توان مؤثر در مدار RL سری را تعریف کنید و رابطه آن را بنویسید.

- ۴- مثلث توان روبهرو را برای یک مدار RL سری کامل کنید.



- ۵- رابطه $\sin \phi = \frac{X_L}{Z}$ را در مدار RL سری به دست آورید.

- ۶- معادل الکتریکی یک سیم پیچ به صورت RL سری با

مقادیر $R = 3[\Omega]$ و $L = 2\text{mH}$ می باشد. با اتصال سیم پیچ به

ولتاژ متناوب $v(t) = 100 \sin(2000t + 53^\circ)$ مطلوب است:

الف) مقاومت ظاهری مدار

ب) V_L و V_R

ج) جریان مدار

د) فرم قطبی جریان مدار

- ۷- در مدار شکل روبهرو ولتاژ سیم پیچ $v(t) = 250\sqrt{2}(\omega t + 37)$ می باشد.

مطلوب است:

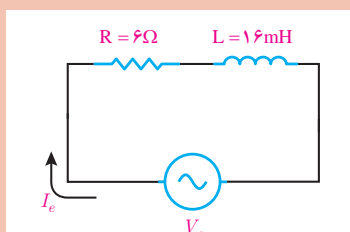
الف) مقاومت ظاهری

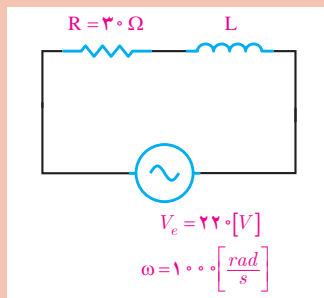
ب) جریان مدار

ج) V_L و V_R

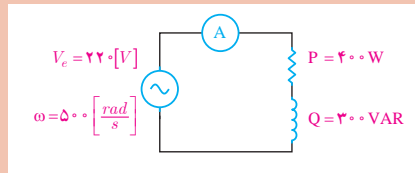
د) فرم قطبی ولتاژ و جریان منبع

ه) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژها





- ۸- ضریب توان مؤثر شکل روبه‌رو $\frac{1}{6}$ است. مطلوب است محاسبه:
- الف) مقاومت ظاهری
 - ب) ولتاژهای V_L و V_R
 - ج) X_L و L
 - د) توان‌های مدار

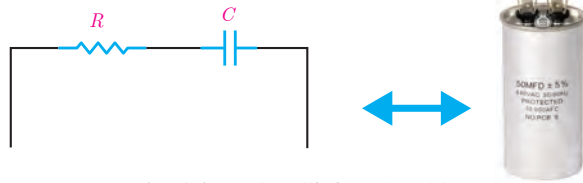


- ۹- در شکل روبه‌رو جریان عبوری از آمپرتر را بیابید.

۱۰- با اتصال ولتاژ $v(t) = 200\sqrt{2} \sin(500t + 53^\circ)$ به یک سیم پیچ جریان الکتریکی $i(t) = 4\sqrt{2} \sin(500t + 53^\circ)$ از آن عبور می‌کند مقدار R و X_L را به دست آورید.

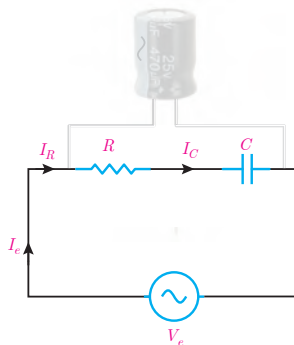
۸-۱ مدار الکتریکی RC سری

معادل‌سازی خازن با مدار الکتریکی RC سری انجام می‌شود. خازن‌ها در وسایل الکتریکی و مدار الکترونیکی استفاده می‌شوند.



شکل ۵۴- مدار الکتریکی معادل خازن

خازن علاوه بر ظرفیت C ، مقاومت الکتریکی اهمی R نیز دارد. مقاومت الکتریکی اهمی R ناشی از جنس، ضخامت و مساحت صفحات خازن است. مقدار ظرفیت C به مشخصات فیزیکی خازن شامل مساحت صفحات خازن و فاصله بین آنها و همچنین جنس دی‌الکتریک بستگی دارد. مدار الکتریکی که از معادل‌سازی خازن به دست می‌آید شامل اتصال سری یک مقاومت الکتریکی اهمی R و ظرفیت C می‌باشد و آن را مدار الکتریکی RC سری می‌نامند (شکل ۵۴).



شکل ۵۵- مدار الکتریکی RC

مدار الکتریکی RC سری متصل به منبع ولتاژ متناوب به منظور محاسبه کمیت‌های الکتریکی در شکل ۵۵ نشان داده شده است.

با اتصال مدار الکتریکی RC سری به منبع متناوب در مدار جریان متناوب I_e جاری می‌شود. با توجه به شکل ۵۵ جریان I_e از مقاومت الکتریکی اهمی R و ظرفیت خازن C عبور می‌کند. جریان منبع I_e با جریان مقاومت

اهمی I_R و جریان ظرفیت خازن I_C برابر می‌باشد که از ویژگی‌های مدارهای سری است و می‌توان نوشت :

$$I_e = I_R = I_C$$

جریان الکتریکی متناوب I_e از مقاومت الکتریکی اهمی R عبور می‌کند و در آن افت ولتاژ V_R ایجاد می‌نماید. این جریان با عبور از ظرفیت خازن C در آن افت ولتاژ V_C به وجود می‌آورد. افت ولتاژ V_C با جاری شدن جریان در ظرفیت خازن مخالفت می‌کند. مخالفت ظرفیت خازن به خاطر تغییرات ولتاژ متناوب آن در مقابل عبور جریان را «مقاومت خازنی^۱» گویند. مقاومت خازنی را با X_C نشان می‌دهند و واحد آن اهم است. مقدار مقاومت خازنی از رابطه زیر به دست می‌آید :

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

در این رابطه :

X_C مقاومت خازنی [Ω]

$\omega = 2\pi f$ سرعت زاویه‌ای [$\frac{\text{Rad}}{\text{s}}$]

C ظرفیت خازن [F]

می‌باشد.

مثال

مقاومت خازنی را برای یک خازن با ظرفیت $50 \mu F$ در فرکانس 50 Hz به دست آورید.

حل :

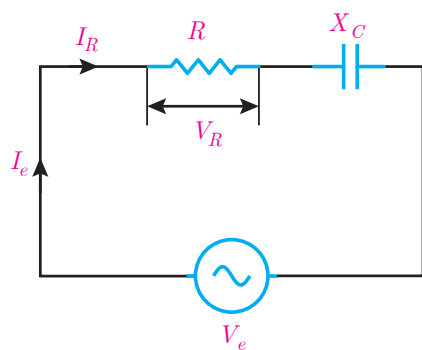
مقدار سرعت زاویه‌ای به صورت زیر حساب می‌شود :

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2 \times 3.14 \times 50 = 314 \text{ } [\Omega]$$

از رابطه $X_C = \frac{1}{\omega C}$ مقدار مقاومت خازنی به دست می‌آید :

$$X_C = \frac{1}{314 \times 50 \times 10^{-6}} = 6.37 \text{ } [\Omega]$$



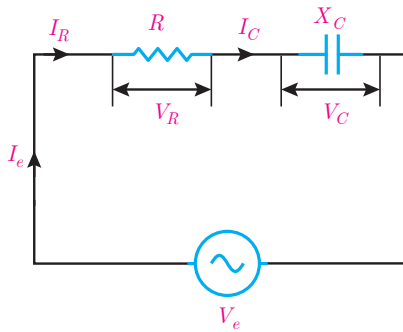
شکل ۵۶

در مدارهای RC سری با عبور جریان I_R از مقاومت الکتریکی R در آن افت ولتاژ V_R ایجاد می‌شود که بنابر قانون اهم اندازه آن با توجه به شکل ۵۶ به دست می‌آید:



جریان \times مقاومت = ولتاژ

$$V_R = RI_R$$



شکل ۵۷



جریان × مقاومت = ولتاژ
 $V_C = X_C I_C$

$V_C = X_C I_e$

چون در مدار RC سری $I_R = I_e$ است پس :

$V_R = R I_e$

در این رابطه :

V_R اندازه ولتاژ دو سر مقاومت الکتریکی اهمی [V]

I_e جریان مؤثر منبع [A] می باشد. همچنین در مدار RC سری با

عبور جریان I_C از ظرفیت خازن C و پدید آمدن مقاومت خازنی

X_C در آن افت ولتاژ V_C ایجاد می شود که بنا بر قانون اهم اندازه

آن با توجه به شکل ۵۷ به دست می آید:

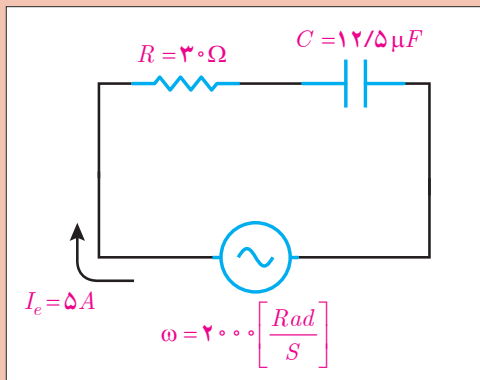
چون در مدار RC سری $I_C = I_e$ است پس :

در این رابطه :

V_C ولتاژ دو سر ظرفیت خازن [V]

I_e جریان مؤثر منبع [A]

X_C مقاومت خازنی [Ω] می باشد.



شکل ۵۸- مدار الکتریکی

ولتاژ دو سر مقاومت الکتریکی اهمی و ظرفیت خازن

را در شکل ۵۸ به دست آورید.

مثال



حل : مقاومت خازنی X_C به صورت زیر به دست می آید:

$X_C = \frac{1}{\omega C}$

$X_C = \frac{1}{2000 \times 12/5 \times 10^{-6}} = 40 [\Omega]$

با توجه به ویژگی مدارهای سری $I_e = I_R = I_C$ است. پس :

$I_R = I_C = 5 [A]$

ولتاژ دو سر مقاومت خازنی، V_C از قانون اهم محاسبه می‌شود:



جریان \times مقاومت = ولتاژ

$$V_C = X_C \cdot I_C$$

$$V_C = 40 \times 5 = 200 \text{ [V]}$$

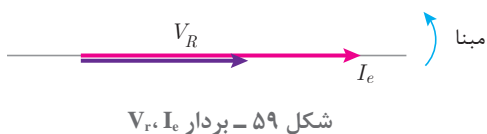
ولتاژ دو سر مقاومت اهمی به صورت زیر محاسبه می‌شود:



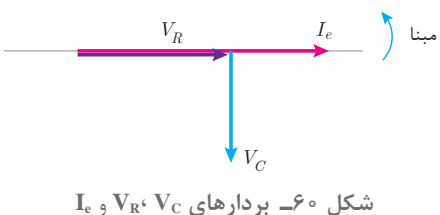
جریان \times مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R \cdot I_R$$

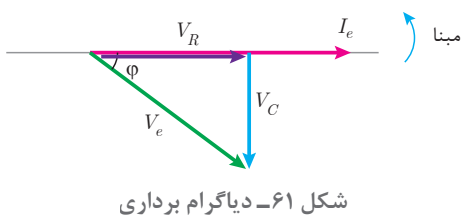
$$V_R = 30 \times 5 = 150 \text{ [V]}$$



افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی V_R با جریان عبوری از آن I_e هم‌فاز است. با فرض اینکه $\theta_i = 0^\circ$ در نظر گرفته شود، بردارهای V_R و I_e مطابق شکل ۵۹ می‌باشد:



افت ولتاژ دو سر ظرفیت خازن V_C از جریان عبوری I_e به اندازه 90° عقب‌تر است. با فرض اینکه $\theta_i = 0^\circ$ در نظر گرفته شود، بردارهای V_C ، V_R و I_e مطابق شکل ۶۰ می‌باشد.



ولتاژ منبع V_e از بردارهای V_R و V_C به دست می‌آید (شکل ۶۱).

نمایش بردارهای جریان و ولتاژ مدارهای الکتریکی را «دیاگرام برداری» گویند.

شکل ۶۱ دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار الکتریکی RC سری را نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود جریان منبع I_e از ولتاژ منبع V_e به اندازه ϕ جلوتر است لذا مدار الکتریکی RC سری «مدار پیش‌فاز» است. در مدارهای پیش‌فاز جریان منبع I_e از ولتاژ منبع V_e به اندازه ϕ درجه جلوتر است. برحسب مقدار R و X_C مقدار $0 < \phi < 90^\circ$ می‌باشد. بردارهای V_C ، V_R و V_e شکل ۶۱ تشکیل مثلث قائم‌الزاویه داده‌اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به دست می‌آید.

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

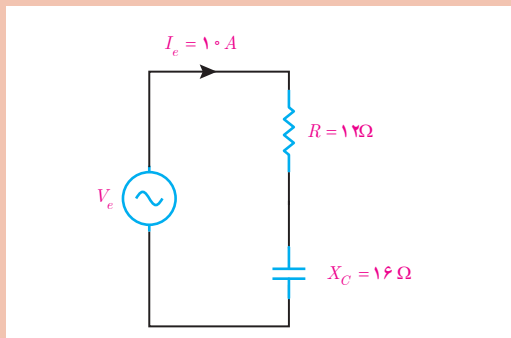
و نسبت‌های مثلثاتی برابر است با :

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e}$$

$$\sin \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_C}{V_e}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{V_C}{V_R}$$

در این رابطه $\cos(\varphi)$ «ضریب توان مؤثر»، $\sin(\varphi)$ «ضریب توان غیرمؤثر» و $\tan(\varphi)$ «ضریب کیفیت» نامیده می‌شوند.



شکل ۶۲- مدار الکتریکی

در شکل ۶۲ مطلوب است محاسبه:

(الف) V_C و V_R

(ب) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژها

(ج) V_e

(د) $\sin(\varphi)$ و $\cos(\varphi)$

مثال



حل :

(الف) با توجه به ویژگی مدارهای سری می‌توان نوشت :

$$I_e = I_R = I_C = 10 [A]$$

ولتاژ دو سر مقاومت، V_R از قانون اهم حساب می‌شود :

| | |
|--------|------------------------|
| ولتاژ | جریان × مقاومت = ولتاژ |
| مقاومت | جریان |

$$V_R = R \cdot I_R$$

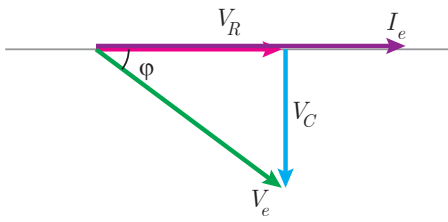
$$V_R = 12 \times 10 = 120 [V]$$

ولتاژ دو سر ظرفیت خازن، V_C از قانون اهم به دست می‌آید :

| | |
|--------|------------------------|
| ولتاژ | جریان × مقاومت = ولتاژ |
| مقاومت | جریان |

$$V_C = X_C \cdot I_C$$

$$V_C = 16 \times 10 = 160 [V]$$



شکل ۶۳- دیاگرام برداری

ب) دیاگرام برداری جریان ولتاژهای مدار RC سری مبنا به صورت روبه‌رو است:

ج) V_e به کمک رابطه فیثاغورث به دست می‌آید:

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$V_e = \sqrt{120^2 + 160^2} = 200 \text{ [V]}$$

د) از نسبت‌های مثلثاتی می‌توان ضریب توان مؤثر و غیرمؤثر را محاسبه کرد:

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور وتر}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e}$$

$$\cos \varphi = \frac{120}{200} = 0.6$$

$$\sin \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل وتر}}{\text{وتر}} = \frac{V_C}{V_e}$$

$$\sin \varphi = \frac{160}{200} = 0.8$$

مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را «مقاومت ظاهری» گویند و آن را با Z نشان می‌دهند. مقاومت ظاهری بنابر قانون اهم از نسبت ولتاژ مؤثر منبع به جریان مؤثر منبع به دست می‌آید.



$$\text{ولتاژ} = \text{مقاومت} \times \text{جریان}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e}$$

که در این رابطه:

Z مقاومت ظاهری مدار $[\Omega]$

V_e ولتاژ مؤثر منبع خازن $[V]$

I_e جریان مؤثر منبع $[A]$ می‌باشد.

مقاومت ظاهری در مدار R-C سری از رابطه $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ نیز به دست می‌آید.

$$\text{رابطه } Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \text{ را اثبات نمایید.}$$

فعالیت



فعالیت



ثابت کنید در مدار RC سری $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ می‌باشد.



معادل الکتریکی خازن به صورت مدار RC سری با مقادیر $R = 10\ \Omega$ و $C = 100\ \mu\text{f}$ می‌باشد. مقاومت

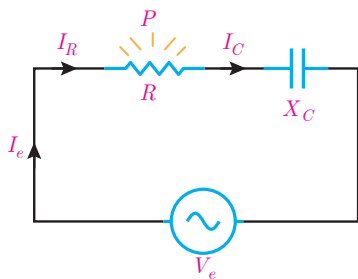
ظاهری را در $\omega = 50\ \frac{\text{Rad}}{\text{s}}$ به دست آورید.

حل : مقاومت خازنی از رابطه $X_C = \frac{1}{\omega C}$ به دست می‌آید:

$$X_C = \frac{1}{500 \times 100 \times 10^{-6}} = 20\ [\Omega]$$

مقاومت ظاهری از رابطه $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ به دست می‌آید :

$$Z = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22.36\ [\Omega]$$



شکل ۶۴

در مدار الکتریکی RC سری با عبور جریان I_R از مقاومت الکتریکی R انرژی الکتریکی به حرارت تبدیل می‌شود (شکل ۶۴).

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در مقاومت الکتریکی R به حرارت تبدیل می‌شود «توان مؤثر» می‌نامند. توان مؤثر مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور Xها می‌باشد و از رابطه زیر به دست می‌آید:

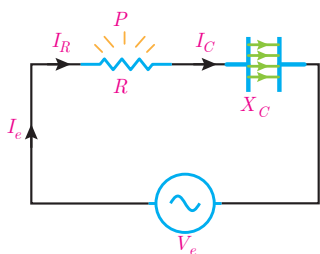


مجدور جریان \times مقاومت = توان

$$P = RI_R^2$$

چون در مدار RC سری $I_R = I_e$ است پس :

$$P = RI_e^2$$



شکل ۶۵

که در این رابطه:

P توان مؤثر [W]

R مقاومت الکتریکی اهمی $[\Omega]$

I_e جریان مؤثر [A] می‌باشد.

همچنین با عبور جریان I_C از ظرفیت خازن C، انرژی الکتریکی در ظرفیت خازن ذخیره می‌شود (شکل ۶۵).

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در ظرفیت خازن ذخیره می‌شود را «توان غیرمؤثر خازن» می‌نامند. توان غیرمؤثر خازن مقداری منفی است و بردار آن در جهت منفی محور Yها می‌باشد و با توجه به

مقاومت خازنی X_C از رابطه زیر به دست می آید :

| | |
|-----------------------|-----------------------------|
| توان | مجدور جریان × مقاومت = توان |
| مقاومت مجدور جریان | |

$$Q_C = -X_C I_e^2$$

چون در مدار RC سری $I_C = I_e$ است پس :

$$Q_C = -X_C I_e^2$$

در این رابطه :

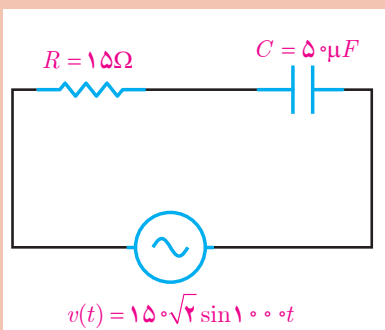
Q_C توان غیرمؤثر خازن [VAR]

X_C مقاومت خازنی [Ω]

I_e جریان مؤثر [A] می باشد.

در مدار شکل ۶۶ توان های مدار را محاسبه کنید.

مثال



$$v(t) = 150\sqrt{2} \sin 1000t$$

شکل ۶۶- مدار الکتریکی

حل: مقاومت خازنی محاسبه می شود:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_C = \frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6}} = 20 [\Omega]$$

مقاومت ظاهری به دست می آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$Z = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 [\Omega]$$

مقدار مؤثر ولتاژ از معادله زمانی به دست می آید:

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{150\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 150 [V]$$

از قانون اهم مقدار مؤثر جریان به دست می آید:

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{150}{25} = 6 [A]$$



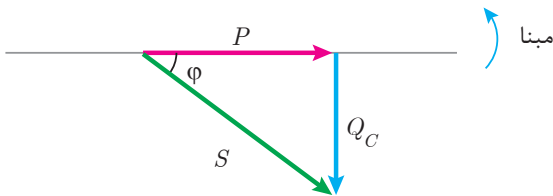
مجذور جریان × مقاومت = توان

$$P = RI_R^2 = 15(6)^2 = 540 \text{ [W]}$$

توان مؤثر محاسبه می‌شود :

$$Q = X_C I_C^2 = -20(6)^2 = -720 \text{ [VAR]}$$

$$Q = X_C I_C^2 = -20(6)^2 = -720 \text{ [VAR]}$$



مثلث توان مدار RC که پیش فاز است در شکل ۶۷ نشان داده شده است:

شکل ۶۷- مثلث توان مدار RC

توان ظاهری در مثلث توان از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است :

$$S = \sqrt{P^2 + Q_C^2} \text{ [VA]}$$

در این رابطه :

S توان ظاهری [VA]

P توان مؤثر [W]

Q_C توان غیرمؤثر خازنی [VAR]

می‌باشد. از طرفی توان ظاهری از مقاومت ظاهری نیز قابل محاسبه است.



مجذور جریان × مقاومت = توان

$$S = ZI_e^2 \text{ [VA]}$$

که در این رابطه :

S توان ظاهری [VA]

Z امپدانس [Ω]

I_e جریان مؤثر [A]

می‌باشد.

همچنان روابط زیر در محاسبه توان‌ها برقرار است :

$$P = V_e I_e \cos\phi \text{ [W]}$$

$$Q_C = V_e I_e \sin\phi \text{ [VAR]}$$

$$S = V_e I_e \text{ [VA]}$$

معادله زمانی ولتاژ و جریان یک مدار RC سری به صورت $v(t) = 200 \sin(1000t - 37^\circ)$ و $i(t) = 10 \sin(1000t)$ می‌باشد. مطلوب است:

الف) توان‌های مدار

ب) رسم مثلث توان

مثال



حل :

مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان به دست می آید :

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2} \text{ [V]}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \text{ [A]}$$

زاویه اختلاف فاز ولتاژ و جریان به دست می آید:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i = (-37^\circ) - (0^\circ)$$

$$\varphi = -37^\circ$$

مقدار φ منفی است زیرا مدار پیش فاز است.

توان مؤثر به دست می آید :

$$P = V_e I_e \cos \varphi$$

$$P = 100\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \cos 37^\circ = 800 \text{ [W]}$$

توان غیرمؤثر به دست می آید:

$$Q_C = V_e I_e \sin \varphi$$

$$Q_C = 100\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \sin 37^\circ = 600$$

چون مدار RC پیش فاز است. لذا:

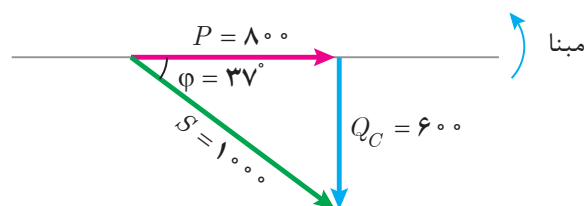
$$Q_C = -600 \text{ [VAR]}$$

توان ظاهری محاسبه می شود:

$$S = V_e I_e$$

$$S = 100\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 1000 \text{ [VA]}$$

مثلث توان RC پیش فاز است و رسم می شود:



شکل ۶۸- مثلث توان RC



تمرین‌های RC سری :

- ۱- در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.
 الف) مقاومت الکتریکی R در خازن ناشی از، و مساحت صفحات خازن است.
 ب) مقاومت خازنی با سرعت زاویه‌ای و رابطه عکس دارد.
 ج) افت ولتاژ دو سر خازن از جریان عبوری آن به اندازه 90° است.
 د) مقدار انرژی الکتریکی که در واحد زمان در خازن ذخیره می‌شود نام دارد.
- ۲- درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.
 الف) مدار الکتریکی که از معادل‌سازی خازن به دست می‌آید شامل اتصال سری یک مقاومت الکتریکی و ظرفیت خازن است.

غلط صحیح

ب) توان ظاهری در مدار RC را می‌توان از رابطه $V_e I_e \sin \phi$ محاسبه کرد.

غلط صحیح

ج) در مدار RC سری جریان منبع از ولتاژ منبع به اندازه ϕ جلوتر است.

غلط صحیح

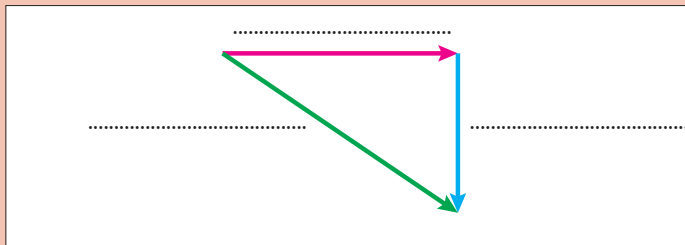
د) در مدار RC سری نسبت $\frac{V_R}{V_L}$ ضریب توان مؤثر است.

غلط صحیح

۳- مقاومت خازنی را تعریف کنید و عوامل مؤثر بر آن را نام ببرید.

۴- دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار RC سری را رسم کنید.

۵- مثلث توان زیر را برای مدار RC سری کامل کنید.



شکل ۶۹- مثلث توان

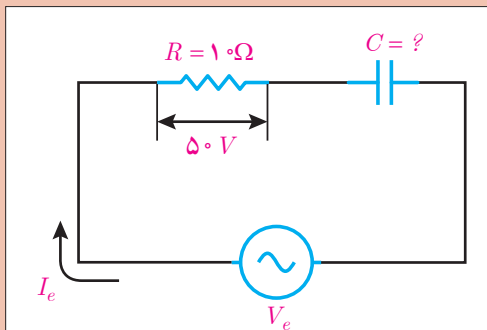
۶- رابطه $\sin \phi = \frac{X_C}{Z}$ را در مدار RC سری به دست آورید.

۷- معادل الکتریکی یک خازن به صورت RC سری با مقادیر $R = 3\Omega$ و $C = 250\mu F$ می‌باشد. با

اتصال خازن به ولتاژ متناوب جریان $i(t) = 5\sqrt{2} \sin(100\pi t + 53^\circ)$ از آن می‌گذرد. مطلوب است محاسبه :

الف) Z (ب) V_C و V_R

ج) V_e (د) فرم قطبی جریان و ولتاژ منبع



شکل ۷۰

۸- در مدار شکل روبه‌رو $v(t) = 100 \sin(500t - 37^\circ)$

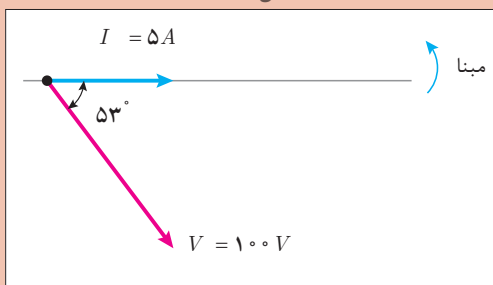
می‌باشد. مطلوب است:

الف) ظرفیت خازن

ب) فرم قطبی جریان منبع

ج) توان‌های مدار

د) رسم مثلث توان



شکل ۷۱- دیاگرام برداری

۹- دیاگرام برداری یک مدار RC سری مطابق شکل

روبه‌رو است. توان‌های مدار را به دست آورید و فرم

قطبی توان ظاهری را بنویسید.

۱۰- جریان و ولتاژ یک مدار RC به صورت $I = 5 \angle 0^\circ$ و $V = 200 \angle -37^\circ$ می‌باشد. در صورتی که

$\omega = 2000 \text{ Rad/s}$ باشد، مطلوب است:

الف) R و C

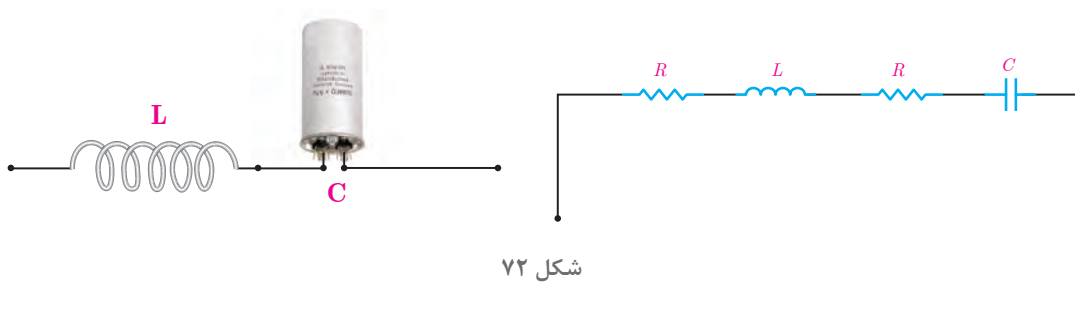
ب) دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار

۹-۱- مدارهای RLC سری

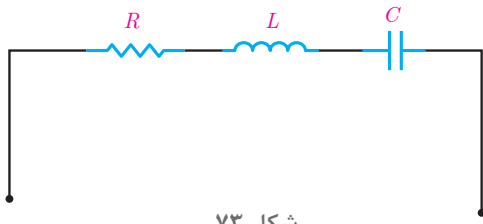
مدار RLC سری برای معادل‌سازی اتصال سری یک سیم‌پیچ با خازن به کار می‌رود. اتصال سری سیم‌پیچ با خازن در موتورهای الکتریکی تک‌فاز استفاده می‌شود.

سیم‌پیچ علاوه بر ضریب خودالقایی L مقاومت الکتریکی اهمی و همچنین خازن علاوه بر ظرفیت C مقاومت الکتریکی اهمی نیز دارد.

مدار الکتریکی که از معادل‌سازی اتصال سری سیم‌پیچ با خازن به دست می‌آید در شکل ۷۲ نشان داده شده است.

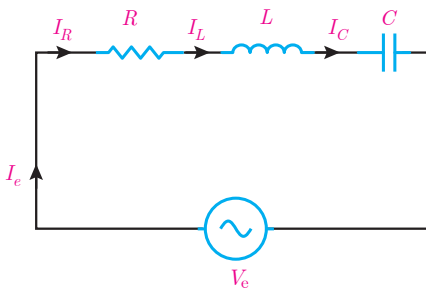


شکل ۷۲



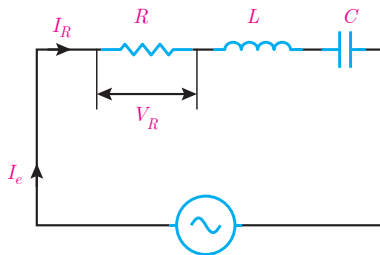
شکل ۷۳

در شکل ۷۲ مقاومت اهمی سیم‌پیچ و مقاومت اهمی خازن سری هستند. با جایگزینی معادل آنها شکل ۷۳ به دست می‌آید. شکل ۷۳ اتصال سری مقاومت اهمی R و ضریب خود القایی L و ظرفیت خازن C را نشان می‌دهد که آن را مدار RLC سری می‌نامند.



شکل ۷۴

مدار الکتریکی RLC سری متصل به منبع ولتاژ متناوب به منظور محاسبه کمیت‌های الکتریکی در شکل ۷۴ نشان داده شده است.



شکل ۷۵

با اتصال مدار الکتریکی RLC سری به منبع متناوب در مدار جریان متناوب I_e جاری می‌شود. با توجه به شکل ۷۴ جریان I_e از مقاومت الکتریکی اهمی R و سلف با ضریب خودالقایی L و ظرفیت خازن C عبور می‌کند. لذا جریان منبع I_e با جریان مقاومت اهمی I_R و جریان سلف I_L و جریان خازن I_C برابر می‌باشد که از ویژگی‌های مدارهای سری است و می‌توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L = I_C$$

جریان الکتریکی متناوب I_e از مقاومت اهمی R عبور می‌کند و در آن افت ولتاژ V_R ایجاد می‌نماید که بنابر قانون اهم با توجه به شکل ۷۵ به دست می‌آید:

چون در مدار RLC سری $I_R = I_e$ است پس:



جریان \times مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R I_R$$

$$V_R = R I_e$$

در این رابطه:

V_R افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی [V]

R مقاومت اهمی [Ω]

I_e جریان مؤثر منبع [A] می باشد.

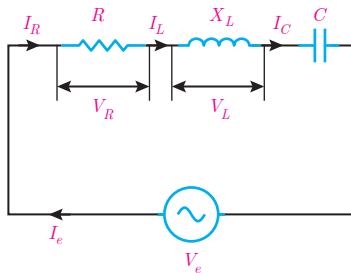
همچنین در مدار RLC سری با عبور جریان I_L از سلف

با ضریب خودالقایی L و پدید آمدن مقاومت القایی X_L

در آن نیروی محرکه خودالقایی ایجاد می شود که برابر

افت ولتاژ دو سر سلف V_L می باشد و بنابر قانون اهم با

توجه به شکل ۷۶ به دست می آید:



شکل ۷۶

چون در مدار RLC سری $I_L = I_e$ است پس :



جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L \cdot I_L$$

$$V_L = X_L \cdot I_e$$

در این رابطه

V_L ولتاژ دو سر سلف [V]

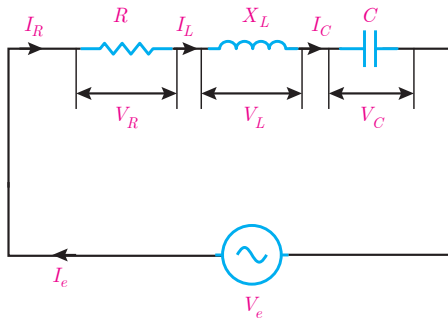
I_e جریان منبع [A]

$X_L = \omega L$ مقاومت القایی سلف [Ω] است.

همچنین با عبور جریان I_C از ظرفیت خازن C در آن

افت ولتاژ V_C ایجاد می شود که بنابر قانون اهم با توجه

به شکل ۷۷ به دست می آید.



شکل ۷۷

چون در مدار RLC سری $I_C = I_e$ است پس :



جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_C \cdot I_C$$

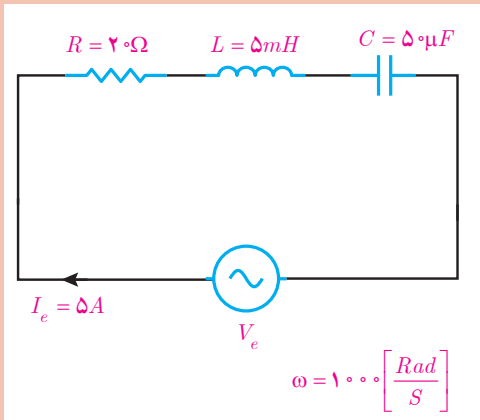
$$V_C = X_C \cdot I_e$$

در این رابطه :

V_C ولتاژ دو سر ظرفیت خازن [V]

I_e جریان مؤثر خازن [A]

X_C مقاومت خازنی [Ω] می باشد.



در مدار الکتریکی شکل ۷۸ ولتاژهای V_C, V_L, V_R را بیابید.

شکل ۷۸

حل : از ویژگی‌های مدار RLC می‌توان نوشت :

$$I_R = I_L = I_C = I_e = 5 \text{ A}$$

از قانون اهم ولتاژ V_R حساب می‌شود :

| | |
|--------|-----------------------------|
| ولتاژ | مجذور جریان × مقاومت = توان |
| مقاومت | جریان |

$$V_R = R \cdot I_R$$

$$V_R = 20 \times 5 = 100 \text{ [V]}$$

از رابطه مقاومت القایی $X_L = \omega \cdot L$ حساب می‌شود:

$$X_L = \omega \cdot L = 1000 \times 5 \times 10^{-3} = 5 \text{ [\Omega]}$$

از قانون اهم ولتاژ V_L به دست می‌آید:

| | |
|--------|------------------------|
| ولتاژ | جریان × مقاومت = ولتاژ |
| مقاومت | جریان |

$$V_L = X_L \times I_L$$

$$V_L = 5 \times 5 = 25 \text{ [V]}$$

مقاومت خازنی از رابطه $X_C = \frac{1}{\omega C}$ به دست می‌آید:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow X_C = \frac{1}{1000 \times 5 \times 10^{-6}}$$

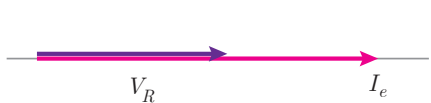
$$X_C = \frac{10^6}{50000} = \frac{100}{5} = 20 \text{ [\Omega]}$$

از قانون اهم ولتاژ V_C به دست می‌آید :

| | |
|--------|------------------------|
| ولتاژ | جریان × مقاومت = ولتاژ |
| مقاومت | جریان |

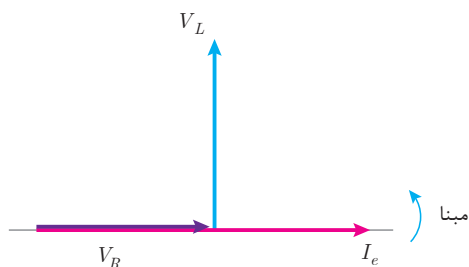
$$V_C = X_C \cdot I_C$$

$$V_C = 20 \times 5 = 100 \text{ [V]}$$



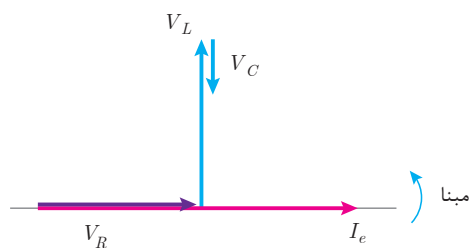
شکل ۷۹

افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی V_R با جریان عبوری از آن I_e هم‌فاز است. با فرض اینکه $\theta_i = 0^\circ$ بردارهای V_R و I_e مطابق شکل ۷۹ می‌باشد.



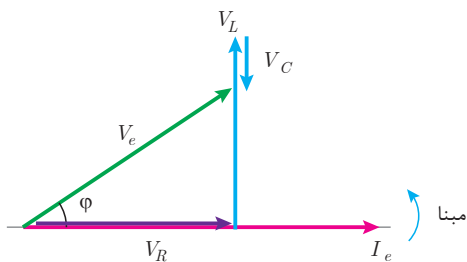
شکل ۸۰

افت ولتاژ دو سر سلف V_L از جریان عبوری I_e به اندازه 90° جلوتر است. بر فرض اینکه $\theta_i = 0^\circ$ در نظر گرفته شود بردارهای V_L , V_R و I_e مطابق شکل ۸۰ می‌باشد.



شکل ۸۱

افت ولتاژ دو سر ظرفیت خازن V_C از جریان عبوری I_e به اندازه 90° عقب‌تر است. بر فرض اینکه $\theta_i = 0^\circ$ در نظر گرفته شود بردارهای V_L , V_C , V_R و I_e با فرض $V_L > V_C$ مطابق شکل ۸۱ است.



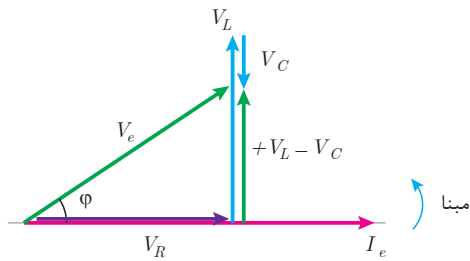
شکل ۸۲

ولتاژ منبع V_e از برابری بردارهای V_L , V_C و V_R به دست می‌آید. (شکل ۸۲).

نمایش بردارهای جریان و ولتاژ مدارهای الکتریکی را «**دیاگرام برداری**» گویند. شکل ۸۲ دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار الکتریکی RLC سری را نمایش می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود جریان منبع I_e از ولتاژ منبع V_e به اندازه ϕ عقب‌تر است. لذا مدار الکتریکی RLC سری که در آن $V_L > V_C$ است «مدار پس فاز» می‌باشد. در صورتی که $V_C > V_L$ باشد جریان منبع I_e از ولتاژ منبع V_e به اندازه ϕ جلوتر خواهد شد. در این صورت «**مدار پیش فاز**» می‌باشد.

دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار RLC سری که $V_C > V_L$ است را رسم نمایید و نتیجه بگیرید مدار پیش فاز است.





شکل ۸۳

برایند بردارهای V_L یا V_C به صورت $(+V_L - V_C)$ در شکل ۸۲ قابل محاسبه است. علامت (+) بیانگر این است که V_L در جهت محور y دستگانه مختصات باشد و علامت (-) بیانگر این است که V_C در خلاف جهت محور y دستگانه مختصات باشد (شکل ۸۳).

بردارهای V_e ، V_R و $+V_L - V_C$ شکل ۸۳ تشکیل مثلث قائم‌الزاویه داده‌اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به دست می‌آید:

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + (+V_L - V_C)^2}$$

که در این رابطه:

V_e ولتاژ مؤثر منبع [V]

V_R افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی [v]

V_L افت ولتاژ دو سر مقاومت سلفی [V]

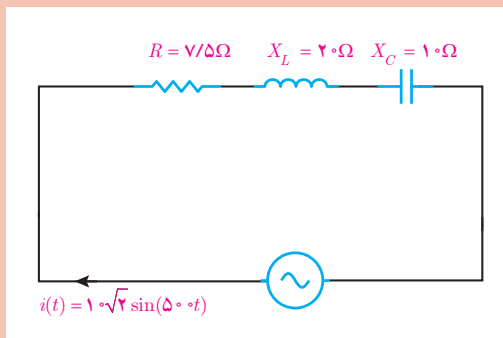
V_C افت ولتاژ دوسر مقاومت خازنی [V]

و نسبت‌های مثلثاتی برابر است با :

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e}$$

$$\sin \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_L - V_C}{V_e}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{+V_L - V_C}{V_R}$$



شکل ۸۴

در مدار شکل ۸۴ مطلوب است محاسبه:

(الف) V_e ، V_C ، V_L ، V_R

(ب) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار

مثال



حل : جریان مؤثر I_e به صورت زیر به دست می آید :

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10 \text{ [A]}$$

$$I_R = I_L = I_C = I_e = 10 \text{ A}$$

از ویژگی مدار RLC سری می توان نوشت :

ولتاژ V_R از قانون اهم به دست می آید :

| | |
|--------|------------------------|
| ولتاژ | جریان × مقاومت = ولتاژ |
| مقاومت | جریان |

$$V_R = R \times I_R$$

$$V_R = 7/5 \times 10 = 75 \text{ [V]}$$

ولتاژ V_L از قانون اهم به دست می آید :

$$V_L = X_L \times i_L$$

$$V_L = 20 \times 10 = 200 \text{ [V]}$$

ولتاژ V_C از قانون اهم به دست می آید :

$$V_C = X_C \times I_C$$

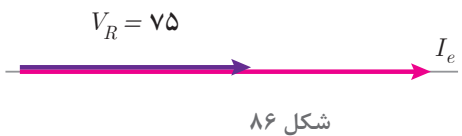
$$V_C = 10 \times 10 = 100 \text{ [V]}$$

ولتاژ V_e به صورت زیر محاسبه می شود :

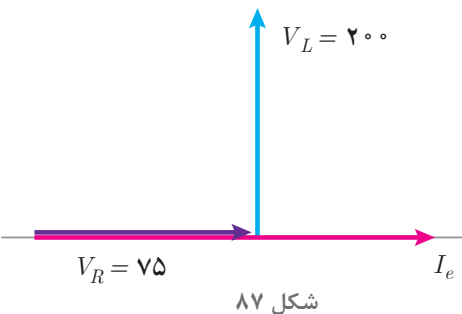
$$V_e = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{75^2 + (200 - 100)^2} = \sqrt{75^2 + 100^2} = 125 \text{ [V]}$$



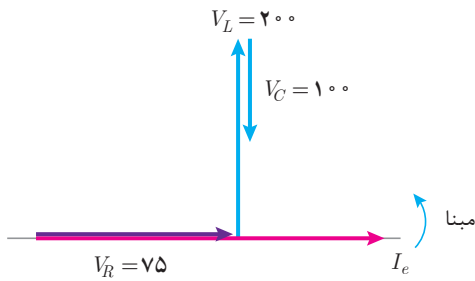
با توجه به $\theta_i = 0^\circ$ بردار I_e به صورت روبه‌رو رسم مبنا می شود :



بردار V_R هم فاز با I_e می باشد و به صورت افقی مبنا رسم می شود.

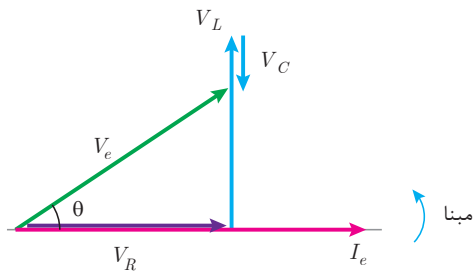


بردار V_L از I_e به اندازه 90° جلوتر است، به صورت روبه‌رو رسم می شود :



شکل ۸۸

بردار V_e از I_e به اندازه 90° عقب‌تر است، به صورت روبه‌رو رسم می‌شود:



شکل ۸۹

بردار V_e از ابتدای V_R به انتهای V_C وصل می‌شود:

مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را «مقاومت ظاهری» گویند و آن را با Z نشان می‌دهند. مقاومت ظاهری بنابر قانون اهم از نسبت ولتاژ مؤثر منبع به جریان مؤثر منبع به دست می‌آید.

| | | | |
|-------|--------|----------------|--------|
| ولتاژ | مقاومت | ولتاژ جریان | مقاومت |
| جریان | | | |

$$Z = \frac{V_e}{I_e}$$

که در این رابطه:

Z مقاومت ظاهری مدار $[\Omega]$

V_e ولتاژ مؤثر منبع $[V]$

I_e جریان مؤثر منبع $[A]$ می‌باشد.

مقاومت ظاهری در مدار R-L-C از رابطه $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ به دست می‌آید.

رابطه $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ را اثبات نمایید.

فعالیت



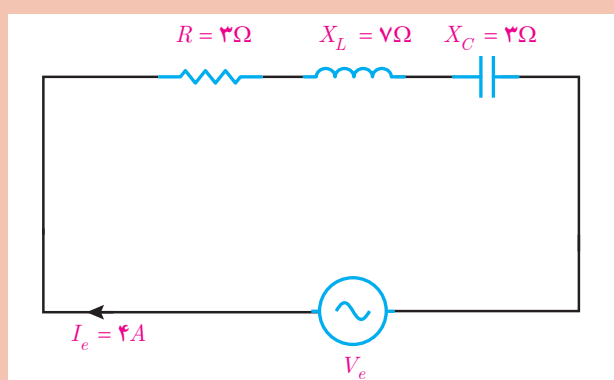
ثابت کنید در مدار RLC سری $\cos \phi = \frac{R}{Z}$ می‌باشد.

فعالیت





در مدار الکتریکی شکل ۹۰ مطلوب است :
 الف) امپدانس مدار
 ب) ولتاژ منبع
 ج) ضریب توان مؤثر مدار



شکل ۹۰

حل :

الف) از رابطه $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ استفاده می شود :

$$Z = \sqrt{3^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 [\Omega]$$

ب) ولتاژ منبع از قانون اهم به دست می آید:



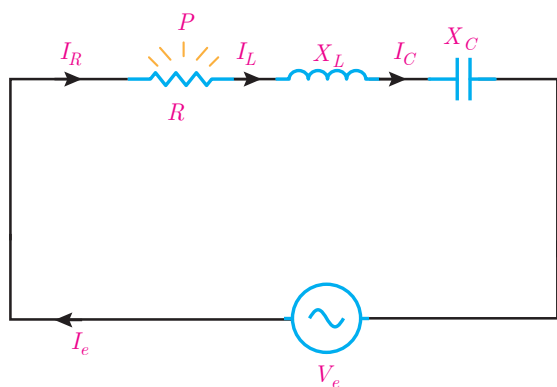
جریان \times مقاومت = ولتاژ

$$V_e = I_e \times Z$$

$$V_e = 5 \times 4 = 20 [V]$$

ج) ضریب توان مؤثر مدار از رابطه $\cos \phi = \frac{R}{Z}$ به دست می آید:

$$\cos \phi = \frac{3}{5} = 0.6$$



شکل ۹۱

در مدار الکتریکی RLC سری با عبور جریان I_R از مقاومت الکتریکی R انرژی الکتریکی به حرارت تبدیل می شود (شکل ۹۱).

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در مقاومت الکتریکی R به حرارت تبدیل می شود را «توان مؤثر» می نامند.

توان مؤثر مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت X ها می باشد و از رابطه زیر به دست می آید.

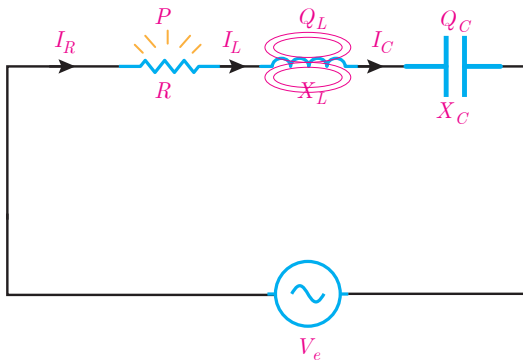
توان
مقاومت مجذور
جریان

مجذور جریان \times مقاومت = توان

$$P = R I_R^2$$

$$P = R I_e^2$$

چون در مدار RLC سری $I_R = I_e$ پس:



شکل ۹۲

که در این رابطه :

P توان مؤثر [W]

R مقاومت الکتریکی اهمی [Ω]

I_e جریان مؤثر [A] می باشد.

همچنین با عبور جریان I_L از سلف با ضریب خودالقایی L انرژی الکتریکی در سلف ذخیره می شود (شکل ۹۲).

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در سلف ذخیره می شود را توان غیرمؤثر سلف می نامند. توان غیرمؤثر سلف مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور Y ها می باشد و با توجه به مقدار مقاومت القایی سلف X_L از رابطه زیر به دست می آید.

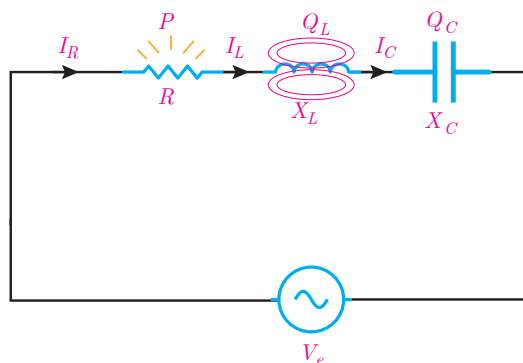
توان
مقاومت جریان

مجذور جریان \times مقاومت = توان

$$Q_L = X_L \cdot I_L^2$$

$$Q_L = X_L \cdot I_e^2$$

چون در مدار RLC سری $I_L = I_e$ پس :



شکل ۹۳

که در این رابطه :

Q_L توان غیرمؤثر سلف [VAR]

X_L مقاومت القایی سلف [Ω]

I_e جریان مؤثر [A] می باشد.

همچنین با عبور جریان I_e از ظرفیت خازن C ، انرژی الکتریکی در خازن ذخیره می شود (شکل ۹۳)

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در ظرفیت خازن ذخیره می‌شود را توان غیرمؤثر خازن می‌نامند. توان غیرمؤثر خازن مقداری منفی است و بردار آن در جهت منفی محور I ها می‌باشد و با توجه به مقاومت خازنی X_C از رابطه زیر به دست می‌آید:

توان
مقاومت مجذور
جریان

$$Q_C = X_C \cdot I_e^2$$

چون در مدار RLC سری $I_e = I_C$ است پس:

$$Q_C = -X_C \cdot I_e^2$$

در این رابطه:

Q_C توان غیرمؤثر خازن [VAR]

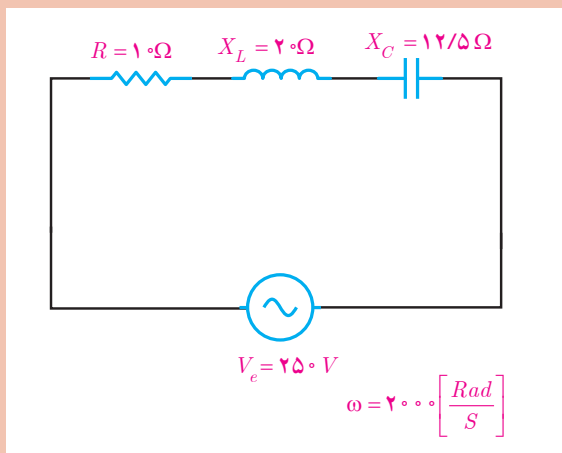
X_C مقاومت خازن [Ω]

I_e جریان مؤثر [A] می‌باشد.

مثال



در مدار الکتریکی شکل ۹۴ مطلوب است:
الف) محاسبه جریان
ب) محاسبه توان‌های مؤثر و غیرمؤثر



شکل ۹۴

حل:

الف) مقاومت ظاهری مدار به دست می‌آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (20 - 12/5)^2} = \sqrt{100 + 56/25} = 12/5 [\Omega]$$

به کمک قانون اهم جریان به دست می‌آید:

ولتاژ
جریان
مقاومت

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{250}{12/5} = 20 [A]$$

از ویژگی مدار RLC سری می‌توان نوشت:

$$I_R = I_L = I_C = I_e = 20 A$$

ب) توان مؤثر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P = R I_R^2 \rightarrow P = 10(20)^2 = 4000 \text{ [W]}$$

توان غیرمؤثر سلف به صورت زیر محاسبه می‌شود:

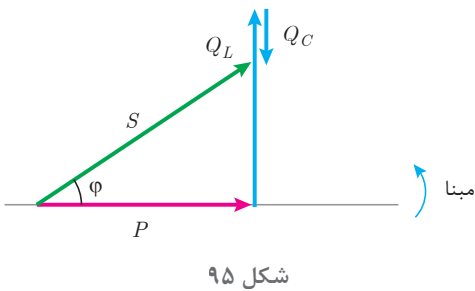
$$Q_L = +X_L I_L^2 \rightarrow Q_L = 20(20)^2 = 8000 \text{ [VAR]}$$

توان غیرمؤثر خازن از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$Q_C = -X_C I_C^2 = -12/5(20)^2 = -5000 \text{ [VAR]}$$

توان غیرمؤثر مدار به صورت زیر است:

$$Q = Q_L + Q_C \rightarrow Q = 8000 + (-5000) = 3000 \text{ [VAR]}$$

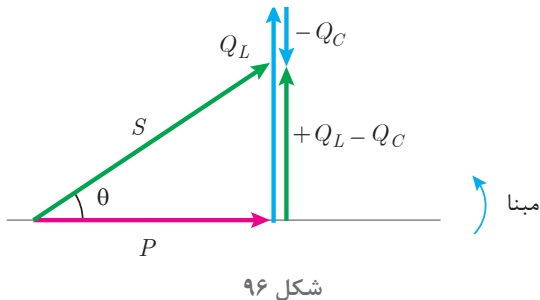


مثلت توان در مدار RLC سری با توجه به اینکه $Q_L > Q_C$ است «پس فاز» می‌باشد در شکل ۹۵ نشان داده شده است.

در صورتی که $Q_C > Q_L$ باشد در این صورت مدار «پیش فاز» می‌باشد.

مثلت توان مدار RLC سری که $Q_L < Q_C$ است را رسم نمایید.

فعالیت



برآیند بردارهای Q_L با Q_C به صورت $(+Q_L - Q_C)$ شکل ۹۵ قابل محاسبه است. علامت (+) بیانگر این است که Q_L در جهت محور y دستگاه مختصات می‌باشد و علامت (-) بیانگر این است که Q_C در خلاف جهت محور y دستگاه مختصات می‌باشد. (شکل ۹۶)

بردارهای $P, S, +Q_L - Q_C$ شکل ۹۶ تشکیل مثلث قائم‌الزاویه داده‌اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{P^2 + (+Q_L - Q_C)^2}$$

که در این رابطه:

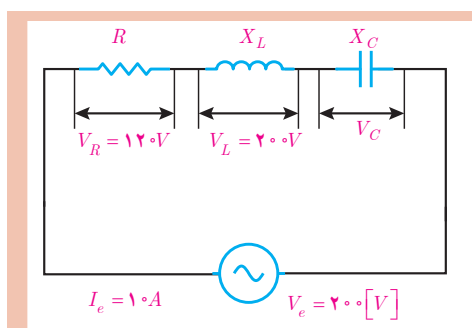
S توان ظاهری منبع [VA]

P توان مؤثر مقاومت اهمی [W]
 Q_L توان غیرمؤثر سلف [VAR]
 Q_C توان غیرمؤثر خازن [VAR] می باشد.
 همچنان روابط زیر محاسبه توان ها برقرار است :

$$P = V_e I_e \cos \phi \text{ [W]}$$

$$Q = V_e I_e \sin \phi \text{ [VAR]}$$

$$S = V_e I_e \text{ [VA]}$$



شکل ۹۷

در مدار الکتریکی شکل ۹۷ مطلوب است :
 الف) محاسبه توان مؤثر و غیرمؤثر در صورتی که $X_L > X_C$ باشد.
 ب) رسم مثلث توان



$$\text{ولتاژ} = \text{مقاومت} \times \text{جریان}$$

$$R = \frac{V_R}{I_R}$$

$$I_R = I_L = I_C = I_e = 10 \text{ A}$$

$$R = \frac{120}{10} = 12 \text{ } [\Omega]$$

در نتیجه توان مؤثر در مقاومت الکتریکی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P = R I_R^2 = 12(10)^2 = 1200 \text{ [W]}$$

حل : الف) برای مقاومت الکتریکی R می توان نوشت :

از طرفی طبق ویژگی مدار RLC می توان نوشت :



$$\text{ولتاژ} = \text{مقاومت} \times \text{جریان}$$

$$X_L = \frac{V_L}{I_L}$$

$$X_L = \frac{200}{10} = 20 \text{ } [\Omega]$$

برای X_L می توان از قانون اهم به صورت زیر استفاده کرد:

توان غیرمؤثر سلف به صورت زیر به دست می آید:

$$Q_L = +X_L I_L^2 = 20(10)^2 = 2000 \text{ [VAR]}$$

توان ظاهری از رابطه $S = V_e I_e$ به دست می‌آید:

$$S = 2000 \times 10 = 20000 \text{ [VA]}$$

از رابطه مثلث توان می‌توان نوشت:

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$$

$$20000 = \sqrt{12000^2 + (Q_L - Q_C)^2}$$

مقدار X_L بیشتر از X_C می‌باشد. در نتیجه خاصیت مدار پس‌فاز است پس:

$$(Q_L - Q_C)^2 = 20000^2 - 12000^2 = 256000000$$

$$Q_L - Q_C = \sqrt{256000000} = 16000$$

$$20000 - Q_C = 16000 \rightarrow Q_C = 4000$$

با توجه به خاصیت پیش‌فاز بودن خازن و رابطه Q_C می‌توان نوشت:

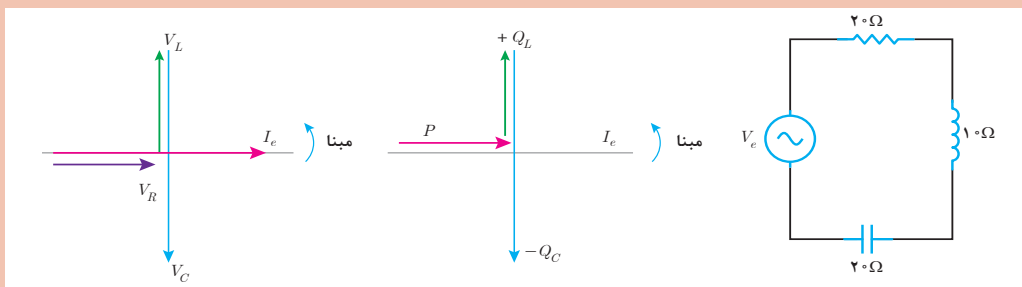
$$Q_C = -4000 \text{ [VAR]}$$

پرسش



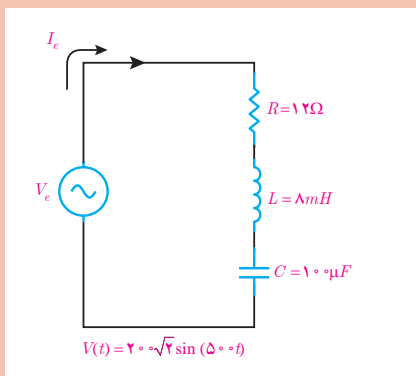
تمرین‌های RLC سری

- ۱- کاربرد مدار RLC سری را بنویسید.
- ۲- چگونگی معادل‌سازی مدار RLC را شرح دهید.
- ۳- مدار RLC سری را تعریف کنید.
- ۴- در هر یک از شکل‌های زیر پس‌فاز یا پیش‌فاز بودن مدار را تعیین کنید.

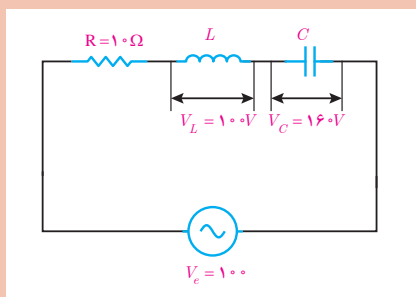


۵- ویژگی‌های مدار RLC سری را بنویسید.

۶- مثلث توان یک مدار RLC سری را در حالت $Q_L < Q_C$ رسم نمایید.

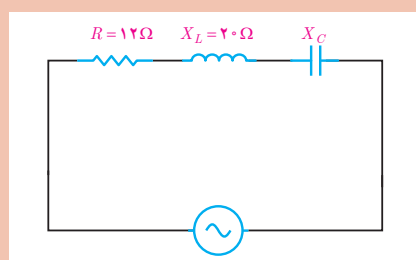


۷- در مدار الکتریکی شکل روبه‌رو مطلوب است:
 الف) ولتاژ هر کدام از عناصر مدار
 ب) ضریب توان مؤثر و ضریب توان غیرمؤثر
 ج) توان‌های مدار و مثلث توان

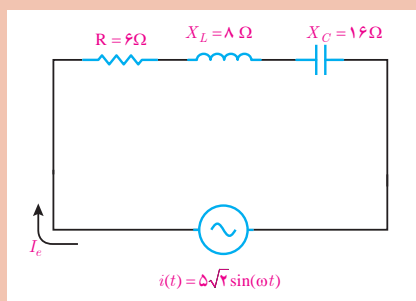


۸- در مدار الکتریکی RLC سری روبه‌رو مطلوب است:
 الف) I_R و V_R
 ب) Z
 ج) X_C و X_L

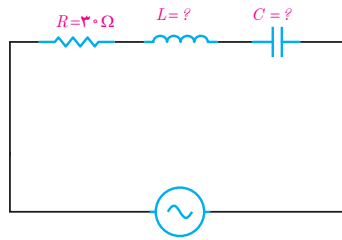
۹- در یک مدار RLC سری معادله زمانی ولتاژ منبع $v(t) = 20 \cdot \sqrt{2} \sin(1000 \cdot t)$ و $i(t) = 4 \sqrt{2} \sin(1000 \cdot t - 37^\circ)$ می‌باشد. $C = 10 \cdot \mu F$ و R و L محاسبه است.



۱۰- در مدار الکتریکی RLC سری شکل روبه‌رو در صورتی که ضریب توان مؤثر $0/6$ باشد مطلوب است محاسبه مقدار X_C در دو حالت زیر:
 الف) مدار پیش‌فاز باشد.
 ب) مدار پس‌فاز باشد.



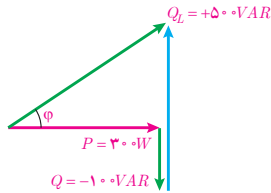
۱۱- در مدار الکتریکی RLC سری روبه‌رو مطلوب است:
 الف) مقاومت ظاهری مدار
 ب) ولتاژ منبع و رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان
 ج) توان‌های مدار و رسم مثلث توان



$$v(t) = 100\sqrt{2}\sin(1000t)$$

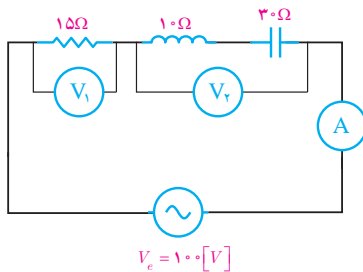
$$i(t) = 2\sqrt{2}\sin(1000t - 53^\circ)$$

۱۲- در مدار RLC سری شکل روبه‌رو $V_L = 5V_C$ می‌باشد.
مطلوب است محاسبه:
الف) L و C



۱۳- مثلث توان یک مدار RLC سری به صورت مقابل است.
مطلوب است:

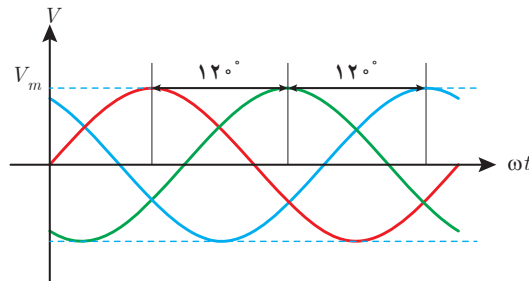
- الف) توان‌های مؤثر و غیرمؤثر مدار
- ب) توان ظاهری و ضریب قدرت مؤثر
- ج) در صورتی که $I_e = 5[A]$ باشد ولتاژ منبع را بیابید.



۱۴- در مدار الکتریکی شکل روبه‌رو ولت‌متر V_1 مقدار 60 را نشان می‌دهد. مقداری که ولت‌متر V_2 و آمپرمترو نشان می‌دهد را به دست آورید.

۱-۱۰ مدارهای الکتریکی سه فاز

مدارهای الکتریکی سه فاز برای معادل‌سازی اتصال مصرف‌کننده‌های سه فاز به شبکه سه فاز به کار می‌روند. شبکه الکتریکی که شامل سه ولتاژ با اختلاف فاز 120° درجه نسبت به یکدیگر و دامنه ولتاژ برابر باشد را «شبکه الکتریکی سه فاز» گویند (شکل ۹۸).



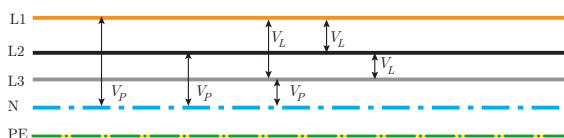
شکل ۹۸

در شبکه‌های توزیع انرژی الکتریکی برای تغذیه مصرف‌کننده‌های الکتریکی از شبکه الکتریکی سه‌فاز به صورت پنج سیمه استفاده می‌شود که شامل سه‌فاز، سیم نول و سیم حفاظتی زمین می‌باشد. سه فاز را با حروف L_1 ، L_2 ، L_3 نشان می‌دهند و از حرف N برای نشان دادن سیم نول و از حرف PE برای نشان دادن سیم حفاظتی زمین استفاده می‌شود (شکل ۹۹).



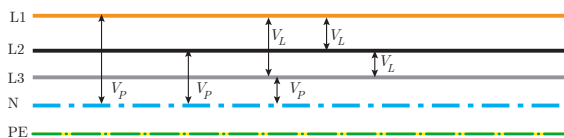
شکل ۹۹

ولتاژ در شبکه‌های سه فاز به صورت ولتاژ فازی و ولتاژ خطی قابل محاسبه و اندازه‌گیری می‌باشد. اختلاف پتانسیل الکتریکی هر فاز با سیم نول را «ولتاژ فازی» گویند و آن را با V_P نمایش می‌دهند (شکل ۱۰۰).



شکل ۱۰۰

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو فاز را «ولتاژ خطی» گویند و آن را با V_L نمایش می‌دهند (شکل ۱۰۱).



شکل ۱۰۱

رابطه بین ولتاژ خطی با ولتاژهای فازی به صورت زیر است:

$$V_L = \sqrt{3} V_P$$

در این رابطه:

V_L ولتاژ خطی [v]

V_P ولتاژ فازی [v] می‌باشد.

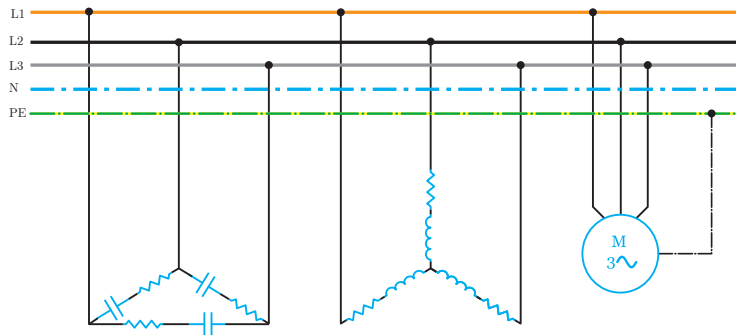
مثال
در شبکه توزیع انرژی الکتریکی ایران اختلاف پتانسیل بین دو فاز غیرهم‌نام ۴۰۰V است. ولتاژ فازی این شبکه چند ولت می‌باشد؟

از رابطه $V_L = \sqrt{3} V_P$ می‌توان ولتاژ فازی را به دست آورد.

$$400 = \sqrt{3} V_P \rightarrow V_P = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230 \text{ [v]}$$

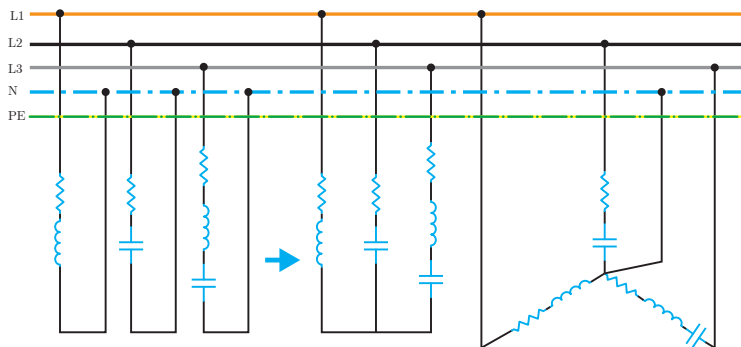
شبکه‌های سه فاز برای تغذیه مصرف‌کننده‌های سه فاز و تک‌فاز به کار می‌روند.

مصرف کننده‌های سه فاز با اتصال ستاره یا مثلث از شبکه سه فاز تغذیه می‌شوند (شکل ۱۰۲).



شکل ۱۰۲

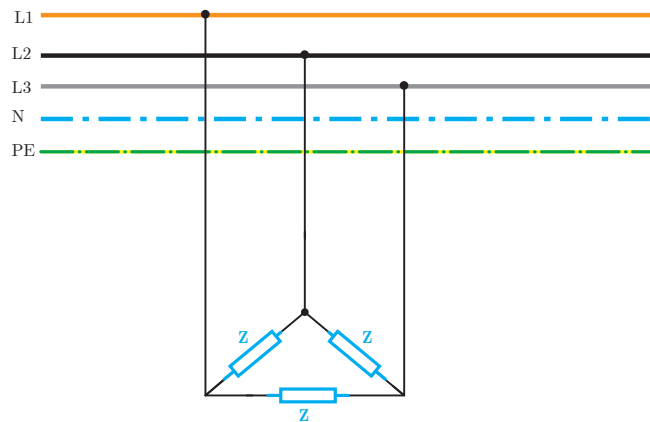
مصرف کننده‌های تک فاز نیز با اتصال به شبکه سه فاز تغذیه می‌شوند. اتصال مصرف کننده‌های تک فاز به شبکه سه فاز باعث شکل گیری اتصال ستاره نامتعادل خواهد شد (شکل ۱۰۳).



شکل ۱۰۳

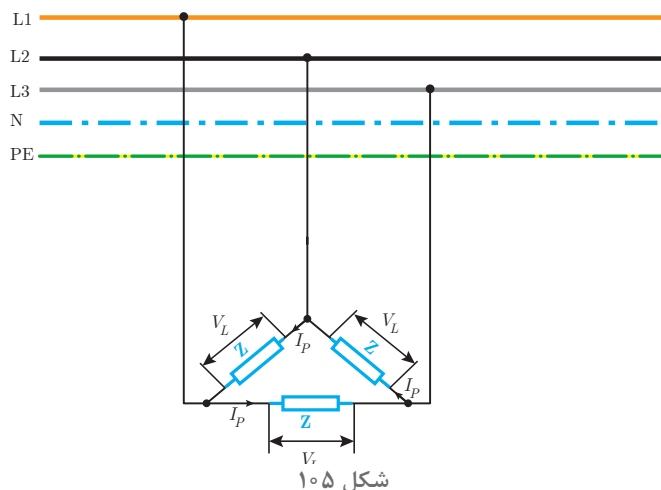
مدار الکتریکی سه فاز با اتصال مثلث

مدار الکتریکی سه فاز با اتصال مثلث در شکل ۱۰۴ نشان داده شده است.



شکل ۱۰۴

در اتصال مثلث هر یک از مقاومت‌های ظاهری Z باید ولتاژ خطی را تحمل کنند. اعمال ولتاژ خطی V_L به مقاومت ظاهری Z در آن جریان جاری می‌نماید. جریانی که در هر یک از مقاومت‌های ظاهری مصرف‌کننده سه فاز جاری می‌شود را «جریان فازی» گویند و آن را با I_P نشان می‌دهند (شکل ۱۰۵).



جریان فازی I_P با توجه به قانون اهم به صورت زیر محاسبه می‌شود.

ولتاژ

جریان مقاومت

$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

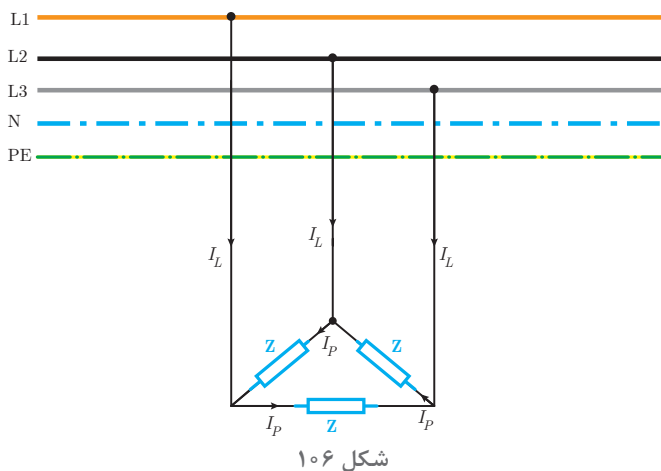
در این رابطه:

I_P جریان فازی [A]

V_L ولتاژ خطی [V]

Z مقاومت ظاهری [Ω] است.

در اثر جاری شدن جریان فازی I_P در مقاومت‌های ظاهری Z ، جریانی بین بار مثلث و شبکه سه فاز برقرار می‌شود. جریانی که مصرف‌کننده سه فاز از شبکه دریافت می‌نماید را «جریان خطی» می‌گویند و آن را با I_L نشان می‌دهند (شکل ۱۰۶).



در اتصال مثلث رابطه زیر بین جریان خطی I_L و جریان فازی I_P برقرار است:

$$I_L = \sqrt{3} I_P$$

در این رابطه:

I_L جریان خطی [A]

I_P جریان فازی [A] است.

مثال

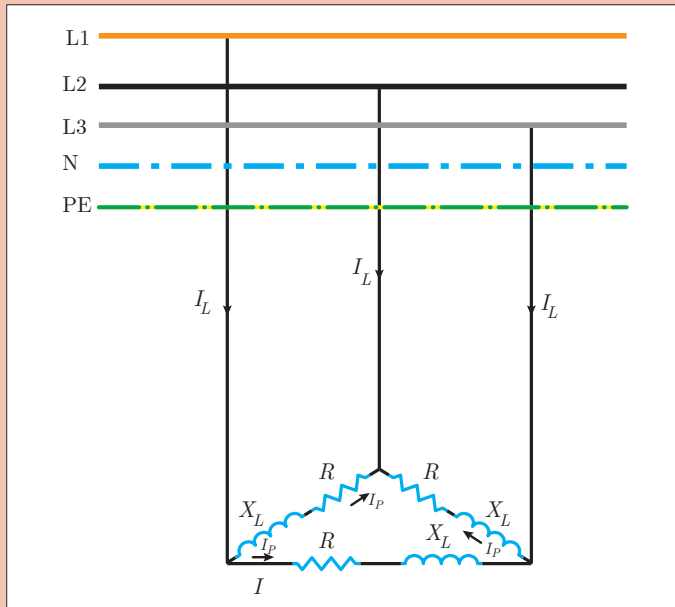


یک مصرف کننده الکتریکی سه فاز با اتصال مثلث مطابق شکل ۱۰۷ به شبکه سه فاز با $V_L = 400 [V]$ متصل شده است. اگر $R = 12 [\Omega]$ و $X_L = 16 [\Omega]$ باشد. مطلوب است محاسبه:

الف) مقاومت ظاهری Z

ب) جریان فاز

ج) جریان خط



شکل ۱۰۷

حل: الف) هر Z به صورت مدار RL سری است پس مقاومت ظاهری به صورت زیر محاسبه می شود:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 [\Omega]$$

ب) جریان فاز از رابطه قانون اهم به دست می آید:

ولتاژ
جریان

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

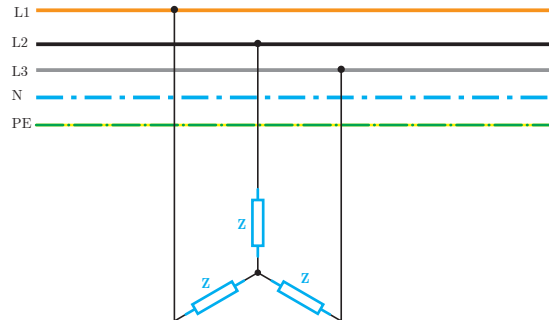
$$I_P = \frac{400}{20} = 20 [A]$$

ج) جریان خطی از رابطه $I_L = \sqrt{3} I_P$ به دست می آید:

$$I_L = \sqrt{3} \times 20 = 34.64 [A]$$

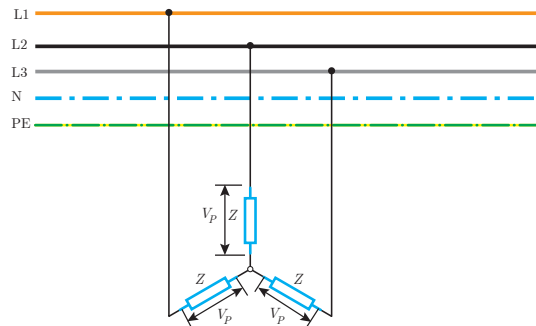
مدار الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره

مدار الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره در شکل ۱۰۸ نشان داده شده است.



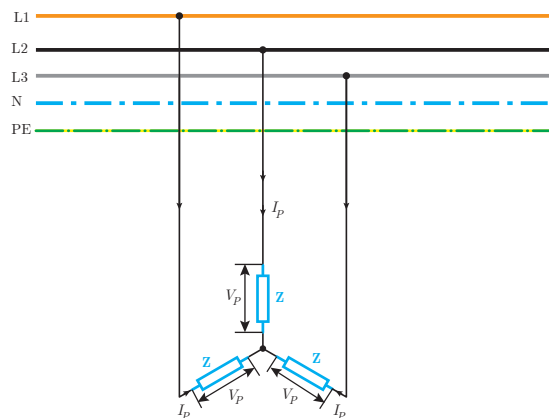
شکل ۱۰۸

پتانسیل محل اتصال مقاومت ظاهری Z به یکدیگر در اتصال ستاره مصرف کننده های سه فاز «صفر» است. محل اتصال مقاومت ها به یکدیگر در مصرف کننده های سه فاز با اتصال ستاره را «نقطه صفر» گویند. اختلاف پتانسیل بین هر فاز با نقطه صفر برابر ولتاژ فازی V_P می باشد (شکل ۱۰۹).



شکل ۱۰۹

در اتصال مصرف کننده سه فاز با اتصال ستاره هر یک از مقاومت های ظاهری Z ولتاژ فازی V_P را باید تحمل کند. با اعمال ولتاژ فازی V_P به مقاومت ظاهری Z در آن جریان جاری می شود. جریانی که در هر یک از مقاومت های ظاهری جاری می شود را «جریان فازی» می گویند و آن را با I_P نشان می دهند (شکل ۱۱۰).



شکل ۱۱۰

جریان فازی I_P با توجه به قانون اهم به صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$\text{ولتاژ} = \text{جریان} \times \text{مقاومت}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

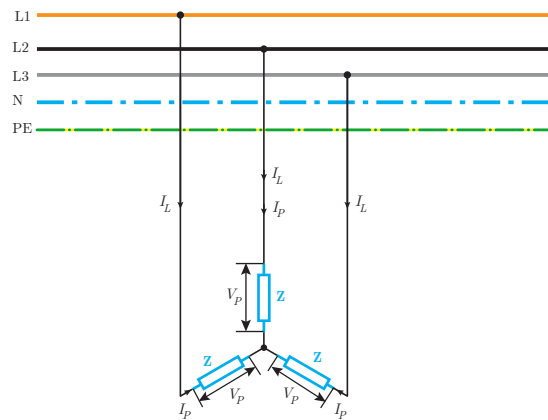
که در این رابطه:

I_P جریان فازی [A]

V_P ولتاژ فازی [V]

Z مقاومت ظاهری [Ω] می‌باشد.

در اثر جاری شدن جریان فازی I_P در مقاومت‌های ظاهری Z جریان بین بار ستاره و شبکه سه فاز برقرار می‌شود. جریانی که مصرف‌کننده سه فاز از شبکه سه فاز دریافت می‌نماید را «جریان خطی» می‌گویند و آن را با I_L نشان می‌دهند (شکل ۱۱۱).



شکل ۱۱۱

جریان خطی I_L در اتصال ستاره با جریان فازی I_P برابر است یعنی:

$$I_L = I_P$$

مثال

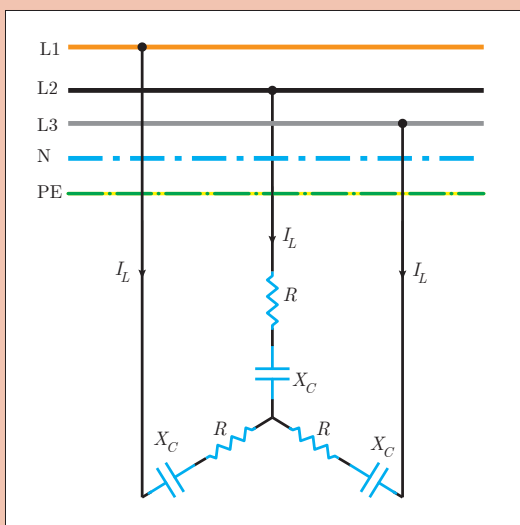


یک مصرف‌کننده الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره مطابق شکل ۱۱۲ از شبکه سه فاز با ولتاژ $V_L = 380 [V]$ تغذیه می‌کند. اگر $R = 8 [\Omega]$ و $X_C = 6 [\Omega]$ مطلوب است:

الف) محاسبه مقاومت ظاهری

ب) جریان فازی

ج) جریان خطی



شکل ۱۱۲

حل: الف) هر فاز مصرف کننده الکتریکی سه فاز به صورت مدار RC سری می باشد و مقاومت ظاهری آن به صورت زیر حساب می شود:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 [\Omega]$$

ب) ولتاژ فازی به صورت زیر حساب می شود:

$$V_L = V_P \sqrt{3} \rightarrow V_P = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220V$$

$$I_L = I_P = 22 [A]$$

جریان فازی از قانون اهم قابل محاسبه است:



$$\text{ولتاژ} \\ \text{مقاومت} = \text{جریان}$$

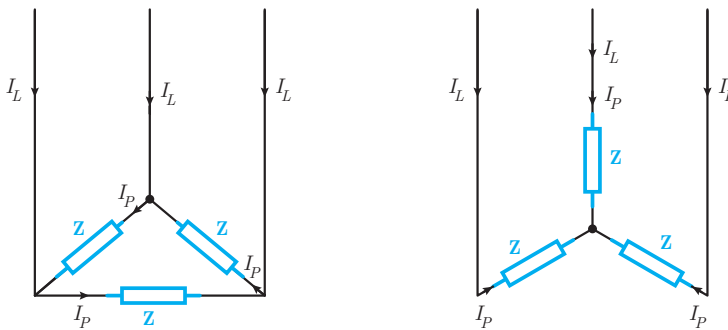
$$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{220}{10} = 22 [A]$$

ج) در اتصال ستاره جریان خطی (I_L) با جریان فازی I_P برابر است پس:

$$I_L = I_P = 22 [A]$$

توان مدارهای الکتریکی سه فاز

توان مدارهای الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره یا مثلث از توان هر یک از مقاومت های ظاهری Z به دست می آید. در اتصال مصرف کننده سه فاز با حالت ستاره یا مثلث به شبکه الکتریکی سه فاز، جریان فازی I_P در هر یک از مقاومت های ظاهری جاری می شود و هر یک از آنها توان الکتریکی خواهند داشت (شکل ۱۱۳).



شکل ۱۱۳

توان مؤثر هر یک از مقاومت های ظاهری P_Z در اتصال ستاره از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_Z = V_P I_P \cos \phi$$

توان مؤثر مصرف کننده سه فاز $P_{\Sigma\phi}$ از جمع توان مؤثر در سه مقاومت ظاهری به دست خواهد آمد:

$$P_{\Sigma\phi} = P_Z + P_Z + P_Z$$

توان ظاهری هر یک از مقاومت‌های ظاهری با یکدیگر برابر است و می‌توان نوشت:

$$P_{\text{ر}\phi} = 3P_Z$$

با جایگزینی رابطه P_Z خواهیم داشت:

$$P_{\text{ر}\phi} = 3V_P I_P \cos \phi$$

در این رابطه:

$P_{\text{ر}\phi}$ توان مؤثر مصرف‌کننده سه‌فاز [W]

V_P ولتاژفازی [V]

I_P جریان فازی [A]

$\cos \phi$ ضریب توان مؤثر است.

توان مؤثر در اتصال ستاره یا مثلث رامی‌توان از رابطه زیر نیز به‌دست آورد.

$$P_{\text{ر}\phi} = \sqrt{3} V_L I_L \cos \phi$$

در این رابطه:

$P_{\text{ر}\phi}$ توان مؤثر مصرف‌کننده سه‌فاز [W]

V_L ولتاژخطی [v]

I_L جریان خطی [A] می‌باشد.

توان غیرمؤثر هر یک از مقاومت‌های ظاهری Q_Z در اتصال ستاره از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$Q_Z = V_P I_P \sin \phi$$

توان غیرمؤثر مصرف‌کننده سه‌فاز $Q_{\text{ر}\phi}$ از جمع توان غیرمؤثر در سه مقاومت ظاهری به‌دست خواهد آمد:

$$Q_{\text{ر}\phi} = Q_Z + Q_Z + Q_Z$$

توان غیرمؤثر هر یک از مقاومت‌های ظاهری با یکدیگر برابر است و می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{ر}\phi} = 3Q_Z$$

با جایگزینی رابطه Q_Z خواهیم داشت:

$$Q_{\text{ر}\phi} = 3V_P I_P \sin \phi$$

در این رابطه:

$Q_{\text{ر}\phi}$ توان غیرمؤثر مصرف‌کننده سه‌فاز [VAR]

V_P ولتاژفازی [V]

I_P جریان فازی [A]

$\sin \phi$ ضریب توان غیرمؤثر است.

توان راکتیو در اتصال ستاره یا مثلث از رابطه زیر نیز به‌دست می‌آید:

$$Q_{\text{ر}\phi} = \sqrt{3} V_L I_L \sin \phi$$

در این رابطه:

$Q_{\text{ر}\phi}$ توان غیرمؤثر مصرف‌کننده سه‌فاز [VAR]

V_L ولتاژخطی [V]

I_L جریان خطی [A]

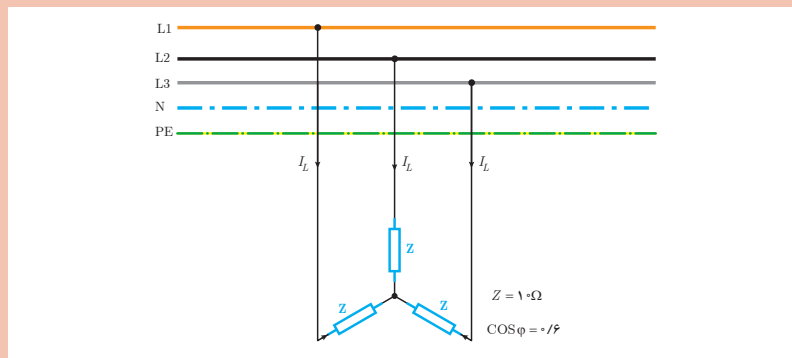
$\sin \phi$ ضریب توان غیرمؤثر است.



یک مصرف کننده الکتریکی سه فاز در حالت ستاره به شبکه الکتریکی سه فاز با $V_L = 200\sqrt{3}$ متصل است. مطلوب است محاسبه:

الف) جریان فازی و خطی

ب) توان غیرمؤثر مصرف کننده سه فاز



شکل ۱۱۴

حل: در اتصال ستاره ولتاژ مقاومت های ظاهری برابر ولتاژ فازی است.

الف) در اتصال ستاره ولتاژ فازی به صورت زیر به دست می آید:

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$$

$$V_P = \frac{200\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 200 \text{ [V]}$$

$$\text{ولتاژ} \\ \text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_P}{Z}$$

$$I_P = \frac{200}{10} = 20 \text{ [A]}$$

جریان فازی از قانون اهم به دست می آید:

در اتصال ستاره $I_P = I_L$ می باشد:

$$[A] 20 = I_P = I_L$$

ب) از رابطه زیر $\sin \phi$ به دست می آید:

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sqrt{1 - (0.6)^2} = 0.8$$

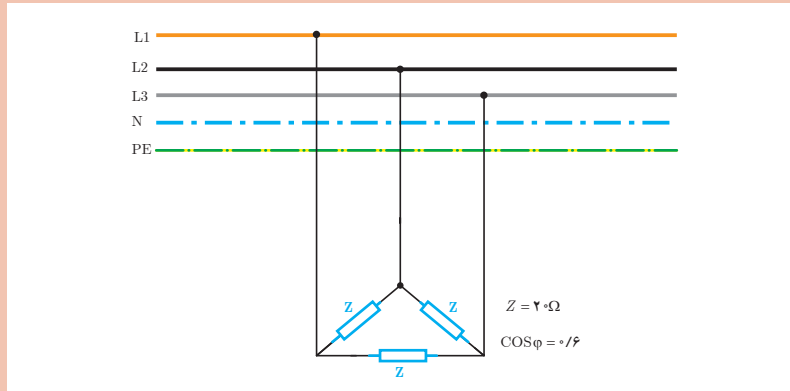
توان غیرمؤثر سه فاز از رابطه زیر به دست می آید:

$$Q_{\text{r}\phi} = 3 V_P I_P \sin \phi$$

$$Q_{\text{r}\phi} = 3 \times 200 \times 20 \times 0.8 = 9600 \text{ [VAR]}$$



یک مصرف کننده الکتریکی سه فاز مطابق شکل ۱۱۵ از شبکه الکتریکی سه فاز $V_L = 400 [V]$ تغذیه می شود. مطلوب است محاسبه:
الف) جریان های فازي و خطي
ب) توان مؤثر مصرف کننده



شکل ۱۱۵

حل: در اتصال مثلث ولتاژ مقاومت های ظاهری Z برابر ولتاژ خطي است.
الف) جریان فازي در اتصال مثلث از رابطه زیر به دست می آید:



$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}} = \text{جریان}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

$$I_P = \frac{400}{20} = 20 [A]$$

در اتصال مثلث جریان خط به صورت زیر به دست می آید:

$$I_L = I_P \sqrt{3} \rightarrow I_L = 2\sqrt{3} [A]$$

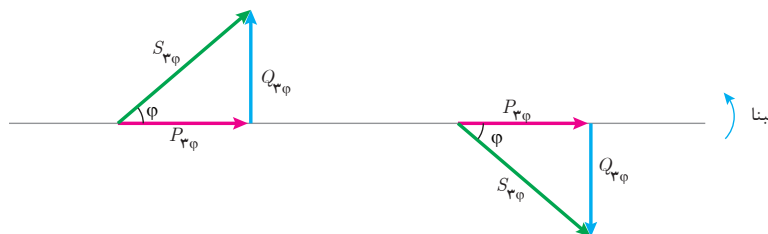
ب) توان مؤثر سه فاز به صورت زیر حساب می شود:

$$P_{r\phi} = 3 V_L I_P \cos\phi$$

$$P_{r\phi} = 3 \times 400 \times 20 \times 0.6$$

$$P_{r\phi} = 14400 [W]$$

مثلث توان مصرف کننده های سه فاز در دو حالت پس فاز و پیش فاز در شکل ۱۱۶ نشان داده شده است.



شکل ۱۱۶

توان ظاهری سه فاز در مثلث توان از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است.

$$S_{\text{ر}\phi} = \sqrt{P_{\text{ر}\phi}^2 + Q_{\text{ر}\phi}^2}$$

که در این رابطه:

$S_{\text{ر}\phi}$ توان ظاهری مصرف کننده سه فاز [VA]

$P_{\text{ر}\phi}$ توان مؤثر مصرف کننده سه فاز [W]

$Q_{\text{ر}\phi}$ توان غیرمؤثر مصرف کننده سه فاز [VAR] است.

با جایگزینی رابطه $P_{\text{ر}\phi}$ و $Q_{\text{ر}\phi}$ در رابطه $S_{\text{ر}\phi}$ رابطه زیر به دست می آید:

$$S_{\text{ر}\phi} = \sqrt{3} V_P I_P$$

که در این رابطه:

$S_{\text{ر}\phi}$ توان ظاهری مصرف کننده سه فاز [VA]

V_P ولتاژ فازی [V]

I_P جریان فازی [A] است.

توان ظاهری از رابطه زیر نیز به دست می آید:

$$S_{\text{ر}\phi} = \sqrt{3} V_L I_L$$

که در این رابطه:

$S_{\text{ر}\phi}$ توان ظاهری مصرف کننده سه فاز [VA]

V_L ولتاژ خطی [v]

I_L جریان خطی [A] است.

یک مصرف کننده سه فاز در حالت مثلث از شبکه الکتریکی با ولتاژ خط $V_L = 380$ [v] تغذیه می شود. در صورتی که مقاومت ظاهری $Z = 20$ [Ω] و ضریب توان مؤثر 0.6 باشد توان های مصرف کننده را به دست آورید.

مثال



حل:

در اتصال مثلث ولتاژ مقاومت های ظاهری برابر ولتاژ خطی V_L است.

جریان فازی از قانون اهم به دست می آید:

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

$$I_P = \frac{380}{20} = 19 \text{ [A]}$$

توان مؤثر سه فاز از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_{\text{ر}\phi} = \sqrt{3} V_L I_P \cos \phi$$

$$P_{\text{ر}\phi} = \sqrt{3} \times 380 \times 19 \times 0.6 = 12996 \text{ [W]}$$

از رابطه مثلثاتی می توان $\sin \phi$ را محاسبه کرد:

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sqrt{1 - (0.6)^2} = 0.8$$

توان غیرمؤثر سه فاز از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$Q_{3\phi} = 3V_L I_P \sin\phi$$

$$Q_{3\phi} = 3 \times 380 \times 19 \times 0.8 = 17328 \text{ [VAR]}$$

توان ظاهری سه فاز به صورت زیر حساب می‌شود:

$$S_{3\phi} = 3V_P I_P$$

$$S_{3\phi} = 3 \times 380 \times 19 = 21660 \text{ [V.A]}$$

ثابت کنید توان ظاهری مصرف کننده سه فاز در اتصال مثلث و ستاره از رابطه $S_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L$ به دست می‌آید.

فعالیت



یک مصرف کننده سه فاز از شبکه الکتریکی سه فاز با ولتاژ خط $V_L = 200 \text{ [V]}$ تغذیه می‌شود. اگر جریان دریافتی مصرف کننده از شبکه الکتریکی 15 [A] باشد توان ظاهری سه فاز را به دست آورید.

مثال



حل: از رابطه توان ظاهری سه فاز می‌توان نوشت:

$$S_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L$$

$$S_{3\phi} = \sqrt{3} \times 200 \times 15 = 3000\sqrt{3} \text{ [VA]}$$

$$S_{3\phi} = 3000\sqrt{3} \times 10^{-3} = 3\sqrt{3} \text{ [KVA]}$$

۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید

الف) شبکه الکتریکی سه فاز

ب) ولتاژ فازی

ج) جریان خطی

۲- در جای خالی کلمات مناسب بنویسید.

الف) مدارهای الکتریکی سه فاز برای اتصال مصرف کننده‌های سه فاز استفاده می‌شود.

ب) ولتاژ در شبکه‌های سه فاز به صورت و قابل اندازه‌گیری است.

ج) اتصال مصرف کننده‌های تک‌فاز به شبکه سه فاز ایجاد می‌کند.

۳- درستی و نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.

الف) اختلاف پتانسیل بین دوفاز را ولتاژ خطی گویند.

صحیح غلط

ب) جریانی که مصرف کننده سه فاز از شبکه دریافت می‌کند را جریان فازی گویند.

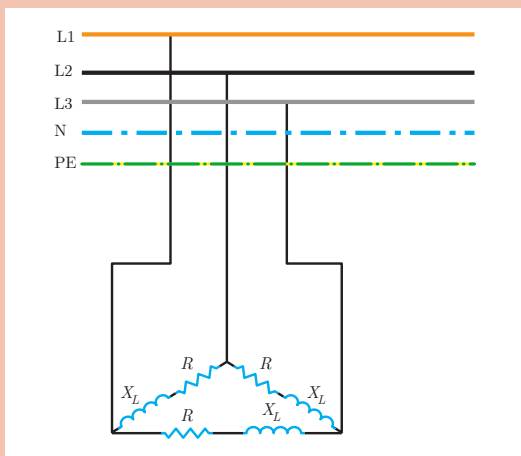
صحیح غلط

ج) برای محاسبه جریان خطی از رابطه $I_L = \frac{V_P}{Z}$ استفاده می‌شود.

صحیح غلط

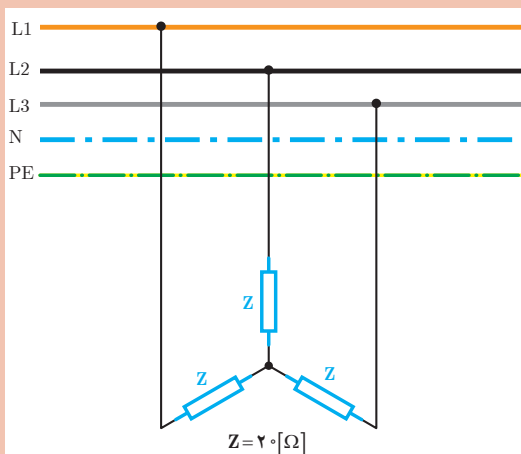
تمرین





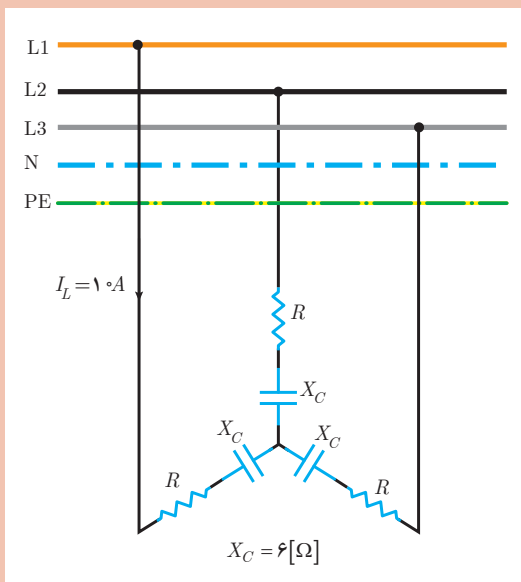
۴- یک مصرف کننده الکتریکی مطابق شکل روبه‌رو به شبکه سه فاز ۴۰۰ ولت متصل شده است. اگر $R=20\ \Omega$ و $X_L=20\ \Omega$ باشد، مطلوب است:

- الف) جریان فازی و خطی
 ب) توان های مدار
 ج) رسم مثلث توان



۵- یک مصرف کننده سه فاز مطابق شکل روبه‌رو به شبکه سه فاز $400\ [V]$ متصل شده است. مطلوب است.

- الف) توان ظاهری
 ب) اگر اتصال مصرف کننده به حالت مثلث درآید توان ظاهری را محاسبه کنید.
 ج) از مقایسه توان ظاهری دو حالت ستاره و مثلث چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۶- توان مؤثر مصرف کننده الکتریکی شکل مقابل $2/4\ [kW]$ است. مطلوب است محاسبه:

- الف) مقدار R
 ب) ضریب توان
 ج) رسم مثلث توان

* برای حل تمرین‌ها از کتاب همراه هنرجو استفاده کنید.

ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان تحلیل مدارهای الکتریکی

استاندارد ارزشیابی پیشرفت تحصیلی مبتنی بر شایستگی درس دانش فنی تخصصی الکتروتکنیک

| نمره | شاخص تحقیق | نتایج مورد انتظار | استاندارد عملکرد (کیفیت) | تکالیف عملکردی (واحد‌های یادگیری) | عنوان پودمان |
|---------------------|--|-----------------------|---|-----------------------------------|--------------|
| ۳ | از کل سؤالات به هفت تا ده سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد. | بالاتر از حد انتظار | تجزیه‌بردار با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی - تفاضل و برآیند دو بردار به کمک فیثاغورث - برآیند بردارها با استفاده از مؤلفه‌های آن - | تحلیل مدارهای الکتریکی | پودمان ۱ |
| ۲ | از کل سؤالات به شش سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد. | در حد انتظار | محاسبه توان در مدار الکتریکی با استفاده از روابط آن - محاسبه توان شبکه الکتریکی با روش تجزیه - محاسبه کمیت‌های الکتریکی مدار RC و RL و RLC سری به کمک | | |
| ۱ | از کل سؤالات به یک تا پنج سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد. | پایین‌تر از حد انتظار | قانون اهم و روابط توان - محاسبه کمیت‌های الکتریکی مدار سه‌فاز با اتصال مثلث و ستاره به کمک قانون اهم و روابط توان | | |
| نمره مستمر از ۵ | | | | | |
| نمره شایستگی پودمان | | | | | |
| نمره پودمان از ۲۰ | | | | | |

هدف‌گذاری و سنجش:

برای کسب شایستگی در این پودمان اگر هنرجو:

- از کل سؤالات به یک تا پنج سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد شایستگی پایین‌تر از حد انتظار خواهد بود.
- از کل سؤالات به شش سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد شایستگی در حد انتظار خواهد بود.
- از کل سؤالات به هفت تا ده سؤال به‌طور کامل پاسخ دهد شایستگی بالاتر از حد انتظار خواهد بود.

توجه: سؤالات ارائه شده همگی هم‌ارزش بوده و در سطح یادگیری در حد انتظار است. معیار ارزشیابی نتیجه‌محور است.

سؤال ۱- (۲ نمره)

سؤال ۲- (۲ نمره)

سؤال ۳- (۲ نمره)

سؤال ۴- (۲ نمره)

سؤال ۵- (۲ نمره)

سؤال ۶- (۲ نمره)

سؤال ۷- (۲ نمره)

سؤال ۸- (۲ نمره)

سؤال ۹- (۲ نمره)

سؤال ۱۰- (۲ نمره)