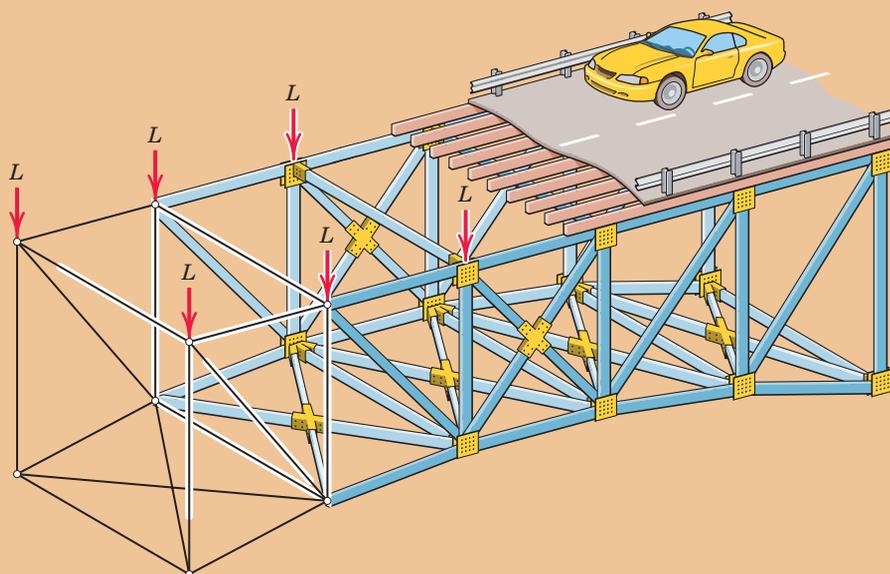


## پودمان ۳

# تحلیل سازه‌های ساختمانی



## واحد یادگیری ۵ تحلیل خرپا

### مقدمه

سازه‌های ساختمانی شامل انواع سازه‌های قابی، سازه‌های پوسته‌ای، سازه‌های کابلی و سازه‌های خرپایی می‌باشد.

به هر عضو یا مجموعه‌ای از اعضا که نیروی وارد شده به آن را تحمل نموده و منتقل نماید، سازه گفته می‌شود. بنابراین تیرها، ستون‌ها، بادبندها و ... نیز نوعی سازه می‌باشند.

منظور از تحلیل سازه، بررسی پایداری سازه، تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی، نیروهای داخلی و تغییر شکل سازه تحت تأثیر نیروهای خارجی وارد به آن می‌باشد که در پودمان دوم کتاب راجع به تعیین عکس‌العمل‌ها بحث شد و در این پودمان تنها به تعیین نیروهای داخلی در اعضای خرپاهای صفحه‌ای و تیرها بسنده می‌شود.

### ۵-۱- خرپا (Truss)

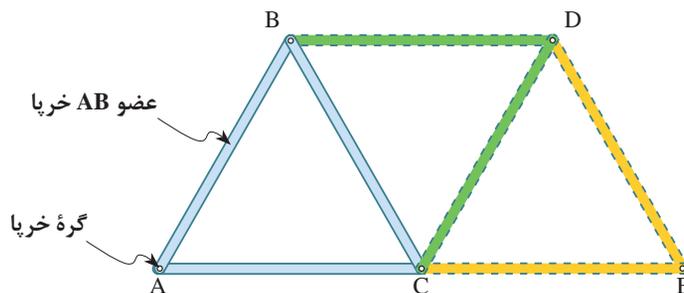
خرپاها سازه‌هایی هستند متشکل از اعضا (میله‌هایی) که در دو انتهای خود به صورت مفصل (پین) به یکدیگر متصل شده و عموماً تشکیل شبکه‌های مثلثی می‌دهند.

### ۵-۱-۱- انواع خرپا

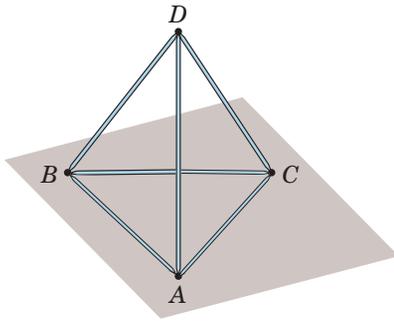
خرپاها به طور کلی به دو گروه تقسیم می‌شوند.

۱- **خرپاهای صفحه‌ای:** خرپاهایی هستند که فرم پایه آنها تشکیل شده از سه عضو (میله) و سه گره (پین یا مفصل) که در یک صفحه واقع شده و با افزودن دو عضو و یک گره جدید گسترش می‌یابند.

(شکل ۱)



شکل ۱ ▲

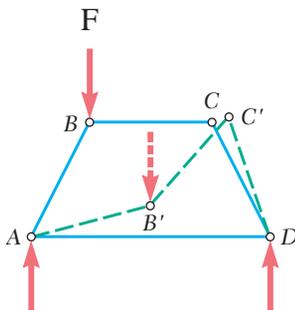


شکل ۲ ▲

۲- **خرپاهای فضایی:** به خرپاهایی گفته می‌شود که فرم پایه آنها تشکیل شده از شش عضو و چهار گره که یک شبکه فضایی ساخته و با افزودن سه عضو و یک گره جدید گسترش می‌یابند. (شکل ۲)

### ۵-۱-۲- شکل خرپاها

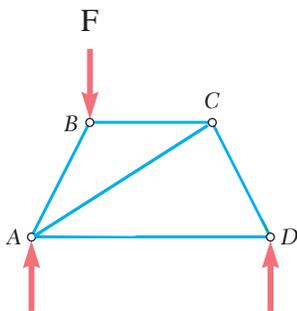
همان‌طور که گفته شد خرپاهای صفحه‌ای از تعدادی شبکه مثلثی تشکیل می‌یابند و دلیل استفاده از هندسه مثلثی در آنها، پایداری هندسی مثلث نسبت به سایر اشکال هندسی می‌باشد. چرا که در مثلث تغییر زاویه مشروط به تغییر طول اضلاع آن می‌باشد و این تغییر در هندسه مثلثی خرپاها به سادگی اتفاق نمی‌افتد درحالی‌که در یک هندسه چهارضلعی بدون تغییر طول اضلاع آن‌ها تغییر شکل به راحتی صورت می‌پذیرد.



شکل ۳ ▲

با توجه به شکل (۳) دیده می‌شود که در چهارضلعی ABCD که اضلاع آن به صورت مفصل یا پین به هم متصل شده‌اند با وارد آوردن نیروی نه‌چندان بزرگ F به راحتی دچار تغییر شکل شده و نقطه B به B' و C به C' منتقل می‌شود، بنابراین سازه ناپایدار بوده و این مسئله نامطلوب است.

برای تأمین پایداری سازه فوق کافی است عضو قطری BC را به آن بیفزاییم و چهارضلعی را به دو مثلث تبدیل نماییم. (شکل ۴)



شکل ۴ ▲

شکل‌های (۳) و (۴) را با قطعات چوبی و اتصال مفصلی بسازید و با اعمال نیروی متناسب، عملکرد آنها را با یکدیگر مقایسه نمایید.

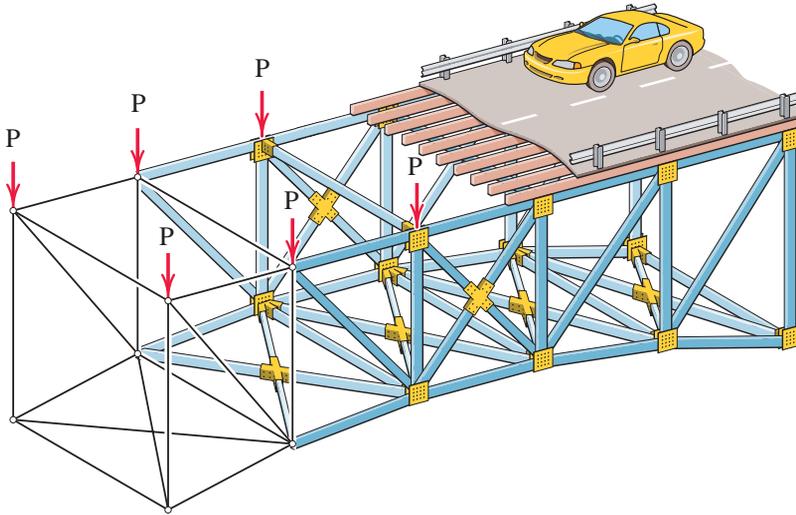
فعالیت  
عملی ۱



### ۵-۱-۳- فرضیات تحلیل خرپاها

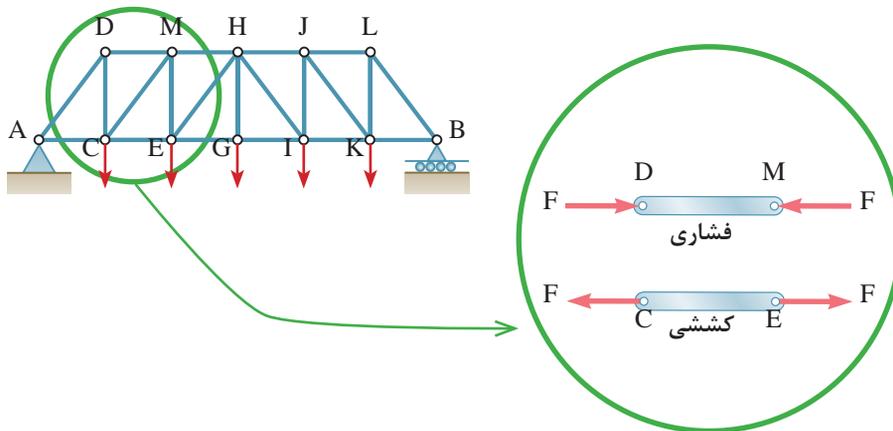
منظور از تحلیل خرپا، تعیین نیروی داخلی هر عضو خرپا و محاسبهٔ عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی آن می‌باشد و مبتنی بر فرضیاتی به شرح ذیل است:

۱- نیروهای خارجی وارد بر خرپا در صفحه خرپا و در محل گره‌ها به آن اعمال می‌شود. (شکل ۵)



▲ شکل ۵

۲- اعضای خرپا (میله‌ها) به صورت مفصلی به یکدیگر متصل می‌شوند. با توجه به فرضیات فوق، نیروهای داخلی و خارجی در محل گره به صورت متقارب خواهند بود. بنابراین نیروهای داخلی اعضا در راستای آنها و به صورت کششی یا فشاری عمل می‌نمایند. (شکل ۶)



▲ شکل ۶

## ۵-۱-۴- روش تحلیل خرپا

برای تحلیل خرپاها روش‌های مختلفی وجود دارد که در اینجا به روش تحلیل مفاصل (گره‌ها) اشاره می‌شود و در مقاطع بالاتر با سایر روش‌های تحلیل خرپا آشنا خواهید شد.

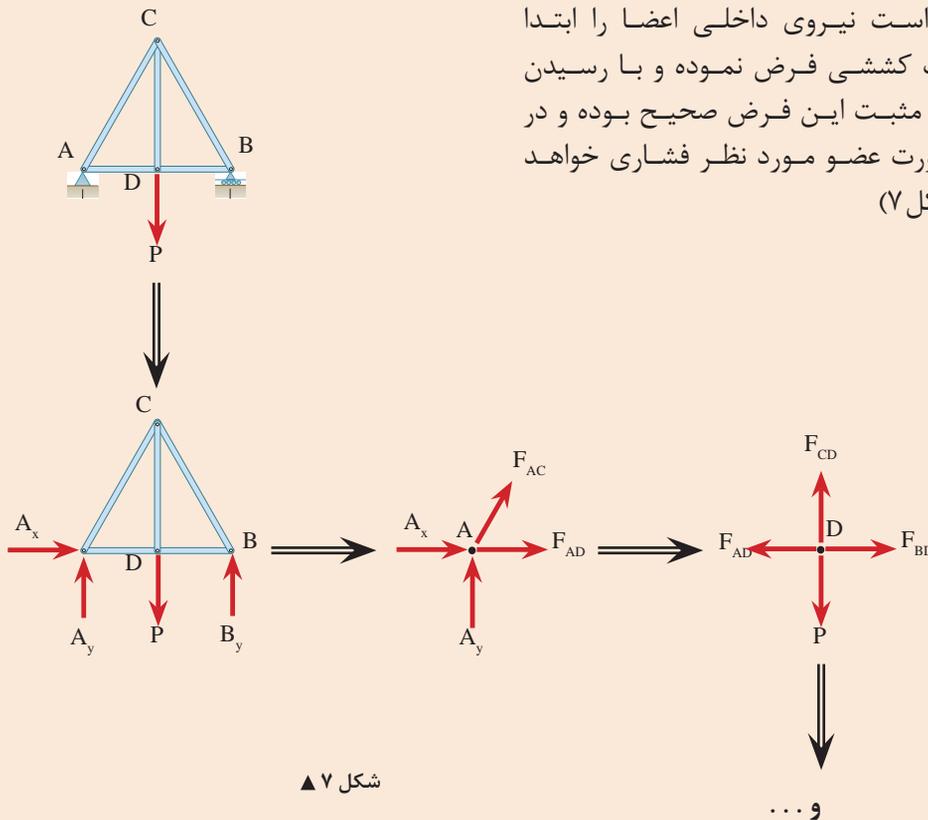
## ۵-۱-۵- روش مفاصل (گره‌ها) در تحلیل خرپاها

فلسفه این روش بر این اصل استوار است که چون کل خرپا در حال تعادل است پس هر گره یا جزء آن نیز باید در حال تعادل باشد، بنابراین عموماً مراحل تحلیل خرپا در این روش عبارت است از:

(۱) محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی ← (۲) ترسیم پیکر آزاد هر گره ←

(۳) اعمال شرایط تعادل هر گره (نقطه مادی) یعنی:  $\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right.$  ← (۴) حل معادلات تشکیل شده و محاسبه مجهولات مورد نظر

۱- در ترسیم پیکر آزاد گره‌ها، از گره‌ای شروع می‌نماییم که بیش از دو مجهول نداشته باشد.



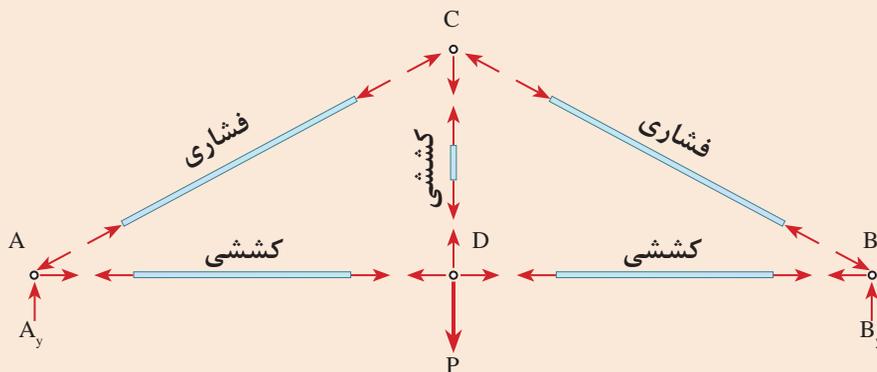
نکته



نکته



۳- در ترسیم پیکر آزاد هرگره جهت نیروهای کششی از گرهِ دور شده و جهت نیروهای فشاری به گرهِ نزدیک می‌شود.  
نتیجه نهایی تحلیل خریای شکل (۷) در شکل (۸) نشان داده شده است.



شکل ۸ ▲

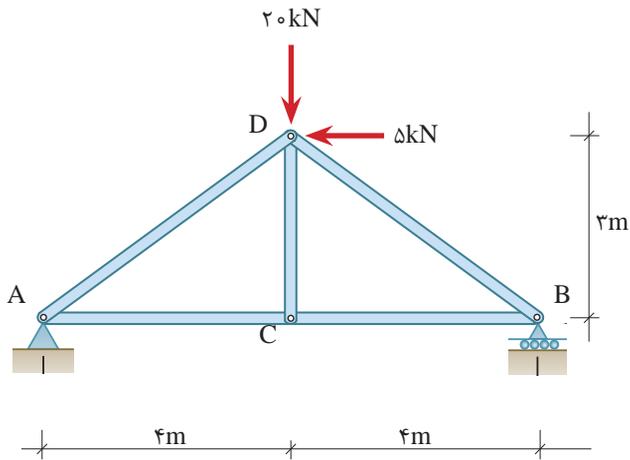
تحقیق کنید



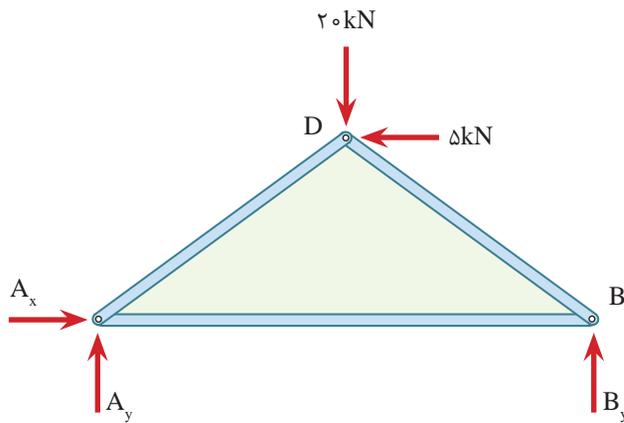
در کتاب‌های تاریخ فنی غرب، چنین آمده است که اولین نوع ساختمان‌های خریایی، در قرن شانزدهم میلادی ساخته شده است. همچنین گفته شده که اولین نوع خریای واقعی ثبت شده در تاریخ در قرن شانزدهم میلادی توسط یک مهندس رومی به نام پالادیو (Paladio) (۱۵۸۰ - ۱۵۱۸ م) ابداع و ساخته شده است. اما سندهای تاریخی نشان‌دهنده آن است که ساختمان خریایی در ایران باستان از هزاره سوم قبل از میلاد ساخته می‌شده است. مورد استناد در این بررسی لوحه‌ای است که در حفاری‌های باستان‌شناسی شوش به دست آمده و تاریخ آن به هزاره سوم قبل از میلاد (پنج هزار سال پیش) می‌رسد. در مورد موارد ذکر شده تحقیقی انجام داده و در جلسه آینده در کلاس ارائه نمایید.



خرپای شکل روبه‌رو را تحلیل نمایید.



۱- ترسیم پیکر آزاد کل خرپا



۲- محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

$$\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow A_x - 5 = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 5 \text{ kN} \rightarrow}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 20 = 0$$

$$A_y + B_y = 20 \text{ kN} \quad \text{معادله I}$$

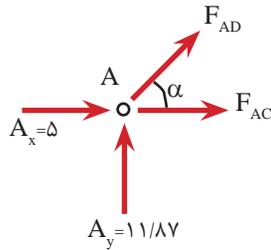
$$+\curvearrowleft \sum M_A = 0 \Rightarrow 20 \times 4 - 5 \times 3 - B_y \times 8 = 0$$

$$B_y = \frac{65}{8} \Rightarrow \boxed{B_y = 8.125 \text{ kN}}$$

$$\text{در معادله I} \quad A_y + 8.125 = 20 \Rightarrow \boxed{A_y = 11.875 \text{ kN}}$$

### ۳- تحلیل گره‌ها

برای تحلیل گره‌ها با توجه به وجود دو عضو (دو مجهول) در هر یک از گره‌های A و B می‌توانیم از هریک از آنها شروع نماییم که در این مثال گره A انتخاب می‌گردد.



پیکر آزاد گره A:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36.87^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = 0.6 \\ \cos \alpha = 0.8 \end{cases}$$

$$\overset{+}{\Sigma} F_x = 0 \Rightarrow 5 + F_{AD} \cos \alpha + F_{AC} = 0 \Rightarrow 5 + 0.8 F_{AD} + F_{AC} = 0 \quad \text{معادله II}$$

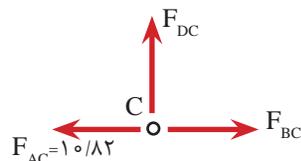
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 11/17 + F_{AD} \sin \alpha = 0 \Rightarrow 0.6 F_{AD} = -11/17$$

$$\Rightarrow F_{AD} = -19/17 \text{ kN} \quad \text{فشاری}$$

$$\text{II معادله} \Rightarrow 5 + 0.8(-19/17) + F_{AC} = 0$$

$$\Rightarrow F_{AC} = 10/17 \text{ kN} \quad \text{کششی}$$

باتوجه به مشخص شدن نیروی داخلی عضو AC می‌بینیم که گره C نیز دارای دو مجهول BC و CD می‌باشد و اکنون می‌توان تحلیل این گره را آغاز کرد.

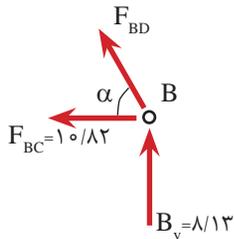


پیکر آزاد گره C:

$$\overset{+}{\Sigma} F_x = 0 \Rightarrow F_{BC} - 10/17 = 0 \Rightarrow F_{BC} = 10/17 \text{ kN} \quad \text{کششی}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{CD} = 0$$

پیکر آزاد گره B:



$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{BD} \sin \alpha + 8/17 = 0$$

$$\Rightarrow F_{BD} = \frac{-8/17}{0.6} \Rightarrow F_{BD} = -13/55 \text{ kN} \quad \text{فشاری}$$

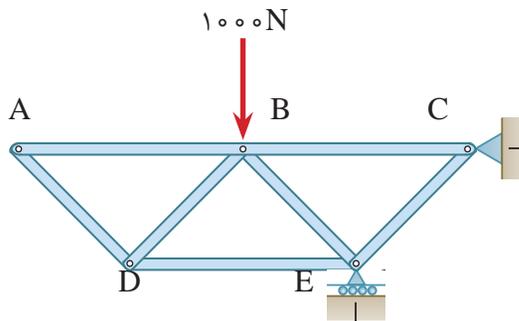
## ۵-۱-۶- اعضای صفر نیرویی

در مثال (۱) ملاحظه گردید که نیروی داخلی عضو CD برابر صفر است که اصطلاحاً به آن عضو صفر نیرویی گفته می‌شود.

در موارد زیر می‌توان اعضای صفر نیرویی را بدون تحلیل تشخیص داد.

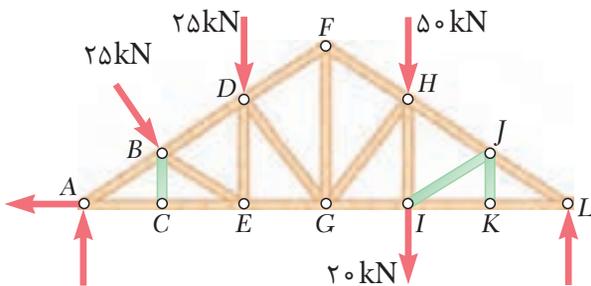
الف) هرگاه در گره‌ای دو عضو غیر هم‌راستا وجود داشته باشد و به آن گره نیروی خارجی و یا عکس‌العمل تکیه‌گاهی اعمال نشود، هر دو عضو صفر نیرویی خواهند بود. برای نمونه در شکل (۹)، اعضای AB و AD دارای چنین شرایطی هستند. بنابراین این اعضا صفر نیرویی خواهند بود. یعنی:

$$F_{AB} = F_{AD} = 0$$



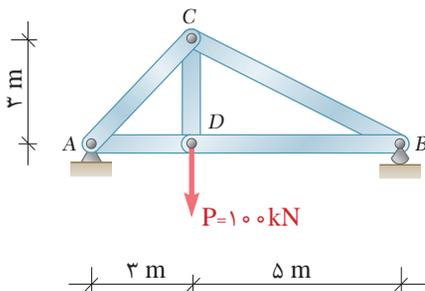
شکل ۹ ▲

آیا این خرپا دارای عضو صفر نیرویی دیگری می‌باشد؟ چرا؟ نام ببرید.



شکل ۱۰ ▲

ب) هرگاه در گره‌ای سه عضو وجود داشته باشد که دو عضو آن هم‌راستا باشند، در صورتی که نیروی خارجی روی گره مذکور نباشد، عضو سوم صفر نیرویی خواهد بود. در خرپای شکل (۱۰) اعضای BC و JK و IJ صفر نیرویی می‌باشند.



در خرپای شکل روبه‌رو مطلوب است:

الف) محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

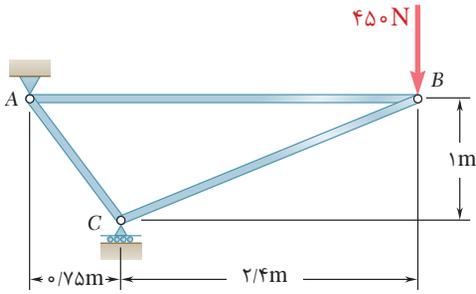
ب) محاسبه نیروهای داخلی اعضا و تعیین کششی یا فشاری بودن آنها

فعالیت  
کلاسی ۱

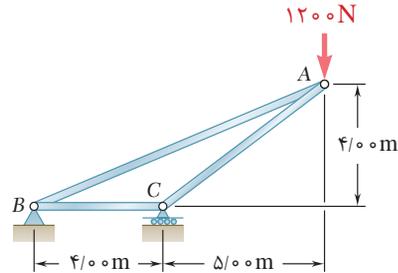




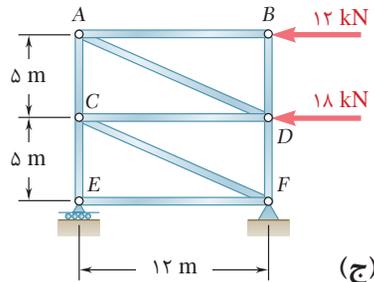
در خرپاهای زیر نیروهای داخلی اعضا را محاسبه نمایید.



(الف)



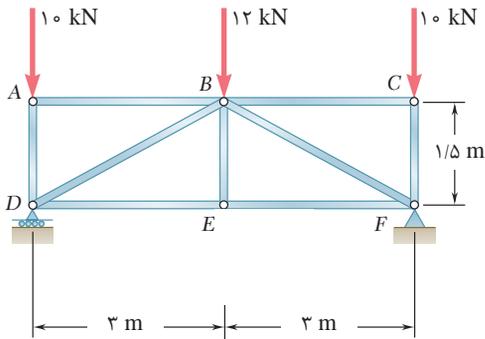
(ب)



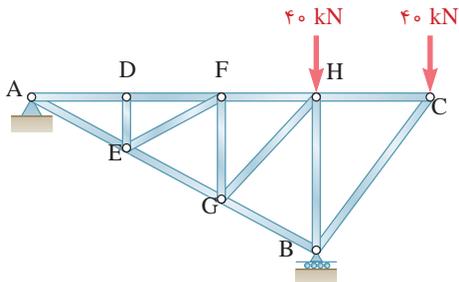
(ج)



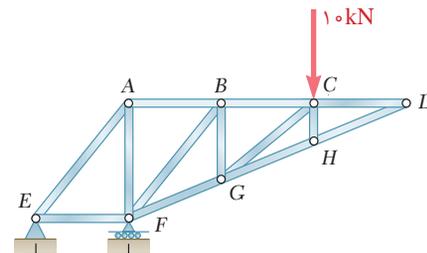
در خرپای شکل روبه‌رو اولاً اعضای صفر نیرویی را تعیین کنید. ثانیاً نیروی داخلی سایر اعضا را محاسبه کنید.



در خرپاهای زیر اعضای صفر نیرویی را مشخص نمایید.



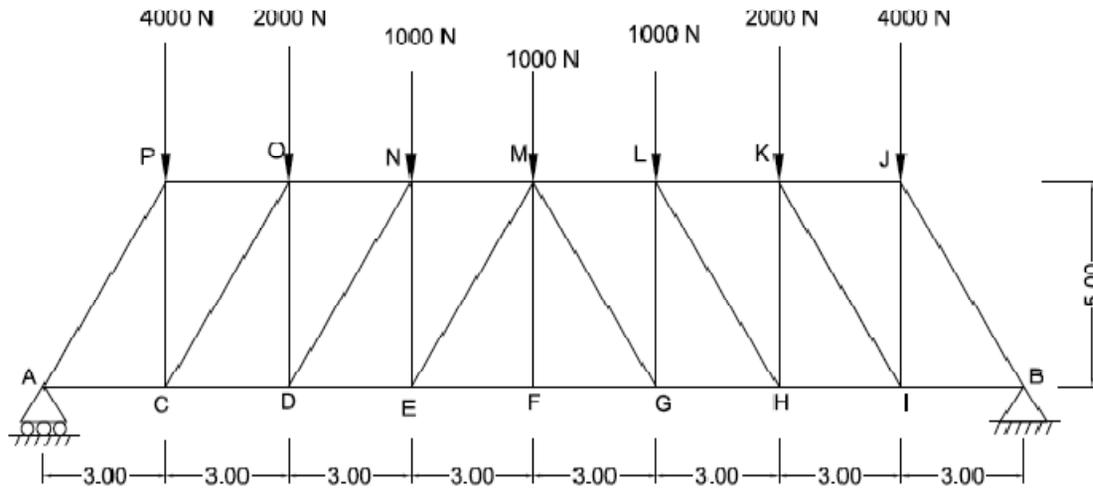
(ب)



(الف)

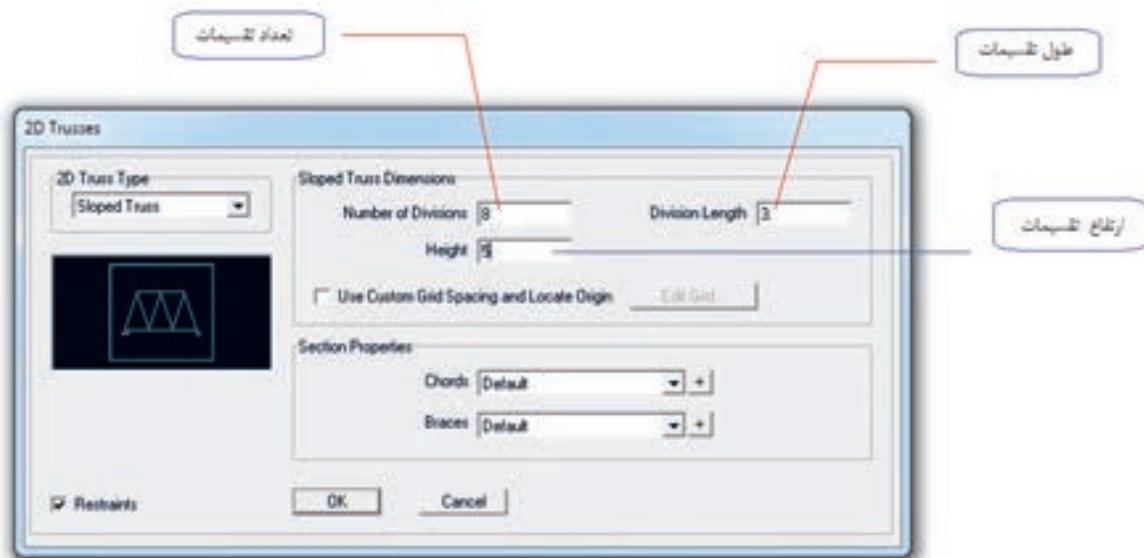


خرپای زیر را به کمک برنامه SAP تحلیل کنید. از وزن اعضا صرف نظر کنید.

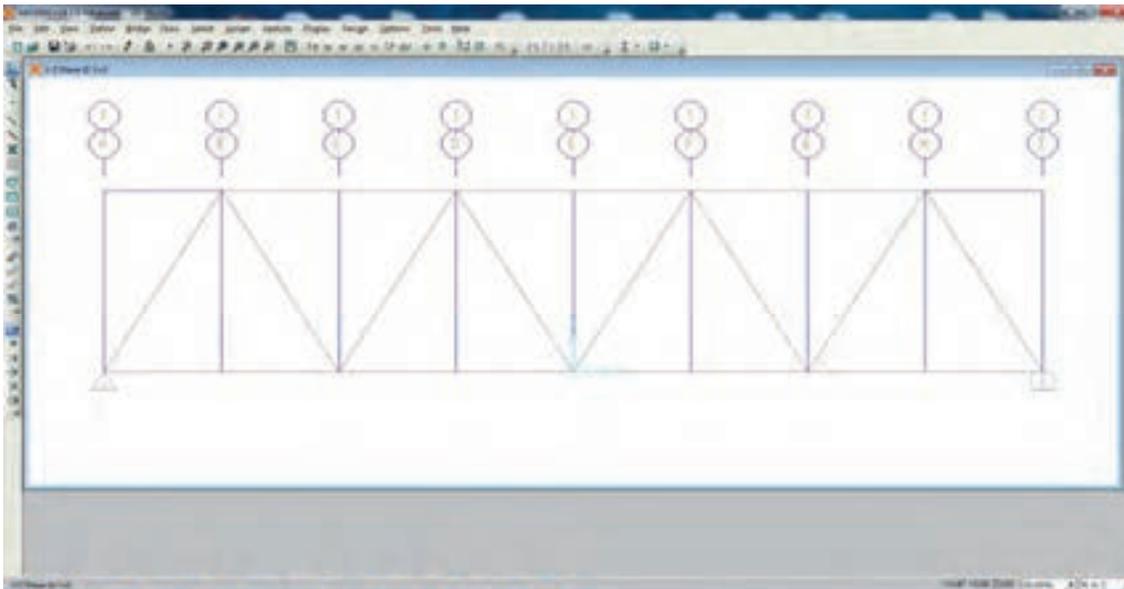


برای شروع برنامه SAP را راه‌اندازی نموده و مراحل زیر را انجام دهید.

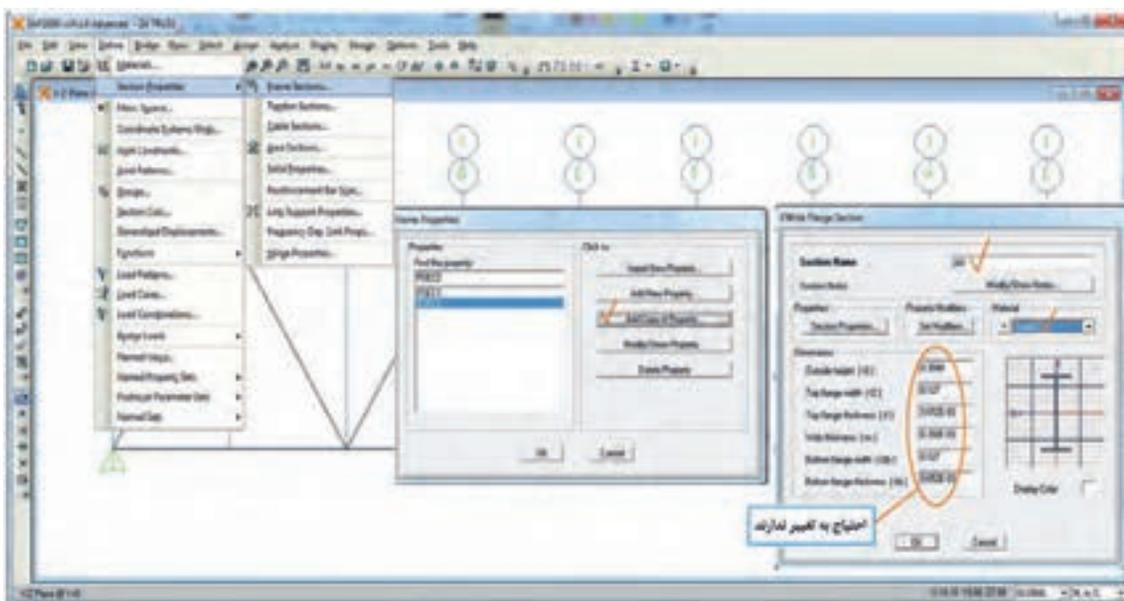
- با توجه به صورت سؤال واحدها را روی N و m و C قرار دهید.
- سپس گزینه new model را کلیک و این بار از بین نمونه‌ها 2D TRUSS را انتخاب نموده و با توجه به شکل سؤال صفحه زیر را تکمیل کنید.



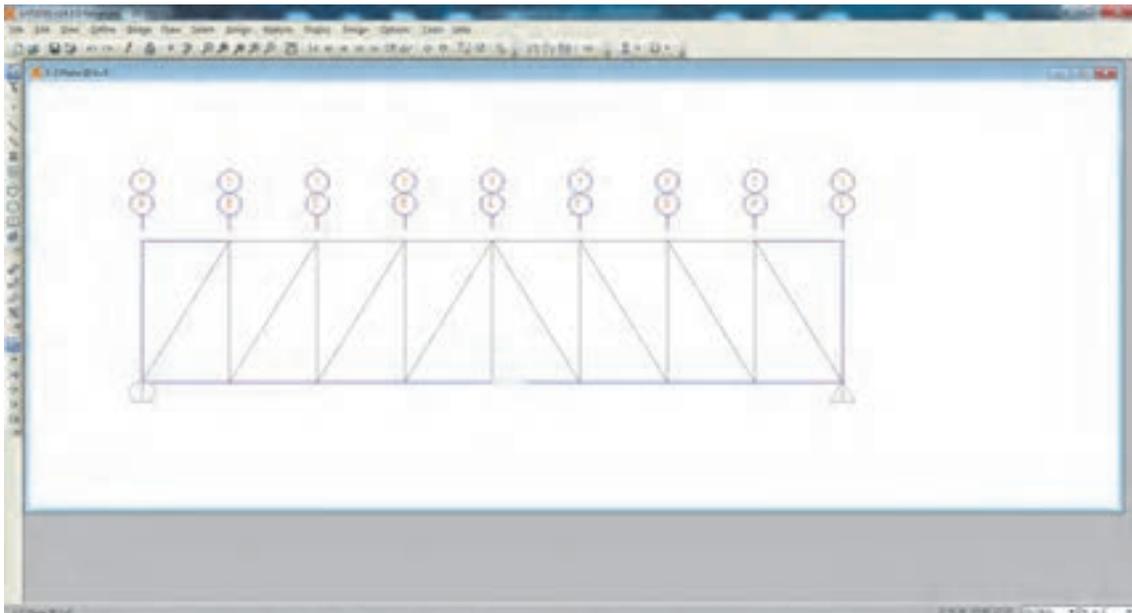
پس از تأیید، خرپا مدل می‌شود. برای این که مدل مطابق تمرین عملی باشد باید اعضای اضافی پاک شده و همچنین اعضای ممتد مجدداً ترسیم شوند. نتیجه نهایی به صورت شکل صفحه بعد خواهد بود.



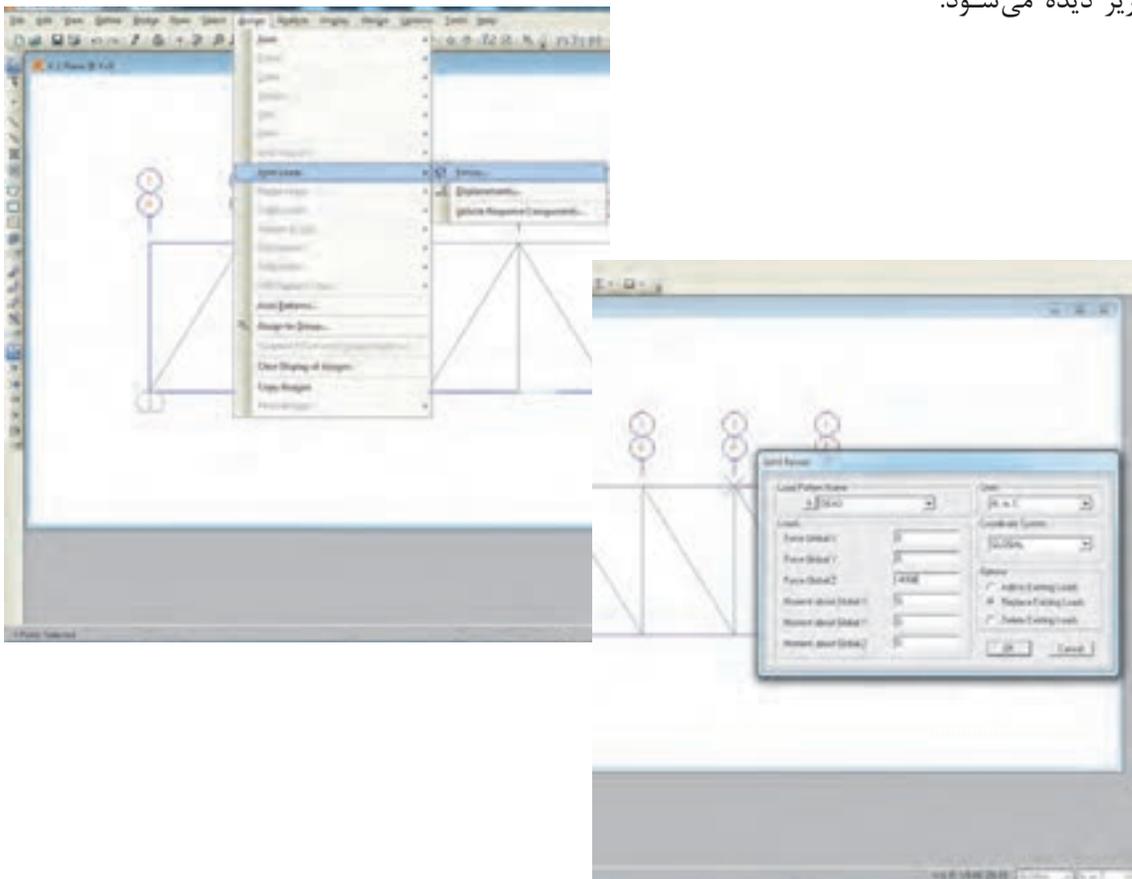
برای این که هم زمان با ترسیم اعضا، مقطع هر عضو را تعیین کنیم لازم است ابتدا یک ماده با وزن مخصوص صفر تعریف نموده و یک مقطع دلخواه برای این ماده تعریف کرده و در زمان ترسیم اعضا در قسمت مربوط به معرفی سطح مقطع آن را انتخاب کنیم. در این جا مثل تمرین قبل ماده‌ای با اسم  $\text{Steel}_0$  تعریف می‌کنیم و سپس یک مقطع به نام  $A_0$  تعریف کرده که مراحل این کار در شکل‌های زیر دیده می‌شود.

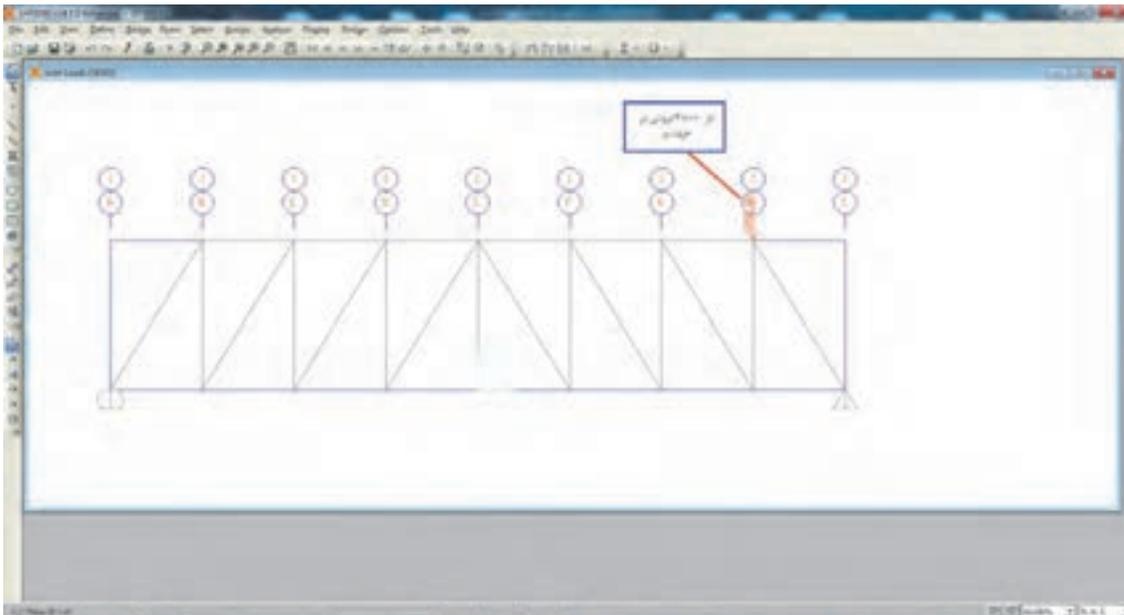


نتیجه نهایی به صورت شکل صفحه بعد است که با کلیک روی هر عضو می‌توانید مقطع هر عضو را ببینید که آیا درست تعریف شده‌اند یا نه.

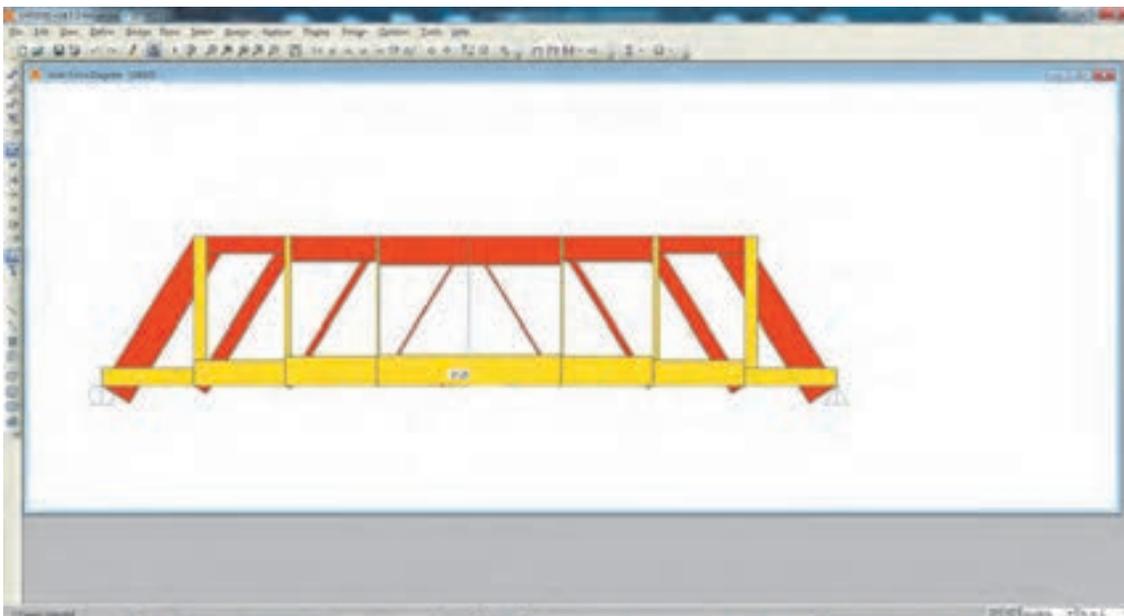


گام بعدی بارگذاری روی گره‌های J ، K ، L ، M ، N ، O ، P می‌باشد که نحوه بارگذاری یک گره در شکل زیر دیده می‌شود.





بارگذاری سایر گره‌ها به همین شکل انجام می‌شود. پس از بارگذاری و کنترل صحت کار انجام شده، با کلیک روی run analysis تحلیل خرپا انجام می‌گردد. مانند تمرین قبل نیروهای هر عضو را با کلیک روی آن عضو و نوع نیرو را نیز می‌توانید مشاهده کنید. در شکل زیر چند نمونه را مشاهده می‌کنید.



نمایش نیروی محوری اعضا  
از نتایج کار پرینت تهیه کنید و با هم کلاسی‌های خود نتایج را بررسی نمایید.

## واحد یادگیری ۶ تحلیل تیرها

### ۶-۱-۱- تحلیل تیر

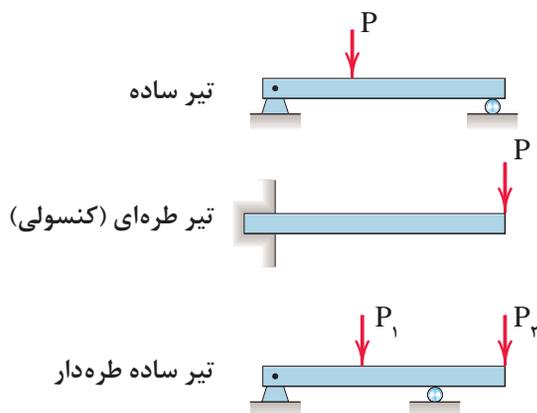
هدف از تحلیل تیر در این واحد یادگیری تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی و نیروهای داخلی در هر مقطع از تیر می‌باشد.

### ۶-۱-۱-۱- تعریف تیر (Beam)

تیر عضوی است که بارهای عمود بر محور خود را تحمل و منتقل می‌نماید و در اکثر سازه‌های ساختمانی به کار می‌رود.

### ۶-۱-۲- انواع تیرها از نظر شرایط تکیه‌گاهی

با توجه به انواع تکیه‌گاه‌ها که قبلاً معرفی شده‌اند تیرها می‌توانند به صورت‌های مختلف روی تکیه‌گاه‌ها قرار گیرند که در این قسمت به معرفی چند نوع از آنها اکتفا می‌شود. (شکل ۱)

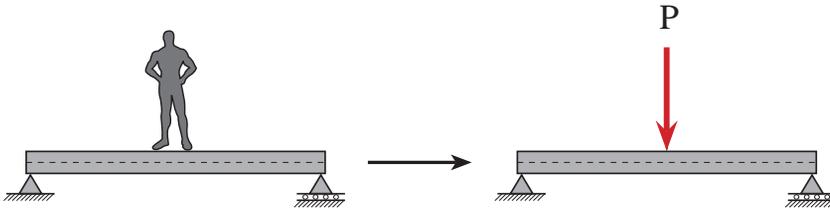


شکل ۱ ▲

### ۶-۱-۳- انواع بارهای وارد به تیر

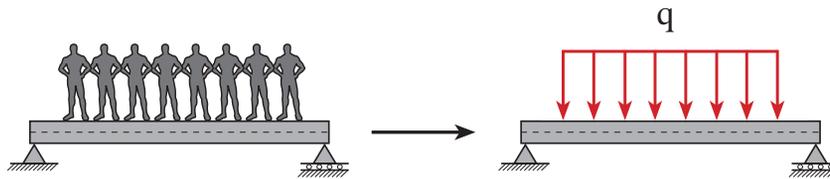
بارها به صورت‌های گوناگون به تیرها وارد می‌گردند که تعدادی از آنها عبارت‌اند از:

الف) بار متمرکز



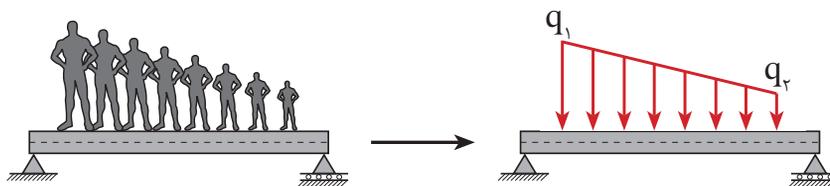
شکل ۲ ▲

ب) بار گسترده یکنواخت



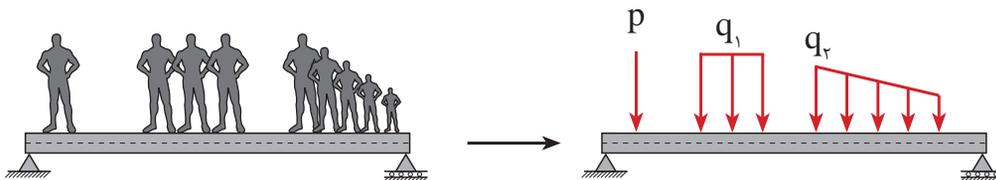
شکل ۳ ▲

ج) بار گسترده غیر یکنواخت



شکل ۴ ▲

د) ترکیبی از انواع فوق



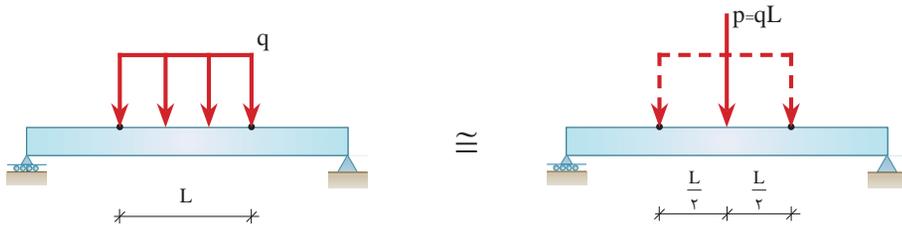
شکل ۵ ▲

### ۶-۱-۴- تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیرها با بار گسترده یکنواخت

برای محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیرها تحت بار گسترده یکنواخت ابتدا باید مقدار و محل اثر برآیند بارهای گسترده یکنواخت وارد به تیر را تعیین نمود. مطابق شکل (۶)

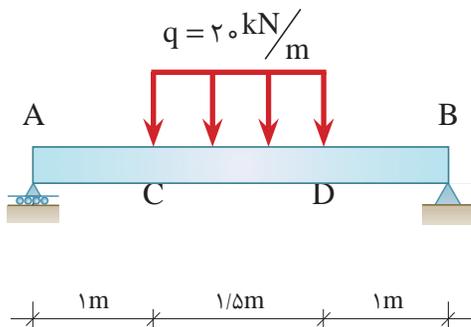
مقدار برآیند بار گسترده برابر مساحت مستطیل بار وارده و محل اثر آن نقطه تلاقی دو قطر مستطیل (نصف طول آن) خواهد بود.

با توجه به موارد فوق‌الذکر پیکر آزاد تیر را ترسیم نموده و عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی را محاسبه می‌نماییم.



شکل ۶ ▲

عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیر شکل زیر را محاسبه نمایید.



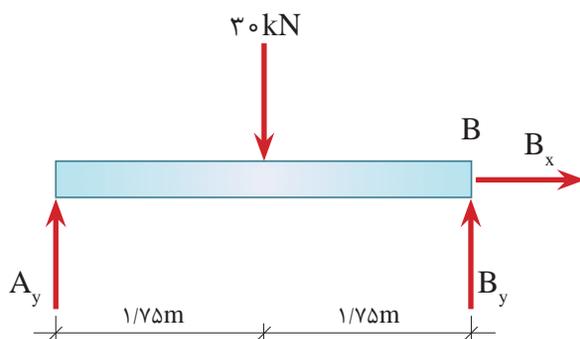
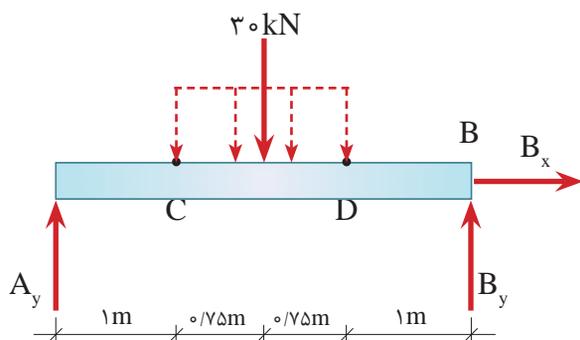
الف) ابتدا مقدار برآیند بار گسترده (مساحت مستطیل) را به دست می‌آوریم.

$$P = q.L \Rightarrow P = 20 \times 1/5 = 4 \text{ kN}$$

مثال ۱



ب) محل اثر برآیند بار گسترده در نصف طول مستطیل می‌باشد که در پیکر آزاد تیر دیده می‌شود.



ج) با تشکیل معادلات تعادل و حل آنها خواهیم داشت:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow \boxed{B_x = 0}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 30 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{A_y + B_y = 30 \text{ kN}} \quad \text{I}$$

$$\overset{+}{\curvearrowleft} \sum M_A = 0 \Rightarrow 30 \times 1.75 - B_y \times 2 = 0$$

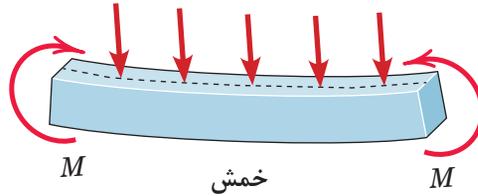
$$\Rightarrow \boxed{B_y = 15 \text{ kN}}$$

مقدار  $B_y$  را در معادله I قرار می‌دهیم تا  $A_y$  به دست آید.

$$\text{I از معادله} \Rightarrow A_y + B_y = 30 \Rightarrow A_y + 15 = 30 \Rightarrow \boxed{A_y = 15 \text{ kN}}$$

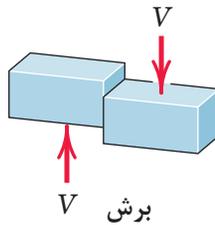
### ۶-۱-۵- رفتار تیر تحت تأثیر بارهای خارجی

هنگامی که تیری تحت تأثیر نیروهای خارجی مطابق شکل (۷) واقع می‌شود، در آن پدیده‌های خمش و برش ایجاد می‌گردد. پدیده خمش باعث ایجاد کشش و فشار در لایه‌ها یا تارهای تحتانی و فوقانی تیر می‌گردد. (شکل ۷)



شکل ۷ ▲

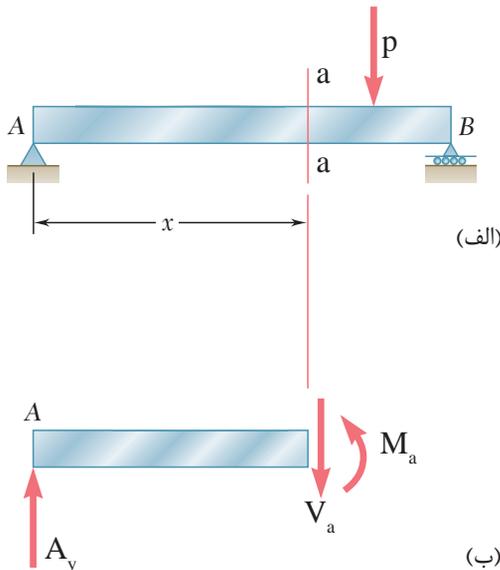
پدیده برش، رفتاری از تیر است که تمایل دارد تیر را در مقاطع مختلف آن قطع نماید. این رفتار، شبیه رفتار یک قیچی می‌باشد. (شکل ۸)



شکل ۸ ▲

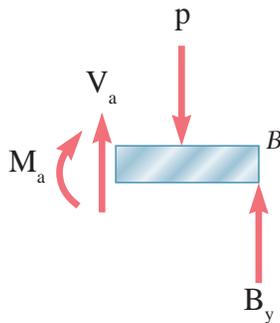
### ۶-۱-۶- نیروهای داخلی در تیرها با بار متمرکز

هنگامی که تیر تحت تأثیر بار قرار می‌گیرد در هر نقطه از طول تیر نیروهایی به وجود می‌آیند که به آنها نیروهای داخلی تیر می‌گویند. برای این که نیروهای داخلی در هر نقطه از تیر تعیین شود باید یک برش (مقطع) عمود بر محور تیر در آن نقطه در نظر گرفت و پیکر آزاد یکی از قطعات سمت چپ یا راست مقطع مورد نظر را ترسیم نموده و با توجه به بحث تعادل اثر قطعه دیگر را بر روی آن اعمال کرد. به عنوان مثال در شکل (۹) در مقطع  $a-a$  خواهیم داشت:



شکل ۹ ▲

و مطابق قانون سوم نیوتن همین اثر روی قطعه سمت راست و در جهت مخالف وجود دارد. (شکل ۱۰)

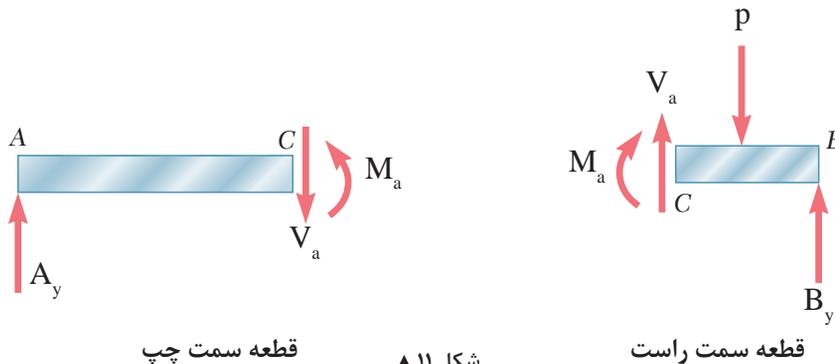


شکل ۱۰ ▲

بنابراین نیروهای داخلی در هر مقطع از تیرها عبارتند از:  $\left. \begin{array}{l} ۱- \text{نیروی برشی } (V) \\ ۲- \text{لنگر خمشی } (M) \end{array} \right\}$

### ۱-۶-۱-۶-۱-۶ علامت قراردادی نیروهای داخلی تیرها

برای ایجاد یکنواختی در محاسبات نیروهای داخلی در مقاطع تیرها بهتر است جهت‌های مثبت نیروی برشی و لنگر خمشی را به صورت شکل (۱۱) در نظر بگیریم.



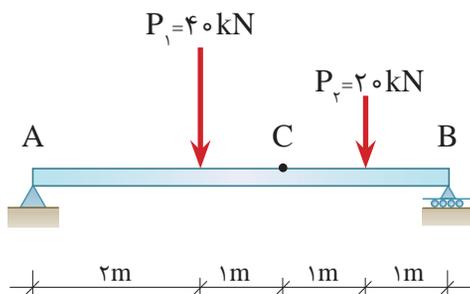
قطعه سمت چپ

شکل ۱۱ ▲

قطعه سمت راست

### ۱-۶-۲-۶-۱-۶ محاسبه نیروهای داخلی تیرها با بار متمرکز

برای محاسبه نیروهای داخلی در هر مقطع، پس از ترسیم پیکر آزاد یکی از قطعات سمت چپ یا راست آن مقطع و قرار دادن نیروی برشی  $V$  و لنگر خمشی  $M$  مطابق قرارداد فوق کافی است معادلات تعادل را برای قطعه مورد نظر تشکیل داده و اقدام به حل آنها نماییم.



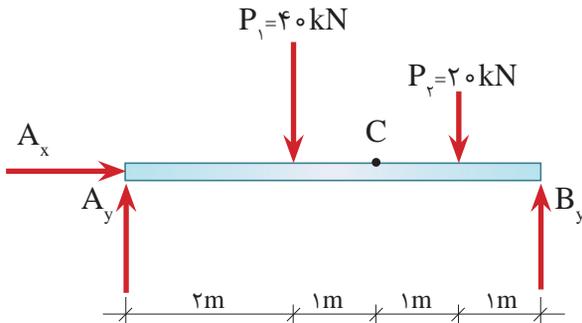
در تیر شکل مقابل مطلوب است:

(الف) محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی  
(ب) محاسبه نیروی برشی و لنگر خمشی در نقطه C

مثال ۲



گام (۱) ترسیم پیکر آزاد تیر:



گام (۲) محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 0}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 40 - 20 = 0$$

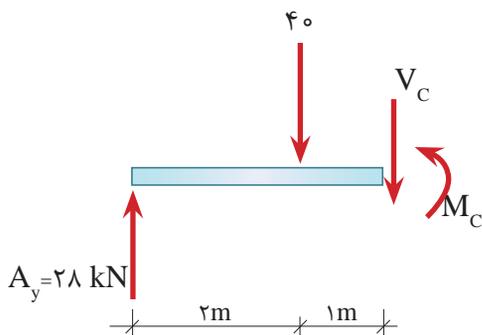
$$A_y + B_y = 60 \text{ kN} \quad \text{رابطه I}$$

$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \Rightarrow 40 \times 2 + 20 \times 4 - 5B_y = 0$$

$$\boxed{B_y = 32 \text{ kN}}$$

$$\text{I از رابطه } \Rightarrow A_y + 32 = 60 \Rightarrow \boxed{A_y = 28 \text{ kN}}$$

گام (۳) برای تعیین نیروهای داخلی در مقطع C، تیر را در این نقطه به دو قسمت تقسیم نموده و قطعه سمت چپ را مورد بررسی قرار می‌دهیم.



گام (۴) تشکیل معادلات تعادل و حل آنها برای این قطعه

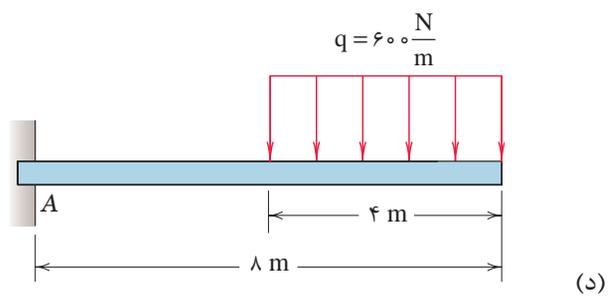
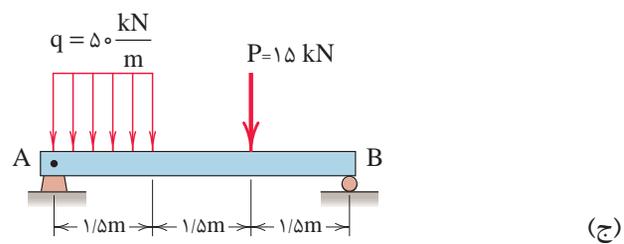
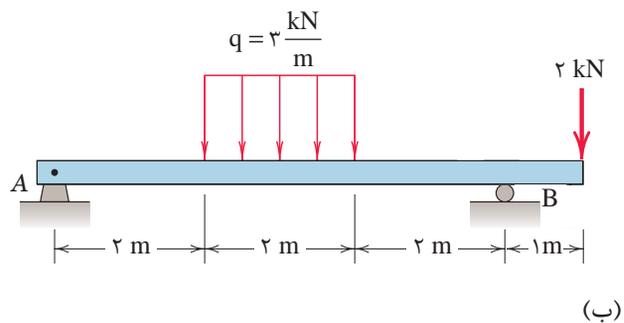
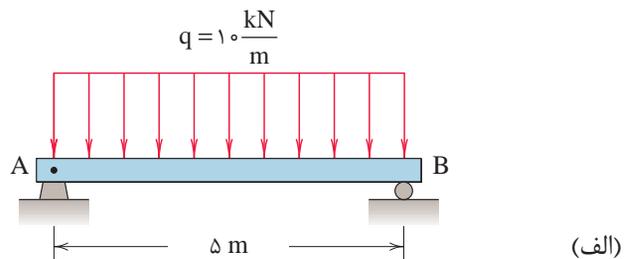
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 28 - 40 - V_c = 0 \Rightarrow \boxed{V_c = -12 \text{ kN}}$$

$$+\circlearrowleft \sum M_c = 0 \Rightarrow 28 \times 4 - 40 \times 2 - M_c = 0$$

$$\boxed{M_c = 44 \text{ kN.m}}$$

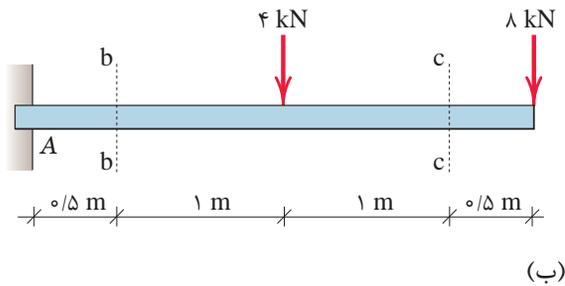
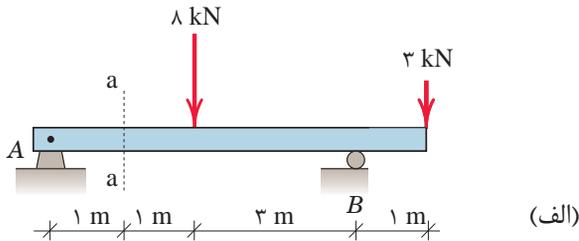


عکس العمل‌های تکیه‌گاهی زیر را به دست آورید.





در تیرهای زیر نیروی برشی و لنگر خمشی را در مقاطع نشان داده شده به دست آورید.



### ۶-۱-۷- مقادیر حداکثر نیروهای برشی و لنگر خمشی در تیرها با بار متمرکز

در مثال قبل چگونگی محاسبه نیروی برشی و لنگر خمشی در نقطه دلخواه C را مشاهده نمودیم. برای مهندسیین معمولاً مقدار ماکزیمم نیروهای داخلی و محل آنها مهم است. حال این سؤال مطرح می‌شود که مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی حداکثر در کدام نقطه از طول تیر به وجود می‌آید؟

برای پاسخ به این سؤال باید مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی را در تمام نقاط طول تیر همانند مثال قبل محاسبه نموده تا مقادیر حداکثر مورد نظر و محل آنها مشخص شود که این روش، کاری است طاقت فرسا. لذا بهتر است که مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی در طول تیر را به صورت نمودار نشان داده و از روی نمودار مقادیر حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی و محل آنها را تعیین نمود.

## ۶-۱-۸- ترسیم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی تیرها با بار متمرکز

نمودار نیروی برشی و یا لنگر خمشی عبارت است از نموداری که مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی را در هر نقطه از تیر مشخص می‌نماید. هدف از ترسیم چنین نمودارهایی تعیین نقاطی است که حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در آنها به وجود می‌آید. برای رسیدن به این هدف تیر را با توجه به محل‌هایی که بارگذاری آن تغییر می‌نماید به چند ناحیه تقسیم نموده و در هر ناحیه معادلات نیروی برشی و لنگر خمشی را بر حسب طول تیر تعیین و سپس نمودار معادلات مذکور ترسیم می‌گردد.

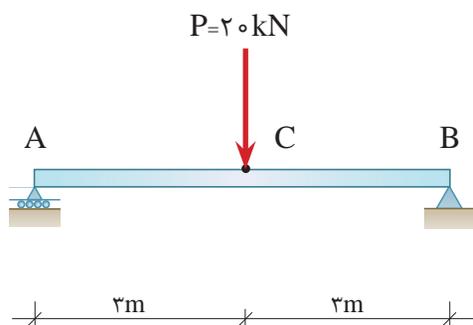
مراحل ترسیم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی در تیر با بار متمرکز به شرح ذیل خواهد بود:

- ۱- محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی تیر
- ۲- ما بین هر دو بار متمرکز یک مقطع به فاصله  $X$  از تکیه‌گاه در نظر گرفته و محدوده  $X$  را تعیین می‌نماییم. عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی نیز، بار متمرکز محسوب می‌شوند.
- ۳- پیکر آزاد یکی از قطعات سمت چپ و یا راست مقطع مورد نظر را ترسیم می‌کنیم.
- ۴- با تشکیل معادلات تعادل برای قطعه مورد نظر، به معادلات نیروی برشی و لنگر خمشی بر حسب  $X$  خواهیم رسید.
- ۵- با ترسیم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی در محدوده‌های مختلف تیر به نمودارهای مورد نظر دست می‌یابیم.

مثال ۳



نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی تیر مقابل را ترسیم نمایید.

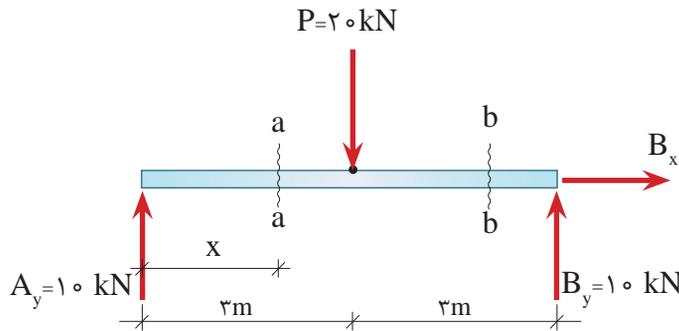


۱- محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی: با توجه به تقارن تیر داریم:

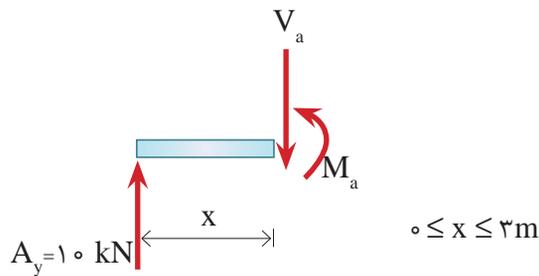
$$\sum F_x^+ = 0 \Rightarrow B_x = 0$$

$$A_y = B_y = \frac{20}{2} = 10 \text{ kN}$$

۲- مقطع a-a به فاصله x از تکیه‌گاه A را در نظر گرفته و محدوده x را مشخص می‌نماییم.



۳- ترسیم پیکر آزاد قطعه سمت چپ مقطع a-a



۴- با تشکیل معادلات تعادل برای قطعه فوق خواهیم داشت:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 10 - V_a = 0$$

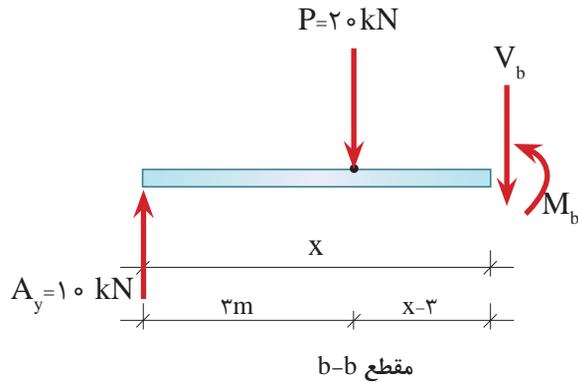
$$\boxed{V_a = 10 \text{ kN}} \quad \text{(I)} \quad 0 \leq x \leq 3 \text{ m} \quad \text{معادله نیروی برشی در محدوده}$$

$$+\curvearrowleft \Sigma M_a = 0 \Rightarrow 10 \times x - M_a = 0$$

$$\boxed{M_a = 10x} \quad \text{(II)} \quad 0 \leq x \leq 3 \text{ m} \quad \text{معادله لنگر خمشی در محدوده}$$

این معادلات مقادیر نیروی برشی و لنگر خمشی را در محدوده  $0 \leq x \leq 3 \text{ m}$  مشخص می‌نمایند.

عملیات صفحه قبل را برای مقطع b-b در محدوده  $3m \leq x \leq 6m$  تکرار می‌نماییم. خواهیم داشت:



$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 10 - 20 - V_b = 0$$

$$\boxed{V_b = -10 \text{ kN}} \quad \text{(III)} \quad 3m \leq x \leq 6m \quad \text{معادله نیروی برشی در محدوده}$$

$$+\circlearrowleft \Sigma M_b = 0 \Rightarrow 10 \times x - 20 \times (x - 3) - M_b = 0$$

$$M_b = 10 \times x - 20 \times (x - 3)$$

$$\boxed{M_b = 60 - 10 \times x} \quad \text{(IV)} \quad 3m \leq x \leq 6m \quad \text{معادله لنگر خمشی در محدوده}$$

۵- اکنون نمودار نیروی برشی را با استفاده از معادلات I و III ترسیم می‌نماییم.

$$\text{(I)} \quad V_a = 10 \text{ kN} \quad 0 \leq x \leq 3m$$

$$\text{(III)} \quad V_b = -10 \text{ kN} \quad 3m \leq x \leq 6m$$

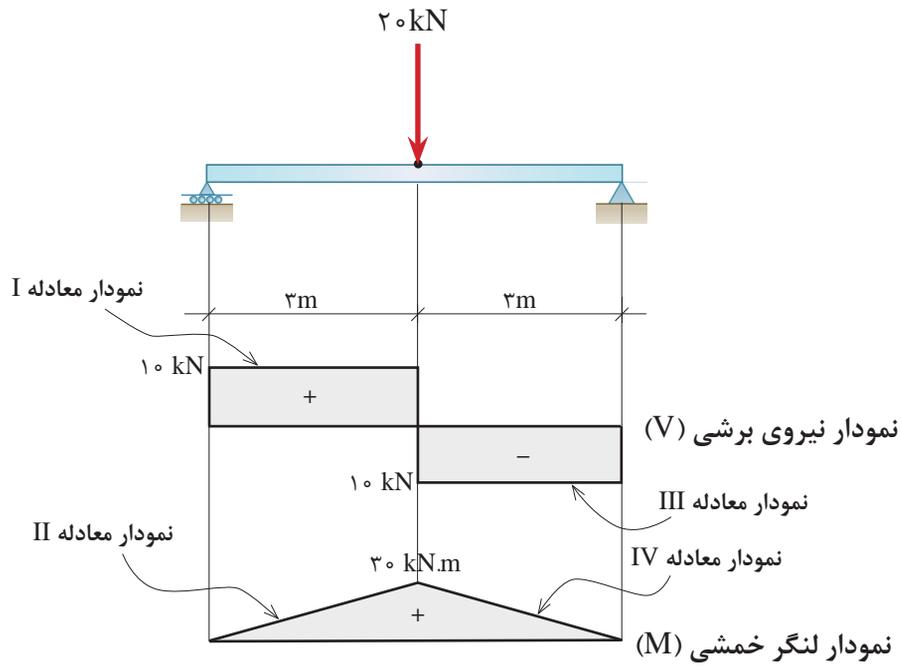
۶- نمودار لنگر خمشی را با استفاده از معادلات II و IV و به روش نقطه‌یابی در نقاط ابتدا و انتهای هر ناحیه ترسیم می‌کنیم.

$$\text{(II)} \quad M_a = 10 \times x \quad 0 \leq x \leq 3m$$

x (m)	M(kN.m)
0	0
3	30

$$\text{(IV)} \quad M_b = 60 - 10 \times x \quad 3m \leq x \leq 6m$$

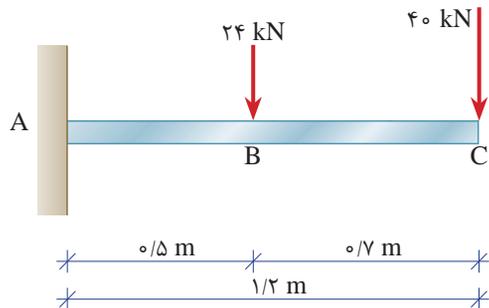
x (m)	M(kN.m)
3	30
6	0



مثال ۴

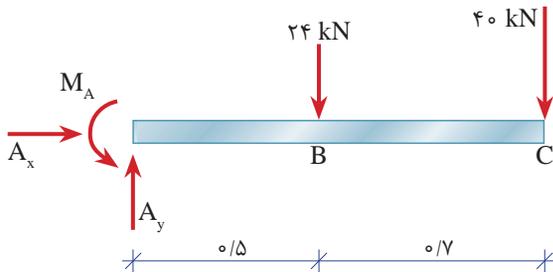


در تیر شکل مقابل مطلوب است:  
 الف) ترسیم دیاگرام نیروی برشی تیر  
 ب) ترسیم دیاگرام لنگر خمشی تیر  
 ج) تعیین نیروی برشی و لنگر خمشی حداکثر تیر.



حل:

الف) محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

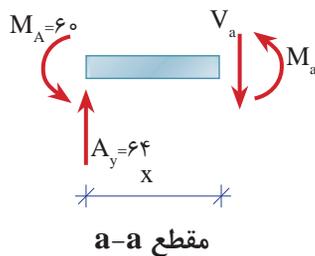
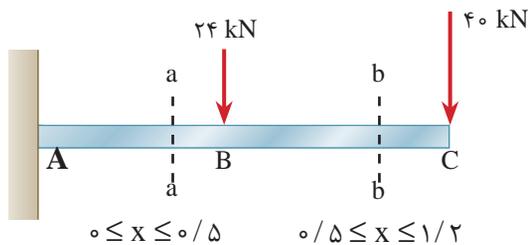


$$\overset{+}{\Sigma} F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\overset{+}{\Sigma} F_y = 0 \Rightarrow A_y - 24 - 40 = 0 \Rightarrow A_y = 64 \text{ kN}$$

$$\overset{+}{\Sigma} M_A = 0 \Rightarrow -M_A + 24 \times 0.5 + 40 \times 1.2 = 0 \Rightarrow M_A = 60 \text{ kN.m}$$

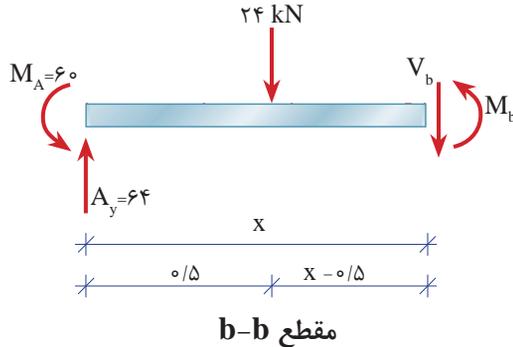
معادلات نیروی برشی و لنگر خمشی در ناحیه AB ( $0 \leq x \leq 0.5$ ):



$$\overset{+}{\Sigma} F_y = 0 \Rightarrow 64 - V_a = 0 \Rightarrow V_a = 64 \text{ kN} \quad 0 \leq x \leq 0.5$$

$$\overset{+}{\Sigma} M_a = 0 \Rightarrow -M_a + 64x - M_A = 0 \Rightarrow M_a = 64x - 60$$

معادلات نیروی برشی و لنگر خمشی در ناحیه BC ( $0/5 \leq x \leq 1/2$ ):



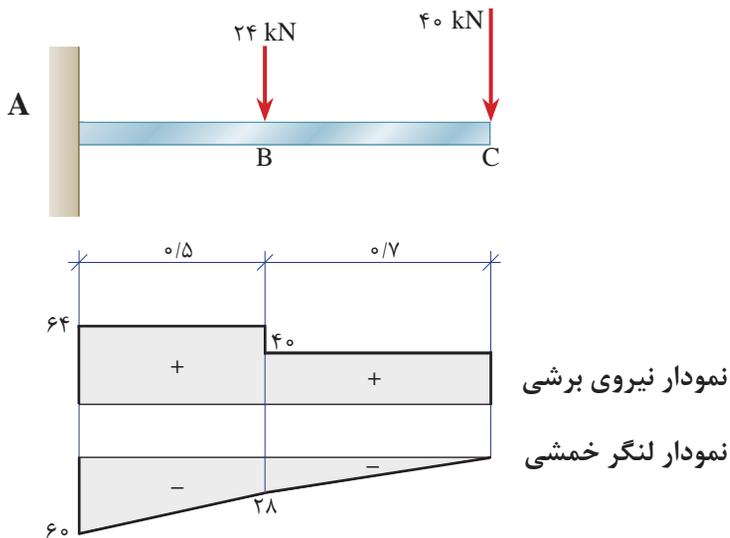
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow 64 - 24 - V_b = 0 \Rightarrow \boxed{V_b = 40 \text{ kN}} \quad 0/5 \leq x \leq 1/2$$

$$+\circlearrowleft \Sigma M_b = 0 \Rightarrow -M_b - M_A + 64 \times x - 24(x - 0/5) = 0$$

$$\Rightarrow M_b = 64x - 24(x - 0/5) - 60$$

$$\boxed{M_b = 40x - 48} \quad 0/5 \leq x \leq 1/2$$

ترسیم معادلات برش و خمش:



ج) با توجه به نمودار، حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در تکیه‌گاه قرار دارد و مقدار آن برابر است با:

$$\boxed{V_{\max} = 64 \text{ kN}}$$

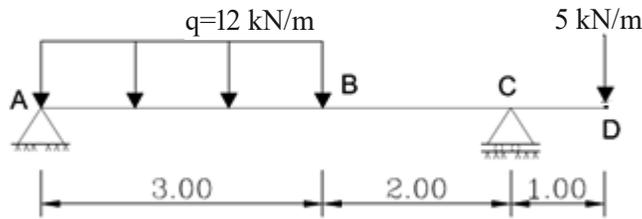
$$\boxed{M_{\max} = 60 \text{ kN.m}}$$

نتیجه: در تیرهای کنسولی حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی در تکیه‌گاه به وجود می‌آید.



به کمک برنامه SAP در تیر شکل زیر مطلوب است:

- ۱- محاسبه عکس العمل‌های تکیه‌گاهی
- ۲- ترسیم دیاگرام برش و تعیین مقدار و محل حداکثر آن
- ۳- ترسیم دیاگرام خمش و تعیین مقدار و محل حداکثر آن

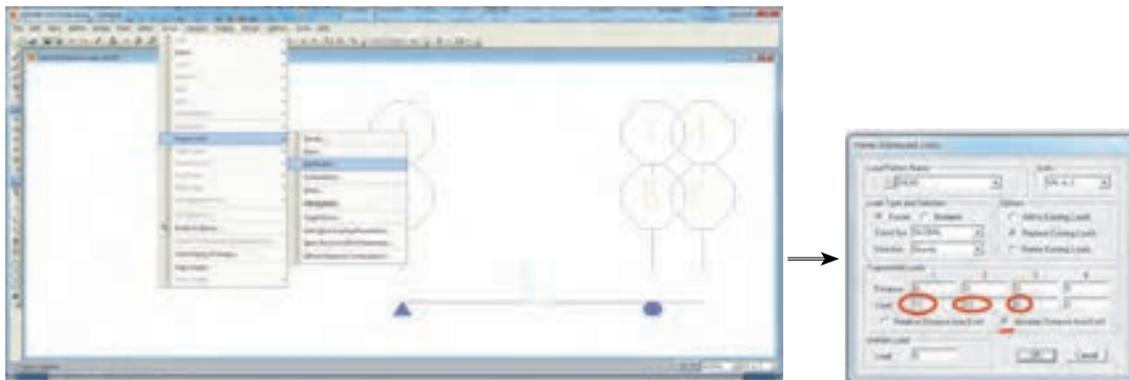


مراحل کار به صورت زیر است که با تمامی آنها آشنایی دارید به جز نحوه اعمال بار گسترده که در ادامه توضیح خواهیم داد.

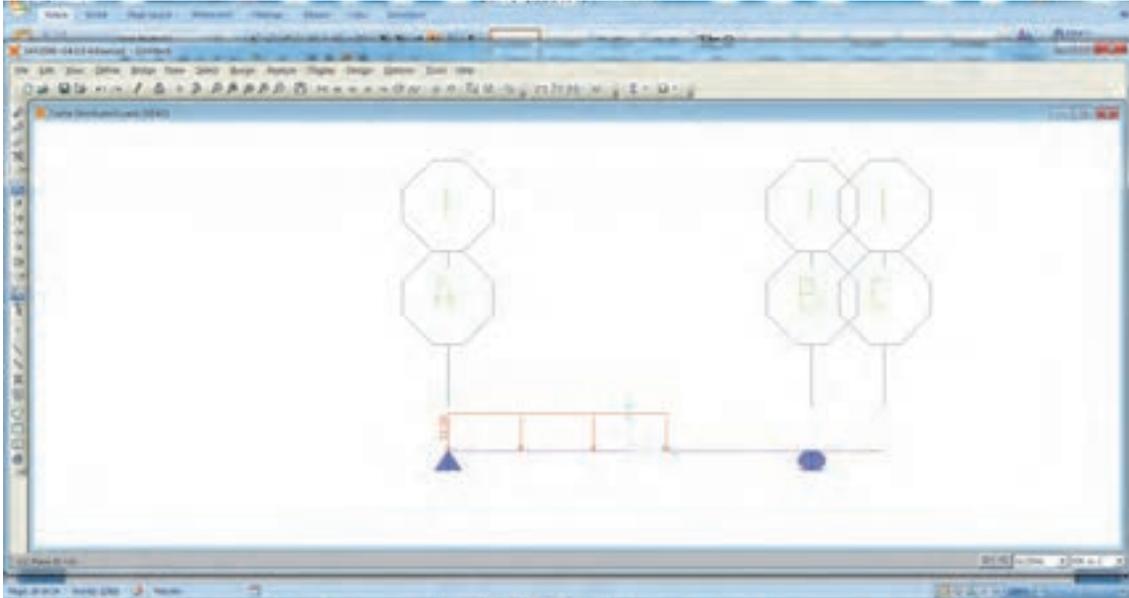
- واحد را با توجه به مسئله تنظیم کنید
- از گزینه new model نمونه تیر یک دهانه را انتخاب و اصلاحات مربوطه مانند تعداد تقسیمات و طول دهانه را انجام دهید.
- پنجره سه بعدی را بسته و در نمای X-Z قرار بگیرید.
- در زمینه برنامه کلیک راست نموده و گریدها را برای ایجاد کنسول تیر اصلاح کنید.
- ماده‌ای با نام mat<sup>o</sup> تعریف کنید.
- یک مقطع دلخواه beam تعریف کنید که مصالح آن از نوع mat<sup>o</sup> باشد.
- هر یک از اعضا AC و CD را ترسیم کنید. در جعبه‌ای که همراه ترسیم باز شده، مقطع را روی beam قرار دهید.

### تعریف بار گسترده

عضو AC را انتخاب و از منوی Assign/frame Load/distributed مطابق شکل زیر تعریف‌های لازم را انجام دهید.



نتیجه در شکل زیر مشاهده می‌شود.



• بار نقطه‌ای را در نقطه D در جهت z- تعریف کنید.

توجه داشته باشید که نوع این بار با بار گسترده یکی می‌باشد. در تعریف آن گزینه Add to existing load را به جای Replace existing load در جعبه Frame distributed loads در شکل بالا فعال نمایید در غیر این صورت این بار جایگزین بار گسترده شده و بار گسترده حذف می‌شود.

نکته



برای کنترل کار می‌توانید از منوی Display / Show load هر یک از بارهای اختصاص یافته را ببینید.

نکته

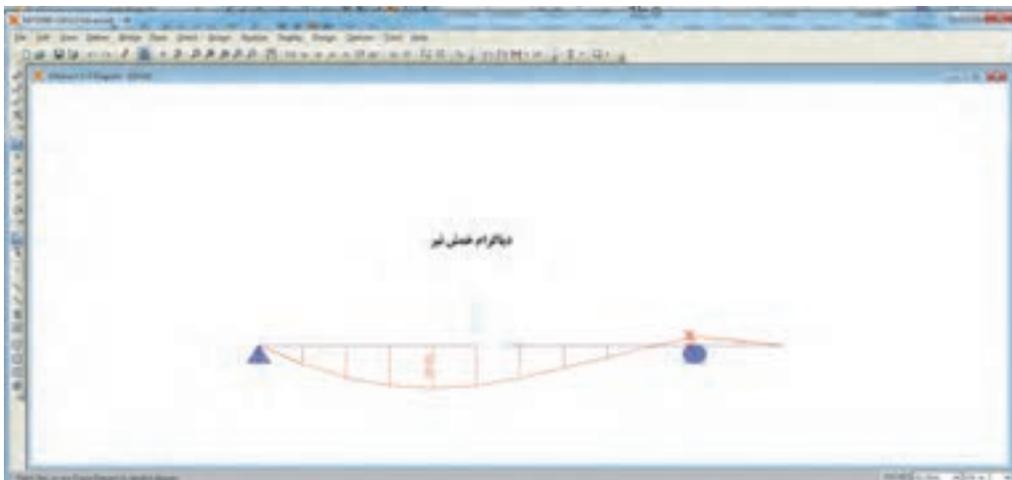
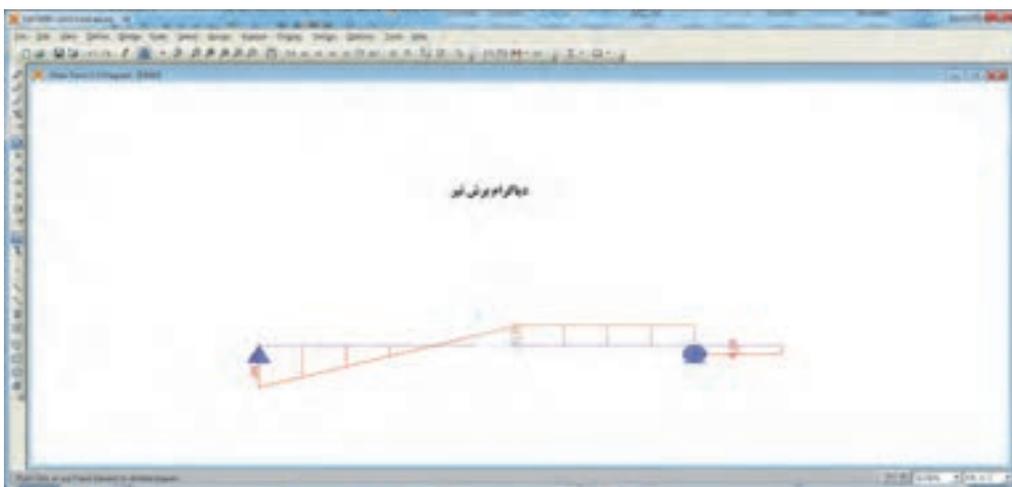
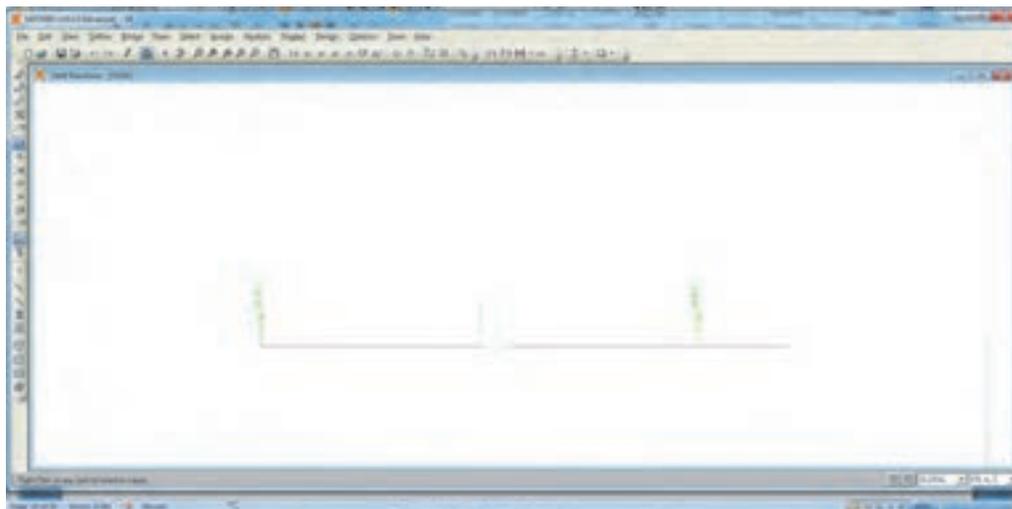


• برنامه آماده Run می‌باشد و می‌توانید نتایج را در شکل‌های صفحه بعد ببینید.

برای اطمینان از صحت نتایج ابتدا مقادیر عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی را نمایش دهید و با روش دستی کنترل کنید.

نکته





با توجه به توضیحات در تمرین‌های عملی قبلی محل حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی را تعیین کنید.



### نکات مربوط به جمع‌بندی پودمان ۳ (تحلیل سازه‌های ساختمانی)

- خرپاها به دو گروه کلی صفحه‌ای و فضایی تقسیم می‌شوند.
- خرپاها تشکیل شبکه‌ی مثلثی می‌دهند.
- نیروهای خارجی وارد بر خرپاها در صفحه خرپا و در محل گره‌ها به آنها اعمال می‌شود.
- اعضای خرپاها به صورت مفصلی به یکدیگر متصل می‌شوند.
- منظور از تحلیل خرپا، تعیین نیروی داخلی هر عضو خرپا و محاسبه‌ی عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی آن می‌باشد.
- برای تحلیل خرپاها از روش مفصل (گره) استفاده می‌شود.
- در گره‌های دارای دو عضو غیر هم‌راستا در صورتی که نیروی خارجی وجود نداشته باشد هر دو عضو صفر نیرویی خواهند بود.
- در گره‌های دارای سه عضو که دو عضو آنها هم‌راستا باشند، در صورت عدم وجود نیروی خارجی در آن گره، عضو سوم، صفر نیرویی خواهد بود.
- هدف از تحلیل تیر، تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی و نیروهای داخلی در هر مقطع از تیر می‌باشد.
- تیرها در اثر اعمال بارهای خارجی دارای رفتارهای خمشی و برشی می‌باشند.
- نیروهای داخلی در هر مقطع از تیر عبارت‌اند از: نیروی برشی و لنگر خمشی.
- مقدار برآیند بارهای گسترده یکنواخت برابر است با مساحت بار گسترده.
- محل اثر برآیند بارهای گسترده یکنواخت در محل تلاقی دو قطر مستطیل بار وارده (نصف طول مستطیل) می‌باشد.

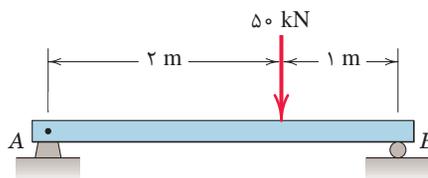


در تیرهای زیر مطلوب است:

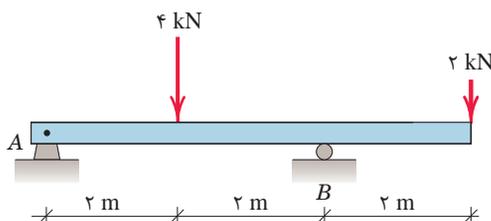
(الف) ترسیم نمودارهای نیروی برشی و لنگر خمشی

(ب) تعیین محل لنگر خمشی حداکثر

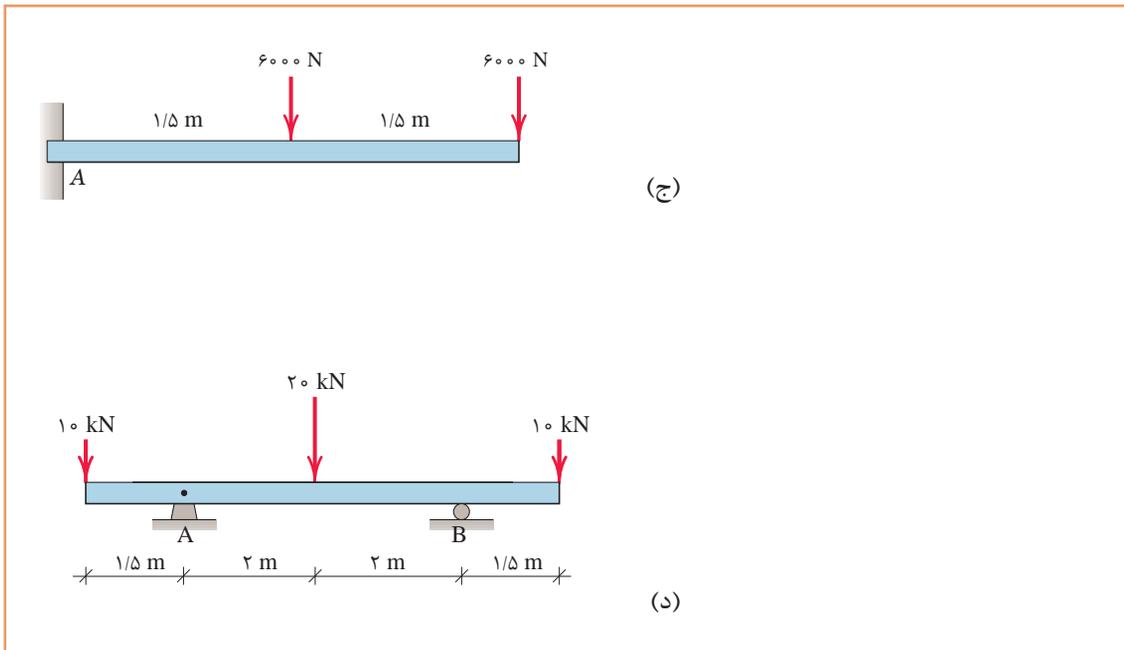
(ج) تعیین مقادیر حداکثر نیروی برشی و لنگر خمشی تیر



(الف)



(ب)



## ارزشیابی

ارزشیابی در این درس براساس شایستگی است. برای هر پودمان یک نمره مستمر (از ۵ نمره) و یک نمره شایستگی پودمان (نمرات ۱، ۲ یا ۳) با توجه به استانداردهای عملکرد جدول ذیل برای هر هنرجو ثبت می‌گردد. امکان جبران پودمان‌های در طول سال تحصیلی برای هنرجویان و بر اساس برنامه‌ریزی هنرستان وجود دارد.

### الگوی ارزشیابی پودمان تحلیل سازه‌های ساختمانی

نمره	استاندارد (شاخص‌ها، داوری، نمره‌دهی)	نتایج	استاندارد عملکرد	تکالیف عملکردی (شایستگی‌ها)
۳	ترسیم نیروهای داخلی خرپا و تیر	بالاتر از حد انتظار	به کمک معادلات تعادل، نیروهای داخلی در خرپا و اجسام صلب را با ماشین حساب به دست آورد.	تحلیل خرپا
۲	تشکیل معادلات تعادل گره یا در هر مقطع از جسم صلب	در حد انتظار (کسب شایستگی)		تحلیل تیر
۱	ترسیم پیکره آزاد هر گره یا در هر مقطع از جسم صلب	پایین‌تر از حد انتظار (عدم احراز شایستگی)		
				نمره مستمر از ۵
				نمره شایستگی پودمان از ۳
				نمره پودمان از ۲۰