

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

# محاسبات فنی تخصصی کتاب کار و تمرین هنرجو

رشته متالورژی

زمینه صنعت

شاخه آموزش فنی و حرفه‌ای

شماره درس ۲۳۴۶

۶۲۰	علی محمدی، جمشید
۰۰۱۵۱ /	محاسبات فنی تخصصی کتاب کار و تمرین هنرجو / مؤلفان: جمشید علی محمدی، امیر ریاحی - [ویرایش دوم] -
م ۸۶۶ /ع	تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران، ۱۳۹۳.
۱۳۹۳	۳۶۴ ص. : مصور. - (آموزش فنی و حرفه‌ای؛ شماره درس ۲۳۴۶)
	متون درسی رشته متالورژی، زمینه صنعت.
	برنامه‌ریزی و نظارت، بررسی و تصویب محتوا: کمیسیون برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی رشته متالورژی
	دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش وزارت آموزش و پرورش.
	۱. متالورژی - آزمون‌ها و تمرین‌ها. ۲. متالورژی - مسائل، تمرین‌ها. الف. علی محمدی، جمشید. ب. ایران.
	وزارت آموزش و پرورش. کمیسیون برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی رشته متالورژی. ج. عنوان. د. فروست.





شما عزیزان کوشش کنید که از این وابستگی بیرون آید و احتیاجات کشور خودتان را برآورده سازید، از نیروی انسانی ایمانی خودتان غافل نباشید و از اتکای به اجانب بپرهیزید.

امام خمینی «قدس سرّه الشریف»



## فهرست

صفحه	عنوان
	مقدمه
	فصل اول:
۱	انتقال حرارت
	فصل دوم:
۹۴	انبساط و انقباض اجسام
	فصل سوم:
۱۵۴	سوخت‌ها
	فصل چهارم:
۲۰۱	محاسبات ساده در ریخته‌گری
	فصل پنجم:
۲۴۹	فشار مذاب روی قالب
	فصل ششم:
۳۰۸	تغذیه‌گذاری در قطعه‌های ریخته‌گری
	فصل هفتم:
۳۳۲	سیستم راهگاهی

## مقدمه

یکی از راهبردهای مهم یادگیری، انجام تمرین‌های متناسب با اصول یادگیری و تکرار آن است. این امر اگر همراه با گسترش مفاهیم و بر مبنای اصول یادگیری باشد، به یادگیری عمیق و پایدار خواهد انجامید. از طرفی چنانچه تمرین‌های مناسب به صورت ساده و پیچیده طراحی شود می‌تواند در کاربرد مفاهیم و اصول برای پیش‌بینی پدیده‌های دیگر کمک کند.

کتاب کار و تمرین هنرجوی درس محاسبات فنی تخصصی بر اساس برنامه درسی دوره متوسطه شاخه فنی و حرفه‌ای و به منظور امر یادگیری و کسب مهارت در حل مسائل و تمرین‌ها تألیف گردیده است. در این کتاب ابتدا بعضی از مفاهیم درسی با ذکر مصادیق تشریح شده است، و بعد از توسعه آن مفاهیم، مصادیق آن در قالب تمرین‌های طبقه‌بندی شده برای یادگیری بهتر آمده است.

هنرجویان باید همواره کتاب درسی را اصل قرار داده و برای آمادگی بیشتر انجام تکالیف، از این کتاب استفاده نمایند. بدیهی است کتاب کار در کنار کتاب درسی می‌تواند مفید باشد. ویژگی‌های این کتاب به طور خلاصه به شرح زیر است.

- ۱- کمک به توسعه و درک بهتر مفاهیم کتاب محاسبات فنی تخصصی و ایجاد مهارت برای حل مسائل مشابه.
  - ۲- شرح مفاهیم هر فصل از کتاب درسی بطور جدا از هم.
  - ۳- رعایت ترتیب در بیان مفاهیم.
  - ۴- بیان کامل مواردی که مفهوم آن‌ها در کتاب درسی به اجمال آمده و بیان اجمال مواردی که مفهوم آن‌ها در کتاب درسی به طور کامل آمده است (در محدوده کتاب درسی).
  - ۵- آوردن «سیمای فصل» در ابتدای هر فصل برای جمع‌بندی و برقراری ارتباط میان مفاهیم آمده است.
  - ۶- وجود شکل‌های مناسب جهت درک آسان‌تر مفاهیم.
  - ۷- آوردن مثال‌های حل شده برای درک بیشتر و آموزش روش حل مسائل.
  - ۸- تمرین‌های متناسب با مثال‌های حل شده.
  - ۹- طرح تمرین‌های متنوع از جمله مسائل امتحانات نهائی و تنظیم آن‌ها از ساده به مشکل.
- در پایان از هنرجویان عزیز و هنرآموزان گرانقدر تقاضا می‌شود پیشنهادهای اصلاحی خود را همراه با ذکر دلایل و روش حل به دفتر برنامه ریزی و تألیف آموزش‌های فنی و حرفه‌ای و کاردانش ارسال نمایند تا در چاپ‌های بعدی مورد توجه و استفاده قرار گیرد و به تحقق، بخشی از اهداف ذکر شده کمک نماید.

هدف کلی

یادگیری و کسب مهارت در حل مسائل و تمرین های مربوط  
به درس محاسبات فنی تخصصی





## سیمای فصل اول

### انتقال حرارت

#### تعریف انتقال حرارت

- انواع انتقال حرارت
- ۱- انتقال حرارت به طریق هدایت
  - ۲- انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی
  - ۳- انتقال حرارت به طریق تشعشع

- رابطه انتقال حرارت به طریق هدایت
- واحدهای انتقال حرارت
- رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره
- تعریف شدت جریان حرارتی مخصوص
- واحد شدت جریان حرارتی مخصوص
- هدایت حرارتی دیواره و رابطه آن
- تعریف مقاومت حرارتی
- رابطه انتقال حرارت برای دیواره مسطح چند لایه
- رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل
- رابطه ضریب هدایت حرارتی معادل، برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل چند لایه
- رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های چند لایه استوانه‌ای شکل
- رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی

## انتقال حرارت

**دما چیست:** دما کمیتی است که میزان سردی و گرمی جسم را مشخص می کند  
واحدهای دما: واحدهای دما عبارتند از درجه سلسیوس (سانتیگراد) ( $^{\circ}\text{C}$ ) ، درجه فارنهایت و درجه کلونین ( $k$ )  
واحدهای گرمای: کالری ( $\text{cal}$ )، کیلوکالری ( $\text{kcal}$ )، ژول ( $j$ )، کیلوژول ( $\text{kJ}$ ) و  $\text{U.T.B}$   
**توان چیست:** مقدار گرمای انتقال یافته در واحد زمان را توان گویند  
واحدهای توان: وات ( $\text{W}$ )، کیلووات ( $\text{kW}$ )  
تعریف انتقال حرارت: قوانینی که نحوه پخش و انتشار گرما را بر اثر تفاوت درجه حرارت بین اجسام گوناگون بررسی می کنند را انتقال حرارت گویند.

انواع انتقال حرارت: تبادل گرما بین اجسام به سه طریق انجام می گیرد.

۱- هدایت (رسانائی) ۲- جابه جایی (همرفت یا کنوکسیون) ۳- تشعشع (تابش)

### رابطه انتقال حرارت به طریق هدایت:

- مقدار حرارت انتقال یافته با سطح نسبت مستقیم دارد یعنی اگر سطح پنجره شیشه ای هرچه بزرگ تر باشد،

مقدار حرارت بیشتری منتقل می کند:  $Q \propto A \leftarrow$

( $Q$ : مقدار گرما و  $A$  سطح جسم)

- مقدار حرارت انتقال یافته با ضخامت دیواره با جسم نسبت عکس دارد، یعنی دیواره های که ضخامت زیادتری

دارند مقدار حرارت کمتری را منتقل می کنند.  $Q \propto \frac{1}{d} \leftarrow$

( $d$ : ضخامت جسم یا دیواره)

- مقدار حرارت انتقال یافته با اختلاف دما نسبت مستقیم دارد یعنی هرچه اختلاف درجه حرارت دو سر میله

یا دو طرف یک دیواره بیشتر باشد گرمای بیشتری را از خود انتقال می دهند

$Q \propto \Delta\theta$  ( $\Delta\theta$ : اختلاف درجه حرارت).

- مقدار حرارت انتقال یافته با زمان نسبت مستقیم دارد یعنی هرچه زمان بیشتر باشد گرمای بیشتری از میله

منتقل می شود  $Q \propto t$  ( $t$ : زمان)

- مقدار حرارت انتقال یافته به جنس جسم بستگی دارد.

- بنابراین انتقال حرارت ( $Q$ ) عبارت است از:

$$Q \propto \frac{A(\theta_2 - \theta_1)t}{d}$$

برای تبدیل تناسب به تساوی به ضریب نیاز است که به آن ضریب تناسب گویند و آن را با  $k$  نشان می دهند.

بنابراین رابطه انتقال حرارت به صورت زیر می‌باشد:

$$Q = k \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d} \quad \text{رابطه (۱-۱)}$$

k ضریب تناسبی است که مقدار آن برای هر جسمی ثابت است و به جنس جسم بستگی دارد، این ضریب را در رابطه (۱-۱) ضریب هدایت حرارتی گویند.

جدول (۱-۱)

$\theta_p$	$\theta_1$	d	t	A	Q	پارامتر
$^{\circ}\text{C} - ^{\circ}\text{K}$	$^{\circ}\text{K} - ^{\circ}\text{C}$	cm m	hr, s, min	$\text{cm}^2$ $\text{m}^2$	cal- kcal j - kj	واحد

با توجه به جدول (۱-۱) واحد ضریب هدایت حرارتی (k) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$Q = k \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d} \quad \text{طرفین و وسطین انجام می‌دهیم}$$

$$KA = (\theta_p - \theta_1)t = Qd \quad \text{طرفین تقسیم بر ضریب k}$$

$$K = \frac{Qd}{A(\theta_p - \theta_1)t} \quad \text{رابطه (۱-۲)}$$

$$K = \frac{\text{cal.cm}}{\text{cm}^2 \cdot ^{\circ}\text{C.s}} \quad \text{با جا گذاری واحدهای معلوم}$$

$$K = \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C.s}} = \frac{\text{کالری}}{\text{ثانیه} \times \text{سانتی‌گراد} \times \text{سانتی‌متر}}$$

$$\text{با جایگزین کردن واحدها} \quad K = \frac{Qd}{A(\theta_p - \theta_1)t} = \text{در سیستم SI داریم}$$

$$K = \frac{\text{j.m}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{K.s}}$$

$$K = \frac{\text{j}}{\text{m} \cdot \text{K.s}} = \frac{\frac{\text{j}}{\text{s}}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\text{با توجه به این که } \frac{\text{j}}{\text{s}} = \text{w} \quad \text{و} \quad T_p^{\circ\text{K}} - T_1^{\circ\text{K}} = \theta_p^{\circ\text{C}} - \theta_1^{\circ\text{C}} \quad \text{مطابق زیر خواهیم داشت}$$

$$\left. \begin{aligned} T_p^{(^{\circ}\text{K})} &= 273 + \theta_p(^{\circ}\text{C}) \\ T_1^{(^{\circ}\text{K})} &= 273 + \theta_1(^{\circ}\text{C}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_p^{(^{\circ}\text{K})} - T_1^{(^{\circ}\text{K})} = 273 + \theta_p(^{\circ}\text{C}) - 273 - \theta_1(^{\circ}\text{C}) = \theta_p(^{\circ}\text{C}) - \theta_1(^{\circ}\text{C})$$

$$\text{در سیستم SI} \quad K = \frac{\text{w}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

اگر واحد مقدار حرارت کیلوکالری باشد ( $Q = \text{kcal}$ ) واحد ضریب هدایت حرارتی برابر است با:

$$K = \frac{Qd}{A(\theta_p - \theta_1)t} \quad \text{از رابطه (۱-۲) خواهیم داشت}$$

با جایگزین واحدها

$$K = \frac{\text{kcal.m}}{\text{m}^2 \cdot \text{c.hr}} \rightarrow \boxed{K = \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr} \cdot \text{c}}}$$

تبدیل واحدهای K: برای تبدیل واحد  $K = \frac{\text{cal}}{\text{cm.c} \cdot \text{s}}$  به واحد  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{c}}$  بصورت زیر عمل می‌شود.

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} = \frac{4/2 \text{ J}}{10/10 \text{ m} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} = \frac{420 \text{ J}}{\text{m} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} = 420 \frac{\text{J/s}}{\text{m} \cdot \text{c}}$$

$$\boxed{1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} = 420 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{c}}}$$

اگر  $\frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$  باشد خواهیم داشت:

تمرین ۱-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسمی  $1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$  باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب  $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{c}}$  چقدر خواهد بود (از دو راه).  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱-۱: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم  $50 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$  باشد مقدار ضریب هدایت حرارتی را برحسب  $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{c}}$  حساب کنید. (حل از دو راه)

راه حل اول:

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} = 420 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{c}}$$

$$50 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} = 50 \times \left( 1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} \right)$$

$$50 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} = 50 \times \left( 420 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{c}} \right) \rightarrow 50 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} = 21000 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{c}}$$

راه حل دوم استفاده از تناسب:

$\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$	$\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{c}}$
1	420

$$50 \quad X$$

$$X = \frac{420 \times 50}{1}$$

$$\boxed{X = 21000 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{c}}}$$

تمرین ۱-۲: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسمی  $10500 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$  باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی این جسم را برحسب  $\frac{cal}{cm \cdot ^\circ C \cdot s}$  حساب کنید (از دو راه):  
حل (توسط هنجو):

مثال ۱-۲: اگر ضریب هدایت حرارتی جسمی  $8400 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$  باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب  $\frac{cal}{cm \cdot ^\circ C \cdot s}$  چقدر خواهد بود (از دو راه راه حل اول)

$$1 \frac{cal}{cm \cdot ^\circ C \cdot s} = 420 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

طرفین رابطه را بر ۴۲۰ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{1}{420} \frac{cal}{cm \cdot ^\circ C \cdot s} = \frac{420}{420} \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

$$\frac{1}{420} \frac{cal}{cm \cdot ^\circ C \cdot s} = 1 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

$$8400 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} = 8400 \times \left( 1 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \right)$$

$$\Rightarrow 8400 \times \left( \frac{1}{420} \frac{cal}{cm \cdot ^\circ C \cdot s} \right)$$

$$\Rightarrow \left( 8400 \times \frac{1}{420} \right) \frac{cal}{cm \cdot ^\circ C \cdot s}$$

$$\Rightarrow 20 \frac{cal}{cm \cdot ^\circ C \cdot s}$$

راه حل دوم، استفاده از تناسب:

$\frac{cal}{cm \cdot ^\circ C \cdot s}$	$\frac{W}{m \cdot ^\circ C}$
1	420
X	8400

$$X = \frac{8400 \times 1}{420}$$

$$X = 20 \frac{cal}{cm \cdot ^\circ C \cdot s}$$

برای تبدیل واحد  $\frac{\text{cal}}{\text{cm.hr.}^\circ\text{C}}$  به واحد  $\frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$  به صورت زیر عمل می‌شود.  
 هر یک کالری،  $\frac{4}{2}$  ژول و هر کیلوکالری،  $1000$  کالری می‌باشد، لذا خواهیم داشت

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} = \frac{1000 \times 4/2 \text{ J}}{\text{m} \times 3600 \text{ s.}^\circ\text{C}}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} = \frac{4200 \text{ J}}{3600 \text{ m.s.}^\circ\text{C}}$$

صورت و مخرج را بر ثانیه (s) تقسیم می‌کنیم

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} = \frac{4200}{3600} \times \frac{\frac{\text{J}}{\text{s}}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$$

می‌دانیم که  $\frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$  می‌باشد لذا خواهیم داشت:

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} = 1/163 \frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$$

تمرین ۱-۳: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم  $150 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}}$  باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی این جسم برحسب  $\frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$  چقدر خواهد بود (از دو راه حل شود). حل (توسط هنرجو):

مثال ۱-۳: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم  $10 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}}$  باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب  $\frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$  چقدر خواهد بود. (از دو راه).

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} = 1/163 \frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$$

راه حل اول:

$$10 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} = 10 \times \left( 1 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} \right)$$

$$10 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} = 10 \times \left( 1/163 \frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}} \right)$$

$$10 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} = 11/63 \frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$$

راه حل دوم استفاده از تناسب:

$\frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}}$	$\frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$
1	1/163
10	X

	$x = \frac{10 \times 1/163}{1}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">x = 11/63 \frac{w}{m.^{\circ}c}</math> </div>
<p>تمرین ۱-۴: اگر ضریب هدایت حرارتی یک جسم <math>70 \frac{w}{m.^{\circ}c}</math> باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی این جسم برحسب <math>\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}</math> چقدر خواهد بود (از دو راه حل شود). حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۱-۴: اگر ضریب هدایت حرارتی جسمی <math>34 \frac{w}{m.^{\circ}c}</math> باشد، مقدار ضریب هدایت حرارتی برحسب <math>\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}</math> چقدر می‌باشد. (از دو راه). راه حل اول: <math>1 \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c} = 1/163 \frac{w}{m.^{\circ}c}</math> طرفین رابطه را بر عدد <math>1/163</math> تقسیم می‌کنیم: <math display="block">\frac{1}{1/163} \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c} = \frac{1/163}{1/163} \frac{w}{m.^{\circ}c}</math> <math display="block">\Rightarrow \frac{1}{1/163} \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c} = 1 \frac{w}{m.^{\circ}c}</math> <math display="block">\Rightarrow 34 \frac{w}{m.^{\circ}c} = 34 \times \left( 1 \frac{w}{m.^{\circ}c} \right)</math> <math display="block">34 \frac{w}{m.^{\circ}c} = 34 \times \left( \frac{1}{1/163} \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c} \right)</math> <math display="block">34 \frac{w}{m.^{\circ}c} = \frac{34}{1/163} \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}</math> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">34 \frac{w}{m.^{\circ}c} = 29/235 \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}</math> </div> <p>راه حل دوم استفاده از تناسب</p> <math display="block">\frac{\frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}}{1} = \frac{\frac{w}{m.^{\circ}c}}{1/163} \quad x = \frac{34 \times 1}{1/163}</math> <math display="block">x = 29/235 \frac{kcal}{m.hr.^{\circ}c}</math> </p>

چند مثال در رابطه با انتقال حرارت به روش هدایت (رسانایی) طبق رابطه (۱-۱)

تمرین ۵-۱: جداره‌ای به ضخامت ۲۰cm با سطح مقطع  $۰/۰۰۰۴m^2$  در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۷۲۰ ثانیه قرار دارد، اگر درجه حرارت یک طرف آن  $۱۸۰^{\circ}C$  و طرف دیگر آن  $۴۵^{\circ}C$  باشد، چه مقدار گرما برحسب کیلوژول از خود انتقال می‌دهد. ضریب هدایت حرارتی میله  $\frac{cal}{cm \cdot s \cdot ^{\circ}C}$  ۰/۱۵ می‌باشد. حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۱: میله‌ای به طول  $۰/۴m$  و سطح مقطع  $۸cm^2$  در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۱۰ دقیقه قرار دارد، اگر درجه حرارت یک سر میله  $۲۵^{\circ}C$  و سر دیگر آن  $۵۰^{\circ}C$  باشد، چه مقدار گرما برحسب کیلوکالری از خود انتقال می‌دهد. ضریب هدایت حرارتی میله  $\frac{cal}{cm \cdot s \cdot ^{\circ}C}$  ۰/۲۶ می‌باشد؟

حل: مرحله (۱): داده‌ها و خواسته‌ها مساله به طور خلاصه نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? kcal$	$d = 0/4m$ $A = 8cm^2$ $t = 10min$ $\theta_p = 25^{\circ}C$ $\theta_1 = 50^{\circ}C$ $k = 0/26 \frac{cal}{cm \cdot s \cdot ^{\circ}C}$ میله

مرحله (۲) تبدیل واحد: در این مثال واحد طول از متر به سانتی‌متر و واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} d = 0/4m \\ d = 0/4 \times 100cm \\ d = 40cm \end{cases} \quad \begin{cases} t = 10min \\ t = 10 \times 60s \\ t = 600s \end{cases}$$

مرحله (۳) رابطه مرتبط با مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$



	<p>مرحله ۴) مقادیر داده‌ها در رابطه جای گذاری می‌شود.</p> $Q = 0.26 \frac{8(250-50)600}{40}$ <p>مرحله ۵) محاسبه ریاضی رابطه</p> $Q = \frac{0.26 \times 8 \times 200 \times 600}{40}$ $Q = 624 \text{ cal}$ <p>توجه: در اینجا چون گرما را برحسب کیلوکالری خواسته لذا واحد گرما از cal به کیلوکالری (kcal) تبدیل می‌کنیم:</p> $1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$ $1 \text{ cal} = \frac{1}{1000} \text{ kcal}$ $Q = 6240 \times \frac{1}{1000}$ $\boxed{Q = 6.24 \text{ kcal}}$
<p>تمرین ۶-۱: یک قطعه آهنی به طول ۷۵cm و سطح مقطع <math>36 \text{ cm}^2</math> در مجاورت یک منبع حرارتی در مدت ۵ دقیقه قرار می‌گیرد. اگر دمای دو سر میله به ترتیب <math>175^\circ \text{C}</math> و <math>50^\circ \text{C}</math> باشد، مقدار حرارت انتقال یافته را برحسب ژول حساب کنید (توجه: ضریب هدایت حرارتی آهن <math>\frac{W}{m \cdot ^\circ C}</math> ۷۶/۶ می‌باشد)</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۶-۱: یک میله آهنی با طول ۱m و سطح مقطع <math>0.49 \text{ m}^2</math> در مجاورت یک منبع حرارتی در مدت ۲۰s قرار می‌گیرد، اگر دمای دو سر میله به ترتیب <math>100^\circ \text{C}</math> و <math>25^\circ \text{C}</math> باشد، مقدار حرارت انتقال یافته را برحسب ژول حساب کنید (توجه: ضریب هدایت حرارتی آهن <math>\frac{W}{m \cdot ^\circ C}</math> ۷۵/۴ می‌باشد)</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱): داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه همراه با واحدها نوشته شود.</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? \text{ j}$	$d = 1 \text{ m}$ $A = 0.49 \text{ m}^2$ $\theta_p = 100^\circ \text{ C}$ $\theta_1 = 25^\circ \text{ C}$ $k = 75/4 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{ C}}$ آهن

مرحله ۲) تبدیل واحد: با توجه به واحد داده‌ها، در صورت نیاز تبدیل واحد انجام می‌گیرد ولی با توجه به واحد داده‌ها، تبدیل واحد نیاز نمی‌باشد.

مرحله ۳: رابطه مرتبط با مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴: مقادیر داده‌ها در رابطه جای‌گذاری

می‌شوند

$$Q = 75/4 \frac{0.49(100 - 25)20}{1}$$

مرحله ۵: محاسبه ریاضی رابطه فوق انجام می‌گیرد.

$$Q = \frac{75/4 \times 0.49 \times 75 \times 20}{1}$$

$$Q = 55419 \text{ j}$$

تمرین ۷-۱: میله‌ای به طول  $0.15 \text{ m}$  در مجاورت منبع حرارتی به مدت نیم ساعت قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت یک سر میله  $48^\circ \text{ C}$  و سر دیگر آن  $12^\circ \text{ C}$  می‌باشد و مقدار گرمای انتقال یافته  $180 \text{ kcal}$  باشد، سطح مقطع میله چند سانتی‌متر مربع خواهد بود. ضریب هدایت حرارتی میله  $350 \text{ kcal/m.hr} \cdot ^\circ \text{ C}$  می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۱: میله‌ای به طول  $20 \text{ cm}$  در مجاورت منبع حرارتی به مدت ۳۰ دقیقه قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت یک سر میله  $50^\circ \text{ C}$  و سر دیگر آن  $15^\circ \text{ C}$  باشد و مقدار گرمای انتقال یافته  $50 \text{ kcal}$  باشد، سطح مقطع میله چند سانتی‌متر مربع خواهد بود. ضریب هدایت حرارتی میله  $400 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr} \cdot ^\circ \text{ C}}$  می‌باشد.

حل: مرحله ۱: داده‌ها و خواسته‌ها به طور خلاصه

نوشته شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$d = ۲۰۰\text{cm}$ $t = ۳۰\text{min}$ $\theta_p = ۵۰^\circ\text{C}$ $\theta_1 = ۱۵^\circ\text{C}$ $Q = ۵۰۰\text{kcal}$ $k = ۴۰۰ \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}}$	$A = ?\text{cm}^2$

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد طول از سانتی‌متر به

متر و واحد زمان از دقیقه به ساعت تبدیل می‌گردد.

$$\left\{ \begin{array}{l} d = ۲۰۰\text{cm} \\ d = ۲۰۰ \times \frac{1}{100} \text{m} \\ d = \frac{۲۰۰}{100} \text{m} \\ d = ۲\text{m} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} t = ۳۰\text{min} \\ t = ۳۰ \times \frac{1}{60} \text{hr} \\ t = \frac{۳۰}{60} \text{hr} \\ t = \frac{1}{2} \text{hr} \\ t = ۰/۵\text{hr} \end{array} \right.$$

مرحله ۳) رابطه انتقال حرارت نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق:

$$۵۰۰ = ۴۰۰ \frac{A(۵۰۰ - ۱۵) \cdot ۰/۵}{۲}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی انجام می‌گیرد

$$۵۰۰ = \frac{۴۰۰ \times A \times ۳۵ \times ۰/۵}{۲}$$

	$500 = \frac{A \times 70000}{2}$ $500 = A \times 35000$ <p>طرفین رابطه بر ضریب مجهول (A) تقسیم می‌شود.</p> $\frac{500}{35000} = \frac{A \times 35000}{35000}$ $A = 0.014 m^2$ <p>مرحله ۶): چون سطح مقطع برحسب سانتی‌متر مربع خواسته شده لذا در اینجا واحد مترمربع را به سانتی‌مترمربع تبدیل می‌کنیم.</p> $1 m^2 = 10000 cm^2$ $A = 0.014 m^2 = 0.014 (10^4 cm^2)$ $A = 0.014 \times 10000 cm^2$ <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;"><math>A = 140 cm^2</math></div>
<p>تمرین ۸-۱: دیواره‌ای به طول ۴۵ m و عرض ۰/۳۵ m در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۴۵ دقیقه قرار می‌گیرد، درجه حرارت دو طرف دیواره به ترتیب ۲۵°C و ۴۵°C می‌باشد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته ۲۵۰۰۰ cal باشد، ضخامت دیواره چند متر می‌باشد (ضریب هدایت حرارتی دیواره <math>\frac{cal}{cm \cdot c \cdot s} = 0.0023</math> می‌باشد).</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۸-۱: دیواره‌ای به طول ۳۰ cm و عرض ۴۰ cm در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت ۱ ساعت قرار می‌گیرد. درجه حرارت دو طرف دیواره به ترتیب ۲۰°C و ۴۵°C می‌باشد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته ۲۰ kcal باشد، ضخامت دیواره چند سانتی‌متر می‌باشد (ضریب هدایت حرارتی دیواره <math>\frac{cal}{cm \cdot c \cdot s} = 0.0025</math> می‌باشد).</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را در یک جدول می‌نویسیم</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$d = ? \text{ cm}$	$A = 30 \times 40 = 1200 \text{ cm}^2$ $t = 1 \text{ h}$ $\theta_p = 200^\circ \text{C}$ $\theta_1 = 45^\circ \text{C}$ $k = 0.0025 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$ $Q = 20 \text{ kcal}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: در اینجا زمان از ساعت به ثانیه و حرارت انتقال یافته از kcal به cal تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} t = 1 \text{ h} \\ d = 1 \times 3600 \text{ s} \\ t = 3600 \text{ s} \end{cases} \quad \begin{cases} Q = 20 \text{ kcal} \\ Q = 20 \times 1000 \text{ cal} \\ Q = 20000 \text{ cal} \end{cases}$$

مرحله ۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d} \quad \text{می‌شود.}$$

مرحله ۴) مقادیر داده‌ها در رابطه فوق جای‌گذاری

می‌شود.

$$20000 = 0.0025 \frac{1200(200 - 45)3600}{d}$$

مرحله ۵) حل رابطه ریاضی مساله

$$20000 = \frac{0.0025 \times 1200 \times 155 \times 3600}{d}$$

$$\frac{20000}{1} = \frac{1674000}{d}$$

در رابطه فوق طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$20000d = 1674000$$

طرفین رابطه را بر ضریب مجهول (d) تقسیم

می‌کنیم

$$\frac{20000d}{20000} = \frac{1674000}{20000}$$

$$d = 83.7 \text{ cm}$$

تمرین ۹-۱: جداره مستطیلی به ابعاد  $۰/۴ \times ۰/۶۵$  متر و به ضخامت  $۹۵۰\text{mm}$  در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت  $۱۸۰۰$  ثانیه قرار می‌گیرد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته  $۳۵\text{kJ}$  باشد، مقدار اختلاف درجه حرارت دو طرف دیواره چقدر خواهد بود (ضریب هدایت حرارتی دیوار  $۰/۷۳ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}}$  می‌باشد).  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۹-۱: دیواره‌ای به ابعاد  $۵۰ \times ۷۰$  سانتی‌متر و به ضخامت  $۱۰۰\text{cm}$  در مجاورت یک منبع حرارتی به مدت  $۴۵$  دقیقه قرار می‌گیرد، اگر مقدار حرارت انتقال یافته  $۳۰۰۰۰\text{J}$  باشد، مقدار اختلاف درجه حرارت دو طرف دیواره چقدر خواهد بود (ضریب انتقال حرارت دیواره  $۰/۶۳ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}}$  می‌باشد).  
حل: مرحله (۱): داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه

همراه با واحدهای آن نوشته شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$A = ۵۰ \times ۷۰ = ۳۵۰۰\text{cm}^۲$	
$d = ۱۰۰\text{cm}$	
$t = ۴۵\text{min}$	$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$
$Q = ۳۰۰۰۰\text{J}$	$\Delta\theta = ?^\circ\text{C}$
$k = ۰/۶۳ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{C}}$	

مرحله (۲) تبدیل واحد: در اینجا مساحت از  $\text{cm}^۲$  به  $\text{m}^۲$  و ضخامت از  $\text{cm}$  به  $\text{m}$  و زمان از دقیقه به ثانیه

تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} A = ۳۵۰۰\text{cm}^۲ \\ 1\text{m}^۲ = ۱۰۰۰۰\text{cm}^۲ \\ A = ۳۵۰۰ \times \left(\frac{1}{10000}\text{m}^۲\right) \\ A = \frac{۳۵۰۰}{10000}\text{m}^۲ \\ A = ۰/۳۵\text{m}^۲ \end{cases} \quad \begin{cases} t = ۴۵\text{min} \\ 1\text{min} = ۶۰\text{s} \\ t = ۴۵ \times ۶۰\text{s} \\ t = ۲۷۰۰\text{s} \\ d = ۱۰۰\text{cm} \\ d = ۱۰۰ \left(\frac{1}{100}\text{m}\right) \\ d = \frac{100}{100}\text{m} \\ d = 1\text{m} \end{cases}$$

مرحله (۳): رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته

می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

	<p>مرحله ۴): مقادیر داده‌ها در رابطه جای گذاری می‌شود.</p> $30000 = \frac{0.63 \times 0.35(\theta_p - \theta_1) \times 2700}{1}$ <p>مرحله ۵): محاسبه ریاضی رابطه</p> $30000 = \frac{0.63 \times 0.35 \times 2700 \times (\theta_p - \theta_1)}{1}$ $30000 = \frac{595}{1} (\theta_p - \theta_1)$ <p>در رابطه طرفین و وسطین انجام می‌دهیم.</p> $595 / 35 (\theta_p - \theta_1) = 30000 \times 1$ <p>طرفین رابطه را بر ضریب مجهول <math>(\theta_p - \theta_1)</math> تقسیم می‌کنیم.</p> $\frac{595 / 35 (\theta_p - \theta_1)}{595 / 35} = \frac{30000}{595 / 35}$ $\theta_p - \theta_1 = 50 / 39 \text{ } ^\circ\text{C}$
<p>تمرین ۱۰-۱: ورق دایره‌ای شکل به قطر ۶۰cm و ضخامت ۷۰mm در مجاورت منبع حرارتی در مدت زمان ۵۰۰ ثانیه، قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت طرف مجاور منبع حرارتی <math>130^\circ\text{C}</math> و مقدار حرارت انتقال یافته <math>150\text{kJ}</math> باشد، درجه حرارت طرف دیگر ورق چند درجه خواهد بود. (ضریب هدایت حرارتی ورق <math>0.35 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{C}}</math> می‌باشد.)</p> <p>حل) توسط هنرجو:</p>	<p>مثال ۱۰-۱: شیشه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع ۵۰۰mm و ضخامت ۵cm در مجاورت منبع حرارتی در مدت زمان ۵ دقیقه قرار می‌گیرد، اگر درجه حرارت طرف مجاور منبع حرارتی <math>150^\circ\text{C}</math> و مقدار حرارت انتقال یافته <math>100000\text{J}</math> باشد، درجه حرارت طرف دیگر شیشه چند درجه سانتی‌گراد خواهد بود (ضریب هدایت حرارتی شیشه <math>0.84 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{C}}</math> می‌باشد.)</p> <p>حل: مرحله ۱): داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه همراه با واحدهای آن نوشته می‌شود.</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta_1 = ?^\circ \text{C}$	$R = 500 \text{ mm}$ $d = 5 \text{ cm}$ $t = 5 \text{ min}$ $\theta_p = 150^\circ \text{C}$ $Q = 100000 \text{ J}$ $k = 0.14 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C}}$

محاسبه مساحت دایره:

$$A = \pi R^2$$

$$A = 3.14(500)^2$$

$$A = 785000 \text{ mm}^2$$

مرحله ۲) تبدیل واحد: مساحت دایره از  $\text{mm}^2$  به  $\text{m}^2$  و ضخامت از سانتی‌متر به متر و زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 5 \text{ min} \\ t = 5(60 \text{ s}) \\ t = 300 \text{ s} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d = 5 \text{ cm} \\ d = 5 \times \left( \frac{1}{100} \text{ m} \right) \\ d = \frac{5}{100} \text{ m} \\ d = 0.05 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 785000 \text{ mm}^2 \\ A = 785000 \times \left( \frac{1}{1000000} \text{ m}^2 \right) \\ A = \frac{785000}{1000000} \text{ m}^2 \\ A = 0.785 \text{ m}^2 \end{array} \right.$$

مرحله ۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته

می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴): مقادیر داده‌ها در رابطه جای‌گذاری

می‌شود.

$$100000 = 0.14 \frac{0.785(150 - \theta_1)300}{0.05}$$

$$100000 = \frac{0.14 \times 0.785 \times 300 \times (150 - \theta_1)}{0.05}$$



	$100000 = \frac{197/82(150 - \theta_1)}{0/05}$ <p>رابطه فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم</p> $197/82(150 - \theta_1) \times 1 = 100000 \times 0/05$ $197/82(150 - \theta_1) = 5000$ <p>طرفین رابطه بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم</p> $\frac{197/82(150 - \theta_1)}{197/82} = \frac{5000}{197/82}$ $150 - \theta_1 = 25/28$ <p>در اینجا <math>\theta_1</math> مجهول می‌باشد، اگر مجهولی یا عددی از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی انتقال داده شود، علامت آن عدد یا آن مجهول تغییر می‌کند. اگر <math>\theta_1</math> به طرف دیگر تساوی منتقل شود علامت آن مثبت می‌شود و عدد <math>25/28</math> به طرف دیگر تساوی برود، علامت آن تغییر خواهد کرد.</p> $150 - 25/28 = \theta_1$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> <math>\theta_1 = 124/72^\circ\text{C}</math> </div>
<p>تمرین ۱۱-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد <math>0/7 \times 0/9</math> متر با ضخامت <math>0/08 \text{ m}</math> از آجر نسوز دارای ضریب هدایت حرارتی <math>\frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{c} \cdot \text{hr}}</math> <math>0/303</math> مفروض است، چنانچه دمای سطح سرد این دیواره <math>120^\circ\text{C}</math> و مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت <math>250</math> ثانیه برابر <math>40 \text{ kcal}</math> باشد مطلوبست دمای سطح گرم این دیواره بر حسب درجه سانتی‌گراد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۱۱-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد <math>80 \times 100</math> سانتی‌متر با ضخامت <math>10 \text{ cm}</math> از آجر نسوز دارای ضریب هدایت حرارتی <math>\frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{hr} \cdot \text{c}}</math> <math>0/505</math> مفروض است، چنانچه دمای سطح سرد این دیواره <math>100^\circ\text{C}</math> و مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت <math>5</math> دقیقه برابر <math>42000 \text{ cal}</math> باشد، مطلوب است: دمای سطح گرم این دیواره بر حسب درجه سانتی‌گراد.</p>

حل: مرحله (۱): داده‌ها و خواسته‌ها به طور خلاصه همراه با واحدهای آن نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta_p = ? \text{ } ^\circ\text{C}$	$\begin{cases} A = 100\text{cm} \times 80\text{cm} = 8000\text{cm}^2 \\ d = 10\text{cm} \\ k = 0/505 \frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}} \\ \theta_1 = 100^\circ\text{C} \\ t = 5\text{min} \\ Q = 4200\text{cal} \end{cases}$

مرحله (۲) تبدیل واحد: در اینجا زمان از دقیقه به ثانیه و ضریب انتقال حرارت از  $\frac{\text{kcal}}{\text{m.hr.}^\circ\text{C}}$  به  $\frac{\text{cal}}{\text{m.}^\circ\text{C.s}}$  تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{cases} t = 5\text{min} \\ t = 5(60\text{s}) \\ t = 300\text{s} \end{cases}$$

$$k = 0/505 \frac{\text{kcal}}{\text{m.}^\circ\text{C.hr}}$$

$$k = 0/505 \times \frac{1000\text{cal}}{100\text{cm}^\circ\text{C} \cdot 3600\text{s}}$$

$$k = 0/505 \times \frac{1000}{100 \times 3600} \frac{\text{cal}}{\text{cm.}^\circ\text{C.s}}$$

$$k = 0/505 \times \frac{1}{360} \frac{\text{cal}}{\text{cm.}^\circ\text{C.s}}$$

$$k = 0/0014 \frac{\text{cal}}{\text{cm.}^\circ\text{C.s}}$$

مرحله (۳) رابطه ریاضی مربوط به مساله نوشته می‌شود.

$$Q = K \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \text{ داریم}$$

$$Q = K \frac{A\Delta\theta t}{d}$$

مرحله ۴) مقادیر داده‌ها را در رابطه

جای‌گذاری می‌کنیم

$$42000 = 0.0014 \frac{800\phi \times \Delta\theta \times 300}{1\phi}$$

مرحله ۵) محاسبات مربوطه را انجام می‌دهیم

$$42000 = 0.0014 \times 800 \times \Delta\theta \times 300$$

$$42000 = 336\Delta\theta$$

طرفین رابطه بر ضریب  $\Delta\theta$  تقسیم می‌کنیم

$$\frac{42000}{336} = \frac{336\Delta\theta}{336}$$

$$\Delta\theta = 125^\circ\text{C}$$

مرحله ۶) به‌دست آوردن مقدار  $\theta_p$  با استفاده از

رابطه  $\Delta\theta$  :

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$$

$$125 = \theta_p - 100$$

$$125 + 100 = \theta_p$$

$$\boxed{\theta_p = 225^\circ\text{C}}$$

\* با توجه به این که در فاصله‌های مختلف در ضخامت دیواره، درجه حرارت متفاوت است، ضریب هدایت حرارتی نیز تغییر می‌کند بنابراین باید در مسایل مقدار ضریب هدایت حرارتی متوسط استفاده شود. ضریب هدایت حرارتی متوسط را با  $\bar{k}$  نشان داده و مقدار آن عموماً با استفاده از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

جدول ضریب هدایت حرارتی  $k$  برای فلزات و اجسام مختلف در  $25^\circ\text{C}$  در کتاب محاسبات فنی تخصصی وجود

دارد.

تمرین ۱۲-۱: یک دیواره یک لایه مسطح در دماهای ۸۰۰ و ۳۵۰ درجه سانتی‌گراد دارای ضریب هدایت حرارتی به ترتیب ۰/۰۴ و ۰/۰۶ کالری بر سانتی‌متر درجه سانتی‌گراد است. ضریب هدایت حرارتی متوسط آن را در فاصله دمایی مذکور محاسبه کنید. حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۲-۱: یک دیواره یک لایه مسطح در دماهای ۹۰۰ و ۴۵۰ درجه سانتی‌گراد دارای ضریب هدایت حرارتی به ترتیب ۰/۵ و ۰/۷ وات بر متر بر درجه سانتی‌گراد است، ضریب هدایت حرارتی متوسط آن را در فاصله دمایی مذکور محاسبه کنید.

حل: در این گونه مسائل با توجه به این که در هر دو درجه حرارت مقدار (k) داده شده است لذا مقدار (k) متوسط را به سادگی می‌توان از طریق به دست آوردن میانگین به روش زیر محاسبه نمود.

مرحله (۱) خلاصه نویسی از داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
$\begin{cases} k_1 = 0.5 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \\ k_2 = 0.6 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \end{cases}$	$\bar{k} = ? \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه و محاسبه ریاضی

$$\bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

$$\bar{k} = \frac{0.5 + 0.6}{2}$$

$$\bar{k} = \frac{1.1}{2}$$

$$\bar{k} = 0.55 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

تمرین ۱۳-۱: یک دیواره از آجر نسوز به ابعاد  $۶۰ \times ۴۰$  سانتی‌متر در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد چنانچه درجه حرارت سطح داخلی این دیواره  $۱۲۰۰^{\circ}\text{C}$  و ضریب هدایت حرارتی آجر نسوز  $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$   $۰/۰۰۱۴$  باشد، اولاً ضخامت دیواره به چه اندازه باید انتخاب شود تا درجه حرارت پشت دیواره از  $۵۰^{\circ}\text{C}$  تجاوز نکند و حرارت انتقال یافته در هر دقیقه  $۲۰$  کیلوکالری باشد. ثانیاً ضریب هدایت حرارتی  $k$  را بر حسب واحدهای مختلف محاسبه و تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۱۴-۱: ضریب هدایت حرارتی یک دیواره از آجر شاموتی، نسبت به درجه حرارت تغییر می‌کند و از معادله

$$k = 0.419 + 0.000625\theta \quad \left(\frac{w}{m \cdot c} \text{ بر حسب } \theta\right)$$

تعیین می‌شود.

اولاً: مقدار این ضریب را در درجه حرارت‌های  $25^{\circ}C$

و  $125^{\circ}C$  به دست آورید.

ثانیاً: مقدار متوسط آن را در فاصله دمایی  $25^{\circ}C$  تا

$135^{\circ}C$  محاسبه و تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۱۵-۱: به منظور تعیین ضریب هدایت حرارتی یک نوع آلیاژ آلومینیوم میله‌ای از آن را به طول  $12\text{cm}$  و به سطح مقطع  $12\text{cm}^2$  تهیه کرده‌ایم. یک سر آن را در محفظه‌ای از آب  $90^\circ\text{C}$  و سر دیگر آن را در داخل یک توده یخ صفر درجه سانتی‌گراد قرار داده‌ایم (میله توسط روپوش نسبت به محیط عایق شده است) در نتیجه، پس از گذشت زمان ۷ دقیقه ۸۵، گرم یخ ذوب شده است، اگر گرمای نهان ذوب یخ  $70 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$  باشد، ضریب هدایت حرارتی متوسط آلیاژ را در این فاصله دمایی به دست آورید.  
حل (توسط هنرجو):

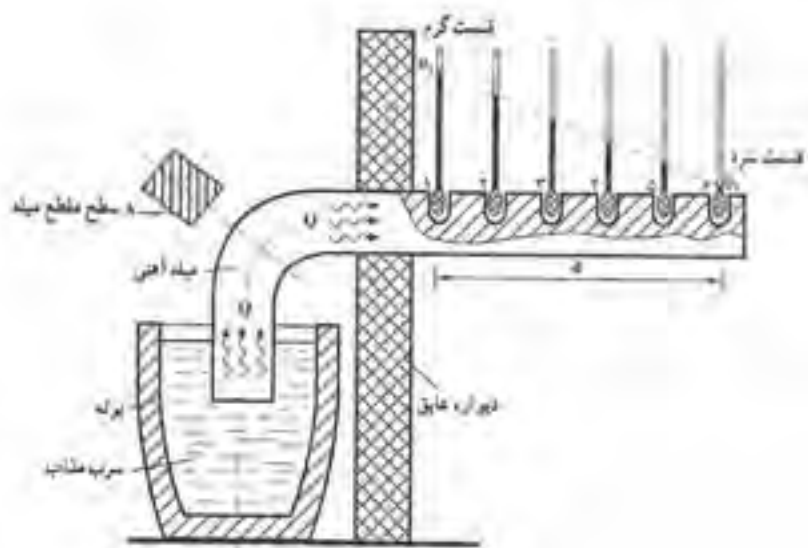
تمرین ۱۶-۱: یک میله فلزی به طول  $20\text{ cm}$  با سطح مقطع دایره به شعاع  $2\text{ cm}$  از یک طرف به مدت  $30$  دقیقه در مجاورت یک منبع حرارت قرار می‌گیرد. اگر توان منبع حرارتی  $2\text{ kW}$  باشد، و در صورتی که بعد از تعادل، دمای درجه حرارت دو طرف میله به ترتیب  $500^\circ\text{C}$  و  $100^\circ\text{C}$  باشد، میزان ضریب انبساط حرارتی متوسط میله چقدر خواهد بود.

حل (توسط هنرجو):



## رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره:

اگر یک میله از جنس مشخصی از یک طرف حرارت داده شود پس از رسیدن به ثبات دمایی، دما در هر نقطه بین قسمت سرد و گرم میله به یک مقدار ثابت و معین می‌رسد. این موضوع را می‌توان با یک آزمایش ساده مشخص کرد. در این آزمایش یک سر میله آهنی در بوته سرب مذاب می‌باشد که توسط یک دیواره عایق از سر دیگر آن جدا شده و در ۶ نقطه مختلف تا سر میله درجه حرارت با دماسنج اندازه‌گیری شده است، نتیجه نشان می‌دهد که هرچه از منبع حرارت دور می‌شویم درجه حرارت پایین می‌آید. حال اگر این درجه حرارت‌ها را برحسب فاصله از منبع گرما (حرارت) رسم کنیم به صورت یک خط راست می‌شود. مطابق شکل ۱-۱.



شکل ۱-۱- آزمایش توزیع درجه حرارت در طول یک میله آهنی

از طرفی با توجه به رابطه انتقال حرارت به روش هدایت داریم:

$$Q = \bar{K} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

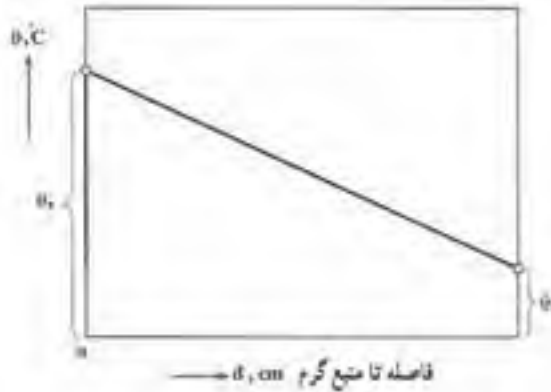
اگر طرفین رابطه فوق را بر  $t$  تقسیم کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \frac{\bar{K}A(\theta_p - \theta_1)t}{dt}$$

$\frac{Q}{t}$  مقدار حرارت انتقال یافته در واحد زمان می‌باشد که پس از ثبات دمایی مقداری ثابت خواهد بود. از طرفی  $\bar{K}$  ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره در فاصله دمایی  $\theta_1$  و  $\theta_p$  پس از ثبات دمایی مقداری ثابت است. همچنین  $A$  سطح انتقال حرارت نیز ثابت می‌باشد. بنابراین تغییرات درجه حرارت نسبت به فاصله تا منبع حرارتی ( $d$ ) معادله‌ای از نوع درجه اول خواهد بود:

$$\frac{(\theta_2 - \theta_1)}{d} = \text{مقداری ثابت}$$

بنابراین دیاگرام تغییرات درجه حرارت نسبت به فاصله از منبع حرارتی به صورت یک خط راست خواهد بود، مطابق شکل ۱-۲.



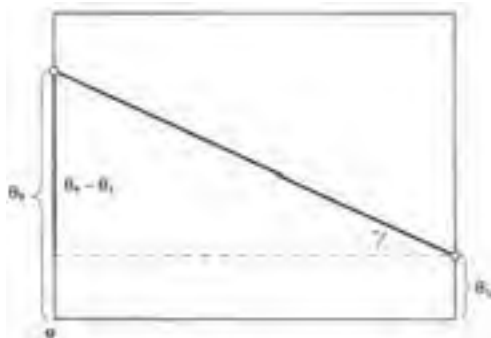
شکل ۱-۲- دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره

این خط در واقع توزیع درجه حرارت در ضخامت دیواره را نشان می‌دهد که در اصطلاح به آن شیب حرارتی می‌گویند. با استفاده از این دیاگرام می‌توان در ضخامت دیواره در هر فاصله از منبع گرم درجه حرارت را به دست آورد.

با توجه به این دیاگرام می‌توان گفت که هرچه شیب این خط بیشتر باشد یعنی اختلاف درجه حرارت بین دو طرف دیواره نسبت به فاصله از منبع گرم بیشتر باشد، براساس رابطه انتقال حرارت که حرارت انتقال یافته نسبت مستقیم با اختلاف درجه حرارت دارد. بنابراین هدایت حرارتی از دیواره بیشتر خواهد بود. همین طور برعکس، هر چه شیب خط ملایم‌تر باشد انتقال حرارت به روش هدایت کمتر است. حال به طور کلی شیب حرارتی را می‌توان

به صورت زیر نوشت:

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{d} = \frac{\Delta\theta}{d}$$



شکل ۱-۳

با توجه به شکل اگر مثلث قائم الزاویه هاشور

خورده را در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$\text{tg}\gamma = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

$$\text{tg}\gamma = \frac{\theta_2 - \theta_1}{d}$$

$$\text{tg}\gamma = \frac{\Delta\theta}{d}$$

بنابراین می‌توان گفت که شیب این خط (tgγ) برابر است با شیب حرارتی بین دو طرف دیواره.

تمرین ۱۷-۱: یک دیواره عایق به ضخامت ۰/۴m در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد، در صورتی که دمای دو طرف آن به ترتیب  $۴۵^{\circ}\text{C}$  و  $۷۵^{\circ}\text{C}$  باشد، میزان شیب حرارتی را در دیواره بر حسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۳-۱: یک دیواره عایق به ضخامت ۳۰cm در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد، در صورتی که دمای دو طرف آن به ترتیب  $۵۰^{\circ}\text{C}$  و  $۵۰۰^{\circ}\text{C}$  باشد، میزان شیب حرارتی را در دیواره بر حسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر حساب کنید.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به صورت خلاصه با واحدهای آن می‌نویسیم.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 50^{\circ}\text{C}$ $\theta_2 = 500^{\circ}\text{C}$ $d = 30^{\circ}\text{C}$	? = شیب حرارتی

مرحله (۲) رابطه مربوط به مساله را نوشته می‌شود.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{d}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری داده‌ها و محاسبه ریاضی

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{500 - 50}{30}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{450}{30}$$

شیب حرارتی = $15 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$
------------------------------------------------------

تمرین ۱۸-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب  $1100^{\circ}\text{C}$  و  $25^{\circ}\text{C}$  می باشد، اگر ضخامت دیواره  $30\text{cm}$  باشد، درجه عمقی از سطح سرد دیواره درجه حرارت  $550^{\circ}\text{C}$  است.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۴-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب  $1200^{\circ}\text{C}$  و  $20^{\circ}\text{C}$  می باشد، اگر ضخامت دیواره  $20\text{cm}$  باشد در چه عمقی از سطح گرم دیواره درجه حرارت  $500^{\circ}\text{C}$  است.  
حل: مرحله (۱) داده و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحد نوشته می شود.

خواسته ها	داده ها
$d' = ?$	$\theta_1 = 20^{\circ}\text{C}$ $\theta_p = 1200^{\circ}\text{C}$ $d = 20^{\circ}\text{C}$ $\theta' = 500^{\circ}\text{C}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به مساله:

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta_1}{d}$$

مرحله (۳) مقادیر داده ها در رابطه فوق جای گذاری

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200 - 20}{20} \quad \text{می شود.}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1180}{20}$$

$$\boxed{\text{شیب حرارتی} = \frac{59^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}}$$

مرحله (۴) با توجه به این که شیب حرارتی در هر

نقطه ثابت است، رابطه شیب حرارتی در عمق  $d'$  را می نویسیم

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta'}{d'}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200 - 500}{d'}$$

$$\frac{59}{1} = \frac{700}{d'}$$

رابطه فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$59 \times d' = 700 \times 1$$

طرفین رابطه را بر ضریب  $d'$  تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{59d'}{59} = \frac{700}{59}$$

$$d' = 11/86 \text{ cm}$$

تمرین ۱۹-۱: جداره عایق یک کوره از آجر نسوز و دیرگداز تشکیل شده است، در صورتی که دمای سطوح داخلی و خارجی آن به ترتیب  $114^\circ\text{C}$  و  $35^\circ\text{C}$  و ضخامت این جداره  $118\text{m}$  باشد، درجه حرارت در عمق  $8\text{ cm}$  از سطح سرد دیواره چقدر خواهد بود. حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۵-۱: جداره عایق یک کوره از آجر نسوز و دیرگداز تشکیل شده است، در صورتی که دمای سطوح داخلی و خارجی آن به ترتیب  $124^\circ\text{C}$  و  $40^\circ\text{C}$  و ضخامت این جداره  $24\text{ cm}$  باشد، درجه حرارت در عمق  $20\text{ cm}$  از سطح گرم دیواره چقدر خواهد بود. حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها همراه با واحد به طور خلاصه نوشته می‌شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\theta' = ? \text{ } ^\circ\text{C}$	$\theta_1 = 40^\circ\text{C}$ $\theta_2 = 124^\circ\text{C}$ $d = 24\text{ cm}$ $d' = 20\text{ cm}$

مرحله (۲) رابطه مربوطه به مساله نوشته می‌شود

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{d}$$

- ابتدا شیب حرارتی را محاسبه می‌کنیم.

مرحله (۳) مقادیر داده‌ها را در رابطه فوق جای گذاری می‌کنیم.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1240 - 40}{24}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200}{24}$$

$$\text{شیب حرارتی} = 50 \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$$

مرحله ۴) با توجه به این که شیب حرارتی در تمام نقاط دیواره ثابت است، رابطه شیب حرارتی در عمق  $d'$  را می نویسیم.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta'}{d'}$$

جای گذاری مقادیر معلوم.

$$\frac{50}{1} = \frac{1240 - \theta'}{20}$$

رابطه فوق را طرفین و وسطین می کنیم

$$50 \times 20 = 1240 - \theta'$$

$$1000 = 1240 - \theta'$$

معلوم یک طرف تساوی و مجهول در طرف دیگر تساوی.

$$\theta' = 1240 - 1000$$

$$\boxed{\theta' = 240^\circ \text{C}}$$

نکته: اگر معلوم، یا مجهولی را به طرف دیگر تساوی

ببریم علامت آنها تغییر خواهد کرد.

تمرین ۲۰-۱: دیواره‌ای به طول ۴۰ سانتی‌متر و به ارتفاع ۷۵ سانتی‌متر در مجاورت یک منبع حرارتی با دمای  $45^{\circ}\text{C}$  قرار دارد ضریب هدایت حرارتی دیواره به طور متوسط  $\frac{\text{cal}}{\text{cm}\cdot^{\circ}\text{C}\cdot\text{s}}$   $0.25$  و دمای سطح خارجی آن  $30^{\circ}\text{C}$  و ضخامت آن ۲۸ cm می‌باشد مطلوب است:

الف - حرارت انتقال یافته در مدت زمان ۱۰ دقیقه بر حسب کیلوکالری

ب - تبدیل ضریب هدایت حرارتی به واحدهای دیگر آن.

ج - شیب حرارتی بر حسب  $\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$

د - رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت.

حل (توسط هنرجو):

	<p>تمرین ۲۱-۱: دیواره‌ای مسطح از جنس عایق حرارتی با ضخامت <math>30 \text{ cm}</math> مفروض است. در صورتی که شیب حرارتی این دیواره <math>50 \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}</math> باشد مقدار حرارتی که در هر ثانیه از هر متر مربع آن انتقال می‌یابد را بر حسب کالری به دست آورید. ضریب هدایت حرارتی متوسط دیوار برابر <math>\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}</math> <math>1/6 \times 10^{-3}</math> است.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>
	<p>تمرین ۲۲-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب <math>975^\circ\text{C}</math> و <math>25^\circ\text{C}</math> است، چنانچه ضخامت این دیواره <math>36 \text{ cm}</math> باشد:</p> <p>اولاً: شیب حرارتی آن بر حسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر و درجه کلوین بر سانتی‌متر تعیین کنید.</p> <p>ثانیاً: درجه حرارت در عمق <math>0/18</math> متری از سطح گرم این دیواره را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>



تمرین ۲۳-۱: درجه حرارت داخلی و خارجی دیواره  
مسطح یک کوره به ترتیب  $1500^{\circ}\text{C}$  و  $100^{\circ}\text{C}$  است  
در صورتی که ضخامت دیواره  $25\text{ cm}$  باشد مطلوب  
است:

الف - محاسبه شیب حرارتی بر حسب  $\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$  و  $\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$

ب - درجه حرارت در فاصله  $10\text{ cm}$  از سطح گرم.

ج - درجه حرارت در فاصله  $15\text{ cm}$  از سطح سرد.

حل (توسط هنرجو):

### \* شدت جریان حرارتی:

گرمای انتقال یافته در واحد زمان را شدت جریان حرارتی می‌گویند و آن را با  $q$  نشان می‌دهند، رابطه شدت جریان حرارتی به صورت زیر می‌باشد،

$$q = \frac{Q}{t}$$

که در آن  $Q$  مقدار حرارت انتقال یافته،  $t$  مدت زمان انتقال حرارت و  $q$  شدت جریان حرارتی می‌باشد. باتوجه به رابطه انتقال حرارت به روش هدایت مقدار  $Q$  برابر است با:

$$Q = \bar{K} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

حال اگر مقدار  $Q$  را در رابطه شدت جریان حرارتی قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$q = \frac{\bar{K} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}}{t}$$

اگر دور در دور و نزدیک در نزدیک را انجام دهیم خواهیم داشت:

$$q = \frac{\bar{K}A(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

$$q = \frac{\bar{K}A(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

\* واحد شدت جریان حرارتی: با توجه به رابطه شدت جریان حرارتی داریم:

$$q = \frac{Q}{t}$$

اگر واحد  $Q$  برابر کالری و واحد  $t$  برحسب ثانیه باشد داریم:

$$\text{واحد } q = \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

\* واحد شدت جریان حرارتی در سیستم SI: در سیستم SI واحد  $Q$  ژول و زمان  $t$  ثانیه می‌باشد لذا خواهیم داشت:

$$\text{وات } q = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{w}$$

برای تبدیل واحد  $\frac{\text{cal}}{\text{s}}$  به وات ( $w$ ) می‌توان به صورت عمل کرد.

$$1 \text{ cal} = 4 / 1868 \text{ J}$$

$$1 \times \frac{\text{cal}}{\text{s}} = 1 \times \frac{4/1868 \text{ J}}{\text{s}}$$

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{s}} = 4/1868 \left(\frac{\text{J}}{\text{s}}\right)$$

$$\boxed{1 \frac{\text{cal}}{\text{s}} = 4/1868 \text{ W}}$$

\* واحد دیگر شدت جریان حرارتی  $\frac{\text{kcal}}{\text{hr}}$  می باشد که برای تبدیل آن در سیستم SI خواهیم داشت:

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = 1 \times \frac{1000 \text{ cal}}{3600 \text{ s}}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = \frac{10}{36} \left(\frac{\text{cal}}{\text{s}}\right)$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = \frac{10}{36} \left(4/1868 \frac{\text{J}}{\text{s}}\right)$$

$$\boxed{1 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = 1/163 \text{ W}}$$

تمرین ۲۴-۱ : دیواره مسطح یک لایه به ضخامت  $0.3\text{m}$  و مساحت  $350\text{m}^2$  در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد اگر درجه حرارت سطح داخلی این دیواره  $130^\circ\text{C}$  و درجه حرارت پشت دیواره  $15^\circ\text{C}$  باشد و ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره  $0.002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$  ، مطلوبست محاسبه و تعیین شدت جریان حرارتی دیواره برحسب  $W$  و  $\frac{\text{cal}}{\text{s}}$ .  
 حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۵-۱ : دیواره مسطح یک لایه به ضخامت  $30\text{cm}$  و مساحت  $3500\text{cm}^2$  در مجاورت یک منبع حرارتی قرار دارد اگر درجه حرارت سطح داخلی این دیواره  $120^\circ\text{C}$  و درجه حرارت پشت دیواره  $200^\circ\text{C}$  باشد و ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره  $0.001 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$  ، مطلوبست محاسبه و تعیین شدت جریان حرارتی دیواره برحسب  $W$  و  $\frac{\text{cal}}{\text{s}}$ .  
 حل: مرحله (۱) : داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$d = 30\text{cm}$ $A = 3500\text{cm}^2$ $\theta_p = 120^\circ\text{C}$ $\theta_1 = 200^\circ\text{C}$ $\bar{k} = 0.001 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$	$q = ?$ و $W$ $\frac{\text{cal}}{\text{s}}$

مرحله (۲) : نوشتن رابطه مربوط به مسأله.

$$q = \frac{\bar{k}A(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

مرحله (۳) : جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه.

$$q = \frac{0.001 \times 3500(1200 - 200)}{30}$$

$$q = \frac{3500}{30}$$

$$q = 116.7 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{s}} = 4.1868W$$

$$q = 116.7 \times 4.1868$$

$$q = 488.6W$$

تمرین ۱-۲۵ : شیب حرارتی دیواره‌ای  $۷۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$  و شدت جریان حرارتی آن  $۴۰۰ \text{ W}$  می‌باشد، در صورتی مساحت دیواره  $۲۰۰۰ \text{ cm}^2$  باشد، ضریب هدایت حرارتی دیواره را به دست آورید. حل (توسط هنرجو):

مثال ۱-۱۶ : شیب حرارتی دیواره‌ای  $۶۰۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$  و شدت جریان حرارتی آن  $۳۰۰ \text{ W}$  می‌باشد، ضریب هدایت حرارتی دیواره را به دست آورید در صورتی که مساحت دیواره  $۰ / ۳ \text{ m}^2$  باشد.  
حل: مرحله (۱) : داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحد می‌نویسیم.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\frac{\Delta\theta}{d} = ۶۰۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$ $q = ۳۰۰ \text{ W}$ $A = ۰ / ۳ \text{ m}^2$	$\bar{k} = ? \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$

مرحله (۲) : نوشتن رابطه مربوطه.

$$q = \frac{\bar{k}A(\theta_2 - \theta_1)}{d}$$

$$q = \bar{k}A \times \frac{\Delta\theta}{d}$$

مرحله (۳) : جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه.

$$۳۰۰ = \bar{k} \times ۰ / ۳ \times ۶۰۰۰$$

$$۳۰۰ = \bar{k} \times ۱۸۰۰$$

طرفین رابطه تقسیم بر ضریب مجهول ( $\bar{k}$ )

$$\frac{۳۰۰}{۱۸۰۰} = \frac{\bar{k} \times ۱۸۰۰}{۱۸۰۰}$$

$$\bar{k} = ۰ / ۱۷ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

### شدت جریان حرارتی مخصوص:

اگر مقدار گرمای انتقال یافته در واحد زمان از واحد سطح جسم عبور کند به آن شدت جریان حرارتی مخصوص می‌گویند و آنرا با  $(q_e)$  نشان می‌دهند.

رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص به صورت  $q_e = \frac{Q}{At}$  می‌باشد که در آن  $Q$  مقدار حرارت انتقال یافته،  $A$  سطح جسم و  $t$  زمان انتقال حرارت می‌باشد. لذا به‌طور خلاصه خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{Q}{At}$$

$$Q = \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

با جای‌گذاری مقدار  $Q$  در رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{\frac{\bar{k} A(\theta_p - \theta_1)t}{d}}{\frac{At}{1}}$$

با دور در دور و نزدیک در نزدیک خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{\bar{k} A(\theta_p - \theta_1)t}{Adt}$$

$$q_e = \frac{\bar{k}(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

با توجه به رابطه شیب حرارتی داریم:

$$\frac{\theta_p - \theta_1}{d} = \frac{\Delta\theta}{d}$$

بنابراین رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص به شکل زیر خواهد بود:

$$q_e = \bar{k} \left( \frac{\Delta\theta}{d} \right)$$

### \*واحد شدت جریان حرارتی مخصوص:

با توجه به رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص واحد پارامترهای آن به شکل زیر خواهد بود:

$Q$ : مقدار حرارت انتقال یافته بر حسب kcal

$A$ : سطح جسم بر حسب  $m^2$

t: زمان انتقال حرارت برحسب hr

با جای گذاری واحدها در رابطه شدت جریان حرارتی مخصوص خواهیم داشت:

$$q_e = \frac{Q}{At}$$

$$\text{واحد } q_e = \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}}$$

واحد شدت جریان حرارتی مخصوص در سیستم SI:

Q: مقدار حرارت انتقال یافته برحسب (j)

A: سطح جسم برحسب (m<sup>2</sup>)

t: زمان انتقال برحسب (s)

$$q_e = \frac{Q}{At}$$

صورت و مخرج را بر s تقسیم می کنیم  
واحد  $q_e = \frac{j}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$

$$\text{واحد } q_e = \frac{\frac{j}{s}}{\frac{\text{m}^2 \cdot s}{s}} = \frac{j}{\text{m}^2 \cdot s}$$

با توجه به این که  $\frac{j}{s} = w$  است خواهیم داشت:

$$\text{واحد در سیستم SI } q_e = \frac{w}{\text{m}^2}$$

\* تبدیل واحدهای شدت جریان حرارتی مخصوص  $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}}$  را برحسب واحد در سیستم SI:

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}} = \frac{1000 \text{ cal}}{\text{m}^2 \cdot 3600 \text{ s}}$$

$$1 \text{ cal} = 4/1868 \text{ J}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}} = \frac{10}{36} \times \frac{4/1868 \text{ J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}} = 1/163 \frac{j}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

با توجه به این که  $\frac{j}{s} = w$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}} = 1/163 \frac{w}{\text{m}^2}$$

تمرین ۲۶-۱: ضریب هدایت حرارتی یک دیواره عایق در درجه حرارت‌های  $200^{\circ}\text{C}$  و  $950^{\circ}\text{C}$  برابر  $0.12 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{C}}$  می‌باشد، اگر ضخامت این دیواره  $12 \text{ m}$  باشد مطلوبست:

الف) محاسبه مقدار شدت جریان حرارتی بر حسب وات (W)

ب) تعیین شدت جریان حرارتی مخصوص بر حسب  $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}}$  حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۷-۱: ضریب حرارتی متوسط دیواره یک کوره مسطح یک لایه از آجر نسوز در درجه حرارت‌های  $100^{\circ}\text{C}$  و  $1100^{\circ}\text{C}$  برابر  $0.5 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{C}}$  می‌باشد. اگر ضخامت این دیواره  $10 \text{ cm}$  باشد مطلوب است:

الف - مقدار شدت جریان حرارتی بر حسب وات (W)

ب - شدت جریان حرارتی مخصوص بر حسب  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  (در صورتی که سطح انتقال حرارت برابر  $10000 \text{ cm}^2$ )  
حل: مرحله (۱): داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 100^{\circ}\text{C}$	
$\theta_p = 1100^{\circ}\text{C}$	$q = ? \quad w$
$\bar{k} = 0.5 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{C}}$	$q_e = ? \quad \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
$d = 10 \text{ cm}$	
$A = 10000 \text{ cm}^2$	

مرحله (۲) تبدیل واحد: در اینجا واحد ضخامت از  $\text{cm}$  به  $\text{m}$  و واحد سطح از  $\text{cm}^2$  به  $\text{m}^2$  تبدیل می‌شود

$$\begin{cases} d = 10 \text{ cm} \\ d = 10 \div 100 \\ d = 0.1 \text{ m} \end{cases} \quad \begin{cases} A = 10000 \text{ cm}^2 \\ A = 10000 \div 10000 \\ A = 0.1 \text{ m}^2 \end{cases}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه قسمت الف:

$$q = \frac{\bar{k}A(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

مرحله (۴): جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$q = \frac{0.5 \times 0.1 \times (1100 - 100)}{0.1}$$



مرحله ۵): محاسبه ریاضی رابطه

$$q = \frac{0/5 \times 0/1 \times 1000}{0/01}$$

$$q = 5000 \text{ W}$$

مرحله ۶) نوشته رابطه قسمت ب:

$$q_e = \frac{\bar{k}(\theta_r - \theta_1)}{d}$$

مرحله ۷): جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه

$$q_e = \frac{0/5 \times (1100 - 100)}{0/01}$$

$$q_e = \frac{0/5 \times 1000}{0/01}$$

$$q_e = 50000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

تمرین ۲۷-۱: جداره مسطح یک دیواره از آجر نسوز به مساحت  $0/125 \text{ m}^2$  در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب به اندازه  $125^\circ \text{C}$  و  $55^\circ \text{C}$  گرم شده است، اگر ضخامت دیواره  $0/3 \text{ m}$  و ضریب هدایت حرارتی آن به طور متوسط  $0/82 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C}}$  باشد مطلوبست:

الف) شدت جریان حرارتی بر حسب کیلوکالری بر ساعت  
ب) شدت جریان حرارتی مخصوص بر حسب کیلوکالری بر متر مربع بر ساعت  $(\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}})$   
حل (توسط هنجو):

مثال ۱۸-۱: جداره مسطح یک دیواره از آجر نسوز به طول  $20 \text{ cm}$  و ارتفاع  $40 \text{ cm}$  در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب به اندازه  $135^\circ \text{C}$  و  $5^\circ \text{C}$  گرم شده است، اگر ضخامت دیواره  $25 \text{ cm}$  و ضریب هدایت حرارتی آن به طور متوسط  $0/92 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C}}$  باشد مطلوب است محاسبه:

الف) شدت جریان حرارتی بر حسب کیلوکالری بر ساعت  $(\frac{\text{kcal}}{\text{hr}})$   
ب) شدت جریان حرارتی مخصوص بر حسب کیلوکالری بر متر مربع بر ساعت  $(\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}})$   
حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها بصورت خلاصه نوشته شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$L = ۲۰\text{cm}$ $h = ۴۰\text{cm}$ $\theta_p = ۱۳۵^\circ\text{C}$ $\theta_1 = ۵^\circ\text{C}$ $d = ۲۵\text{cm}$ $\bar{k} = ۰/۹۲ \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}$	$q = ? \frac{\text{kcal}}{\text{hr}}$ $q_e = \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\cdot\text{hr}}$

مرحله (۲) تبدیل واحد: در اینجا واحد طول، ارتفاع و ضخامت را از cm به m تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{cases} L = ۲۰\text{cm} \\ L = ۲۰ \div ۱۰۰ \\ L = ۰/۲\text{m} \end{cases} \quad \begin{cases} h = ۴۰\text{cm} \\ h = ۴۰ \div ۱۰۰ \\ h = ۰/۴\text{m} \end{cases} \quad \begin{cases} d = ۲۵\text{cm} \\ d = ۲۵ \div ۱۰۰ \\ d = ۰/۲۵\text{m} \end{cases}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوط به بند الف:

$$A = L.h$$

$$A = ۰/۲ \times ۰/۴$$

$$A = ۰/۰۸\text{m}^2$$

$$q = \frac{\bar{k}A(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

مرحله (۴): جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$q = \frac{۰/۹۲ \times ۰/۰۸ (۱۳۵ - ۵۰)}{۰/۲۵}$$

مرحله (۵) محاسبات ریاضی

$$q = \frac{۰/۹۲ \times ۰/۰۸ \times ۱۳۰۰}{۰/۲۵}$$

$$q = ۳۸۲/۷۲ \text{ W}$$

با توجه به این که  $1 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = 1/۱۶۳ \text{ W}$  می‌باشد لذا

خواهیم داشت:

$$q = ۳۸۲/۷۲ \div 1/۱۶۳$$

$$q = 329.08 \frac{\text{kcal}}{\text{hr}}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه مربوط به بند ب:

$$q_e = \frac{\bar{k}A(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

مرحله ۷) جای گذاری مقادیر داده ها

$$q_e = \frac{0.92(1350 - 50)}{0.25}$$

مرحله ۸) محاسبات ریاضی

$$q_e = \frac{0.92 \times 1300}{0.25}$$

$$q_e = 4784 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

با توجه به این که  $1 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}} = 1.163 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  داریم

$$q_e = 4784 \div 1.163$$

$$q_e = 4113.5 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{hr}}$$

### \* هدایت حرارتی دیواره و رابطه آن:

هدایت حرارتی یک دیواره بستگی به ضریب هدایت حرارتی و ضخامت آن دارد. به عبارت دیگر هر چقدر ضریب هدایت حرارتی دیواره بیشتر باشد، هدایت حرارتی آن بیشتر است ( $\sigma \propto k$ ) در نتیجه هدایت حرارتی رابطه مستقیم با ضریب هدایت حرارتی دارد. از طرف دیگر هرچقدر ضخامت دیواره کمتر باشد، هدایت حرارتی دیواره بیشتر خواهد بود. بنابراین هدایت حرارتی نسبت عکس با ضخامت دیواره دارد ( $\sigma \propto \frac{1}{d}$ ) هدایت حرارتی را با  $\sigma$  نمایش می دهند.

بنابراین رابطه هدایت حرارتی را می توان به صورت مقابل نوشت:

$$\sigma = \frac{\bar{k}}{d}$$

که در آن  $\sigma$  هدایت حرارتی دیواره و  $\bar{k}$  ضریب هدایت حرارتی دیواره و  $d$  ضخامت دیواره می باشد.

\* واحد هدایت حرارتی دیواره: واحد ضریب هدایت حرارتی  $\bar{k} = \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c.s}}$  می باشد و واحد ضخامت دیواره

$d = \text{cm}$ ، حال با جای گذاری این واحدها در رابطه هدایت حرارتی خواهیم داشت:  $\sigma = \frac{\bar{k}}{d}$  واحد واحد



جدول ۱-۲- ضریب هدایت حرارتی اجسام در ۲۵ °C

K		جسم	K		جسم
cal / cm.°C.s	W/mk		cal / cm.°C.s	W/mk	
۰/۰۰۱۵	۰/۶۳	آجر نسوز	۰/۴۹	۲۰۵/۳	آلومینیوم
۰/۰۰۱۹	۰/۷۹۶	خاک رُس	۰/۰۸۳	۳۴/۸	سرب
۰/۰۰۱۸	۰/۷۵۴	آجر ساختمانی	۰/۹۲	۳۸۵/۵	مس
۰/۰۰۱۹	۰/۷۹۶	سرباره کوره	۰/۱۸	۷۵/۴	آهن
۰/۰۰۳۸	۱/۵۹۲	ماسه مرطوب	۰/۰۲	۸/۴	جیوه
۰/۰۰۰۲	۰/۸۴	مخلوط آهک و ماسه	۰/۹۷	۴۰۶/۴	نقره
۰/۰۰۰۵	۲/۱	بُتن	۰/۷۵	۳۱۴/۲	طلا
۰/۰۰۰۲	۰/۸۴	شیشه	۰/۲۶	۱۰۹	برنج
۰/۰۰۱۵۲	۰/۶۳۷	آب	۰/۱۵	۶۳	چدن
۰/۰۰۰۳۲	۰/۱۳۴	بنزین	۰/۱۲	۵۰/۳	فولاد
۰/۰۰۰۰۵۷	۰/۰۲۳۹	هوا	۰/۰۰۰۳۷	۰/۱۵۵	مقوای نسوز (آسبست)
۰/۰۰۰۰۷	۰/۰۲۹۳	گاز طبیعی	۰/۰۰۰۳۶	۰/۰۱۵۱	ورق پنبه نسوز

تمرین ۲۸-۱: ضریب هدایت حرارتی متوسط  
جداره مسطح عایق به ضخامت ۱۰۰mm برابر

$$\bar{k} = 0.67 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

الف) هدایت حرارتی جداره برحسب  $\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$

ب) مقاومت حرارتی جداره برحسب  $\frac{m^2 \cdot ^\circ C}{W}$

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۹-۱: ضریب هدایت حرارتی متوسط جداره  
مسطح یک کوره از آجر شاموتی به ضخامت ۱۲cm

$$\bar{k} = 0.63 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

برابر

الف. هدایت حرارتی جداره برحسب  $\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$

ب. مقاومت حرارتی جداره برحسب  $\frac{m^2 \cdot ^\circ C}{W}$

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه  
نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$d = ۱۲$ $\bar{k} = ۰/۶۳$	$\sigma = ? \frac{w}{m^2 \cdot ^\circ c}$ $R = ? \frac{m^2 \cdot ^\circ c}{w}$

مرحله (۲) تبدیل واحد: واحد ضخامت از cm به m تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} d = ۱۲ \div ۱۰۰ \\ d = ۰/۱۲m \end{cases}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه برای قسمت الف:

$$\sigma = \frac{\bar{k}}{d}$$

مرحله (۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبات ریاضی

$$\sigma = \frac{۰/۶۳}{۰/۱۲}$$

$$\sigma = ۵/۲۵ \frac{w}{m^2 \cdot ^\circ c}$$

مرحله (۵) نوشتن رابطه برای قسمت ب:

$$R = \frac{d}{k}$$

مرحله (۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه

$$R = \frac{۰/۱۲}{۰/۶۳}$$

مرحله (۷) محاسبات ریاضی

$$R = ۰/۱۹ \frac{m \cdot ^\circ c}{w}$$

تمرین ۲۹-۱: شیب حرارتی یک دیواره از آجر منیزیتی متخلخل برابر  $۲۵۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$  و مقاومت حرارتی جداره  $۰/۵ \frac{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$  است چنانچه شدت جریان حرارتی مخصوص جداره  $۱۳۰۰ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  باشد مطلوبست محاسبه:

الف) ضریب هدایت حرارتی متوسط جداره بر حسب  $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$

ب) ضخامت جداره بر حسب میلی‌متر

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۰-۱: شیب حرارتی جداره یک کوره از آجر شاموتی متخلخل برابر  $۲۷۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$  و مقاومت حرارتی جداره  $۰/۵ \frac{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$  است چنانچه شدت جریان حرارتی مخصوص جداره  $۱۵۰۰ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  باشد مطلوبست محاسبه:

الف - ضریب هدایت حرارتی متوسط جداره بر حسب  $\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$

ب - ضخامت جداره بر حسب سانتی‌متر

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته

می‌شود.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\Delta\theta}{d} = ۲۷۰۰ \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$$

داده‌ها	خواسته‌ها
$R = ۰/۵ \frac{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$	$\bar{k} = ? \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$
$q_e = ۱۵۰۰ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	$d = ? \text{ cm}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه قسمت الف:

$$q_e = \frac{\bar{k}\Delta\theta}{d} \quad q_e = \bar{k} \frac{\Delta\theta}{d}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$۱۵۰۰ = \bar{k} \times ۲۷۰۰$$

طرفین را بر ضریب  $\bar{k}$  تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۱۵۰۰}{۲۷۰۰} = \frac{\bar{k} \times ۲۷۰۰}{۲۷۰۰}$$

$$\bar{k} = ۰/۵۵ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه قسمت ب:

$$R = \frac{d}{k}$$

مرحله ۵) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\frac{0/5}{1} = \frac{d}{0/55}$$

رابطه فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$d \times 1 = 0/5 \times 0/55$$

$$d = 0/275m$$

مرحله ۶) چون در قسمت ب واحد را برحسب cm

خواسته است لذا واحد d را از m به cm تبدیل

می‌کنیم

$$d = 0/275 \times 100cm$$

$$d = 27/5cm$$



تمرین ۳۰-۱: جداره مسطح یک کوره از آجر نسوز و دیرگداز به طول ۴۵ cm و ارتفاع ۵۵ cm در سطوح داخلی و خارجی به ترتیب به  $15^{\circ}\text{C}$  و  $45^{\circ}\text{C}$  گرم شده است، اگر ضخامت این جداره ۳۲ cm و ضریب هدایت حرارتی آن به طور متوسط  $\frac{W}{m \cdot ^{\circ}\text{C}} = 0.82$  باشد مطلوبست محاسبه و تعیین:

الف) شدت جریان حرارتی جداره  $q$  بر حسب وات و کیلوکالری بر ساعت

ب) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در ضخامت جداره و تعیین شیب حرارتی آن  $\left(\frac{\Delta\theta}{d}\right)$  بر حسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر و همچنین درجه سانتی‌گراد بر متر

ج) شدت جریان حرارتی مخصوص جداره ( $q_e$ ) بر حسب وات بر متر مربع و کیلوکالری بر متر مربع بر ساعت

د) هدایت حرارتی جداره  $\sigma$  بر حسب وات بر متر مربع بر درجه سانتی‌گراد و مقاومت حرارتی آن ( $R$ ) بر حسب مترمربع در درجه سانتی‌گراد بر وات.  
حل (توسط هنرجو):

تمرین ۳۱-۱: ضریب هدایت حرارتی جداره یک کوره از آجر شاموتی متخلخل در  $350^{\circ}\text{C}$  و  $1200^{\circ}\text{C}$  به ترتیب برابر  $0/5$  و  $0/7$  وات بر متر بر درجه سانتی‌گراد است. چنانچه ضخامت این کوره ۲۵ سانتی‌متر باشد اولاً: هدایت حرارتی ( $\sigma$ ) و مقاومت آن ( $R$ ) را تعیین کنید. (فرض کنید که ضریب هدایت حرارتی در این فاصله دمایی متناسب با تغییرات درجه حرارت است). ثانیاً: شدت جریان حرارتی مخصوص جداره را به دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۳۲-۱: ضریب هدایت حرارتی یک دیواره نسوز در  $200^{\circ}\text{C}$  و  $500^{\circ}\text{C}$  به ترتیب  $0.018$  و  $0.02$  کالری بر سانتی‌متر بر درجه سانتی‌گراد بر ثانیه است. چنانچه ضخامت این جداره  $30\text{ cm}$  باشد مطلوب است:

الف) هدایت حرارتی ( $\sigma$ ) و مقاومت آن ( $R$ ) را تعیین کنید.

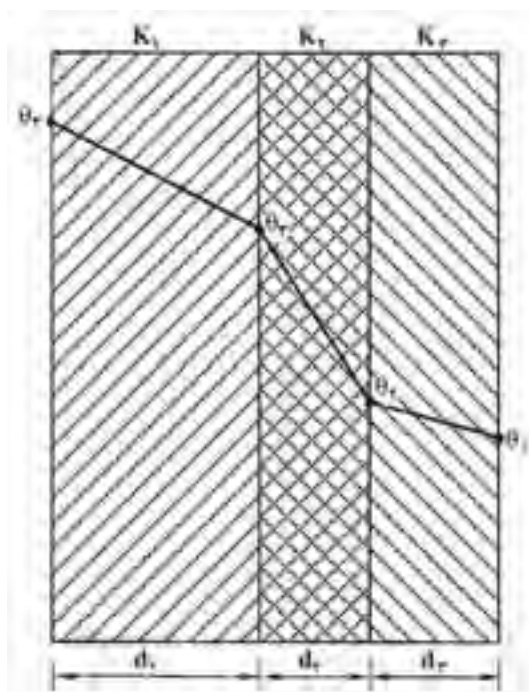
ب) شدت جریان حرارتی مخصوص جداره را به دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

### \* رابطه انتقال حرارت برای دیواره مسطح چند لایه:

تاکنون مطالبی که ذکر شد مربوط به دیواره‌های یک لایه مسطح بود اما در اکثر کاربردهای صنعتی دیواره‌ها چند لایه می‌باشند مانند شیشه‌های دو جداره که از دو لایه شیشه‌ای تشکیل شده‌اند که در بین لایه‌های شیشه‌ای یک لایه از گاز آرگون می‌باشد یا جدار کوره‌ها که معمولاً چند لایه می‌باشند، حال باید بتوانیم مقدار حرارت انتقال یافته از دیواره‌های چند لایه را محاسبه کنیم. برای این منظور یک دیواره سه لایه مطابق شکل زیر در نظر گرفته می‌شود که ضریب هدایت حرارتی این سه لایه به ترتیب  $K_1$ ،  $K_p$  و  $K_s$  با ضخامت‌های  $d_1$ ،  $d_p$  و  $d_s$  می‌باشد. برای این منظور باید ابتدا ضریب هدایت حرارتی معادل این دیواره را حساب نمائیم که این ضریب با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$K_{eq} = \frac{d}{\frac{d_1}{K_1} + \frac{d_p}{K_p} + \frac{d_s}{K_s}}$$



شکل ۴-۱- انتقال حرارت از یک دیواره سه لایه

$$d = d_1 + d_p + d_s$$

که در آن:

بنابراین رابطه انتقال حرارت برای این دیواره چنین خواهد بود:

$$Q = K_{eq} \frac{A(\theta_1 - \theta_4)t}{d}$$

تمرین ۳۳-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دو لایه عبارت است از:

$$\begin{cases} d_1 = 140 \text{ mm} \\ d_p = 100 \text{ mm} \\ A = 0.1 \text{ m}^2 \end{cases} \begin{cases} K_1 = 0.006 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} \\ K_p = 0.003 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} \\ \theta_1 = 50^\circ \text{C} \\ \theta_3 = 1100^\circ \text{C} \end{cases}$$

چنانچه ضریب هدایت حرارتی هر لایه ثابت باشد مطلوبست محاسبه و تعیین:

الف) ضریب هدایت حرارتی معادل جداره

ب) مقدار حرارت انتقال یافته از جداره در مدت  $\frac{1}{4}$  hr بر حسب کیلوژول .

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۱-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دو لایه عبارت است از:

$$\begin{cases} d_1 = 12 \text{ cm} \\ d_p = 8 \text{ cm} \\ A = 1000 \text{ cm}^2 \\ t = 10 \text{ min} \end{cases} \begin{cases} K_1 = 0.005 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} \\ K_p = 0.004 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}} \\ \theta_1 = 40^\circ \text{C} \\ \theta_3 = 1000^\circ \text{C} \end{cases}$$

چنانچه ضریب هدایت حرارتی هر لایه ثابت باشد مطلوب است محاسبه و تعیین:

الف- ضریب هدایت حرارتی معادل جداره

ب- مقدار حرارت انتقال یافته از جداره در مدت ۱۰ دقیقه بر حسب ج (۱ cal = ۴ / ۲ j)

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها بصورت خلاصه

نوشته شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$d_1 = 12 \text{ cm}$ $d_p = 8 \text{ cm}$ $A = 1000 \text{ cm}^2$ $t = 10 \text{ min}$ $K_1 = 0.005$ $K_p = 0.004$ $\theta_1 = 40^\circ \text{C}$ $\theta_3 = 1000^\circ \text{C}$	$K_{eq} = ? \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$ $Q = ? \text{ j}$

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$$t = 10 \text{ min}$$

$$t = 10 \times 60 \text{ s}$$

$$t = 600 \text{ s}$$

مرحله ۳) رابطه مربوط به قسمت الف نوشته

می شود.

$$K_{eq} = \frac{d}{\frac{d_1}{K_1} + \frac{d_2}{K_2}}$$

مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه فوق

$$K_{eq} = \frac{12+8}{\frac{12}{0/005} + \frac{8}{0/004}}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی

$$K_{eq} = \frac{20}{2400+2000}$$

$$K_{eq} = \frac{20}{4400}$$

$$K_{eq} = 0/00455 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C.S}}$$

مرحله ۶) رابطه مربوط به قسمت ب را نوشته:

$$Q = K_{eq} \frac{A(\theta_w - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۷) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه فوق.

$$Q = \frac{0/00455 \times 1000 \times (1000 - 40) \times 600}{20}$$

مرحله ۸) محاسبات ریاضی:

$$Q = \frac{0/00455 \times 1000 \times 960 \times 600}{20}$$

$$Q = \frac{2620800}{20}$$

$$Q = 131040 \text{ cal}$$

چون در قسمت ب مقدار انتقال حرارت را برحسب ژول خواسته و می دانیم  $1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J}$  می باشد لذا خواهیم داشت:

$$Q = 131040 \times 4/2 \text{ J}$$

$$Q = 550368 \text{ J}$$

تمرین ۳۴-۱: جداره مسطح یک کوره از سه لایه تشکیل شده است که ابعاد مشخصات آن به صورت زیر است:

$d_1 = 1 \text{ cm}$	$K_1 = 0/002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$d_p = 15 \text{ cm}$	$K_p = 0/0015 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$d_s = 2 \text{ cm}$	$K_s = 0/001 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$A = 300 \text{ cm}^2$	
$\theta_1 = 50^\circ \text{C}$	
$\theta_f = 125^\circ \text{C}$	

مطلوب است محاسبه:

(الف) ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره برحسب  $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$

(ب) مقدار حرارت انتقال یافته در مدت ۳۰ دقیقه

برحسب cal و kJ

(ج) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۳۵-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح

سه لایه عبارت است از:

$d_1 = 6 \text{ cm}$	$K_1 = 1/2 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$d_p = 8 \text{ cm}$	
$d_3 = 10 \text{ cm}$	$K_p = 1/6 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$A = 500 \text{ cm}^2$	$K_3 = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$\theta_1 = 30^\circ \text{C}$	
$\theta_f = 1030^\circ \text{C}$	

مطلوب است محاسبه:

الف - ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره بر حسب

$$\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ \text{C}}$$

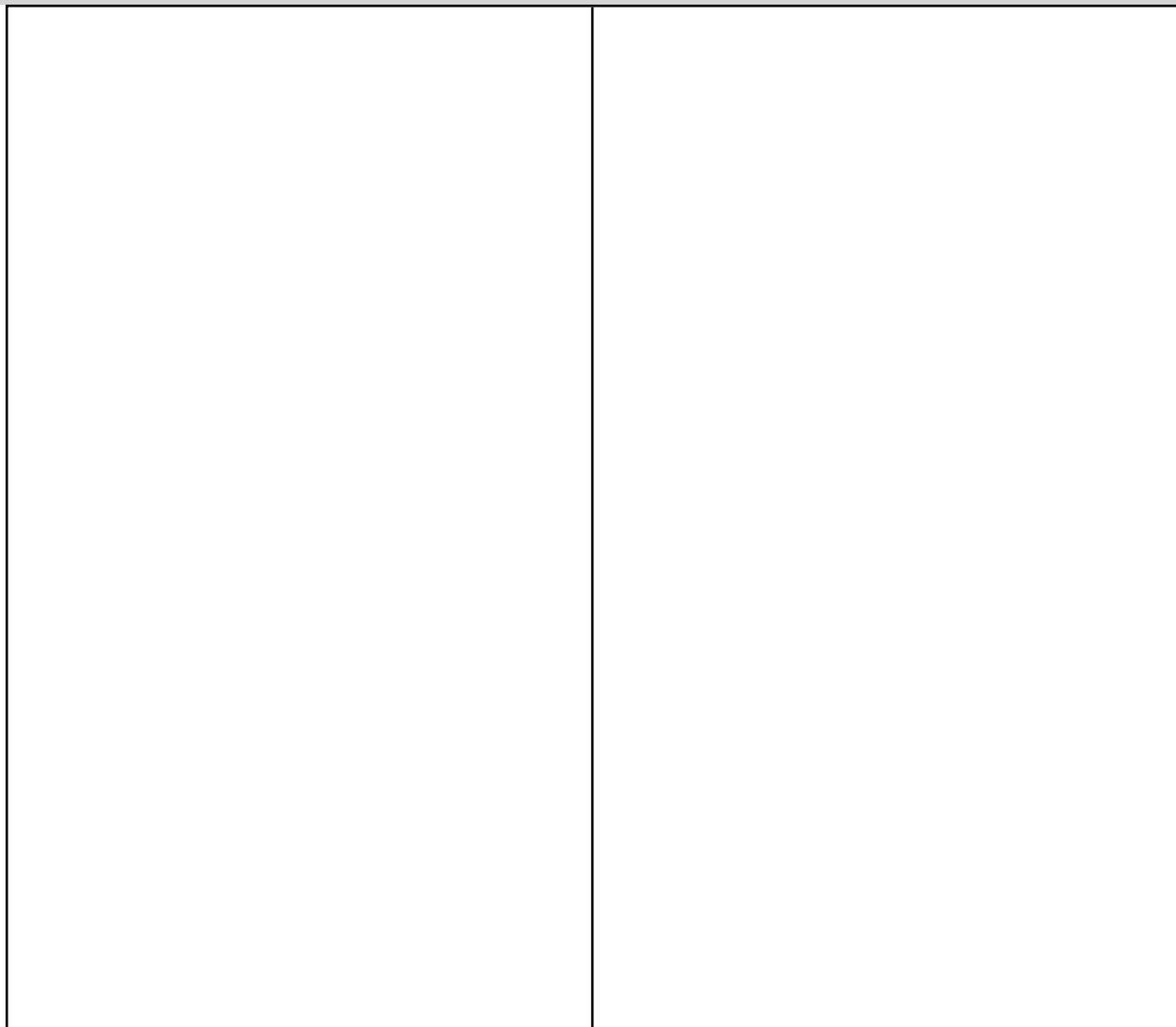
ب - مقدار حرارت انتقال یافته در مدت ۵۰ دقیقه

بر حسب kJ

ج - شدت جریان حرارتی بر حسب  $\frac{\text{kcal}}{\text{hr}}$

حل (توسط هنرجو):

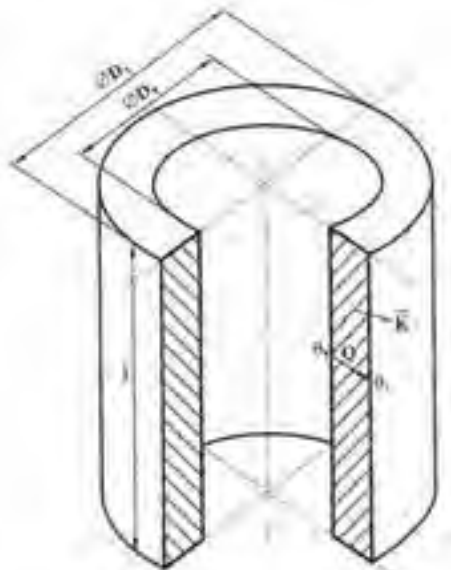




### **\* رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل:**

تاکنون رابطه انتقال حرارت برای دیواره‌های مسطح یک لایه و چندلایه بیان شد. در کاربردهای صنعتی مانند کوره‌های ریخته‌گری معمولاً از دیواره‌های استوانه‌ای شکل یک یا چند لایه استفاده می‌شود علت این مسأله این است که کوره‌های استوانه‌ای دارای سطح کمتری نسبت به کوره‌های با جداره مسطح می‌باشند در نتیجه با توجه به این که مقدار حرارت انتقال یافته نسبت مستقیم با سطح دارد، اتلاف حرارت از طریق انتقال حرارت به روش هدایت در کوره‌های استوانه‌ای شکل کمتر از کوره‌های با جداره مسطح می‌باشند، بنابراین باید بتوانیم مقدار حرارت انتقال یافته به روش هدایت را در کوره‌های استوانه‌ای شکل محاسبه کنیم. برای این منظور جداره استوانه‌ای مطابق شکل زیر در نظر می‌گیریم. ثابت شده است که مقدار حرارت انتقال یافته از دیواره مطابق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$Q \approx \frac{\pi \bar{K} l t}{\frac{D_1 - D_p}{D_1 + D_p}} (\theta_p - \theta_1)$$



شکل ۵-۱- انتقال حرارت از دیواره استوانه ای

که در این رابطه:

$Q$  = مقدار حرارت انتقال یافته از جداره استوانه‌ای بر حسب cal یا j

$\bar{k}$  = ضریب هدایت حرارتی متوسط دیواره بر حسب  $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$  یا  $\frac{\text{w}}{\text{m} \cdot \text{c}}$

$L$  = ارتفاع دیواره استوانه‌ای بر حسب cm یا m

$t$  = زمان انتقال حرارت بر حسب (s)

$D_1$  = قطر خارجی دیواره استوانه‌ای بر حسب cm یا m

$D_p$  = قطر داخلی دیواره استوانه‌ای بر حسب cm یا m

$\theta_1$  = درجه حرارت سطح خارجی بر حسب  $^{\circ}\text{c}$  یا  $^{\circ}\text{k}$

$\theta_p$  = درجه حرارت سطح داخلی بر حسب  $^{\circ}\text{c}$  یا  $^{\circ}\text{k}$

تذکر: رابطه انتقال حرارت به طریق هدایت در دیواره استوانه‌ای زمانی قابل استفاده است که قطر داخلی استوانه،

برابر یا بزرگتر از نصف قطر خارجی آن باشد:

$$D_p \geq \frac{D_1}{2}$$

تمرین ۳۶-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی  
 جداره یک لایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب  
 عبارتند از:  $\theta_p = 700^\circ\text{C}$  و  $\theta_1 = 90^\circ\text{C}$  و ارتفاع داخلی  
 کوره  $0.7\text{ m}$ ، قطر داخلی  $D_p = 0.9\text{ m}$ ، قطر خارجی  
 $D_1 = 0.11\text{ cm}$  و ضریب هدایت حرارتی متوسط  
 $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$   $0.0015$  می‌باشد، مطلوبست مقدار حرارت  
 انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوژول در مدت  
 $0.5$  ساعت

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۲-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی  
 جداره یک لایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب  
 عبارتند از:  $\theta_p = 800^\circ\text{C}$  و  $\theta_1 = 100^\circ\text{C}$  و ارتفاع  
 داخلی کوره  $80\text{ cm}$  و قطر داخلی  $D_p = 80\text{ cm}$ ، قطر  
 خارجی  $D_1 = 120\text{ cm}$  و ضریب هدایت حرارتی متوسط  
 $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$   $0.0015$  می‌باشد، مطلوبست مقدار حرارت  
 انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری در مدت  
 دو ساعت.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه

نوشته می‌شوند.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_p = 800^\circ\text{C}$ $\theta_1 = 100^\circ\text{C}$ $L = 80\text{ cm}$ $D_p = 80\text{ cm}$ $D_1 = 120\text{ cm}$ $t = 2\text{ hr}$ $\bar{k} = 0.0015 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$	$Q = ? \text{ kcal}$

مرحله (۲) تبدیل واحد. واحد زمان انتقال حرارت از

ساعت به ثانیه تبدیل می‌شود.

$$t = 2\text{ hr}$$

$$t = 2 \times 3600\text{ s}$$

$$t = 7200\text{ s}$$

مرحله (۳) رابطه مربوط به مسأله نوشته می‌شود.

$$Q = \frac{\pi \bar{k} L t}{\frac{D_1 - D_p}{D_1 + D_p}} (\theta_p - \theta_1)$$

مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$Q = \frac{3/14 \times 0/0015 \times 80 \times 7200}{\frac{120-80}{120+80}} (800-100)$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی:

$$Q = \frac{3/14 \times 0/0015 \times 80 \times 7200 \times 700}{\frac{40}{200}}$$

$$Q = \frac{1899072}{0/2}$$

$$Q = 949536 \text{ cal}$$

چون مقدار حرارت انتقال یافته برحسب kcal خواسته شده است لذا جواب را به ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم تا به kcal تبدیل شود.

$$Q = \frac{9495360}{1000} \Rightarrow \boxed{Q = 9495/36 \text{ kcal}}$$

تمرین ۳۷-۱: دیواره‌ای استوانه‌ای شکل از جنس نسوز با ابعاد و مشخصات زیر مفروض است:

$$D_1 = 80 \text{ cm}$$

$$D_2 = 60 \text{ cm}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

$$\bar{k} = 1/5 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$$

در صورتی که دمای داخل و خارج این دیواره به ترتیب  $500^\circ \text{C}$  و  $150^\circ \text{C}$  باشد مطلوب است:

الف) محاسبه میزان گرمای انتقال یافته در ۳۰ دقیقه

دقیقه

ب) شدت جریان حرارتی مخصوص برحسب  $\frac{W}{m^2}$

حل (توسط هنرجو):

--	--

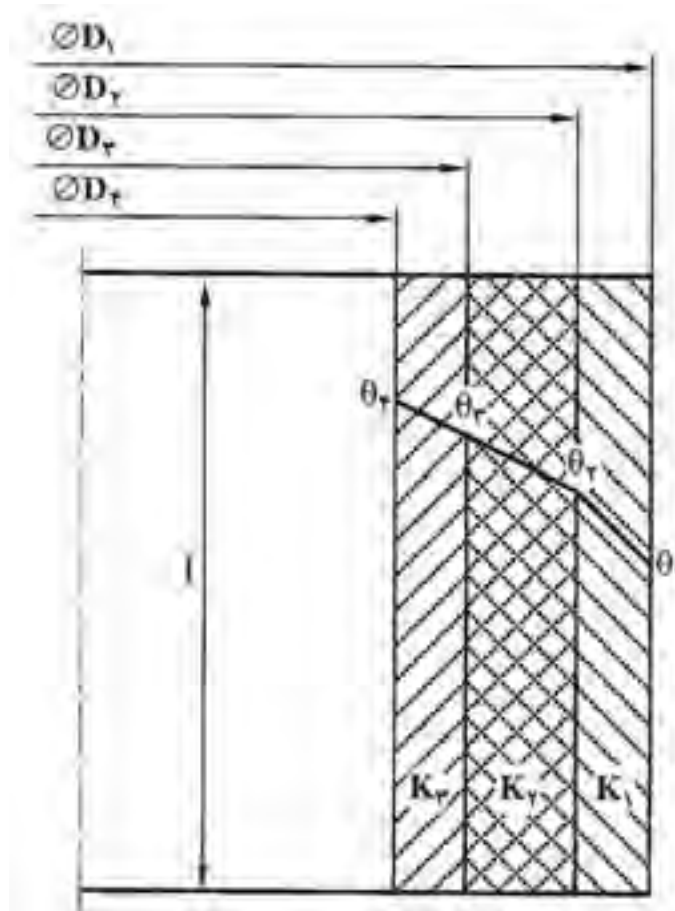
**\* رابطه ضریب هدایت حرارتی معادل برای دیواره‌های استوانه‌ای شکل چند لایه:**

معمولاً کوره‌های ذوب و ریخته‌گری بصورت چند لایه از جنس‌های مختلف (آجر نسوز، خاک نسوز و سایر مواد دیرگداز...) برای کاهش اتلاف حرارت ساخته می‌شوند، علت این است که اگر از یک لایه ساخته شوند از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه نخواهد بود بنابراین دیواره کوره‌های ذوب به خاطر کاهش هزینه‌ها و افزایش راندمان حرارتی چندلایه ساخته می‌شوند.

برای این که بتوانیم مقدار حرارت انتقال یافته به روش هدایت را از دیواره‌های استوانه‌ای چندلایه محاسبه نمائیم یک دیواره سه لایه مطابق شکل زیر در نظر می‌گیریم. در ابتدا باید ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره را مطابق رابطه زیر به دست آوریم.

$$K_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{K_1} \times \frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2} + \frac{1}{K_2} \times \frac{D_2 - D_3}{D_2 + D_3} + \frac{1}{K_3} \times \frac{D_3 - D_4}{D_3 + D_4}}$$

ضریب هدایت‌های حرارتی هر لایه  $K_1$ ،  $K_2$  و  $K_3$  ثابت فرض شده‌اند.



شکل ۶-۱- انتقال حرارت از دیواره سه لایه استوانه‌ای شکل

برای محاسبه مقدار حرارت انتقال یافته از طریق هدایت برای یک دیواره استوانه‌ای شکل چندلایه از رابطه زیر می‌توان استفاده کرد.

$$Q = \pi K_{eq} L t (\theta_f - \theta_1)$$

لازم به توضیح است که روابط مربوط به  $K_{eq}$  و  $Q$  در این قسمت در صورتی صادق هستند که قطر داخلی دیواره چندلایه بزرگ‌تر یا مساوی نصف قطر خارجی دیواره چندلایه باشد یعنی:

$$D_f \geq \frac{D_1}{2}$$

تذکر:

۱- قطر داخلی (کوچکترین قطر  $D_p$ ) باید از نصف قطر خارجی (بزرگترین قطر  $D_1$ ) بزرگتر یا مساوی آن باشد.

۲- تعداد جمله‌های مخرج رابطه ضریب هدایت حرارتی معادل باید با تعداد لایه‌ها برابر باشد.

۳- قسمت داخل پرانتز در رابطه انتقال حرارت ( $Q$ ) باید اختلاف درجه حرارت‌های داخلی و خارجی دیواره چندلایه باشد مثلاً برای یک دیواره هفت ( $\gamma$ ) لایه درجه حرارت برابر  $(\theta_8 - \theta_1)$  خواهد بود.

تمرین ۳۸-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی جداره دولایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از:  $\theta_3 = 1400^\circ\text{C}$  و  $\theta_1 = 1200^\circ\text{C}$  و ابعاد این کوره برابر است با:

ارتفاع داخلی کوره  $L = 1/4\text{m}$  و قطر داخلی  $D_p = 1300\text{mm}$  و قطر میانی  $D_1 = 1500\text{mm}$  و قطر خارجی  $D_2 = 1700\text{mm}$ ، لایه خارجی از خاک رس به ضریب هدایت حرارتی متوسط  $0/005 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$  و لایه داخلی از آجرنسوز به ضریب هدایت حرارتی متوسط  $0/003 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$  تشکیل شده است، مطلوبست محاسبه و تعیین:

الف) ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره  
ب) مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری و کیلوژول در مدت ۱ ساعت  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۳-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی جداره دولایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از:  $\theta_3 = 1500^\circ\text{C}$  و  $\theta_1 = 1100^\circ\text{C}$  و ابعاد این کوره برابر است با: ارتفاع داخلی کوره  $L = 150\text{cm}$  و قطر داخلی  $D_p = 120\text{cm}$  و قطر میانی  $D_1 = 140\text{cm}$  و قطر خارجی  $D_2 = 160\text{cm}$ ، لایه خارجی از خاک رس به ضریب هدایت حرارتی متوسط  $\bar{k}_1 = 0/004 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$  و لایه داخلی از آجرنسوز به ضریب هدایت حرارتی متوسط  $\bar{k}_2 = 0/002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$  تشکیل شده است، مطلوبست محاسبه الف - ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره

ب - مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری و کیلوژول در مدت ۵۰ دقیقه.  
 $1\text{cal} = 4/2\text{J} \quad \pi \approx 3$   
حل: مرحله ۱) : داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_3 = 150^\circ\text{C}$ $\theta_1 = 110^\circ\text{C}$ $L = 150\text{cm}$ $D_3 = 120\text{cm}$ $D_2 = 140\text{cm}$ $D_1 = 160\text{cm}$ $t = 50\text{min}$ $\bar{k}_1 = 0.004 \frac{\text{cal}}{\text{cm}\cdot\text{C}\cdot\text{s}}$ $\bar{k}_2 = 0.002 \frac{\text{cal}}{\text{cm}\cdot\text{C}\cdot\text{s}}$	$K_{\text{eq}} = ? \frac{\text{cal}}{\text{cm}\cdot\text{C}\cdot\text{s}}$ $Q = ? \text{ kcal, kj}$
<p>مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.</p> <p><math>t = 50\text{min}</math>  <math>t = 50 \times 60\text{s}</math>  <math>t = 3000\text{s}</math></p> <p>مرحله ۳) نوشتن رابطه برای قسمت الف:</p> $K_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{K_1} \times \frac{D_1 - D_2}{D_1 + D_2} + \frac{1}{K_2} \times \frac{D_2 - D_3}{D_2 + D_3}}$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.</p> $K_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{0.004} \times \frac{160 - 140}{160 + 140} + \frac{1}{0.002} \times \frac{140 - 120}{140 + 120}}$ <p>مرحله ۵) محاسبات ریاضی</p> $K_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{0.004} \times \frac{20}{300} + \frac{1}{0.002} \times \frac{20}{260}}$ $K_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{20}{1/2} + \frac{20}{0/52}}$	



$$K_{eq} = \frac{1}{16/7 + 38/5}$$

$$K_{eq} = \frac{1}{55/2}$$

$$K_{eq} = 0.018 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$$

مرحله ۶ نوشتن رابطه قسمت ب:

$$Q = \pi K_{eq} L t (\theta_2 - \theta_1)$$

مرحله ۷ جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = 3 \times 0.018 \times 150 \times 3000 (1500 - 1100)$$

مرحله ۸ محاسبات ریاضی

$$Q = 3 \times 0.018 \times 150 \times 3000 \times 400$$

$$Q = 9720000 \text{ cal}$$

\* چون مقدار انتقال حرارت بر حسب kcal خواسته

است لذا بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

$$Q = \frac{9720000}{1000}$$

$$Q = 9720 \text{ kcal}$$

\* همچنین مقدار انتقال حرارت را بر حسب کیلوژول

محاسبه می‌کنیم.

$$Q = 9720 \times 4/2$$

$$Q = 40824 \text{ kJ}$$

تمرین ۳۹-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره دولایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب عبارتند از:  $\theta_3 = 95^\circ\text{C}$  و  $\theta_1 = 110^\circ\text{C}$  ابعاد این کوره برابرند با:

ارتفاع داخلی کوره  $L = 130\text{cm}$  و قطر داخلی  $D_3 = 150\text{cm}$  و قطر میانی  $D_p = 160\text{cm}$  و قطر خارجی  $D_1 = 180\text{cm}$ ، لایه خارجی از خاک رس به ضریب هدایت حرارتی متوسط  $k_1 = 0.03 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$  و لایه داخلی از آجرنسوز به ضریب هدایت حرارتی متوسط  $k_p = 0.018 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$  تشکیل شده است، مطلوبست محاسبه:

الف) مقدار حرارت انتقال یافته از این جداره برحسب کیلوکالری در مدت ۲ ساعت

ب) درجه حرارت در فصل مشترک آجرنسوز و خاک رس

ج) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در جداره کوره

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۴۰-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی  
 جداره سه لایه یک کوره استوانه‌ای شکل به ترتیب  
 عبارتند از:  $\theta_f = 1200^\circ\text{C}$  ،  $\theta_1 = 50^\circ\text{C}$  ابعاد این  
 کوره عبارتند از: ارتفاع داخلی کوره  $L = 150\text{cm}$  و  
 قطر لایه‌ها از لایه داخلی به سمت خارجی به ترتیب  
 $D_f = 100\text{cm}$  و  $D_s = 120\text{cm}$  و  $D_p = 140\text{cm}$   
 و  $D_1 = 160\text{cm}$  و ضریب هدایت حرارتی لایه‌ها به  
 ترتیب از خارج به داخل  $k_1 = 0.003 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$  و  
 $k_s = 0.002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$  و  $k_p = 0.0025 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$   
 مطلوب است محاسبه:

الف) مقدار ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره  
 $(K_{eq})$

ب) مقدار حرارت انتقال یافته  $(Q)$  از این جداره  
 برحسب ژول در مدت  $1/5$  ساعت.

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۴۱-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای سه

لایه به شرح زیر می‌باشد:

$D_1 = 150 \text{ cm}$	$k_1 = 0.0012 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$
$D_p = 130 \text{ cm}$	
$\theta_1 = 8^\circ \text{C}$	
$\theta_p = 1000^\circ \text{C}$	$k_p = 0.0018 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$
$L = 80 \text{ cm}$	
$D_w = 100 \text{ cm}$	$k_w = 0.001 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$
$D_f = 80 \text{ cm}$	

مطلوب است محاسبه:

الف) ضریب هدایت حرارتی معادل دیواره

ب) مقدار حرارت انتقال یافته از این دیواره بر حسب

cal در مدت زمان ۲۰ دقیقه

ج) رسم دیاگرام توزیع درجه حرارت در جداره

کوره

حل (توسط هنرجو):

### \* رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی (همرفت یا کنوکسیون):

با توجه به مطالب ذکر شده، انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی از طریق جابه‌جا شدن مولکول‌های قسمت سرد و قسمت گرم جسم صورت می‌گیرد و این عمل تا زمانی ادامه می‌یابد که دمای هر دو قسمت جسم یکسان شود. به عنوان مثال می‌توان رادیاتور شوفاژ را در نظر گرفت، هنگامی که موتورخانه روشن می‌شود رادیاتور سرد است، اما با گذشت زمان آب موجود در دیگ موتورخانه گرم شده و حرکت کرده و جای خود را با آب سرد موجود در رادیاتور تغییر می‌دهد. در اثر برخورد آب گرم با سطح رادیاتور سرد حرارت از آب به دیواره رادیاتور منتقل می‌شود و رادیاتور گرم می‌شود. با توجه به این مثال می‌توان نتیجه گرفت که هرچه اختلاف درجه حرارت بین آب و دیواره رادیاتور بیشتر باشد، حرارت بیشتری از آب به دیواره منتقل می‌شود، از طرفی هرچه سطح دیواره رادیاتور بزرگ‌تر باشد نیز حرارت بیشتری از آب گرم به دیواره رادیاتور منتقل خواهد شد و هرچه زمان تماس آب گرم با دیواره بیشتر باشد، حرارت انتقال یافته به دیواره رادیاتور بیشتر است پس می‌توان نتیجه گرفت، اگر سیالی (مایع یا گاز) با دمای  $(\theta_F)$  از کنار دیواره با دمای  $(\theta_w)$  و سطح  $(A)$  در مدت زمان  $(t)$  عبور کند مقدار گرما از سیال به دیواره منتقل می‌شود. بنابراین گرمای انتقال یافته از سیال به دیواره نسبت مستقیم با اختلاف درجه حرارت سیال و دیواره  $(\theta_F - \theta_w)$ ، سطح دیواره  $(A)$  و زمان تماس  $(t)$  دارد. در نتیجه داریم:

$$Q \propto A(\theta_F - \theta_w) \times t$$

حال برای تبدیل این تناسب به تساوی نیاز به یک ضریب می‌باشد که با  $\alpha_c$  نشان داده می‌شود که این ضریب متناسب با جنس سیال، شکل و ابعاد دیواره می‌باشد.  $\alpha_c$  را ضریب جابه‌جایی یا کنوکسیون می‌نامند. بنابراین رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی به صورت زیر خواهد بود:

$$Q = \alpha_c A (\theta_F - \theta_w) t$$

این رابطه معمولاً به صورت زیر نمایش می‌دهد:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A (\theta_F - \theta_w)$$

این رابطه به رابطه نیوتن مشهور می‌باشد.

### \* واحد ضریب جابه‌جایی یا کنوکسیون در سیستم SI:

واحد ضریب جابه‌جایی یا کنوکسیون در سیستم SI براساس رابطه انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی به دست می‌آید که در این رابطه واحد پارامترهای آن عبارتند از:

$$Q = \text{حرارت انتقال یافته به طریق جابه‌جایی بر حسب (j)}$$

$$t = \text{زمان بر حسب (s)}$$

A = سطح مشترک سیال و دیواره برحسب  $m^2$

$(\theta_F - \theta_w)$  = اختلاف درجه حرارت برحسب  $^{\circ}k$  یا معادل آن  $^{\circ}c$

بنابراین با جای گذاری این واحدها در رابطه انتقال حرارت به طریق جابه جایی خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A (\theta_F - \theta_w)$$

$$\frac{j}{s} = \alpha_c \times m^2 \times ^{\circ}C$$

$$W = \alpha_c \times m^2 \times ^{\circ}C$$

$$\alpha_c = \frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}C}$$

نکته: رابطه  $\frac{Q}{t} = \alpha_c A (\theta_F - \theta_w)$  برای زمانی است که حرارت از سیال با درجه حرارت بالاتر به دیواره جامد با درجه حرارت پایین تر منتقل می شود، در صورتی که انتقال حرارت از دیواره گرم به سیال سرد صورت پذیرد رابطه انتقال حرارت به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A (\theta_w - \theta_F)$$

\* واحدهای دیگر ضریب جابه جایی  $(\alpha_c)$  به صورت زیر خواهد بود:

Q = حرارت انتقال یافته برحسب (cal)

t = زمان برحسب (s)

A = سطح برحسب  $cm^2$

$(\theta_F - \theta_w)$  = اختلاف درجه حرارت برحسب  $^{\circ}c$

بنابراین با جای گذاری در رابطه انتقال حرارت به طریق جابه جایی خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c A (\theta_F - \theta_w)$$

$$\frac{cal}{s} = \alpha_c \times cm^2 \times ^{\circ}c$$

$$\alpha_c = \frac{cal}{cm^2 \cdot ^{\circ}c \cdot s}$$

در صورتی که داشته باشیم:

Q = حرارت انتقال یافته برحسب (kcal)

t = زمان برحسب (hr)

$$A = \text{سطح برحسب } m^2$$

$$(\theta_F - \theta_w) = \text{اختلاف درجه حرارت برحسب } ^\circ C$$

بنابراین با جای گذاری واحدهای فوق در رابطه انتقال حرارت به طریق جابه جایی خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{t} = \alpha_c \text{ واحد} A (\theta_F - \theta_w)$$

$$\frac{\text{kcal}}{\text{hr}} = \alpha_c \text{ واحد} \times m^2 \times ^\circ C$$

$$\alpha_c = \frac{\text{kcal}}{m^2 \cdot ^\circ C \cdot \text{hr}}$$

تمرین ۴۲-۱: برای خنک کردن یک صفحه فلزی گرم به ابعاد  $0.9m \times 0.5m$  دمای  $45^\circ C$ ، هوایی با دمای  $40^\circ C$  به مدت یک دقیقه روی آن دمیده می شود اگر در این انتقال ضریب کنوکسیون  $20 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$  باشد، مقدار گرمای کل انتقالی برحسب کیلوکالری چه اندازه خواهد بود.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۴-۱: برای خنک کردن یک ورق فولاد گرم به ابعاد  $60 \times 100 \text{ cm}^2$  و دمای  $40^\circ C$ ، هوایی با دمای  $50^\circ C$  به مدت  $50s$  روی آن دمیده می شود اگر در این انتقال ضریب کنوکسیون  $20 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$  باشد، مقدار گرمای کل انتقالی برحسب کیلوژول چه اندازه خواهد بود.

حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه

نوشته می شود.

داده ها	خواسته ها
$A = 60 \times 100 = 6000 \text{ cm}^2$ $\theta_w = 40^\circ C$ $\theta_F = 50^\circ C$ $t = 50s$ $\alpha_c = 20 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$	$Q = ? \text{ kJ}$

مرحله (۲) تبدیل واحد. در اینجا واحد سطح از  $\text{cm}^2$

به  $m^2$  تبدیل می شود.

$$A = 6000 \text{ cm}^2$$

$$A = 6000 \times \frac{1}{10000} m^2$$

$$A = \frac{6}{10} m^2$$

$$A = 0.6 m^2$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله:

$$Q = \alpha_c A (\theta_w - \theta_F)$$

مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$Q = 20 \times 0.6 \times (400 - 50) \times 50$$

$$Q = 20 \times 0.6 \times 350 \times 50 \text{ J}$$

$$Q = 210000 \text{ J}$$

چون بر حسب kJ خواسته شده است بر ۱۰۰۰ تقسیم

$$Q = \frac{210000}{1000}$$

می‌کنیم.

$$Q = 210 \text{ kJ}$$

تمرین ۴۳-۱: برای سرد کردن یک ورق فولادی  $800^\circ\text{C}$  به مساحت  $8000 \text{ cm}^2$ ، هوای  $25^\circ\text{C}$  به مدت  $0.5$  دقیقه روی آن دمیده می‌شود در صورتی که مقدار گرمای کل انتقالی  $180 \text{ kJ}$  باشد، ضریب کنوکسیون را بر حسب  $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$  و  $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$  به دست آورید. حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۵-۱: برای سرد کردن یک صفحه چدنی  $700^\circ\text{C}$  به مساحت  $0.5 \text{ m}^2$ ، هوای  $25^\circ\text{C}$  به مدت  $45 \text{ s}$  روی آن دمیده می‌شود در صورتی که مقدار گرمای کل انتقالی  $42 \text{ kcal}$  باشد، ضریب کنوکسیون را بر حسب  $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$  و  $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$  به دست آورید. حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه

نوشته می‌شوند

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_w = 700^\circ\text{C}$	$\alpha_c = ? \quad \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$ $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{hr}}$
$A = 0.5 \text{ m}^2$	
$\theta_F = 25^\circ\text{C}$	
$t = 45 \text{ s}$	
$Q = 42 \text{ kcal}$	



مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد زمان از ثانیه به ساعت

تبدیل می‌شود.

$$t = ۴۵s$$

$$t = ۴۵ \times \left( \frac{1}{۳۶۰۰} \right) \text{hr}$$

$$t = \frac{۴۵}{۳۶۰۰} \text{hr}$$

$$t = ۰/۰۱۲۵ \text{hr}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله فوق.

$$Q = \alpha_c A (\theta_w - \theta_f) t$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق.

$$۴۲ = \alpha_c \times ۰/۵ \times (۷۰۰ - ۲۵) \times ۰/۰۱۲۵$$

$$۴۲ = \alpha_c \times ۰/۵ \times ۶۷۵ \times ۰/۰۱۲۵$$

$$۴۲ = \alpha_c \times ۴/۲$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{۴۲}{۴/۲} = \frac{\alpha_c \times ۴/۲}{۴/۲}$$

$$\alpha_c = ۱۰ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{c} \cdot \text{hr}}$$

مرحله ۵) در داده‌های مسأله تغییر واحد انجام

می‌دهیم.

$$Q = ۴۲ \times ۱۰۰۰ = ۴۲۰۰۰ \text{cal}$$

$$t = ۴۵s$$

$$A = ۰/۵ \times ۱۰۰۰۰ = ۵۰۰۰ \text{cm}^2$$

$$\theta_w = ۷۰۰^\circ \text{C}$$

$$\theta_f = ۲۵^\circ \text{C}$$

	$Q = \alpha_c A (\theta_w - \theta_f)$ $42000 = \alpha_c \times 5000 (700 - 25) \times 45$ $42000 = \alpha_c \times 5000 \times 675 \times 45$ $42000 = \alpha_c \times 151875000$ $\alpha_c = \frac{42000}{151875000}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">\alpha_c = 0/000278 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{C} \cdot \text{s}}</math> </div> <p>می توان از راه دیگری <math>\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{C} \cdot \text{hr}}</math> را به <math>\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{C} \cdot \text{s}}</math> تبدیل کرد.</p> $\alpha_c = 10 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{C} \cdot \text{hr}}$ $\alpha_c = \frac{10 \times 1000}{10000 \times 3600}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">\alpha_c = 0/000278 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{C} \cdot \text{s}}</math> </div>
	<p>تمرین ۴۴-۱: بر روی یک ورق داغ به ابعاد <math>40 \times 90</math> سانتی متر و دمای <math>35^\circ \text{C}</math>، هوایی به دمای <math>25^\circ \text{C}</math> دمیده می شود. مطلوبست:</p> <p>الف) محاسبه و تعیین حرارت کل انتقالی از روی سطح ورق مزبور در مدت ۳ ثانیه بر حسب کیلوژول. در صورتی که ضریب جابه جایی برابر <math>\alpha_c = 32 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}}</math> باشد.</p> <p>ب) اگر جنس ورق از فولاد ساده کربنی با ضریب هدایت حرارتی متوسط <math>\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}</math> و ضخامت <math>32 \text{mm}</math> باشد و مقدار <math>620</math> ژول انرژی از سطح ورق به طریق تشعشع (در هر ثانیه) تلف شده باشد، افت دما در ضخامت این ورق چه اندازه خواهد بود.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

	<p>تمرین ۴۵-۱: برای خنک کردن یک ورق فولادی گرم به ابعاد <math>45 \times 70</math> سانتی‌متر و دمای <math>250^\circ\text{C}</math>، هوایی با دمای <math>25^\circ\text{C}</math> به مدت ۲۵ ثانیه روی آن دمیده می‌شود. اگر در این انتقال ضریب کنوکسیون <math>30 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}</math> باشد، جریان حرارتی برحسب کیلووات چه اندازه خواهد بود؟ همچنین مقدار حرارت کل انتقالی را برحسب کیلوژول و کیلوکالری حساب کنید. حل (توسط هنرجو):</p>

	<p>تمرین ۴۶-۱: برای گرم کردن یک ورق آلومینیومی دایره‌ای شکل به شعاع <math>0.5\text{m}</math> به دمای <math>10^\circ\text{C}</math> هوایی با دمای <math>300^\circ\text{C}</math> به مدت یک ساعت روی آن دمیده می‌شود، اگر ضریب کنوکسیون <math>40 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}</math> باشد مطلوبست محاسبه:</p> <p>الف - میزان حرارت انتقال یافته برحسب ژول</p> <p>ب - جریان حرارتی برحسب کیلووات</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

<p>تمرین ۴۷-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد <math>1/5 \text{ mm} \times 0/8 \text{ mm}</math> با ضخامت <math>250 \text{ mm}</math> از آجر نسوز دارای ضریب هدایت حرارتی <math>\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}</math> مفروض است. چنانچه دمای سطح گرم <math>125^\circ\text{C}</math> و سطح سرد <math>25^\circ\text{C}</math> باشد مطلوبست:</p> <p>الف) محاسبه مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت <math>1/5</math> دقیقه بر حسب ژول</p> <p>ب) شیب حرارتی دیواره بر حسب <math>\frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}</math></p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۲۵-۱: یک دیواره مسطح به ابعاد <math>20 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}</math> با ضخامت <math>20 \text{ cm}</math> از آجر نسوز دارای ضریب هدایت حرارتی <math>\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}</math> مفروض است چنانچه دمای سطح گرم <math>120^\circ\text{C}</math> و سطح سرد <math>20^\circ\text{C}</math> باشد، مطلوبست:</p> <p>الف - مقدار گرمای انتقال یافته از دیواره در مدت <math>60</math> ثانیه بر حسب کالری</p> <p>ب - شیب حرارتی دیواره بر حسب <math>\frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}</math></p> <p>حل:</p> <p>مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه می‌نویسیم.</p>

داده‌ها	خواسته‌ها
$A = ۲۰۰\text{cm} \times ۵۰\text{cm}$ $d = ۲۰\text{cm}$ $\bar{k} = ۱/۴ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$ $\theta_p = ۱۲۰۰^\circ\text{C}$ $\theta_1 = ۲۰۰^\circ\text{C}$ $t = ۶۰\text{s}$	$Q = ? \text{ cal}$ $= ? \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$ شیب حرارتی

مرحله ۲) به دست آوردن مساحت

$$A = ۲۰۰ \times ۵۰$$

$$A = ۱۰۰۰\text{cm}^2$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه انتقال حرارت مربوط به قسمت

الف:

$$Q = \bar{k} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = ۱/۴ \times ۱۰^{-۳} \frac{۱۰۰۰۰(۱۲۰۰ - ۲۰۰) \times ۶۰}{۲۰}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی.

$$Q = \frac{۱/۴ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰۰۰۰ \times ۱۰۰۰ \times ۶۰}{۲۰}$$

$$Q = \frac{۸۴۰۰۰۰}{۲۰}$$

$$Q = ۴۲۰۰۰\text{cal}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه مربوط به قسمت ب:

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta_1}{d}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{۱۲۰۰ - ۲۰۰}{۲۰}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{۱۰۰۰}{۲۰}$$

$$\text{شیب حرارتی} = ۵۰ \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$$

تمرین ۴۸-۱: مشخصات یک جداره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد مطلوبست محاسبه مقدار حرارت انتقال یافته در یک ساعت از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری.

$D_1 = 1/6 \text{ m}$	$\theta_1 = 110^\circ \text{C}$
$D_r = 1/4 \text{ m}$	$\theta_r = 130^\circ \text{C}$
$D_s = 1/2 \text{ m}$	$K_{eq} = 8 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$\pi = 3$	
$L = 110 \text{ cm}$	

مثال ۲۶-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد مطلوبست محاسبه مقدار حرارت انتقال یافته در یک ساعت از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری.

$D_1 = 150 \text{ cm}$	$\theta_1 = 100^\circ \text{C}$
$D_r = 130 \text{ cm}$	$\theta_r = 1100^\circ \text{C}$
$D_s = 100 \text{ cm}$	$K_{eq} = 8 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$
$\pi = 3$	
$L = 120 \text{ cm}$	

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه می‌نویسیم.

داده‌ها	خواسته‌ها
$D_1 = 150 \text{ cm}$	$Q = ? \text{ cal, kcal}$
$D_r = 130 \text{ cm}$	
$D_s = 100 \text{ cm}$	
$\pi = 3$	
$L = 120$	
$\theta_1 = 100^\circ \text{C}$	
$\theta_r = 1100^\circ \text{C}$	
$t = 1 \text{ h}$	
$K_{eq} = 8 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$	

مرحله (۲) تبدیل واحد. واحد زمان را از ساعت به ثانیه تبدیل می‌کنیم.

$$t = 1 \text{ h}$$

$$t = 1 \times 3600 \text{ s}$$

$$t = 3600 \text{ s}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله فوق

$$Q = \pi K_{eq} L t (\theta_r - \theta_1)$$

	<p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.</p> $Q = 3 \times 8 \times 10^{-3} \times 120 \times (1100 - 100) \times 3600$ <p>مرحله ۵) محاسبات ریاضی را انجام می‌دهیم.</p> $Q = 3 \times 8 \times 10^{-3} \times 120 \times 1000 \times 3600$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> <math>Q = 10368000 \text{ cal}</math> </div> <p>اگر جواب را بر ۱۰۰۰ تقسیم کنیم، برحسب kcal خواهد بود.</p> $Q = \frac{10368000}{1000}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> <math>Q = 10368 \text{ kcal}</math> </div>
<p>تمرین ۴۹-۱: دیواره‌ی مسطح و یک لایه از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط <math>\frac{W}{m \cdot ^\circ C} = 0.67</math> با دمای <math>120^\circ C</math> در یک سطح و <math>18^\circ C</math> در سطح مقابل آن موجود است. اگر ضخامت دیواره ۹۰ mm باشد، مطلوبست:</p> <p>الف) گرمای منتقل شده در زمان ۱۸۰ s از سطح <math>120 \text{ cm}^2</math> برحسب کالری.</p> <p>ب) شیب حرارتی این دیواره برحسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۲۷-۱: دیواره‌ی مسطح و یک لایه از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط <math>\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ C \cdot s}</math> با دمای <math>115^\circ C</math> در یک سطح و <math>15^\circ C</math> در سطح مقابل آن موجود است. اگر ضخامت دیواره ۱۰ cm باشد مطلوبست:</p> <p>الف - گرمای منتقل شده در زمان ۲ دقیقه از سطح <math>100 \text{ cm}^2</math> برحسب کالری</p> <p>ب - شیب حرارتی این دیواره برحسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به صورت خلاصه نوشته می‌شود</p>



خواسته‌ها	داده‌ها
$Q = ? \text{ cal}$ $\text{شیب حرارتی} = ? \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$	$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$ $\theta_p = 115^{\circ}\text{C}$ $\theta_1 = 15^{\circ}\text{C}$ $d = 1 \text{ cm}$ $t = 2 \text{ min}$ $A = 100 \text{ cm}^2$

مرحله ۲) تبدیل واحد زمان از min به s

$$\begin{cases} t = 2 \text{ min} \\ t = 2 \times 60 \text{ s} \\ t = 120 \text{ s} \end{cases}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه انتقال حرارت به روش

هدایت

$$Q = \bar{k} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه.

$$Q = 1/4 \times 10^{-3} \frac{100 \times (115 - 15) \times 120}{10}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی:

$$Q = \frac{1/4 \times 10^{-3} \times 100 \times 1000 \times 120}{10}$$

$$Q = \frac{16800}{10}$$

$$Q = 1680 \text{ cal}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه برای قسمت ب:

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta_1}{d}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{115 - 15}{10}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1000}{10}$$

$$\boxed{\text{شیب حرارتی} = 100 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}}$$

تمرین ۵۰-۱: دیواره‌ای مسطح از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط  $\frac{w}{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}} = 0.57$  با دمای  $1200^{\circ}\text{C}$  در یک سطح و  $120^{\circ}\text{C}$  در سطح مقابل موجود است. اگر ضخامت دیواره  $150 \text{ mm}$  باشد مطلوبست:

الف) گرمای منتقل شده در زمان  $240 \text{ s}$  از سطح  $120 \text{ cm}^2$  برحسب کالری

ب) هدایت حرارتی جداره ( $\sigma$ ) برحسب  $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$

ج) مقاومت حرارتی ( $R$ ) برحسب  $\frac{\text{cm}^2 \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}{\text{cal}}$

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۸-۱: دیواره‌ای مسطح از آجرنسوز با ضریب هدایت حرارتی متوسط  $\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$  با دمای  $1150^{\circ}\text{C}$  در یک سطح و  $150^{\circ}\text{C}$  در سطح مقابل موجود است. اگر ضخامت دیواره  $10 \text{ cm}$  باشد مطلوبست:

الف) گرمای منتقل شده در زمان  $2$  دقیقه از سطح  $100 \text{ cm}^2$  برحسب کالری

ب) هدایت حرارتی جداره ( $\sigma$ ) برحسب  $\frac{w}{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$

ج) مقاومت حرارتی ( $R$ ) برحسب  $\frac{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{w}$

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه نوشته

می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}}$	
$\theta_p = 1150^{\circ}\text{C}$	$Q = ? \text{ cal}$
$\theta_1 = 150^{\circ}\text{C}$	$\sigma = ? \frac{w}{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$
$d = 10 \text{ cm}$	$R = ? \frac{m^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{w}$
$t = 2 \text{ min}$	
$A = 100 \text{ cm}^2$	

مرحله (۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه

تبدیل می‌شود.

$$t = 2 \text{ min}$$

$$t = 2 \times 60 \text{ s}$$

$$t = 120 \text{ s}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به قسمت الف:

$$Q = \bar{k} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$Q = 1/4 \times 10^{-3} \frac{100(1150 - 150) \times 120}{10}$$

$$Q = \frac{1/4 \times 10^{-3} \times 100 \times 1000 \times 120}{10}$$

$$Q = \frac{16800}{10}$$

$$Q = 1680 \text{ cal}$$

مرحله ۵) برای حل قسمت ب و ج، تبدیل واحد

دیگری خواهیم داشت. لذا واحد ضخامت دیواره از cm

به m و واحد  $\bar{k}$  از  $\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$  به  $\frac{\text{w}}{\text{m} \cdot \text{c}}$

$$d = 10 \text{ cm}$$

$$d = 10 \times \frac{1}{100} \text{ m}$$

$$d = 0.1 \text{ m}$$

$$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$$

$$1 \text{ cal} = 4/2 \text{ j}$$

$$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \frac{4/2 \text{ j}}{\frac{1}{100} \text{ m} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$$

$$\bar{k} = 1/4 \times 10^{-3} \times 4200 \frac{\text{j}}{\text{m} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$$

$$k = 5/88 \frac{\text{j}}{\text{m} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}$$

صورت و مخرج واحد را بر S تقسیم می‌کنیم

$$\bar{k} = 5/88 \frac{\frac{\text{j}}{\text{s}}}{\frac{\text{m} \cdot \text{c} \cdot \text{s}}{\text{s}}}$$

$$\bar{k} = \frac{5}{11} \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه مربوط به قسمت ب:

$$\sigma = \frac{\bar{k}}{d}$$

$$\sigma = \frac{5/11}{0/1}$$

$$\sigma = 51/1 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

مرحله ۷) نوشتن رابطه مربوط به قسمت ج:

$$R = \frac{d}{\bar{k}}$$

$$R = \frac{0/1}{5/11}$$

$$R = 0/017 \frac{m^2 \cdot ^\circ C}{W}$$

تمرین ۵۱-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی یک دیواره به ترتیب  $120^\circ C$  و  $115^\circ C$  است. اگر ضخامت دیواره  $100 \text{ mm}$  باشد درجه حرارت در عمق  $0.07 \text{ m}$  از سطح سرد این دیواره را تعیین کنید. حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۹-۱: درجه حرارت سطح داخلی و خارجی دیواره یک کوره به ترتیب  $1225^\circ C$  و  $125^\circ C$  است. اگر ضخامت دیواره  $11 \text{ cm}$  باشد درجه حرارت در عمق  $5 \text{ cm}$  از سطح سرد این دیواره را تعیین کنید. حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_p = 1225^\circ C$	$\theta' = ? \quad ^\circ C$
$\theta_1 = 125^\circ C$	
$d = 11 \text{ cm}$	
$d' = 5 \text{ cm}$	

مرحله ۲) نوشتن رابطه شیب حرارتی

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta_1}{d}$$

	<p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق.</p> $\text{شیب حرارتی} = \frac{1225 - 125}{11}$ $\text{شیب حرارتی} = \frac{1100}{11}$ $\text{شیب حرارتی} = 100 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cm}}$ <p>مرحله ۴) نوشتن رابطه شیب حرارتی در ضخامت <math>d'</math>، چون شیب حرارتی در هر نقطه دیواره ثابت است.</p> $\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta' - \theta_1}{d'}$ <p>* جای گذاری داده‌ها در رابطه</p> $\frac{100}{1} = \frac{\theta' - 125}{5}$ $(\theta' - 125) \times 1 = 5 \times 100$ <p>معلوم‌ها یک طرف تساوی قرار می‌گیرند</p> $\theta' - 125 = 500$ $\theta' = 500 + 125$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"><math>\theta' = 625^{\circ}\text{C}</math></div>
<p>تمرین ۵۲-۱: دیواره مسطح از آجرنسوز به ضخامت <math>0.45 \text{ m}</math> از یک طرف در دمای <math>1300^{\circ}\text{C}</math> و از طرف دیگر در دمای <math>180^{\circ}\text{C}</math> قرار دارد.</p> <p>الف) شیب حرارتی دیواره بر حسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر</p> <p>ب) دما در فاصله <math>120 \text{ mm}</math> از سطح گرم آن حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۳۰-۱: دیواره مسطح از آجرنسوز به ضخامت <math>30 \text{ cm}</math> از یک طرف در دمای <math>1400^{\circ}\text{C}</math> و از طرف دیگر در دمای <math>200^{\circ}\text{C}</math> قرار دارد.</p> <p>الف) شیب حرارتی دیواره بر حسب درجه سانتی‌گراد بر سانتی‌متر</p> <p>ب) دما در فاصله <math>10</math> سانتی‌متری از سطح گرم آن حل:</p> <p>مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.</p>

داده‌ها	خواسته‌ها
$d = 30 \text{ cm}$ $\theta_p = 1400^\circ \text{C}$ $\theta_1 = 200^\circ \text{C}$ $d' = 10 \text{ cm}$	$\theta' = ? \text{ } ^\circ \text{C}$ $\text{شیب حرارتی} = ? \frac{^\circ \text{C}}{\text{cm}}$

مرحله (۲) رابطه شیب حرارتی برای قسمت الف نوشته می‌شود.

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta_1}{d}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری داده‌ها

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1400 - 200}{30}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200}{30}$$

$$\text{شیب حرارتی} = 40 \frac{^\circ \text{C}}{\text{cm}}$$

مرحله (۴) با توجه به این‌که شیب حرارتی در تمام نقاط دیواره ثابت است بنابراین در ضخامت  $10 \text{ cm}$  از رابطه شیب حرارتی استفاده می‌کنیم.

$$10 \text{ cm} \text{ شیب حرارتی} = \frac{\theta_p - \theta'}{d'}$$

مرحله (۵) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق

$$\frac{40}{1} = \frac{1400 - \theta'}{10} \text{ رابطه را طرفین و وسطین می‌کنیم}$$

$$(1400 - \theta') \times 1 = 40 \times 10$$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$1400 - \theta' = 400$$

$$1400 - 400 = \theta'$$

$$\theta' = 1000^\circ \text{C}$$

مثال ۳۱-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره مسطح دولایه

عبارتند از:  $d_1 = 8 \text{ cm}$  و  $d_p = 12 \text{ cm}$  و  $A = 200 \text{ cm}^2$

$$k_1 = 1/6 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$$

$$k_p = 2/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$$

$$\theta_1 = 25^\circ \text{C} \text{ و } \theta_p = 82.5^\circ \text{C} \text{ و } 1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J}$$

با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:

(الف) ضریب هدایت حرارتی جداره برحسب

$$\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$$

(ب) مقدار حرارت انتقال یافته در ۲۰ دقیقه برحسب

کالری

(ج) شدت جریان حرارتی برحسب (W)

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه

با واحدها می‌نویسیم.

داده‌ها	خواسته‌ها
$d_1 = 8 \text{ cm}$ $d_p = 12 \text{ cm}$ $A = 200 \text{ cm}^2$ $\theta_1 = 25^\circ \text{C}$ $\theta_p = 82.5^\circ \text{C}$ $t = 20 \text{ min}$	$K_{eq} = ? \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$  $Q = ? \text{ cal}$  $q = ? \text{ W}$
$k_1 = 1/6 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$ $k_p = 2/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$	

مرحله (۲) تبدیل واحد زمان از دقیقه به ثانیه

$$t = 20 \text{ min}$$

تمرین ۵۳-۱: مشخصات و ابعاد یک جداره

مسطح دولایه عبارتند از:  $d_1 = 10 \text{ cm}$  و  $d_p = 14 \text{ cm}$

$$\text{و } A = 0.022 \text{ m}^2 \text{ و } \theta_1 = 30^\circ \text{C} \text{ و } \theta_p = 85^\circ \text{C} \text{ و } 1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J}$$

$$k_1 = 1/6 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$$

$$k_p = 2/6 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$$

با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:

(الف) ضریب هدایت حرارتی جداره برحسب

$$\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$$

(ب) مقدار حرارت انتقال یافته در ۱۵ دقیقه برحسب

کالری

(ج) شدت جریان حرارتی برحسب (W)

حل (توسط هنجو):

$$t = 20 \times 60 \text{ s}$$

$$t = 1200 \text{ s}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه  $K_{eq}$  برای دیواره مسطح  
چندلایه برای قسمت الف

$$K_{eq} = \frac{d}{\frac{d_1}{k_1} + \frac{d_p}{k_p}}$$

داریم  $d = d_1 + d_p$

$$d = 8 + 12$$

$$d = 20 \text{ cm}$$

مرحله ۴) در رابطه  $K_{eq}$  مقادیر داده‌ها را قرار

می‌دهیم

$$K_{eq} = \frac{20}{\frac{8}{1/6 \times 10^{-3}} + \frac{12}{2/4 \times 10^{-3}}}$$

مرحله ۵) محاسبات ریاضی رابطه:

$$K_{eq} = \frac{20}{5000 + 5000}$$

$$K_{eq} = \frac{20}{10000}$$

$$K_{eq} = 0.002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{C} \cdot \text{s}}$$

مرحله ۶) نوشتن رابطه انتقال حرارت به روش

هدایت برای دیواره دولایه (قسمت ب)

$$Q = K_{eq} \frac{A(\theta_p - \theta_1)t}{d}$$

مرحله ۷) جای گذاری داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = 0.002 \frac{2000(825 - 25) \times 1200}{20}$$



	$Q = \frac{0/002 \times 200 \times 800 \times 1200}{20}$ $Q = \frac{384000}{20}$ $Q = 19200 \text{ cal}$ <p>در اینجا کالری را به ژول تبدیل می‌کنیم</p> $1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J}$ $Q = 19200 \times 4/2$ $Q = 80640 \text{ J}$ <p>مرحله ۸) نوشتن رابطه شدت جریان حرارتی برای قسمت ج</p> $q = \frac{Q}{t}$ $Q = \frac{80640}{1200}$ $Q = 67/2 \text{ W}$
<p>تمرین ۵۴-۱: دیواره‌ای مسطح از آجرنسوز به ضخامت ۲۵ cm از یک طرف در دمای <math>125^\circ\text{C}</math> و از طرف دیگر در دمای <math>225^\circ\text{C}</math> قرار دارد در صورتی که از هر مترمربع آن در هر دقیقه ۱۶۰ kJ گرما عبور کند مطلوبست:</p> <p>الف) ضریب هدایت حرارتی دیواره برحسب <math>\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}</math> چقدر می‌شود</p> <p>ب) شیب حرارتی دیواره را برحسب <math>\frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}</math> حساب کنید.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۳۲-۱: دیواره‌ای مسطح از آجرنسوز به ضخامت ۲۰ cm از یک طرف در دمای <math>120^\circ\text{C}</math> و از طرف دیگر در دمای <math>200^\circ\text{C}</math> قرار دارد در صورتی که از هر مترمربع آن در دقیقه ۴۲ کیلوکالری گرما عبور کند مطلوبست:</p> <p>الف) ضریب هدایت حرارتی دیواره برحسب <math>\frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}</math></p> <p>ب) شیب حرارتی دیواره برحسب <math>(\frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}})</math></p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده‌ها و خواسته به‌طور خلاصه نوشته می‌شود.</p>

داده‌ها	خواسته‌ها
$d = ۲۰ \text{ cm}$	$K = ? \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{s}}$  $\theta = ? \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$ شیب حرارتی
$\theta_p = ۱۲۰۰ \text{ }^\circ\text{C}$	
$\theta_1 = ۲۰۰ \text{ }^\circ\text{C}$	
$q_e = ۴۲ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{min}}$	

مرحله ۲) تبدیل واحد: واحد  $q_e$  از  $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{min}}$  به  $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$  تبدیل می‌کنیم.

$$q_e = ۴۲ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{min}}$$

$$q_e = ۴۲ \frac{۱۰۰۰ \text{ cal}}{۱۰۰۰۰ \text{ cm}^2 \times ۶۰ \text{ s}}$$

$$q_e = \frac{۴۲ \times ۱۰۰۰ \text{ cal}}{۱۰۰۰۰ \times ۶۰ \text{ cm}^2 \cdot \text{s}}$$

$$q_e = \frac{۴۲}{۶۰۰}$$

$$q_e = ۰/۰۷ \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه  $q_e$  شدت جریان حرارتی مخصوص برای قسمت الف:

$$q_e = k \frac{(\theta_p - \theta_1)}{d}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه

$$۰/۰۷ = \frac{k(۱۲۰۰ - ۲۰۰)}{۲۰}$$

محاسبات ریاضی:

$$۰/۰۷ = \frac{k \times ۱۰۰۰}{۲۰}$$

رابطه را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$(k \times ۱۰۰۰) \times ۱ = ۰/۰۷ \times ۲۰$$

$$k \times ۱۰۰۰ = ۱/۴$$

طرفین رابطه را بر ضریب k تقسیم می کنیم

$$\frac{k \times 1 \phi \phi \phi}{1 \phi \phi \phi} = \frac{1/4}{1000}$$

$$k = 1/4 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c.s}}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه شیب حرارتی برای قسمت ج

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{d}$$

مرحله ۶) جای گذاری داده ها در رابطه

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1200 - 200}{20}$$

$$\text{شیب حرارتی} = \frac{1000}{20}$$

$$\text{شیب حرارتی} = 50 \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}}$$

تمرین ۵۵-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:

$D_1 = 1800 \text{ mm}$	$L = 1/5 \text{ m}$
$D_2 = 1400 \text{ mm}$	$k_1 = 0/003 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c.s}}$
$D_3 = 110 \text{ cm}$	$K_{\text{eq}} = 6 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c.s}}$
$\theta_1 = 110 \text{ }^\circ\text{C}$	
$\theta_3 = 1200 \text{ }^\circ\text{C}$	
$\pi = 3$	

الف) مقدار حرارت انتقال یافته در ۰/۵ ساعت از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری  
 ب) درجه حرارت در فصل مشترک دولایه برحسب درجه سانتی‌گراد.  
 حل (توسط هنجرو):

مثال ۳۳-۱: مشخصات یک کوره استوانه‌ای دولایه به شرح زیر می‌باشد با توجه به معلومات داده شده مطلوبست:

$D_1 = 150 \text{ cm}$	$K_{\text{eq}} = 8 \times 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c.s}}$
$D_2 = 130 \text{ cm}$	
$D_3 = 100 \text{ cm}$	$k_1 = 0/002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{c.s}}$
$\theta_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$	
$\theta_3 = 1100 \text{ }^\circ\text{C}$	
$\pi = 3$	
$L = 120 \text{ cm}$	

الف) مقدار حرارت انتقال یافته در ۶۰ دقیقه از این دیواره برحسب کالری و کیلوکالری  
 ب) درجه حرارت در فصل مشترک دولایه برحسب درجه سانتی‌گراد.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور مختصر

نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$D_1 = 150 \text{ cm}$ $D_p = 130 \text{ cm}$ $D_w = 100 \text{ cm}$ $\theta_1 = 100^\circ \text{ C}$ $\theta_w = 1100^\circ \text{ C}$ $\pi = 3$ $L = 120 \text{ cm}$ $t = 60 \text{ min}$ $k_1 = 0/002 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$ $K_{eq} = 8 \times 10^{-2} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s}}$	$Q = ? \text{ cal}$  $Q = ? \text{ kcal}$  $\theta_p = ? \text{ } ^\circ \text{C}$

مرحله (۲) تبدیل واحد: واحد زمان از دقیقه به ثانیه تبدیل می‌شود.

$$t = 60 \text{ min}$$

$$t = 60 \times 60 \text{ s}$$

$$t = 3600 \text{ s}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه انتقال حرارت به روش

هدایت در دیواره استوانه‌ای دولایه برای قسمت الف.

$$Q = \pi K_{eq} L t (\theta_w - \theta_1)$$

مرحله (۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق.

$$Q = 3 \times 8 \times 10^{-2} \times 120 \times 3600 (1100 - 100)$$

$$Q = 3 \times 8 \times 10^{-2} \times 120 \times 3600 \times 1000$$

$$Q = 10368000 \text{ cal}$$

\* برای تبدیل kcal به cal مقدار Q را بر ۱۰۰۰

تقسیم می‌کنیم.

$$Q = 10368000 \div 1000$$

$$Q = 10368 \text{ kcal}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه انتقال حرارت برای لایه ۱ و قرار دادن Q حساب شده.

$$Q = \frac{\pi k_1 L t}{\frac{D_1 - D_p}{D_1 + D_p}} (\theta_p - \theta_1)$$

مرحله ۶) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$10368000 = \frac{3 \times 0.002 \times 120 \times 3600}{\frac{150 - 130}{150 + 130}} (\theta_p - 100)$$

$$10368000 = \frac{2592(\theta_p - 100)}{280}$$

$$\frac{10368000}{1} = \frac{2592\theta_p - 2592 \times 100}{0.07}$$

عبارت فوق را طرفین و وسطین می‌کنیم

$$2592\theta_p - 259200 = 10368000 \times 0.07$$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$2592\theta_p = 725760$$

طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{2592\theta_p}{2592} = \frac{725760}{2592}$$

$$\theta_p = 280^\circ \text{C}$$

## سیمای فصل دوم

### انبساط و انقباض اجسام

۲-۱- انبساط خطی، سطحی و

حجمی

۲-۲-۱- انبساط ظاهری و

حقیقی مایعات

۲-۲-۲- تعیین انبساط

سطوح سوراخ دار و

حجم‌های توخالی

۲-۳-۱- انقباض در حالت

مذاب

- انقباض حین انجماد

(خمیری)

۲-۳-۲- انقباض در حالت

جامد

۲-۳-۳- تغییرات چگالی

نسبت به انبساط و انقباض

اجسام

۲-۲- روابط انبساط خطی،

سطحی و حجمی

۲-۳- انقباض اجسام در اثر

کاهش درجه حرارت

۲- انبساط و انقباض

اجسام

## انبساط و انقباض اجسام

**تعریف انبساط :** هنگامی که اجسام حرارت داده می‌شوند ابعاد و در نتیجه حجم آنها افزایش پیدا می‌کند، این افزایش در ابعاد و حجم اجسام را انبساط می‌گویند.

تعریف انقباض : هنگامی که اجسام تحت سرما یا برودت قرار می‌گیرند، ابعاد و در نتیجه حجم آنها کاهش پیدا می‌کند، این کاهش در ابعاد و حجم اجسام را انقباض می‌گویند.

مثال : اگر یک میله فلزی را از درجه حرارت محیط ( $25^{\circ}\text{C}$ ) حرارت دهیم، هرچقدر درجه حرارت افزایش می‌یابد، طول میله افزایش می‌یابد، برعکس اگر درجه حرارت میله مجدد تا درجه حرارت محیط کاهش داده شود، با کاهش درجه حرارت طول میله کوتاه‌تر می‌شود و به اندازه اولیه برمی‌گردد. البته این تغییر طول در انبساط و انقباض مقدار کمی می‌باشد.

مثال دیگر در هنگام سرد شدن مذاب در قالب می‌باشد، به این صورت که با کاهش درجه حرارت، مذاب منقبض شده تا درجه حرارت انجماد، همچنین در هنگام انجماد به علت تبدیل حالت مایع به جامد نیز مجدد انقباض حاصل شده که به انقباض حین انجماد معروف است. از طرف دیگر جامد ایجاد شده نیز با کاهش درجه حرارت تا رسیدن به درجه حرارت محیط ( $25^{\circ}\text{C}$ ) مجدد منقبض می‌شود. بنابراین در هنگام انجماد مذاب در قالب معمولاً سه نوع انقباض صورت می‌گیرد که این انقباض‌ها معمولاً عیوبی را در قطعه ریختگی ایجاد می‌کنند. بنابراین باید در کلیه مراحل ریخته‌گری، مدلسازی، تکنولوژی قالب و انجماد و همچنین اثرات درجه حرارت فوق ذوب، ترکیب آلیاژ و نحوه انجماد آن و میزان انقباض ایجاد شده در نظر گرفته شود تا بتوان قطعه‌ای با کم‌ترین عیوب به دست آورد، لذا لازم است جهت طراحی، ابتدا بتوان مقادیر انبساط و انقباض محاسبه نمود.

### ۱-۲- انبساط خطی، سطحی و حجمی :

اگر تمام نقاط یک جسم را به‌طور یکنواخت حرارت دهیم نه تنها طول آن افزایش می‌یابد بلکه سطوح مختلف و حجم آن نیز افزایش می‌یابد که در مورد تمام حالات ماده (جامد، مایع، گاز) به غیر از چند مورد استثناء این پدیده اتفاق می‌افتد، اما در مورد جامدات این افزایش در طول، سطح و حجم مقدار کمی می‌باشد و بستگی به ابعاد اولیه، جنس و میزان درجه حرارت آنها دارد. در مورد مایعات و گازها افزایش طول، سطح و حجم یا به عبارت دیگر انبساط خطی یا طولی، انبساط سطحی و انبساط حجمی بیشتر می‌باشد. علت اصلی این پدیده این است که در اثر افزایش درجه حرارت جسم، انرژی اتم‌ها و مولکول‌های جسم افزایش یافته و در نتیجه دامنه حرکت و ارتعاشات آنها زیاد می‌شود، که این افزایش دامنه حرکت و ارتعاشات نیاز به فضای بیشتری دارد و در نتیجه ابعاد جسم بزرگ‌تر شده و به عبارت دیگر منبسط می‌شود.

انبساط خطی متناسب با طول اولیه جسم ( $L_0$ ) و درجه حرارت آن ( $^{\circ}\text{C}$ ) می‌باشد، علاوه بر این دو عامل،

انبساط خطی به ضریب انبساط خطی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی می‌باشد بستگی دارد. که به‌طور خلاصه ازدیاد واحد طول به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ( $^{\circ}\text{C}$  یا  $^{\circ}\text{K}$ ) را ضریب انبساط خطی می‌نامند که آن را با  $\alpha$  نشان می‌دهند.

به همین ترتیب انبساط سطحی جسم متناسب با سطح اولیه و درجه حرارت جسم می‌باشد. علاوه بر این دو عامل، انبساط سطحی به ضریب انبساط سطحی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی است بستگی دارد، که بنا به تعریف ازدیاد واحد سطح جسم به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ( $^{\circ}\text{C}$  یا  $^{\circ}\text{K}$ ) را ضریب انبساط سطحی می‌نامند که آن را با  $\beta$  نشان می‌دهند. به همین ترتیب انبساط حجمی متناسب با حجم اولیه و درجه حرارت جسم می‌باشد علاوه بر این دو عامل، انبساط حجمی به ضریب انبساط حجمی که متناسب با جنس جسم و فاصله دمایی می‌باشد، بستگی دارد و بنا به تعریف، ازدیاد حجم جسم به ازای افزایش یک واحد درجه حرارت ( $^{\circ}\text{C}$  و  $^{\circ}\text{K}$ ) را ضریب انبساط حجمی می‌گویند و آن را با  $\gamma$  نشان می‌دهند.

با توجه به این که این ضرایب متناسب با فاصله دمایی (از  $\theta_1$  تا  $\theta_2$ ) می‌باشند، معمولاً مقدار متوسط آنها را در آن فاصله دمایی در نظر می‌گیرند.

۲-۲- روابط انبساط خطی، سطحی و حجمی :

انبساط خطی : یک میله فلزی را در نظر می‌گیریم اگر فرض کنیم که در صفر درجه سانتی‌گراد، طول میله  $L_0$  باشد، اگر میله را تا درجه حرارت  $\theta$  حرارت دهیم، طول میله  $L$  خواهد بود در این صورت میزان انبساط خطی یا طولی میله برابر خواهد بود با  $L - L_0$  که معمولاً آن را با  $\Delta L$  نشان می‌دهند، که خواهیم داشت :

$$\Delta L = L - L_0$$

هرچقدر که طول اولیه یا  $L_0$  بیشتر باشد، میزان انبساط نیز به همان اندازه بیشتر خواهد بود، بنابراین انبساط طولی میله متناسب با طول اولیه ( $L_0$ ) خواهد بود به عبارت دیگر :

$$\Delta L \propto L$$

مثلاً اگر طول میله ۱cm باشد، انبساط طولی آن ۱mm خواهد شد. اما اگر طول میله ۱۰cm باشد انبساط طولی آن ۱۰mm خواهد شد.

از طرف دیگر هرچقدر درجه حرارت ( $\theta$ ) بیشتر باشد، میزان انبساط نیز بیشتر خواهد شد یعنی :  $\Delta L \propto \theta$  به عنوان مثال اگر یک میله ۱۰cm را تا  $100^{\circ}\text{C}$  حرارت دهیم، میزان انبساط آن حدود ۱mm خواهد شد. اما اگر آن را تا  $1000^{\circ}\text{C}$  حرارت دهیم، میزان انبساط آن حدود ۱۰mm خواهد شد.

$$\Delta L \propto L \theta$$

بنابراین با توجه به رابطه ۱ و ۲ می‌توان نوشت :

حال برای این که این تناسب را به تساوی تبدیل کنیم، نیاز به یک ضریب می‌باشد، که این ضریب را با  $\alpha$



نمایش می‌دهند، که قبلاً توضیح داده شد، در نتیجه میزان انبساط خطی برابر خواهد بود با :

$$\Delta L = \alpha L_0 \theta$$

از طرفی  $\Delta L = L - L_0$  می‌باشد بنابراین خواهیم داشت :

$$L - L_0 = \alpha L_0 \theta$$

$$L = \alpha L_0 \theta + L_0$$

$$L = L_0 (1 + \alpha \theta)$$

این رابطه در صورتی قابل استفاده است که اندازه  $\theta$  کوچک باشد که به این ترتیب تقریباً می‌توان ضریب انبساط خطی را ثابت در نظر گرفت، اما در درجه حرارت‌های بالا یا در فاصله‌های دمایی زیاد، ضریب انبساط خطی ( $\alpha$ ) ثابت نیست و متناسب با درجه حرارت تغییر می‌کند. مثلاً ضریب انبساط خطی آهن در  $(-200^\circ\text{C})$  برابر  $\frac{1}{0.000016} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  و در صفر درجه سانتی‌گراد حدود  $\frac{1}{0.000012} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  و در  $600^\circ\text{C}$  برابر  $\frac{1}{0.000016} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  می‌باشد. در این حالت بهتر است از ضریب انبساطی خطی متوسط ( $\bar{\alpha}$ ) استفاده شود.

رابطه به دست آمده برای زمانی است که درجه حرارت اولیه صفر می‌باشد اما در حالت کلی زمانی که درجه حرارت جسم از  $\theta_1$  به  $\theta_2$  افزایش می‌یابد، طول میله نیز از  $L_1 \rightarrow L_2$  تغییر می‌کند بنابراین رابطه به صورت زیر خواهد بود :

$$\Delta L = L_2 - L_1$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1$$

$$\Delta L = L_1 \bar{\alpha} (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\Delta L = L_1 \bar{\alpha} \Delta \theta$$

$$L_2 - L_1 = L_1 \bar{\alpha} \Delta \theta$$

$$L_2 = L_1 + L_1 \bar{\alpha} \Delta \theta$$

$$L_2 = L_1 (1 + \bar{\alpha} \Delta \theta)$$

در این رابطه :

$$= L_1 \text{ طول اولیه میله در دمای } \theta_1$$

$$= L_2 \text{ طول بعد از انبساط میله در درجه حرارت } \theta_2$$

$L_1$  و  $L_2$  : بر حسب cm ، mm یا m می‌باشد

$\Delta \theta$  : بر حسب  $^\circ\text{C}$  و  $^\circ\text{K}$

$\bar{\alpha}$  بر حسب  $\frac{1}{^\circ\text{C}}$  یا  $\frac{1}{^\circ\text{K}}$  می‌باشد.

جدول ۱-۲- ضریب انبساط خطی بعضی از اجسام در °C :

جسم	$\frac{1}{\alpha}$ و °C
آلومینیم	$24 \times 10^{-6}$
برنج	$18 \times 10^{-6}$
مس	$17 \times 10^{-6}$
اینوار (آلیاژ آهن و نیکل)	$9 \times 10^{-6}$
آهن و فولاد	$12 \times 10^{-6}$
سرب	$29 \times 10^{-6}$
شیشه معمولی (تقریبی)	$10 \times 10^{-6}$
چینی	$3 \times 10^{-6}$
شیشه کوارتز	$7 \times 10^{-6}$
اینوار مخصوص (آلیاژ آهن، نیکل و کرم)	$3 \times 10^{-6}$
تنگستن	$4 \times 10^{-6}$
چوب (عمود بر الیاف)	$30 \times 10^{-6}$
چوب (به موازات الیاف)	$6 \times 10^{-6}$
روی	$30 \times 10^{-6}$
گرافیت	$7/9 \times 10^{-6}$
چدن	$10/2 \times 10^{-6}$

تمرین ۱-۲: طول یک قطعه فلزی در °C ۲۵ برابر ۱/۵m می‌باشد افزایش طول آن را در دمای °C ۳۵ برحسب mm به دست آورید. ضریب انبساط خطی فلز به طور متوسط در این فاصله دمایی  $\frac{1}{12} \times 10^{-6}$  °C است.

حل (توسط هنرجو) :

مثال ۱-۲: طول یک میله آهنی در °C ۱۰۰ برابر ۱۰۰cm می‌باشد. افزایش طول آن را در دمای °C ۲۵ برحسب mm به دست آورید. ضریب انبساط خطی آهن به طور متوسط در این فاصله دمایی  $\frac{1}{14} \times 10^{-6}$  °C است.

حل :

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه

با واحد مربوطه می‌نویسیم.

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 0^\circ\text{C}$	$L_p = ? \text{ cm}$
$L_1 = 100^\circ\text{C}$	$\Delta L = ? \text{ mm}$
$\theta_p = 250^\circ\text{C}$	
$\bar{\alpha} = 14 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله (۲) رابطه مربوط به مسأله نوشته می‌شود.

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$$

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

$$L_p = 100(1 + 14 \times 10^{-6}(250 - 0))$$

$$L_p = 100(1 + 14 \times 10^{-6} \times 250)$$

$$L_p = 100(1/0035)$$

$$L_p = 100/35 \text{ cm}$$

$$\Delta L = L_p - L_1$$

$$\Delta L = 100/35 - 100$$

$$\Delta L = 0/35 \text{ cm}$$

چون  $\Delta L$  را برحسب mm خواسته است لذا تبدیل

واحد از cm به mm انجام می‌دهیم :

$$\Delta L = 0/35 \times 10 \text{ mm}$$

$$\Delta L = 3/5 \text{ mm}$$

تمرین ۲-۲: طول یک میله گرافیتی پس از رسیدن به  $600^{\circ}\text{C}$  برابر  $13500\text{mm}$  می باشد. طول اولیه میله در  $120^{\circ}\text{C}$  چقدر است. ضریب انبساط خطی میله در این فاصله دمایی برابر  $\frac{1}{10^6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  می باشد. حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۲: طول یک میله مسی پس از رسیدن به  $500^{\circ}\text{C}$  برابر  $250\text{cm}$  می باشد، طول اولیه این میله در  $100^{\circ}\text{C}$  چقدر است، ضریب انبساط خطی مس در این فاصله دمایی  $\frac{1}{10^6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  می باشد. حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می شود.

داده ها	خواسته ها
$\theta_1 = 100^{\circ}\text{C}$ $\theta_p = 500^{\circ}\text{C}$ $L_p = 250\text{cm}$ $\alpha = 20 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$	$L_1 = ? \text{ cm}$

مرحله (۲) رابطه مربوط به مسأله نوشته می شود

$$L_p = L_1(1 + \alpha\Delta\theta)$$

در این رابطه

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$$

$$L_p = L_1(1 + \alpha(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده ها

$$250 = L_1(1 + 20 \times 10^{-6}(500 - 100))$$

$$250 = L_1(1 + 20 \times 10^{-6} \times 400)$$

$$250 = L_1 \times 1/008$$

طرفین تساوی را بر ضریب  $L_1$  تقسیم می کنیم

$$\frac{250}{1/008} = \frac{L_1 \times 1/008}{1/008}$$

$$L_1 = 248/02\text{cm}$$

تمرین ۳-۲: قطر یک استوانه فلزی در  $120^{\circ}\text{C}$  برابر  $18\text{dm}$  و در  $65^{\circ}\text{C}$  برابر  $1850\text{mm}$  می باشد. ضریب انبساط خطی متوسط فلز را به دست آورید.  
حل (توسط هنجو):

مثال ۳-۲: طول یک میله فلزی در  $100^{\circ}\text{C}$  برابر  $1500\text{mm}$  و در  $500^{\circ}\text{C}$  برابر  $155\text{cm}$  می باشد، ضریب انبساط خطی متوسط این میله فلزی را به دست آورید.  
حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

داده ها	خواسته ها
$\theta_1 = 100^{\circ}\text{C}$ $L_1 = 1500\text{mm}$ $\theta_p = 500^{\circ}\text{C}$ $L_p = 155\text{cm}$	$\bar{\alpha} = ?$

مرحله (۲) تبدیل واحد طول از  $\text{mm}$  به  $\text{cm}$  تبدیل می شود.

$$L_1 = 1500\text{mm}$$

$$1\text{mm} = 0.1\text{cm}$$

داریم

$$L_1 = 1500 \times \frac{1}{10}\text{cm}$$

$$L_1 = 150\text{cm}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه :

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

$$155 = 150(1 + \bar{\alpha}(500 - 100))$$

$$155 = 150(1 + \bar{\alpha} \times 400)$$

عدد  $150$  در عددهای داخل پرانتز ضرب می شود.

$$155 = 150 \times 1 + \bar{\alpha} \times 400 \times 150$$

$$155 = 150 + 60000\bar{\alpha}$$

معلوم‌ها یک طرف تساوی.

$$155 - 150 = 60000\bar{\alpha}$$

$$5 = 60000\bar{\alpha}$$

طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود

$$\frac{5}{60000} = \frac{60000\bar{\alpha}}{60000}$$

$$\bar{\alpha} = 8.3 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

تمرین ۴-۲: قطر یک بوش فلزی در  $20^\circ\text{C}$   $2/5\text{cm}$  و بعد از حرارت دادن به  $25/5\text{mm}$  افزایش می‌یابد. در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط آن برابر  $\frac{1}{5} \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  باشد، درجه حرارت نهایی بوش فلزی را به دست آورید.

حل (توسط هنجو):

مثال ۴-۲: طول یک میله فلزی در صفر درجه سانتی‌گراد  $2000\text{mm}$  و بعد از حرارت دادن به  $2003\text{mm}$  افزایش می‌یابد. در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط آن برابر  $\frac{1}{5} \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  باشد درجه حرارت نهایی میله فلزی را به دست آورید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 0^\circ\text{C}$	$\theta_p = ? \quad ^\circ\text{C}$
$L_1 = 2000\text{mm}$	
$L_p = 2003\text{mm}$	
$\bar{\alpha} = 1/5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه :

$$2003 = 2000(1 + 12/5 \times 10^{-6}(\theta_p - 0))$$

$$2003 = 2000(1 + 12/5 \times 10^{-6}\theta_p)$$

$$2003 = 2000 + 2000 \times 12/5 \times 10^{-6}\theta_p$$

$$2003 - 2000 = 0.025\theta_p$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{3}{0.025} = \frac{0.025\theta_p}{0.025}$$

$$\theta_p = \frac{3}{0.025}$$

$$\boxed{\theta_p = 120^\circ\text{C}}$$

تمرین ۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به قطر ۶۵/۴mm درون یک بوش، لازم است میله را سرد کنیم، اگر قطر داخلی بوش ۶/۵cm باشد ضخامت بوش در مقابل قطر آن ناچیز باشد، دمای لازم برای سرد کردن میله حداقل چند درجه سانتی‌گراد باید باشد (دمای محیط ۲۵°C و ضریب انبساط خطی متوسط برابر  $\frac{1}{c} \times 10^{-6}$  می‌باشد).  
حل (توسط هنجرو):

مثال ۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به قطر ۵۰/۴mm درون یک بوش لازم است بوش را گرم کنیم. اگر قطر داخلی بوش ۵۰mm بوده و ضخامت بوش در مقابل قطر آن ناچیز باشد. دمای لازم برای گرم کردن بوش حداقل چند درجه سانتی‌گراد باید باشد؟ (دمای محیط ۲۵°C و  $\frac{1}{c} \times 10^{-6}$ ).

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$D_1 = 50\text{mm}$	$\theta_p = ? \text{ } ^\circ\text{C}$
$D_p = 50/4\text{mm}$	
$\theta_1 = 25^\circ\text{C}$	
$\bar{\alpha} = 10 \times 10^{-6} \frac{1}{c}$	

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه</p> $D_p = D_1(1 + \alpha \Delta\theta)$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها</p> $50/4 = 50(1 + 10 \times 10^{-6} \times \Delta\theta)$ $50/4 = 50 \times 1 + 50 \times 10 \times 10^{-6} \times \Delta\theta$ $50/4 = 50 + 5 \times 10^{-4} \Delta\theta$ $50/4 - 50 = 5 \times 10^{-4} \Delta\theta$ $0/4 = 5 \times 10^{-4} \Delta\theta$ <p>طرفین تقسیم بر ضریب مجهول</p> $\frac{0/4}{5 \times 10^{-4}} = \frac{5 \times 10^{-4} \Delta\theta}{5 \times 10^{-4}}$ $\Delta\theta = 800^\circ\text{C}$ $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $800 = \theta_p - 25$ $800 + 25 = \theta_p$ $\theta_p = 825^\circ\text{C}$
	<p>تمرین ۶-۲: طول یک میله آلومینیمی در <math>5^\circ\text{C}</math> برابر <math>85\text{cm}</math> است. افزایش طول آن برحسب <math>\text{mm}</math> در <math>155^\circ\text{C}</math> چقدر می‌شود، ضریب انبساط خطی آلومینیم به‌طور متوسط در این فاصله دمایی <math>\frac{1}{5} \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}</math> است</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>



	<p>تمرین ۲-۷: طول یک میله مسی در <math>15^{\circ}\text{C}</math> برابر <math>115\text{cm}</math> است، افزایش طول آن برحسب <math>\text{mm}</math> در <math>185^{\circ}\text{C}</math> حساب کنید، ضریب انبساط خطی میله مسی به طور متوسط در این فاصله دمایی <math>\frac{1}{14} \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}</math> می باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

\* برای به دست آوردن میزان انبساط قطعات و اجسام می توان مقدار انبساط ابعاد مختلف آنها را به دست آورد سپس به کمک آنها می توان اندازه سطح و حجم انبساط یافته را به دست آورد. به طور مثال اگر یک جسم استوانه ای شکل داشته باشید می توانیم ابتدا میزان انبساط قطر و ارتفاع آن را به دست آوریم و سپس با استفاده از آنها سطح و حجم انبساط یافته را محاسبه نماییم. اما این کار زمان بر است و حجم محاسبات را افزایش می دهد. به همین منظور باید بتوانیم میزان انبساط سطحی و حجمی را مستقیماً به دست آوریم. برای این منظور روابطی مانند رابطه انبساط خطی برای محاسبه میزان انبساط سطح و حجم وجود دارد. در مورد انبساط سطحی رابطه

$$A = A_0(1 + \beta\theta)$$

به صورت زیر است :

که در آن :

$A$  = میزان سطح انبساط یافته در درجه حرارت  $\theta$  بر حسب مترمربع، سانتی مترمربع و میلی مترمربع

$A_0$  = میزان سطح اولیه در درجه حرارت صفر درجه سانتی گراد بر حسب مترمربع، سانتی مترمربع،

میلی مترمربع

$$\beta = \text{ضریب انبساط سطحی بر حسب } \frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ یا } \frac{1}{^\circ\text{K}}$$

$$\theta = \text{درجه حرارت نهایی بر حسب } ^\circ\text{C} \text{ یا } ^\circ\text{K}$$

با توجه به تجربیات به دست آمده معمولاً ضریب انبساط سطحی ( $\beta$ ) را دو برابر ضریب انبساط خطی ( $\alpha$ ) در

نظر می گیرند یعنی

$$\beta = 2\alpha$$

رابطه انبساط سطحی را می توان برای به دست آوردن، میزان انبساط سطحی ایجاد شده هنگامی که از درجه

حرارت  $\theta_1$  به  $\theta_2$  می رسیم به صورت زیر نوشت :

$$A_2 = A_1(1 + \bar{\beta}.\Delta\theta)$$

که در آن :

$$A_2 = \text{سطح انبساط یافته در درجه حرارت } \theta_2$$

$$A_1 = \text{سطح اولیه در درجه حرارت } \theta_1$$

$\bar{\beta}$  = ضریب انبساط سطحی متوسط در فاصله دمایی  $\theta_1$  و  $\theta_2$  (لازم به توضیح است که با تغییر

درجه حرارت میزان انبساط خطی و در نتیجه ضریب انبساط سطحی تغییر می کند بنابراین در یک

فاصله دمایی ضریب انبساط سطحی متوسط در نظر می گیرند).

\* در مورد انبساط حجمی رابطه به صورت زیر است :

$$V = V_0(1 + \gamma\theta)$$

که در آن :

$V =$  حجم انبساط یافته در درجه حرارت  $\theta$  بر حسب مترمکعب، سانتی متر مکعب و میلی متر مکعب  
 $V_0 =$  حجم انبساط یافته در درجه حرارت صفر درجه سانتی گراد بر حسب مترمکعب، سانتی متر مکعب  
 و میلی متر مکعب

$$\gamma = \text{ضریب انبساط حجمی بر حسب } \frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ یا } \frac{1}{^\circ\text{K}}$$

$$\theta = \text{درجه حرارت نهایی بر حسب } ^\circ\text{C} \text{ یا } ^\circ\text{K}$$

با توجه به تجربیات به دست آمده معمولاً ضریب انبساط حجمی ( $\gamma$ ) را سه برابر ضریب انبساط خطی ( $\alpha$ ) در

نظر می گیرند یعنی

$$\gamma = 3\alpha$$

همچنین رابطه انبساط حجمی را می توان برای به دست آوردن میزان انبساط حجمی ایجاد شده هنگامی که از

درجه حرارت  $\theta_1$  به  $\theta_2$  می رسیم به صورت زیر نوشت :

$$V_2 = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

که در آن :

$$V_2 = \text{حجم انبساط یافته در درجه حرارت } \theta_2$$

$$V_1 = \text{حجم اولیه در درجه حرارت } \theta_1$$

$$\bar{\gamma} = \text{ضریب انبساط حجمی متوسط در فاصله دمایی } \theta_1 \text{ و } \theta_2$$

$$\Delta\theta = \text{اختلاف درجه حرارت بین } \theta_1 \text{ و } \theta_2$$

تمرین ۸-۲: یک ورق فلزی به مساحت  $650 \text{ cm}^2$  در  $35^\circ\text{C}$  را تا  $30^\circ\text{C}$  حرارت داده ایم با فرض این که ضریب انبساط خطی متوسط فلز  $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times 24$  باشد، مساحت نهایی ورق را بعد از انبساط بر حسب مترمربع به دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۶-۲: یک ورق فلزی با مساحت  $0/5$  مترمربع در  $25^\circ\text{C}$  را تا  $200^\circ\text{C}$  حرارت داده ایم با فرض این که ضریب انبساط خطی متوسط فلز  $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times 28$  باشد مساحت نهایی ورق را بعد از انبساط بر حسب سانتی متر مربع به دست آورید.

حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با واحد مربوطه نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$A_p = ? \text{ cm}^2$	$A_1 = 0.5 \text{ m}^2$ $\theta_1 = 25^\circ \text{C}$ $\theta_p = 200^\circ \text{C}$ $\bar{\alpha} = 28 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

در این رابطه

$$\begin{cases} \bar{\beta} = 2\alpha \\ \Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \end{cases}$$

پس خواهیم داشت :

$$A_p = A_1(1 + 2\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_p = 0.5(1 + 2 \times 28 \times 10^{-6}(200 - 25))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی :

$$A_p = 0.5(1 + 56 \times 10^{-6} \times 175)$$

$$A_p = 0.5(1 + 0.0098)$$

$$A_p = 0.5(1.0098)$$

$$A_p = 0.5049 \text{ m}^2$$

چون واحد را به  $\text{cm}^2$  خواسته است لذا  $\text{m}^2$  را به

$\text{cm}^2$  تبدیل می‌کنیم :

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$$

$$A_p = 0.5049 \times 10000 \text{ cm}^2$$

$$A_p = 5049 \text{ cm}^2$$

تمرین ۲-۹: یک ورق فلزی به ابعاد  $1/5 \times 1$  متر در درجه حرارت  $35^\circ\text{C}$  را تا  $28^\circ\text{C}$  حرارت داده‌ایم. سطح ورق را برحسب سانتی‌متر مربع پس از انبساط به دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط  $\frac{1}{c} \times 10^{-6}$  می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۷: یک ورق فلزی به شکل مستطیل با طول و عرض  $100$  و  $50$  سانتی‌متر در درجه حرارت  $25^\circ\text{C}$  را تا  $25^\circ\text{C}$  حرارت داده‌ایم. سطح ورق را برحسب مترمربع پس از انبساط به دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط فلز  $\frac{1}{c} \times 10^{-6}$  می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$100\text{cm} = \text{طول ورق}$ $50\text{cm} = \text{عرض ورق}$ $\theta_1 = 25^\circ\text{C}$ $\theta_2 = 25^\circ\text{C}$ $\bar{\alpha} = 15 \times 10^{-6} \frac{1}{c}$	$A_2 = ? \text{ m}^2$

مرحله (۲) به دست آوردن سطح اولیه :

عرض  $\times$  طول = مساحت مستطیل  $A_1$

$$A_1 = 100 \times 50$$

$$A_1 = 5000\text{cm}^2$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_2 = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

همان طوری که قبلاً گفته شد می‌دانیم که :

$$\bar{\beta} = 2\bar{\alpha}$$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

لذا خواهیم داشت :

$$A_2 = A_1(1 + 2\bar{\alpha}(\theta_2 - \theta_1))$$

$$A_2 = 5000(1 + 2 \times 15 \times 10^{-6}(25 - 25))$$

$$A_p = 5000(1 + 30 \times 10^{-6} \times 225)$$

$$A_p = 5000(1 + 0.00675)$$

$$A_p = 5000(1.00675)$$

$$A_p = 5033.75 \text{ cm}^2$$

چون جواب را بر حسب  $\text{m}^2$  خواسته لذا  $\text{cm}^2$  را به  $\text{m}^2$  تبدیل می‌کنیم.

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$$

$$A_p = 5033.75 / 75 \times \left( \frac{1}{10000} \text{ m}^2 \right)$$

$$A_p = \frac{5033.75 / 75}{10000} \text{ m}^2$$

$$A_p = 0.0669375 \text{ m}^2$$

تمرین ۱۰-۲: یک ورق مسی به شکل دایره به قطر  $120 \text{ cm}$  در دمای  $80^\circ \text{C}$  را تا  $600^\circ \text{C}$  حرارت می‌دهیم. مطلوب است سطح نهایی فلز پس از انبساط بر حسب مترمربع، ضریب انبساط خطی متوسط  $\frac{1}{c} \times 10^{-6}$  و  $\pi = 3/14$  می‌باشد.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۸-۲: یک ورق آلومینیمی به شکل دایره به شعاع  $0.8 \text{ m}$  در دمای  $50^\circ \text{C}$  را تا  $500^\circ \text{C}$  حرارت می‌دهیم. مطلوب است سطح نهایی فلز پس از انبساط بر حسب سانتی متر مربع، ضریب انبساط خطی متوسط  $\frac{1}{c} \times 10^{-6}$  و  $\pi = 3$  می‌باشد.  
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$R = 0.8 \text{ m}$	$A_p = ? \text{ cm}^2$
$\theta_1 = 50^\circ \text{C}$	
$\theta_p = 500^\circ \text{C}$	
$\bar{\alpha} = 26 \times 10^{-6} \frac{1}{c}$	

مرحله (۲) مساحت دایره را حساب می‌کنیم.  
مساحت دایره  $= \pi \times (R)^2$

	$A_1 = 3 \times (0/8)^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"><math>A_1 = 1/92m</math></div> <p>مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :</p> $A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$ <p>می دانیم که : <math>\bar{\beta} = 2\bar{\alpha}</math> و <math>\Delta\theta = \theta_p - \theta_1</math> لذا خواهیم داشت :</p> $A_p = A_1(1 + 2\alpha(\theta_p - \theta_1))$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در فرمول فوق</p> $A_p = 1/92(1 + 2 \times 26 \times 10^{-6}(500 - 50))$ <p>مرحله ۵) محاسبات ریاضی :</p> $A_p = 1/92(1 + 52 \times 10^{-6} \times 450)$ $A_p = 1/92(1 + 0/0234)$ $A_p = 1/92(1/0234)$ $A_p = 1/964928m^2$ <p>چون برحسب <math>cm^2</math> خواسته شده، <math>m^2</math> را به <math>cm^2</math> تبدیل می کنیم</p> $A_p = 1/964928 \div 10000 cm^2$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"><math>A_p = 19649/28 cm^2</math></div>
<p>تمرین ۱۱-۲: یک ورق فولادی را از <math>0^\circ C</math> تا <math>950^\circ C</math> حرارت داده ایم اگر بعد از حرارت دادن مساحت آن به <math>7000 cm^2</math> برسد مساحت اولیه ورق را در <math>0^\circ C</math> برحسب مترمربع حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد در این فاصله دمایی برابر <math>\frac{1}{13} \times 10^{-6} / ^\circ C</math> است.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۹-۲: یک ورق آلومینیم از <math>25^\circ C</math> تا <math>500^\circ C</math> حرارت داده می شود اگر بعد از حرارت دادن مساحت آن به <math>54m^2</math> برسد مساحت اولیه ورق در <math>25^\circ C</math> برحسب سانتی متر مربع چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیم در این فاصله دمایی برابر <math>\frac{1}{24} \times 10^{-6} / ^\circ C</math> است.</p> <p>حل:</p> <p>مرحله ۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته شود.</p>

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = ۲۵^\circ\text{C}$ $\theta_p = ۵۰^\circ\text{C}$ $A_p = ۰/۵۴\text{m}^۲$ $\bar{\alpha} = ۲۴ \times 10^{-۶} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	$A_1 = ? \text{ cm}^۲$

مرحله ۲) رابطه مربوطه نوشته می‌شود

داریم:  $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$  و  $\bar{\beta} = ۲\bar{\alpha}$

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$A_p = A_1(1 + ۲\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

محاسبات ریاضی:

$$۰/۵۴ = A_1(1 + ۲ \times ۲۴ \times 10^{-۶} (۵۰ - ۲۵))$$

$$۰/۵۴ = A_1(1 + ۴۸ \times 10^{-۶} \times ۲۵)$$

$$۰/۵۴ = A_1 \times 1/۰۲۲۸$$

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{۰/۵۴}{1/۰۲۲۸} = \frac{A_1 \times 1/۰۲۲۸}{1/۰۲۲۸}$$

$$A_1 = ۰/۵۲۸\text{m}^۲$$

چون جواب را بر حسب  $\text{cm}^۲$  خواسته است لذا  $\text{m}^۲$

را به  $\text{cm}^۲$  تبدیل می‌کنیم

$$1\text{m}^۲ = ۱۰۰۰۰\text{cm}^۲$$

$$A_1 = ۰/۵۲۸\text{m}^۲$$

$$A_1 = ۰/۵۲۸ \times ۱۰۰۰۰\text{cm}^۲$$

$$A_1 = ۵۲۸۰\text{cm}^۲$$



تمرین ۱۲-۲: سطح یک فلز در  $۲۰^{\circ}\text{C}$  و  $۶۰۰^{\circ}\text{C}$  به ترتیب  $۰/۹\text{m}^2$  و  $۰/۹۰۵\text{m}^2$  است. ضریب انبساط سطحی و خطی این فلز را در محدود دمایی فوق حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۰-۲: سطح یک فلز در صفر درجه سانتی گراد و  $۵۰۰^{\circ}\text{C}$  به ترتیب  $۵۸۰\text{cm}^2$  و  $۵۹۵\text{cm}^2$  است، ضریب انبساط سطحی و خطی این فلز را در محدوده دمایی فوق حساب کنید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه همراه

با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 0^{\circ}\text{C}$	
$\theta_p = 500^{\circ}\text{C}$	$\bar{\alpha} = ?$
$A_1 = 580\text{cm}^2$	$\bar{\beta} = ?$
$A_p = 595\text{cm}^2$	

مرحله (۲) رابطه مربوطه نوشته می‌شود.

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$595 = 580(1 + \bar{\beta}(500 - 0))$$

$$595 = 580(1 + 500\bar{\beta})$$

$$595 = 580 \times 1 + 580 \times 500\bar{\beta}$$

$$595 = 580 + 290000\bar{\beta}$$

معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$595 - 580 = 290000\bar{\beta}$$

$$15 = 290000\bar{\beta}$$

طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می‌شوند

$$\frac{15}{290000} = \frac{290000\bar{\beta}}{290000}$$

$$\bar{\beta} = 5/17 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

مرحله ۳) محاسبه مقدار  $\alpha$  :

$$\bar{\beta} = 2\bar{\alpha}$$

$$5/17 \times 10^{-5} = 2 \times \bar{\alpha}$$

طرفین بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود

$$\frac{5/17 \times 10^{-5}}{2} = \frac{2 \times \bar{\alpha}}{2}$$

$$\bar{\alpha} = 2/586 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

تمرین ۱۳-۲: یک ورق عایق که در  $15^\circ\text{C}$  دارای ابعاد  $100$  و  $120$  سانتی‌متر می‌باشد را حرارت می‌دهیم تا مساحت آن به  $1/2004\text{m}^2$  برسد مطلوب است تعیین درجه حرارت این ورق در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط این ماده در این فاصله دمایی  $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times 0/05$  می‌باشد.  
حل (توسط هنجو):

مثال ۱۱-۲: یک ورق از ماده دیرگداز به شکل مستطیل که در  $20^\circ\text{C}$  دارای طول و عرض  $0/6$  و  $0/5$  متر می‌باشد را حرارت می‌دهیم تا مساحت آن به  $0/333\text{m}^2$  برسد. مطلوب است تعیین درجه حرارت این ورق در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط این ماده در این فاصله دمایی  $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times 15$  باشد.  
حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ طول = $0/6\text{m}$ عرض = $0/5\text{m}$ $A_p = 0/333\text{m}^2$ $\bar{\alpha} = 15 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	$\theta_p = ? \quad ^\circ\text{C}$

مرحله ۲) نوشتن روابط مربوطه :

$$\begin{cases} A_1 = \text{عرض} \times \text{طول} \\ \bar{\beta} = 2\bar{\alpha} \end{cases}$$

	$A_p = A_1(1 + \beta \Delta\theta)$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $A_1 = 0.6 \times 0.5 = 0.3 \text{ m}^2$ $\bar{\beta} = 2 \times 15 \times 10^{-6} = 30 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ <p>مرحله ۴) محاسبات ریاضی :</p> $0.33 = 0.3(1 + 30 \times 10^{-6} \times \Delta\theta)$ $0.33 = 0.3 + 0.3 \times 30 \times 10^{-6} \times \Delta\theta$ $0.33 = 0.3 + 9 \times 10^{-6} \Delta\theta$ <p>معلوم‌ها در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند.</p> $0.33 - 0.3 = 9 \times 10^{-6} \Delta\theta$ $0.03 = 9 \times 10^{-6} \Delta\theta$ <p>طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌شوند</p> $\frac{0.03}{9 \times 10^{-6}} = \frac{9 \times 10^{-6} \Delta\theta}{9 \times 10^{-6}}$ $\Delta\theta = 33333 / 9$ <p>مرحله ۵) به دست آوردن <math>\theta_p</math>.</p> $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $33333 / 9 = \theta_p - 20$ $33333 / 9 + 20 = \theta_p$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> <math display="block">\theta_p = 3353 / 9 \text{ } ^\circ\text{C}</math> </div>
<p>تمرین ۱۴-۲: حجم یک قطعه شیشه‌ای در دمای <math>25^\circ\text{C}</math> برابر <math>350 \text{ cm}^3</math> است، حجم آن را در <math>25^\circ\text{C}</math> به دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط چدن در این فاصله دمایی برابر <math>1 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}</math> می‌باشد. حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۱۲-۲: حجم یک قطعه چدنی در دمای <math>25^\circ\text{C}</math> برابر <math>450 \text{ cm}^3</math> است، حجم آن را در <math>60^\circ\text{C}</math> به دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط چدن در این فاصله دمایی <math>9 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}</math> می‌باشد.</p>

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحد‌ها نوشته می‌شوند

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = ۲۵^\circ\text{C}$	$\bar{\gamma} = ? \frac{1}{^\circ\text{C}}$
$V_1 = ۴۵۰^\circ\text{C}$	
$\theta_p = ۶۰۰^\circ\text{C}$	$V_p = ? \text{ cm}^3$
$\bar{\alpha} = ۹ \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$$

$$\bar{\gamma} = ۳\bar{\alpha}$$

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها :

$$\Delta\theta = ۶۰۰ - ۲۵ = ۵۷۵^\circ\text{C}$$

$$\bar{\gamma} = ۳ \times ۹ \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$V_p = ۴۵۰(1 + ۳ \times ۹ \times 10^{-6} \times ۵۷۵)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی :

$$V_p = ۴۵۰(1 + ۰/۰۱۵۵)$$

$$V_p = ۴۵۰ \times ۱/۰۱۵۵$$

$$V_p = ۴۵۶/۹۷۶ \text{ cm}^3$$

تمرین ۱۵-۲: قطر یک کره فولادی در  $۳۰^\circ\text{C}$  برابر  $۱/۲\text{m}$  است. حجم آن را در  $۶۵۰^\circ\text{C}$  به‌دست آورید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد در این فاصله دمایی برابر  $\frac{1}{5} \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$  می‌باشد. حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۳-۲: شعاع یک کره فولادی در  $۲۵^\circ\text{C}$ ،  $۵۰\text{cm}$  است حجم آن در  $۷۰۰^\circ\text{C}$  چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد در این فاصله دمایی  $\frac{1}{25} \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$  می‌باشد. حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه

با واحدها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 25^\circ\text{C}$	$V_1 = ? \text{ cm}^3$ $V_2 = ? \text{ cm}^3$
$r = 50\text{cm}$	
$\theta_2 = 700^\circ\text{C}$	
$\bar{\alpha} = 1/25 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله ۲) محاسبه حجم کره :

$$\text{حجم کره } V_1 = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_1 = \frac{4}{3} \times \pi / 14 \times (50)^3$$

$$V_1 = \frac{4}{3} \times \pi / 14 \times 50 \times 50 \times 50$$

$$V_1 = \frac{1570000}{3}$$

$$V_1 = 523333 / 3 \text{ cm}^3$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوطه

$$V_2 = V_1(1 + \bar{\gamma} \Delta\theta)$$

اگر  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$  و  $\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$  باشد داریم :

$$V_2 = V_1(1 + 3\bar{\alpha}(\theta_2 - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_2 = 523333 / 3 (1 + 3 \times 1/25 \times 10^{-5} (700 - 25))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$V_2 = 523333 / 3 (1 + 3 / 75 \times 10^{-5} \times 675)$$

$$V_2 = 523333 / 3 (1 / 0.25)$$

$$V_2 = 536416 / 6 \text{ cm}^3$$

تمرین ۱۶-۲: یک قطعه آلومینیمی از  $۲۵^{\circ}\text{C}$  تا  $۴۵^{\circ}\text{C}$  حرارت داده می‌شود. اگر حجم آن بعد از حرارت دادن  $۷ \times 10^{-۶} \text{m}^3$  شود. حجم قطعه را در  $۲۵^{\circ}\text{C}$  برحسب سانتی‌متر مکعب به دست آورید، ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیم در فاصله دمایی

$$\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-۶} \times ۲۶ \text{ می‌باشد.}$$

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۴-۲: یک قطعه مسی از  $۲۰^{\circ}\text{C}$  تا  $۴۰۰^{\circ}\text{C}$  حرارت داده می‌شود. اگر حجم آن بعد از حرارت دادن  $۹۰۰ \text{cm}^3$  شود. حجم قطعه در  $۲۰^{\circ}\text{C}$  برحسب مترمکعب چقدر برده است. ضریب انبساط خطی متوسط مس در این فاصله دمایی  $\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \times 10^{-۶} \times ۱۶$  می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = ۲۰^{\circ}\text{C}$	$V_1 = ? \text{ m}^3$
$\theta_p = ۴۰۰^{\circ}\text{C}$	
$V_p = ۹۰۰ \text{cm}^3$	
$\bar{\alpha} = ۱۶ \times 10^{-۶} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر  $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$  و  $\bar{\gamma} = ۳\bar{\alpha}$  باشد داریم :

$$V_p = V_1(1 + ۳\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$۹۰۰ = V_1(1 + ۳ \times ۱۶ \times 10^{-۶} (۴۰۰ - ۲۰))$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$۹۰۰ = V_1(1 + ۴۸ \times 10^{-۶} \times ۳۸۰)$$

$$۹۰۰ = V_1(1 + ۰/۰۱۸)$$

$$۹۰۰ = V_1 \times 1/۰۱۸$$

طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۹۰۰}{1/۰۱۸} = \frac{V_1 \times 1/۰۱۸}{1/۰۱۸}$$

$$V_1 = 884 / 0.9 \text{ cm}^3$$

مرحله ۵) تبدیل واحد. چون جواب را بر حسب  $\text{m}^3$  خواسته لذا  $\text{cm}^3$  را به  $\text{m}^3$  تبدیل می‌کنیم

$$1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$$

طرفین تساوی بر ۱۰۰۰۰۰۰ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1}{1000000} \text{ m}^3 = \frac{1000000}{1000000} \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{1000000} \text{ m}^3$$

$$V_1 = 884 / 0.9 \text{ cm}^3$$

$$V_1 = 884 / 0.9 \times \frac{1}{1000000} \text{ m}^3$$

$$V_1 = 0.00088409 \text{ m}^3$$

$$V_1 = 8.8409 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

تمرین ۱۷-۲: حجم یک قطعه در درجه حرارت‌های  $35^\circ\text{C}$  و  $350^\circ\text{C}$  به ترتیب  $0.8 \text{ m}^3$  و  $0.804 \text{ m}^3$  می‌باشد ضریب انبساط حجمی و خطی متوسط آن را به دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۵-۲: حجم یک قطعه فلزی در درجه حرارت‌های  $25^\circ\text{C}$  و  $400^\circ\text{C}$  به ترتیب  $0.7 \text{ m}^3$  و  $0.73 \text{ m}^3$  می‌باشد، مطلوب است تعیین ضریب انبساط حجمی و خطی متوسط آن.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با

واحد‌ها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 25^\circ\text{C}$	$\bar{\gamma} = ?$
$\theta_2 = 400^\circ\text{C}$	$\bar{\alpha} = ?$
$V_1 = 0.7 \text{ m}^3$	
$V_2 = 0.73 \text{ m}^3$	

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر  $\Delta\theta = (\theta_p - \theta_1)$  باشد داریم :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$0/73 = 0/7(1 + \bar{\gamma}(400 - 25))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی :

$$0/73 = 0/7(1 + \bar{\gamma} \times 375)$$

$$0/73 = 0/7 + 0/7 \times 375 \times \bar{\gamma}$$

$$0/73 = 0/7 + 262/5\bar{\gamma}$$

اگر عددی از یک طرف تساوی به طرف دیگر تساوی

برده شود علامت آن تغییر می‌کند

$$0/73 - 0/7 = 262/5\bar{\gamma}$$

$$0/03 = 262/5\bar{\gamma}$$

طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{0/03}{262/5} = \frac{262/5\bar{\gamma}}{262/5\bar{\gamma}}$$

$$\bar{\gamma} = 1/14 \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

مرحله ۵) محاسبه ضریب انبساط حرارتی خطی

متوسط

$$\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$$

$$1/14 \times 10^{-4} = 3\bar{\alpha}$$

طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1/14 \times 10^{-4}}{3} = \frac{3\bar{\alpha}}{3}$$

$$\bar{\alpha} = 3/8 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$



تمرین ۱۸-۲: حجم یک استوانه فولادی در دمای  $25^{\circ}\text{C}$  برابر  $6/5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$  می‌باشد. پس از حرارت دادن حجم آن به  $66 \text{ cm}^3$  می‌رسد. درجه حرارت قطعه را پس از حرارت دادن به دست آورید. ضریب انبساط خطی فولاد برابر  $\frac{1}{c} \times 10^{-6}$  می‌باشد.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۶-۲: حجم یک استوانه برنجی در دمای  $30^{\circ}\text{C}$  برابر با  $75 \text{ cm}^3$  می‌باشد، پس از حرارت دادن حجم آن به  $762 \text{ cm}^3$  می‌رسد. مطلوب است درجه حرارت قطعه پس از حرارت دادن. ضریب انبساط خطی متوسط برنج برابر  $\frac{1}{c} \times 10^{-6}$  می‌باشد.  
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدهای مربوطه نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 30^{\circ}\text{C}$	$\gamma = ? \frac{1}{c}$
$V_1 = 75 \text{ cm}^3$	$\theta_p = ? \text{ }^{\circ}\text{C}$
$V_p = 762 \text{ cm}^3$	
$\bar{\alpha} = 17 \times 10^{-6} \frac{1}{c}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

اگر  $\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$  باشد داریم :

$$V_p = V_1(1 + 3\bar{\alpha}\Delta\theta)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$762 = 75(1 + 3 \times 17 \times 10^{-6} \Delta\theta)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$762 = 75 + 75 \times 3 \times 17 \times 10^{-6} \Delta\theta$$

$$762 = 75 + 0.038 \Delta\theta$$

عددهای معلوم در یک طرف تساوی قرار می‌گیرند

$$762 - 75 = 0.038 \Delta\theta$$

$$12 = 0.038 \Delta\theta$$

	<p>طرفین تساوی بر ضریب مجهول تقسیم می‌شود</p> $\frac{12}{0/038} = \frac{0/038 \Delta\theta}{0/038}$ $\Delta\theta = 315/79^{\circ}\text{C}$ <p>مرحله ۵) محاسبه <math>\theta_p</math>:</p> $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$ $315/79 = \theta_p - 30$ $315/79 + 30 = \theta_p$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> <math display="block">\theta_p = 345/79^{\circ}\text{C}</math> </div>
	<p>تمرین ۱۹-۲: حجم یک گلوله فولادی در <math>10^{\circ}\text{C}</math> برابر <math>283/5\text{cm}^3</math> است. حجم آن در <math>482^{\circ}\text{C}</math> چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی فولاد در این فاصله دمایی به‌طور متوسط <math>\frac{1}{10^6} \times 12</math> می‌باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>

تمرین ۲۰-۲: یک ورق آهنی به شکل مستطیل که طول و عرض آن در  $30^{\circ}\text{C}$  به ترتیب  $0/3$  و  $0/5$  متر است تا  $135^{\circ}\text{C}$  گرم می‌کنیم سطح ورق را بعد از انبساط برحسب  $\text{cm}^2$  حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط آهن در این فاصله دمایی  $\frac{1}{14/5} \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  می‌باشد.

حل (توسط هنرجو):

### ۱-۲-۲- انبساط ظاهری و حقیقی مایعات :

در صورتی که یک مقدار معین مایع یا مذاب که درون یک ظرف قرار دارد حرارت داده شود، علاوه بر مایع، ظرف حاوی مایع نیز منبسط می‌شود. در این حالت انبساط حجمی مایع به علت انبساط ظرف حاوی مایع کمتر از انبساط حقیقی مایع به نظر می‌رسد که به آن انبساط ظاهری مایع می‌گویند. بنابراین در محاسبات باید دقت شود که انبساط ظاهری مایعات در اثر حرارت دادن کمتر از انبساط حقیقی آنها است. به همین منظور برای به دست آوردن میزان انبساط واقعی مایعات باید انبساط ظاهری مایع را با انبساط ظرف جمع نمود، یا به عبارت دیگر :

$$\gamma_L = \gamma + \gamma_{\beta}$$

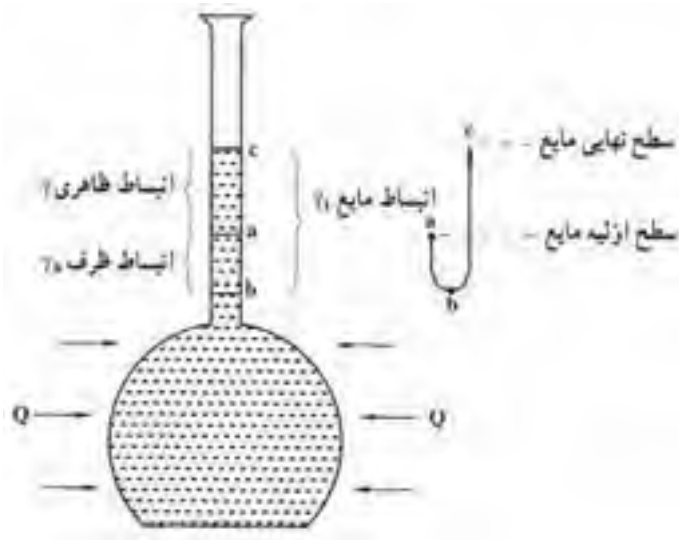
که در آن :

$\gamma_L$  : انبساط حقیقی مایع

$\gamma$  : میزان انبساط ظاهری مایع

$\gamma_{\beta}$  : میزان انبساط حجمی ظرف

این موضوع در شکل ۱-۲ نشان داده شده است.



شکل ۱-۲- تعیین انبساط حقیقی مایع

### ۲-۳- انقباض اجسام در اثر کاهش درجه حرارت :

اجسام همان‌طور که در اثر حرارت دادن انبساط پیدامی کنند و ابعادشان بزرگ‌تر می‌شود. هنگامی که سرد می‌شوند و حرارت خود را از دست می‌دهند ابعاد، سطوح و حجم آنها کاهش می‌یابد که این کاهش ابعاد، سطوح و حجم آنها در اثر کاهش درجه حرارت را انقباض می‌نامند. به‌طور مثال هنگامی که مذاب فلز در قالب ریخته‌گری می‌شود پس از گذشت زمان و از دست دادن درجه حرارت به تدریج کاهش حجم پیدا کرده و منقبض می‌شود که این مسأله با پایین رفتن سطح مذاب از راهگاه کاملاً مشهود است.

براساس تجربیات گذشته و آزمایشات صورت گرفته میزان انقباض در اثر کاهش حرارت برابر با میزان انبساط در اثر حرارت دادن است. بنابراین تمام روابطی که برای انبساط طولی، سطحی و حجمی اجسام ذکر شده است، در مورد انقباض اجسام نیز صادق است. به عنوان مثال در مورد انقباض خطی رابطه به‌صورت زیر است :

$$L_p = L_1(1 + \alpha\Delta\theta)$$

که در آن :

$L_p$  : طول جسم منقبض شده در درجه حرارت  $\theta_p$

$L_1$  : طول جسم اولیه (قبل از انقباض) در درجه حرارت  $\theta_1$

$\alpha$  : ضریب انبساط خطی

$\theta_p$  : درجه حرارت نهایی

$\theta_1$  : درجه حرارت اولیه

که  $\theta_p < \theta_1$  است.

به همین ترتیب رابطه برای انقباض سطحی و حجمی به ترتیب به صورت زیر است :

$$A_p = A_1(1 + \beta\Delta\theta)$$

$$V_p = V_1(1 + \gamma\Delta\theta)$$

که در آنها  $\theta_p < \theta_1$  و  $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$  می باشد.

همان طوری که در مثال ذکر شد ریخته‌گری فلزات و آلیاژها به علت کاهش درجه حرارت مذاب در قالب، انقباض در حالت مذاب از درجه حرارت مذاب تا رسیدن به درجه حرارت انجماد، انقباض حین انجماد در درجه حرارت انجماد و انقباض بعد از انجماد در حالت جامد تا رسیدن به درجه حرارت محیط در قطعه اتفاق می افتد، که اهمیت زیادی دارد.

### ۱-۳-۲- انقباض در حالت مذاب :

مذاب برای ریخته‌گری در قالب معمولاً تا  $100^\circ\text{C}$  الی  $200^\circ\text{C}$  بالاتر از نقطه ذوب حرارت داده می شود، سپس به داخل قالب ریخته می شود. این درجه حرارت فوق ذوب یا فوق گداز نام دارد. هنگامی که مذاب به داخل قالب ریخته می شود با گذشت زمان، درجه حرارت تا رسیدن به نقطه انجماد فلز کاهش می یابد که در اثر آن حجم مذاب کاهش می یابد که آن را انقباض در حالت مذاب می نامند، که برای جبران این انقباض، کافی است که مقداری مذاب به داخل قالب اضافه شود که مقدار این انقباض از رابطه زیر به دست می آید.

$$\Delta V = V_m \cdot \bar{\gamma} (\theta_p - \theta_m)$$

که در آن :

$\Delta V$  : انقباض حجمی مذاب برحسب  $\text{cm}^3$

$V_m$  : حجم محفظه قالب برحسب  $\text{cm}^3$

$\bar{\gamma}$  : ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه ذوب برحسب  $\frac{1}{^\circ\text{C}}$

$\theta_p$  : درجه حرارت ریختن مذاب (فوق ذوب) برحسب  $^\circ\text{C}$

$\theta_m$  : درجه حرارت انجماد برحسب  $^\circ\text{C}$

<p>تمرین ۲۱-۲: یک قطعه مسی به طول <math>1/2\text{m}</math> در درجه حرارت <math>600^\circ\text{C}</math> را با هوای سرد خنک می کنیم. مطلوب است طول نهایی این قطعه مسی در درجه حرارت <math>0^\circ\text{C}</math>، ضریب انبساط خطی متوسط در این فاصله دمایی برابر است با <math>\frac{1}{18 \times 10^6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}</math></p>	<p>مثال ۱۷-۲: یک میله آهنی به طول <math>100\text{cm}</math> در درجه حرارت <math>800^\circ\text{C}</math> را با هوای سرد خنک می کنیم. مطلوب است طول نهایی این میله آهنی در درجه حرارت <math>25^\circ\text{C}</math>. ضریب انبساط خطی متوسط در این فاصله دمایی برابر است با <math>\frac{1}{11/5 \times 10^6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}</math></p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$L_1 = 100 \text{ cm}$	$L_p = ? \text{ cm}$
$\theta_1 = 80^\circ \text{ C}$	
$\theta_p = 25^\circ \text{ C}$	
$\bar{\alpha} = 11/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$$L_p = L_1(1 + \alpha \Delta\theta)$$

می‌دانیم که  $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$

$$L_p = L_1(1 + \alpha(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول

$$L_p = 100(1 + 11/5 \times 10^{-6}(25 - 80))$$

$$L_p = 100(1 + 11/5 \times 10^{-6}(-775))$$

$$L_p = 100(1 + (-8/9 \times 10^{-3}))$$

$$L_p = 100(0/99)$$

$$L_p = 99 \text{ cm}$$

حل (توسط هنرجو):

تمرین ۲۲-۲: یک ورق برنجی به ابعاد  $1 \times 0/85$  متر در دمای  $30^\circ \text{C}$  را خنک می‌کنیم. مطلوب است سطح نهایی آن در درجه حرارت  $20^\circ \text{C}$ . ضریب انبساط خطی متوسط برنج  $\frac{1}{9} \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}$  می‌باشد.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۸-۲: یک ورق آلومینیومی مستطیل شکل به طول و عرض  $80 \text{ cm}$  و  $40 \text{ cm}$  در دمای  $45^\circ \text{C}$  را خنک می‌کنیم. مطلوب است سطح نهایی آن در درجه حرارت  $30^\circ \text{C}$ . ضریب انبساط خطی متوسط آلومینیوم  $\frac{1}{22} \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}$  می‌باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
طول = $۸۰\text{cm}$	$\bar{\beta} = ? \frac{1}{^\circ\text{C}}$ $A_1 = ? \text{cm}^2$ $A_p = ? \text{cm}^2$
عرض = $۴۰\text{cm}$	
$\theta_1 = ۴۵^\circ\text{C}$	
$\theta_p = ۳۰^\circ\text{C}$	
$\bar{\alpha} = ۲۲ \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه‌های مربوطه :

می‌دانیم که :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{عرض} \times \text{طول} \\ A_1 = ۸۰ \times ۴۰ \\ A_1 = ۳۲۰۰\text{cm}^2 \\ \bar{\beta} = ۲\bar{\alpha} \\ \Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \end{array} \right.$$

$$A_p = A_1(1 + ۲\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_p = ۳۲۰۰ \times (1 + ۲ \times ۲۲ \times 10^{-6} (۳۰ - ۴۵))$$

$$A_p = ۳۲۰۰ \times (1 + ۴۴ \times 10^{-6} \times (-۱۵))$$

$$A_p = ۳۲۰۰ \times (1 + (-۰/۰۱۸))$$

$$A_p = ۳۲۰۰ \times ۰/۹۸۲$$

$$A_p = ۳۱۴۲/۴\text{cm}^2$$

تمرین ۲۳-۲: حجم یک قطعه شیشه‌ای در دمای  $500^{\circ}\text{C}$  برابر  $100\text{cm}^3$  است. حجم قطعه در  $200^{\circ}\text{C}$  چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط شیشه برابر  $\frac{1}{10^6} \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}$  است. حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۹-۲: حجم یک قطعه برنجی در  $500^{\circ}\text{C}$  برابر  $100\text{cm}^3$  است. حجم قطعه در  $200^{\circ}\text{C}$  چقدر خواهد بود. ضریب انبساط خطی متوسط برنج برابر  $\frac{1}{10^6} \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}$  است. حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$V_1 = 100\text{cm}^3$	$V_p = ? \text{cm}^3$
$\theta_1 = 500^{\circ}\text{C}$	
$\theta_p = 200^{\circ}\text{C}$	
$\bar{\alpha} = 17 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

با توجه به این که  $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$  و  $\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$  داریم :

$$V_p = V_1(1 + 3\bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_p = 100(1 + 3 \times 17 \times 10^{-6}(200 - 500))$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$V_p = 100(1 + 51 \times 10^{-6}(-300))$$

$$V_p = 100(1 + (-0.0153))$$

$$V_p = 100 \times 0.9847$$

$$V_p = 98.47\text{cm}^3$$



تمرین ۲۴-۲: حجم محفظه یک قالب ریخته‌گری برای تولید یک قطعه چدن  $۴۵۰\text{cm}^3$  است. در صورتی که دمای مذاب چدن در هنگام ریختن  $۱۶۰۰^\circ\text{C}$  و نقطه ذوب  $۱۴۵۰^\circ\text{C}$  باشد. انقباض حجمی مذاب را بر حسب مترمکعب حساب کنید. ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه فوق ذوب  $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-5} \times ۴۵$  می‌باشد.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۰-۲: حجم محفظه یک قالب ریخته‌گری برای تولید یک قطعه آلومینیومی  $۵۰۰\text{cm}^3$  است. در صورتی که دمای مذاب آلومینیوم در هنگام ریختن  $۷۲۰^\circ\text{C}$  و نقطه ذوب آلومینیوم  $۶۶۰^\circ\text{C}$  باشد. انقباض حجمی مذاب را بر حسب سانتی مترمکعب حساب کنید. ضریب انبساط حجمی متوسط مذاب در فاصله دمایی نقطه ذوب تا نقطه فوق ذوب  $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times ۹۰$  می‌باشد.  
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه و همراه با واحدهای خواسته شده نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$V_m = ۵۰۰\text{cm}^3$	$\Delta V = ? \text{ cm}^3$
$\theta_p = ۷۲۰^\circ\text{C}$	
$\theta_m = ۶۶۰^\circ\text{C}$	
$\bar{\gamma} = ۹۰ \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله :

$$\Delta V = V_m \cdot \bar{\gamma} (\theta_p - \theta_m)$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه فوق

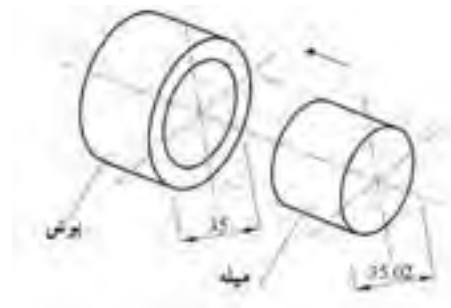
$$\Delta V = ۵۰۰ \times ۹۰ \times 10^{-6} (۷۲۰ - ۶۶۰)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$\Delta V = ۵۰۰ \times ۹۰ \times 10^{-6} \times ۶۰$$

$$\Delta V = ۲.۷\text{cm}^3$$

تمرین ۲۵-۲: برای داخل کردن یک میله فولادی به درون یک بوش مطابق شکل زیر لازم است که آن را سرد کنیم. اگر ضریب انبساط خطی این فولاد به طور متوسط  $\frac{1}{10^6} \times 14$  و درجه حرارت محیط  $30^\circ\text{C}$  باشد دمای میله چند درجه سانتی گراد خواهد بود.  
حل (توسط هنرجو):



شکل ۲-۲- نحوه جا زدن میله درون یک بوش بر اثر برودت و سرما

### انقباض حین انجماد (خمیری):

پس از این که مذاب به درجه حرارت انجماد رسید مذاب شروع به انجماد می کند. در حین انجماد نیز حجم مذاب و جامد به وجود آمده کاهش یافته و مجدداً منقبض می شود. این انقباض و کاهش حجم اگر جبران نشود قطعه معیوب خواهد شد. برای این منظور معمولاً این انقباض و کاهش حجم را با طراحی صحیح سیستم های تغذیه گذاری جبران می کنند تا از ایجاد عیوب انقباض در حین انجماد مذاب در محفظه قالب جلوگیری کند. انقباض یا انبساط در طول مدت انجماد یا ذوب در منطقه جامد و مایع به شکل ساختمانی و ماهیت مایع و جامد بستگی دارد. معمولاً فلزات و آلیاژها در این منطقه ۲ تا ۸ درصد حجمی انقباض یا انبساط پیدا می کنند. بعضی فلزات و آلیاژها در جریان انجماد از منطقه جامد و مایع به جای انقباض، منبسط می شوند. بیسموت و آنتیموان و بعضی از آلیاژها نظیر چدن های خاکستری و انواع چدن با گرافیت کروی در حین انجماد منبسط می شوند. با شروع انجماد و هنگامی که ذرات جامد و مذاب با هم در حال تعادل هستند نمی توان مذاب اضافی را وارد

قالب نمود زیرا کاهش و کمبودهای حجم در این منطقه در تمام قطعه پراکنده می‌شوند، اما در یک نقطه متمرکز نمی‌شوند.

### ۲-۳-۲- انقباض در حالت جامد :

پس از آن که مذاب به‌طور کامل منجمد شد، تا رسیدن فلز به درجه حرارت محیط، حجم قطعه کاهش می‌یابد، این کاهش حجم را انقباض در حالت جامد می‌نامند. انقباض در حالت جامد را با بزرگ‌تر در نظر گرفتن مدل، می‌توان جبران نمود. برای این منظور طراح و مدلساز اضافه مجاز انقباض را در مدل منظور می‌نماید. این اضافه مجاز که به‌صورت درصد بیان می‌شود به ابعاد مدل افزوده می‌شود تا پس از انقباض قطعه در حالت جامد به اندازه مورد نظر برسد.

درصد اضافه مجاز انقباض در ریخته‌گری به عوامل زیر بستگی دارد :

- جنس و نوع آلیاژ

- ابعاد و اندازه مدل

- نوع و جنس قالب

فلزات مختلف دارای نقاط ذوب و ضریب انبساط منحصربه‌فردی می‌باشند و نقاط ذوب و ضریب انبساط خطی یکسانی دارند. معمولاً عناصر آلیاژی موجود در آلیاژها سبب تغییر در نقاط ذوب (معمولاً به‌صورت کاهش) و تغییر ضریب انبساط حرارتی فلز اصلی می‌شوند. در نتیجه این عوامل سبب تغییر در مقدار انقباض در حالت جامد شده بنابراین مقدار اضافه مجاز انقباض نیز تغییر خواهد کرد.

ابعاد مدل نیز در مقدار اضافه مجاز مؤثر است. هرچه قدر که طول قطعه بیشتر باشد مقدار اضافه مجاز انقباض کمتری نسبت به قطعات با طول کمتر، برای آنها در نظر می‌گیرند. علت این است که در قطعات با طول بیشتر مقداری از انقباض ایجاد شده در حالت جامد در ریز ساختار قطعه (یا دانه‌های آن) مستهلک می‌شود. جنس قالب، نوع انجماد و سرعت انجماد نیز در مقدار انقباض قطعه مؤثر می‌باشد، علت این مسأله به نوع ریز ساختار فلز (دانه‌بندی) آن بر می‌گردد. به عنوان مثال ضریب انبساط یا انقباض خطی قطعاتی که در قالب‌های فلزی ریخته‌گری می‌شوند نسبت به قطعاتی که در قالب‌های ماسه‌ای ریخته‌گری می‌شوند، متفاوت است، علت این است که قطعات ریخته‌گری در قالب‌های فلزی دارای دانه‌های ریزتر و در جهات مشخص می‌باشند، اما قطعات ریخته‌گری در قالب‌های ماسه‌ای دارای دانه‌های درشت‌تر و بدون جهت می‌باشند.

در نقطه انجماد (یا ذوب)، تغییرات (افزایش یا کاهش) مقدار حرارت باعث تغییر نوع اتصال اتم‌ها می‌شود و سبب تبدیل جامد به مذاب و برعکس می‌شود. در این حالت انبساط یا انقباض حجمی با درجه حرارت رابطه ساده (یا خطی) نداشته و به تبدیلات ساختاری فلز ارتباط می‌یابد. معمولاً بیشتر عناصر و ترکیبات در مراحل مختلف

سرد شده، کاهش حجم یا انقباض پیدا می‌کنند. در مورد فلزات یا آلیاژها میزان تغییرات حجمی از حالت مذاب به جامد برابر با مجموع انقباض‌های منطقه مایع، فاصله انجماد (خمیری) و حالت جامد است. در مورد مذاب چدن خاکستری هنگامی که سرد می‌شود تا درجه حرارت انجماد، انقباض در آن اتفاق می‌افتد. در فاصله انجماد (خمیری) چدن خاکستری برخلاف دیگر فلزات است که انقباض پیدا می‌کنند، انبساط می‌یابد که علت آن در حقیقت به آزاد شدن کربن و رسوب آن به صورت گرافیت ارتباط دارد، این پدیده سبب می‌شود که انقباضی که در حین انجماد در چدن خاکستری به وجود می‌آید، جبران شده و حتی مقداری انبساط نیز در آن حاصل شود. اما پس از این که چدن خاکستری جامد شد، با سرد شدن تا درجه حرارت محیط منقبض می‌شود. برای به دست آوردن درصد اضافه مجاز انقباض خطی یک جسم جامد در فاصله حرارتی نقطه ذوب تا درجه حرارت محیط بر حسب ضریب انبساط خطی متوسط از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$$

که در آن :

$\%s$ : اضافه مجاز انقباض خطی (تئوری) بر حسب درصد

$\bar{\alpha}$ : ضریب انبساط خطی متوسط فلز جامد در فاصله دمایی  $\theta_m$  (نقطه ذوب) تا  $\theta_i$  (درجه حرارت محیط برابر  $25^\circ\text{C}$ ) است.

با توجه به رابطه فوق درصد انقباض خطی (تئوری) ( $\%s$ ) مشخص می‌شود. همچنین با معلوم بودن ابعاد قطعه ریختگی (مطابق نقشه قطعه طراحی شده) می‌توان ابعاد مدل (یا قالب) را با استفاده از رابطه زیر به دست آورد.

$$\alpha_m = \alpha_c \left( 1 + \frac{\%s}{100} \right)$$

که در آن :

$\alpha_c$ : اندازه قطعه ریختگی بر حسب cm

$\alpha_m$ : اندازه مدل (یا قالب) بر حسب cm

$\%s$ : اضافه مجاز انقباض تئوری (خطی) بر حسب درصد

در جدول زیر درصد اضافه مجاز انقباض خطی (تئوری) برای بعضی از فلزات و آلیاژهای ریختگی نشان داده شده است.

جدول ۲-۲- درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژها (تئوری)

درصد انقباض	آلیاژ	درصد انقباض	آلیاژ
۱/۳-۱/۶	آلیاژهای آلومینیم و سیلیسیم	۰/۶-۱/۳	چدن‌های خاکستری
۱/۲	آلیاژهای آلومینیم و منیزیم	۲	چدن‌های سفید (مالی بل)
۲-۲/۵	آلومینیم برنزا	۱/۵-۲	فولادهای ساده کربنی
۱/۳-۱/۶	برنچ‌ها و برنزا	۲	فولاد کرم دار
۱/۵-۲/۵	آلیاژهای سرب و آنتیموان	۲/۵	فولادهای منگن‌دار
۱/۵-۲	آلیاژهای قلع	۲/۶	روی و آلیاژهای روی

تمرین ۲۶-۲: ضریب انبساط خطی مس به‌طور متوسط از درجه حرارت  $۲۵^{\circ}\text{C}$  تا نقطه ذوب  $۱۰۵۶^{\circ}\text{C}$  برابر  $\frac{1}{10^6} \times ۱۷$  می‌باشد.  
 الف) درصد اضافه مجاز انقباض را به‌دست آورید  
 ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی  $۱۱۰۰\text{mm}$  باشد را به‌دست آورید.  
 حل (توسط هنجرو):

مثال ۲۱-۲: ضریب انبساط خطی آلومینیم به‌طور متوسط از درجه حرارت  $۲۰^{\circ}\text{C}$  تا نقطه ذوب  $۶۶۰^{\circ}\text{C}$  برابر  $\frac{1}{10^6} \times ۲۸$  می‌باشد مطلوب است محاسبه :  
 الف) درصد اضافه مجاز انقباض  
 ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی  $۱۰۰\text{cm}$  باشد  
 حل:  
 مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_i = ۲۰^{\circ}\text{C}$	$\%s = ?$ $\alpha_m = ?$
$\theta_m = ۶۶۰^{\circ}\text{C}$	
$\bar{\alpha} = ۲۸ \times ۱۰^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	
$\alpha_c = ۱۰۰\text{cm}$	

مرحله (۲) رابطه‌های مربوط به حل مسأله نوشته می‌شود

$$\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times ۱۰۰$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول

$$\%S = 28 \times 10^{-6} (660 - 20) \times 100$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$\%S = 28 \times 10^{-6} \times 640 \times 100$$

$$\%S = \%1/79$$

مرحله ۵) رابطه مربوطه نوشته می‌شود

$$a_m = a_c \left(1 + \frac{\%S}{100}\right)$$

$$a_m = 100 \left(1 + \frac{1/79}{100}\right)$$

$$a_m = 100 \times 1/0179$$

$$a_m = 101/79$$

تمرین ۲۷-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژی از روی به‌طور متوسط از درجه حرارت  $15^\circ\text{C}$  تا نقطه ذوب آن  $420^\circ\text{C}$  برابر  $\frac{1}{100} \times 10^{-6}$  می‌باشد.

الف) درصد اضافه مجاز انقباض آن را حساب کنید.  
ب) اندازه قطر مدل در صورتی که قطر قطعه ریختگی  $0.85\text{m}$  باشد را به‌دست آورید.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۲-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژی از چدن به‌طور متوسط از درجه حرارت  $25^\circ\text{C}$  تا نقطه ذوب آن  $1450^\circ\text{C}$  برابر  $\frac{1}{100} \times 10^{-6}$  می‌باشد. مطلوب است محاسبه و تعیین:

الف) درصد اضافه مجاز انقباض  
ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ریختگی  $50\text{cm}$  است.  
حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه همراه با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_i = 25^\circ\text{C}$	$\%S = ?$
$\theta_m = 1450^\circ\text{C}$	$a_m = ?$
$\bar{\alpha} = 14 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	
$a_c = 50\text{cm}$	

مرحله ۲) نوشتن رابطه‌های مربوطه :

$$\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$$

$$\%s = 14 \times 10^{-6} (1450 - 25) \times 100$$

مرحله ۳) محاسبات ریاضی :

$$\%s = 14 \times 10^{-6} \times 1425 \times 100$$

$$\%s = 1/995$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه دیگری

$$a_m = a_c \left(1 + \frac{\%s}{100}\right)$$

$$a_m = 50 \left(1 + \frac{1/995}{100}\right)$$

$$a_m = 50 \times 1/0199$$

$$a_m = 50/995$$

تمرین ۲۸-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ

مس به‌طور متوسط از درجه حرارت محیط  $25^\circ\text{C}$

تا نقطه ذوب  $1030^\circ\text{C}$  برابر است با  $\frac{1}{19} \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$

مطلوبست:

الف) محاسبه درصد اضافه مجاز انقباض

ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه

ریختگی ۷۵cm باشد.

حل (توسط هنرجو):

	<p>تمرین ۲۹-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ برنج به طور متوسط از درجه حرارت <math>35^{\circ}\text{C}</math> تا نقطه ذوب <math>958^{\circ}\text{C}</math> برابر است با <math>\frac{1}{10^6} \times 20</math> مطلوبست محاسبه:</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض</p> <p>ب) اندازه طول مدل، در صورتی که طول قطعه ریختگی <math>85\text{cm}</math> باشد</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>
	<p>تمرین ۳۰-۲: ضریب انبساط خطی آلیاژ برنج (<math>65\%</math> مس و <math>35\%</math> روی) از <math>40^{\circ}\text{C}</math> تا <math>925^{\circ}\text{C}</math> برابر <math>\frac{1}{10^6} \times 16</math> است مطلوب است محاسبه و تعیین درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل و همچنین اندازه طول مدل، در صورتی که طول قطعه ریختگی <math>75\text{cm}</math> باشد.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>



تمرین ۳۱-۲: قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به ابعاد  $۱۰ \times ۶۰ \times ۲۰$  سانتی‌متر از جنس آلیاژی از آلومینیم با ضریب انبساط خطی  $\frac{1}{C} \times 10^{-6}$  را می‌خواهیم ریخته‌گری کنیم، اگر نقطه ذوب آلیاژ  $۶۳۰^{\circ}C$  و دمای محیط  $۲۷^{\circ}C$  باشد مطلوبست :

الف) محاسبه درصد اضافه مجاز انقباض

ب) محاسبه ابعاد مدل این قطعه

حل (توسط هنرجو):

انقباض تئوری که در قسمت قبل نحوه محاسبه آن ارائه گردید معمولاً با توجه به مواردی با انقباض عملی متفاوت است. این موارد بستگی به نحوه سرد شدن مذاب، نوع انجماد، سرعت انجماد و درجه حرارت شروع انجماد، نوع قالب، ابعاد قالب، تنش تسلیم قالب، پیچیده یا ساده بودن قالب می‌باشند که باعث ایجاد اختلافاتی بین انقباض عملی و تئوری می‌شوند. بنابراین برای به‌دست آوردن انقباض عملی لازم است که درصد انقباض تئوری در یک ضریب ( $k$ ) که به عوامل ذکر شده بستگی دارد، ضرب شود. به عبارت دیگر خواهیم داشت :

$$\%s_{pr} = k \times \%s$$

که در آن :

$\%s_{pr}$  : انقباض عملی برحسب درصد

$\%s$  : انقباض تئوری برحسب درصد

$k$  : ضریبی است که بستگی به عوامل ذکر شده دارد و معمولاً برای قالب‌های ماسه‌ای کوچک‌تر از

یک می‌باشد.

همان‌طوری که از جدول مشاهده می‌شود هرچه قدر که ابعاد قطعه ریختگی بزرگ‌تر و جرم قطعه بیشتر باشد،

درصد انقباض آن کوچک‌تر خواهد بود.

جدول ۳-۲- درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژها (عملی)

آلیاژ	اندازه قطعه ریختگی	جرم قطعه ریختگی kg	انقباض خطی %
چدن	کوچک	تا ۱۰۰	۰/۷۵-۱
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۰/۵-۱
	بزرگ و خیلی بزرگ	بیشتر از ۱۰۰۰	۰/۵-۰/۷۵
فولاد ساده کربنی	کوچک	تا ۱۰۰	۱/۵-۲/۲
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۱/۵-۲
	بزرگ و خیلی بزرگ	بیشتر از ۱۰۰۰	۱/۴-۱/۸
آلیاژهای مس	کوچک	تا ۱۰۰	۱/۵-۱/۸
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۱-۱/۵
	بزرگ	۱۰۰۰ تا ۵۰۰۰	۰/۷۵-۱
آلیاژهای آلومینیم و منیزیم	کوچک	تا ۱۰۰	۱-۱/۲
	متوسط	۱۰۰ تا ۱۰۰۰	۰/۷۵-۱
	بزرگ	۱۰۰۰ تا ۵۰۰۰	۰/۵-۱

### ۳-۳-۲- تغییرات چگالی نسبت به انبساط و انقباض اجسام :

با توجه به مطالب ذکر شده افزایش دما باعث انبساط حجمی اجسام می‌گردد به عبارت دیگر حجم اجسام افزایش می‌یابد. اما تغییر دما سبب تغییر جرم جسم نمی‌شود. مقدار جرم حجمی اجسام نسبت مستقیم با جرم و نسبت عکس با حجم اجسام دارد. با افزایش درجه حرارت، جرم تغییر نمی‌کند اما حجم افزایش می‌یابد با توجه به این که جرم حجمی نسبت عکس با حجم دارد، بنابراین افزایش حجم سبب کاهش جرم حجمی خواهد شد. براساس مطالب ذکر شده می‌توان رابطه ای به دست آورد که در محاسبات فنی کاربرد دارد و به صورت زیر می‌باشد:

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta) \quad \text{رابطه انبساط حجمی}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{جرم : } m$$

حجم :  $V$

$$\frac{\rho_1}{1} = \frac{m_1}{V_1} \quad \text{طرفین و وسطین انجام می‌دهیم}$$

$$\rho_1 \times V_1 = m_1 \times 1 \quad \text{طرفین تساوی را بر } \rho_1 \text{ تقسیم می‌کنیم}$$

$$\frac{\rho_1 V_1}{\rho_1} = \frac{m_1}{\rho_1}$$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}$$

$$V_p = \frac{m_p}{\rho_p}$$

به همین ترتیب خواهیم داشت :

با توجه به این که جرم جسم ثابت است یعنی  $m_1 = m_p = m$  لذا خواهیم داشت :

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1} \text{ و } V_p = \frac{m}{\rho_p}$$

که در آن :

$m$  : جرم قطعه

$V_1$  : حجم قطعه قبل از انبساط

$\rho_1$  : جرم حجمی قطعه قبل از انبساط

$V_p$  : حجم قطعه بعد از انبساط

$\rho_p$  : جرم حجمی قطعه بعد از انبساط

با توجه به این که بعد از انبساط، حجم قطعه افزایش می‌یابد، بنابراین جرم حجمی قطعه کاهش می‌یابد. چون جرم حجمی نسبت عکس با حجم دارد لذا جرم حجمی قبل از انبساط ( $\rho_1$ ) بزرگ‌تر از جرم حجمی بعد از انبساط

( $\rho_p$ ) می‌باشد یعنی  $\rho_1 > \rho_p$

با جای‌گذاری مقادیر  $V_1$  و  $V_p$  در رابطه انبساط حجمی خواهیم داشت :

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\frac{m}{\rho_p} = \frac{m}{\rho_1}(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

طرفین رابطه را بر  $m$  تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1}{\rho_p} = \frac{1}{\rho_1}(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\frac{1}{\rho_p} = \frac{1}{\rho_1}(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

طرفین رابطه را عکس می‌کنیم

$$\rho_p = \frac{\rho_1}{(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)}$$

با توجه به این که ضریب  $\bar{\gamma}$  مقدار بسیار کوچکی است می‌توان کسر  $\frac{1}{(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)}$  را با یک تقریب برابر با  $(1 - \bar{\gamma}\Delta\theta)$  قرار داد، بنابراین خواهیم داشت :

$$\rho_p = \rho_1 \left( \frac{1}{(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)} \right) \approx \rho_1 (1 - \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

$$\rho_p = \rho_1(1 - \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

که در آن :

$$\rho_p : \text{جرم حجمی جسم بعد از انبساط حرارتی بر حسب } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ یا } \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_1 : \text{جرم حجمی جسم قبل از انبساط حرارتی بر حسب } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ یا } \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\bar{\gamma} : \text{ضریب انبساط حجمی بر حسب } \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\Delta\theta : \text{تغییرات درجه حرارت بر حسب } ^\circ\text{C}$$

براساس روابط ذکر شده می توان رابطه دیگری به دست آورد که به کمک آن می توان درصد کاهش حجم جسم را نسبت به چگالی آن در درجه حرارت های  $\theta_1$  و  $\theta_2$  تعیین نمود.

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \times 100$$

تمرین ۲-۳۲: یک قطعه ریختگی از آلیاژ آلومینیم مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به طور متوسط  $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times 25$  و نقطه ذوب آن  $620^\circ\text{C}$  باشد مطلوبست محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب در صورتی که چگالی آن در  $45^\circ\text{C}$  برابر  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 3100$  باشد. همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به حجم مدل را به دست آورید.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۳۳: یک قطعه ریختگی از آلیاژ برنج مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی این آلیاژ به طور متوسط  $\frac{1}{^\circ\text{C}} \times 10^{-6} \times 20$  و نقطه ذوب آن  $910^\circ\text{C}$  باشد مطلوب است : محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب در صورتی که چگالی آن در  $25^\circ\text{C}$  برابر  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} 6/7$  باشد. همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به حجم مدل (یا قالب) را به دست آورید.  
حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می شود

داده ها	خواسته ها
$\bar{\alpha} = 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	$\rho_p = ?$
$\theta_i = 25^\circ\text{C}$	$\frac{\Delta V}{V_1} = ?$
$\theta_m = 910^\circ\text{C}$	
$\rho_1 = 6/7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	

مرحله ۲) نوشتن رابطه‌های مربوط به حل مسأله

$$\rho_r = \rho_1(1 - \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول

محاسبات ریاضی

$$\rho_r = 6 / 7(1 - 20 \times 10^{-6} \times (910 - 25))$$

$$\rho_r = 6 / 7(1 - 20 \times 10^{-6} \times 885)$$

$$\rho_r = 6 / 7(1 - 0.02)$$

$$\rho_r = 6 / 7 \times 0.98$$

$$\rho_r = 6 / 57 \text{ g/cm}^3$$

مرحله ۴) فرمول مربوطه نوشته می‌شود

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \left(1 - \frac{\rho_r}{\rho_1}\right) \times 100$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \left(1 - \frac{6/57}{6/7}\right) \times 100$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = (1 - 0.98) \times 100$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 0.02 \times 100$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 2\%$$

تمرین ۳۳-۲: یک قطعه ریختگی از آلیاژ سیلومین

مطابق نقشه زیر مورد نیاز است. در صورتی که ضریب

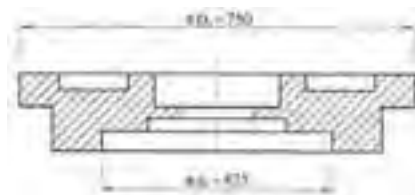
انبساط خطی این آلیاژ به‌طور متوسط  $\frac{1}{C} \times 10^{-6}$  و

نقطه ذوب آن  $670^\circ\text{C}$  باشد مطلوب است:

الف) درصد اضافه مجاز انقباض خطی آلیاژ از نقطه

ذوب تا درجه حرارت  $22^\circ\text{C}$

ب) تعیین ابعاد مدل این قطعه بر حسب mm  
 ج) محاسبه و تعیین چگالی قطعه در نقطه ذوب  
 در صورتی که چگالی آن در  $۲۲^{\circ}\text{C}$  برابر  $\frac{۳}{۲۵} \frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$  باشد و همچنین درصد کاهش حجم قطعه نسبت به  
 حجم مدل را به دست آورید.



شکل ۵-۲- تعیین ابعاد مدل یک قطعه ریختگی

تمرین ۳۴-۲: ارتفاع یک استوانه فلزی در  $۲۵^{\circ}\text{C}$  برابر  $۲۵۰۰\text{ mm}$  و در  $۱۲۰^{\circ}\text{C}$  برابر  $۲/۵۱\text{ m}$  می باشد ضریب انبساط خطی متوسط این فلز را به دست آورید.  
حل (توسط هنجو):

مثال ۲۴-۲: طول یک میله فلزی در صفر درجه سانتی گراد  $۲۰۰۰\text{ mm}$  و در  $۱۰۰^{\circ}\text{C}$  برابر  $۲۰۰۳\text{ mm}$  می باشد ضریب انبساط خطی متوسط این فلز را به دست آورید.

حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها به طور خلاصه همراه با

واحدها نوشته می شود

داده ها	خواسته ها
$\theta_1 = 0^{\circ}\text{C}$	$\bar{\alpha} = ? \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
$L_1 = 2000\text{ mm}$	
$\theta_p = 100^{\circ}\text{C}$	
$L_p = 2003\text{ mm}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه های مرتبط :

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \quad \text{می دانیم}$$

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

$$2003 = 2000(1 + \bar{\alpha}(100 - 0))$$

$$2003 = 2000(1 + 100\bar{\alpha})$$

$$2003 = 2000 + 2000 \times 100\bar{\alpha}$$

$$2003 = 2000 + 200000\bar{\alpha}$$

عددهای معلوم در یک تساوی قرار می گیرند

$$2003 - 2000 = 200000\bar{\alpha}$$

$$3 = 200000\bar{\alpha}$$

طرفین را بر ضریب مجهول تقسیم می کنیم

$$\frac{3}{200000} = \frac{200000\bar{\alpha}}{200000}$$

$$\bar{\alpha} = 1/5 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

تمرین ۳۵-۲: حجم یک مکعب فولادی در  $15^{\circ}\text{C}$  برابر  $2/5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$  می باشد حجم آن را در  $45^{\circ}\text{C}$  حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد  $12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$  می باشد.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۵-۲: حجم یک گلوله فولادی در  $0^{\circ}\text{C}$  برابر  $200 \text{ cm}^3$  می باشد حجم آن را در  $400^{\circ}\text{C}$  حساب کنید. ضریب انبساط خطی متوسط فولاد  $12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$  می باشد.  
حل:  
مرحله (۱) داده ها و خواسته ها را به طور خلاصه و همراه با واحدها می نویسیم

داده ها	خواسته ها
$\theta_1 = 0^{\circ}\text{C}$	$V_p = ? \text{ cm}^3$
$V_1 = 200 \text{ cm}^3$	
$\theta_p = 400^{\circ}\text{C}$	
$\bar{\alpha} = 12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	

مرحله (۲) رابطه مرتبط با حل مسأله نوشته می شود

$$V_p = V_1(1 + \bar{\gamma}\Delta\theta)$$

می دانیم  $\Delta\theta = \theta_p - \theta_1$  و  $\bar{\gamma} = 3\bar{\alpha}$  خواهیم داشت:

$$V_p = 200(1 + 3 \times 12/5 \times 10^{-6} (400 - 0))$$

مرحله (۳) محاسبات ریاضی

$$V_p = 200(1 + 37/5 \times 10^{-6} \times 400)$$

$$V_p = 200(1 + 0/015)$$

$$V_p = 200 \times 1/015$$

$$V_p = 203 \text{ cm}^3$$



تمرین ۳۶-۲: یک ورق آلومینیومی که طول و عرض آن در  $35^{\circ}\text{C}$  به ترتیب  $90\text{cm}$  و  $65\text{cm}$  می‌باشد تا  $145^{\circ}\text{C}$  گرم کرده ایم، سطح ورق را پس از انبساط برحسب  $\text{m}^2$  حساب کنید ( $\bar{\alpha} = 23 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ )  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۶-۲: یک ورق آهنی به شکل مستطیل را که طول و عرض آن در  $25^{\circ}\text{C}$  به ترتیب  $0.8\text{m}$  و  $0.4\text{m}$  می‌باشد تا  $125^{\circ}\text{C}$  گرم کرده ایم، سطح ورق را پس از انبساط برحسب  $\text{cm}^2$  حساب کنید،  
 $\bar{\alpha} = 12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$   
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه

می‌نویسیم

داده‌ها	خواسته‌ها
طول ورق = $0.8\text{m}$	$A_p = ? \text{ cm}^2$
عرض ورق = $0.4\text{m}$	
$\theta_p = 125^{\circ}\text{C}$	
$\bar{\alpha} = 12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	
$\theta_1 = 25^{\circ}\text{C}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$A_p = A_1(1 + \bar{\beta}\Delta\theta)$$

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \text{ می‌دانیم که}$$

$$A_1 = 0.4 \times 0.8 = 0.32\text{m}^2 \text{ مساحت مستطیل}$$

قبل از انبساط

$$A_p = 0.32(1 + 23 \times 10^{-6}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$A_p = 0.32(1 + 23 \times 12/5 \times 10^{-6}(125 - 25))$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$A_p = 0.32(1 + 25 \times 10^{-6} \times 100)$$

$$A_p = 0.32(1 + 2/5 \times 10^{-3})$$

$$A_p = 0.32(1/0.025)$$

$$A_p = 0.32 \cdot 8 \text{ m}^2$$

چون جواب را بر حسب  $\text{cm}^2$  خواسته است لذا  $\text{m}^2$  را به  $\text{cm}^2$  تبدیل می‌کنیم

$$1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$$

$$A_p = 0.32 \cdot 8 \text{ m}^2$$

$$A_p = 0.32 \cdot 8 \times (10000 \text{ cm}^2)$$

$$A_p = 3208 \text{ cm}^2$$

تمرین ۳۷-۲: طول یک قطعه فلزی در  $15^\circ\text{C}$  برابر  $15 \text{ dm}$  و در  $120^\circ\text{C}$  برابر  $15/0.3 \text{ dm}$  می‌باشد.

الف) تغییر طول این قطعه را در این فاصله دمایی مشخص کنید (بر حسب  $\text{mm}$ )

ب) ضریب انبساط خطی متوسط این قطعه را به دست آورید.

حل (توسط هنجرو):

مثال ۲۷-۲: طول یک میله فلزی در  $0^\circ\text{C}$  برابر  $1000 \text{ mm}$  و در  $100^\circ\text{C}$  برابر  $1001/5$  می‌باشد

الف) تغییر طول این میله را در این فاصله دمایی مشخص کنید.

ب) ضریب انبساط خطی متوسط ( $\bar{\alpha}$ ) این فلز را به دست آورید.

حل:

داده‌ها و خواسته مسأله را به صورت خلاصه می‌نویسیم

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_1 = 0^\circ\text{C}$	$\Delta L = ?$ $\bar{\alpha} = ?$
$L_1 = 1000 \text{ mm}$	
$\theta_p = 100^\circ\text{C}$	
$L_p = 1001/5$	

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله

$$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta)$$

	$L_p = L_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول</p> $1001/5 = 1000(1 + \bar{\alpha}(100 - 0))$ $1001/5 = 1000(1 + 100\bar{\alpha})$ $1001/5 = 1000 + 100000 \times \bar{\alpha}$ $1001/5 - 1000 = 100000\bar{\alpha}$ $1/5 = 100000\bar{\alpha}$ <p>طرفین تساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم</p> $\frac{1/5}{100000} = \frac{100000\bar{\alpha}}{100000}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">\bar{\alpha} = 1/5 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}</math> </div> $\Delta L = L_p - L_1$ $\Delta L = 1001/5 - 1000$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">\Delta L = 1/5 \text{mm}</math> </div>
<p>تمرین ۳۸-۲: ارتفاع یک مخروط مسی در <math>10^\circ\text{C}</math> برابر <math>3/5\text{m}</math> است. اختلاف ارتفاع آن را در دماهای <math>50^\circ\text{C}</math> و <math>-20^\circ\text{C}</math> به دست آورید. <math>\alpha = 18 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}</math> حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۲۸-۲: قطر یک میله فولادی در <math>0^\circ\text{C}</math> برابر <math>25\text{mm}</math> است. اختلاف قطر آن را در دماهای <math>30^\circ\text{C}</math> و <math>40^\circ\text{C}</math> به دست آورید. <math>\bar{\alpha} = 12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}</math> فولاد</p> <p>حل:</p> <p>(۱) داده‌ها و خواسته‌ها را به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود</p>

خواسته‌ها	داده‌ها
$D_p = ?$ mm قطر میله در $-30^\circ\text{C}$	$\theta_1 = 0$ $D_1 = 25$
$D_p = ?$ mm قطر میله در $40^\circ\text{C}$	$\theta_p = -30$ $\theta_s = 40^\circ\text{C}$
$D_s - D_p = ?$ $\Delta D = ?$	$\bar{\alpha} = 12/5 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$

نکته: در این مسأله باید یک بار قطر میله را با استفاده از رابطه انبساط حرارتی خطی در  $-30^\circ\text{C}$  به دست آورید و یک بار نیز قطر میله را در  $40^\circ\text{C}$  به دست آورید، سپس برای به دست آوردن اختلاف قطر، تفاضل این دو را حساب می‌کنیم.

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای محاسبه  $D_p$ :

$$D_p = D_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta_1)$$

می‌دانیم که  $\Delta\theta_1 = \theta_p - \theta_1$  لذا خواهیم داشت:

$$D_p = D_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6}(-30 - 0))$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6}(-30))$$

$$D_p = 25(1 + (-3/75 \times 10^{-4}))$$

$$D_p = 25 \times 0.99625$$

$$D_p = 24.91 \text{ mm}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه برای محاسبه  $D_s$ :

$$D_s = D_1(1 + \bar{\alpha}\Delta\theta_p)$$

می دانیم که  $\Delta\theta_p = \theta_p - \theta_1$  لذا خواهیم داشت :

$$D_p = D_1(1 + \bar{\alpha}(\theta_p - \theta_1))$$

مرحله ۶) جای گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول فوق

$$D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6}(40 - 0))$$

مرحله ۷) محاسبات ریاضی

$$D_p = 25(1 + 12/5 \times 10^{-6} \times 40)$$

$$D_p = 25(1 + 0/0005)$$

$$D_p = 25 \times 1/0005$$

$$D_p = 25/0125 \text{mm}$$

حال برای به دست آوردن اختلاف قطر، تفاضل  $D_p$  و  $D_p$  را به دست می آوریم.

$$\Delta D = D_p - D_p$$

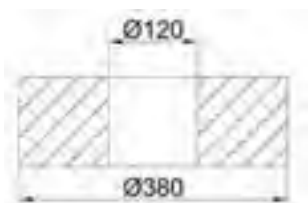
$$\Delta D = 25/0125 - 24/991$$

$$\Delta D = 0/0215 \text{mm}$$

تمرین ۳۹-۲: یک قطعه از جنس فولاد مطابق شکل زیر مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی آن برابر  $\frac{1}{C} = 14 \times 10^{-6}$  و نقطه ذوب فولاد  $1650^\circ C$  باشد مطلوب است :

الف) محاسبه درصد انقباض خطی این آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت  $20^\circ C$

ب) تعیین قطر داخلی و خارجی

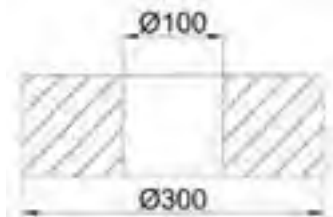


شکل ۲-۷

مثال ۲۹-۲: یک قطعه از جنس آلومینیم مطابق شکل زیر مورد نیاز است در صورتی که ضریب انبساط خطی آن برابر  $\frac{1}{C} = 24 \times 10^{-6}$  باشد و نقطه ذوب آلومینیم  $659^\circ C$  باشد مطلوب است :

الف) محاسبه درصد انقباض خطی این آلیاژ از نقطه ذوب تا درجه حرارت محیط ( $29^\circ C$ )

ب) تعیین قطر داخلی و خارجی



شکل ۲-۶

حل:

۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با واحدها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
%s = ?	$\bar{\alpha} = 24 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
$d_p = ?$ قطر داخلی	$\theta_m = 659^\circ\text{C}$
مدل	$\theta_i = 29^\circ\text{C}$
$D_p = ?$ قطر خارجی	قطر داخلی $d_i = 100\text{mm}$
مدل	قطر خارجی $D_i = 300\text{mm}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه درصد انقباض:

$$\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\%s = 24 \times 10^{-6} (659 - 29) \times 100$$

مرحله ۴) محاسبه ریاضی:

$$\%s = 24 \times 10^{-6} \times 630 \times 100$$

$$\%s = 1.512$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه قطر داخلی مدل ( $d_p$ ):

$$d_p = d_i \left(1 + \frac{\%s}{100}\right)$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$d_p = 100 \left(1 + \frac{1.512}{100}\right)$$

مرحله ۷) محاسبات ریاضی

$$d_p = 100 (1 + 0.01512)$$

حل (توسط هنجو):

$$d_p = 100 \times 1 / 0.1512$$

$$d_p = 101 / 0.1512 \text{ mm} \quad \text{قطر داخلی}$$

مرحله ۸) نوشتن رابطه برای محاسبه قطر خارجی

مدل ( $D_p$ ):

$$D_p = D_1 \left( 1 + \frac{\%s}{100} \right)$$

مرحله ۹) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$D_p = 300 \left( 1 + \frac{1 / 0.1512}{100} \right)$$

مرحله ۱۰) محاسبات ریاضی

$$D_p = 300 (1 + 0.00658)$$

$$D_p = 300 \times 1.00658$$

$$D_p = 301.974 / 0.1512 \text{ mm} \quad \text{قطر خارجی}$$

تمرین ۴۰-۲: ضریب انبساط خطی متوسط یک آلیاژ روی از  $35^\circ\text{C}$  تا درجه حرارت ذوب آن  $380^\circ\text{C}$  برابر  $\frac{1}{10^6} \times 19$  می‌باشد مطلوبست:

الف) محاسبه و تعیین درصد انقباض مجاز این آلیاژ  
ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ۲۵ dm باشد

حل (توسط هنجرو):

مثال ۳۰-۲: ضریب انبساط خطی متوسط یک آلیاژ برنج از  $25^\circ\text{C}$  دمای محیط تا درجه حرارت ذوب برنج  $925^\circ\text{C}$  برابر  $\frac{1}{10^6} \times 20$  می‌باشد مطلوبست:

الف) محاسبه و تعیین درصد انقباض مجاز این برنج  
ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ۲۰۰ cm باشد.

حل:

۱) داده‌ها و خواسته‌ها به صورت خلاصه و همراه با

واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_i = 25^\circ\text{C}$	$\%s = ?$
$\theta_m = 925^\circ\text{C}$	$L_p = ?$ طول مدل
$\bar{\alpha} = 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	
$L_1 = 200 \text{ cm}$ طول قطعه	

	<p>مرحله ۲) نوشتن رابطه برای محاسبه درصد انقباض</p> $\%s = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$ <p>مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $\%s = 20 \times 10^{-6} (925 - 25) \times 100$ <p>مرحله ۴) محاسبات ریاضی</p> $\%s = 20 \times 10^{-6} \times 900 \times 100$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"><math>\%s = \%1/8</math></div> <p>مرحله ۵) نوشتن رابطه برای محاسبه اندازه طول مدل (<math>L_p</math>):</p> $L_p = L_1 \left(1 + \frac{\%s}{100}\right)$ <p>مرحله ۶) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق</p> $L_p = 200 \left(1 + \frac{1/8}{100}\right)$ <p>مرحله ۷) محاسبات ریاضی:</p> $L_p = 200(1 + 0/018)$ $L_p = 200 \times 1/018$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"><math>L_p = 203/6 \text{ cm}</math></div>
<p>تمرین ۴۱-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع چدن به‌طور متوسط از درجه حرارت محیط <math>25^\circ\text{C}</math> تا نقطه ذوب <math>1550^\circ\text{C}</math> برابر است با <math>\frac{1}{100} \times 10^{-6}</math></p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل برای قطعه ای از این آلیاژ را حساب کنید</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ۱m باشد را به دست آورید.</p> <p>حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۳۱-۲: ضریب انبساط خطی یک نوع آلیاژ برنج به‌طور متوسط از درجه حرارت محیط (<math>\theta_i = 20^\circ\text{C}</math>) تا نقطه ذوب <math>\theta_m = 980^\circ\text{C}</math> برابر است با <math>\frac{1}{100} \times 10^{-6}</math></p> <p>مطلوبست محاسبه و تعیین:</p> <p>الف) درصد اضافه مجاز انقباض در طراحی مدل برای قطعه ای از این آلیاژ</p> <p>ب) اندازه طول مدل در صورتی که طول قطعه ۸۰cm باشد.</p>



حل:

(۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه با

واحد‌ها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\theta_i = 20^\circ\text{C}$	$\%S = ?$ $L_p = ? \text{ cm}$
$\theta_m = 980^\circ\text{C}$	
$\bar{\alpha} = 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$	
$L_1 = 80\text{cm}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به درصد اضافه مجاز

انقباض:

$$\%S = \bar{\alpha}(\theta_m - \theta_i) \times 100$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$\%S = 20 \times 10^{-6} (980 - 20) \times 100$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$\%S = 20 \times 10^{-6} \times 960 \times 100$$

$$\%S = 1.92\%$$

مرحله (۵) نوشتن رابطه مربوط به محاسبه طول مدل

$(L_p)$ :

$$L_p = L_1 \left(1 + \frac{\%S}{100}\right)$$

مرحله (۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$L_p = 80 \left(1 + \frac{1.92}{100}\right)$$

$$L_p = 80(1 + 0.0192)$$

$$L_p = 80 \times 1.0192$$

$$L_p = 81.536\text{cm}$$

سوخت‌ها

۳-۱- منابع انرژی

- تماس کامل سوخت با اکسیژن

- کافی بودن اکسیژن

- درجه حرارت احتراق

۳-۲- شرایط احتراق کامل سوخت

۳-۳- دسته‌بندی سوخت‌ها

۳-۴- ترکیب سوخت

- محاسبه حجم هوا در شرایط غیر

متعارفی

- احتراق سوخت‌های مایع و گاز

۳-۵- محاسبه حجم هوای لازم برای

احتراق

- ترکیب شیمیایی

- ضریب تخلخل

- رآکتیویته

کک

نفت‌ها

- سوخت‌های مصرفی در

صنایع ذوب

۳-۶- بررسی قدرت حرارتی سوخت

## سوخت‌ها

### ۱-۳- منابع انرژی :

معمولاً برای حرارت دادن و بالا بردن دمای فلزات و آلیاژها و در نهایت ذوب نمودن آنها در کوره نیاز به انرژی حرارتی می‌باشد. انرژی حرارتی مورد نیاز در کوره را می‌توان از منابع مختلف انرژی موجود و با تبدیل آنها به گرما و حرارت به‌دست آورد. در حال حاضر مهم‌ترین منابع انرژی در دسترس عبارتند از: انرژی الکتریکی و انرژی شیمیایی سوخت‌ها که با تبدیل آنها به گرما می‌توان انرژی حرارتی لازم جهت کوره‌های ذوب فلزات و آلیاژها را تأمین نمود.

با توجه به این که منابع سوخت فسیلی در زمین روبه اتمام است، امروزه سعی می‌شود تا از انرژی‌های خورشیدی و هسته‌ای بیشتر استفاده شود و از سوخت‌های فسیلی و آلی به خصوص نفت در صنایع پتروشیمی، دارویی و غذایی جهت تهیه پروتئین از نفت استفاده شود. با این وجود ذکر این نکته لازم به‌نظر می‌رسید که سوخت‌های فسیلی و سایر سوخت‌های آلی هنوز مهم‌ترین و پرمصرف‌ترین ماده برای تأمین انرژی مورد نیاز صنایع و غیره می‌باشند. سوخت‌های فسیلی از تجزیه اندام و بدن حیوانات و گیاهانی که در دوران گذشته در دریاها می‌زیسته‌اند و در لایه لای رسوبات دریا ته‌نشین شده‌اند، ایجاد می‌شوند. بیشتر مواد تشکیل دهنده این سوخت‌ها عناصر کربن و ئیدروژن است. البته عناصر دیگری مثل اکسیژن، نیتروژن و گوگرد نیز در آنها وجود دارد.

انتخاب نوع سوخت و محاسبه مقدار مورد نیاز و شرایط مورد نیاز جهت احتراق و ترکیب بهتر آنها با اکسیژن هوا اهمیت زیادی در صنعت ذوب فلزات در ریخته‌گری دارد، زیرا با توجه به اصول طراحی و تولید قطعات و شرایط اقتصادی می‌توان از هدر رفتن انرژی حرارتی آنها در حد امکان جلوگیری کرد.

### ۲-۳- شرایط احتراق کامل سوخت :

اکسیداسیون سریع عناصر موجود در سوخت که معمولاً با شعله همراه است و انرژی گرمایی قابل استفاده‌ای تولید می‌کند، را احتراق می‌نامند. به عبارت دیگر احتراق یک واکنش شیمیایی بین عناصر سوخت و اکسیژن است که همراه با نور و انرژی گرمایی است. اگر نور و گرمای ایجاد شده همراه با فشار و متراکم شدن گازهای حاصل از واکنش باشد، به آن انفجار می‌گویند.

با توجه به این که اکثر سوخت‌ها از کربن و ئیدروژن تشکیل شده‌اند در نتیجه محصولات احتراق شامل گاز دی‌اکسیدکربن و بخار آب خواهند بود.

هنگامی که تمام عناصر قابل احتراق سوخت، بسوزند و به آخرین حد اکسیداسیون خود برسند، سوخت کامل است. در این صورت انرژی گرمایی تولید شده بیشترین مقدار است. به همین علت باید همواره سعی کرد که احتراق کامل سوخت ایجاد شود برای این منظور باید شرایط لازم فراهم شود که این شرایط عبارتند از :

### ۱-۲-۳- تماس کامل سوخت با اکسیژن :

هرچه قدر تماس سوخت با اکسیژن بیشتر باشد یا به عبارت دیگر سطح تماس سوخت با اکسیژن یا هوا بیشتر باشد، احتراق بهتر و سریع تر انجام می شود.

با توجه به این که مقدار اکسیژن بیشتری با سوخت در تماس است یا به عبارت دیگر برخورد ملکول های اکسیژن و سوخت بیشتر است. با توجه به مسأله فوق، سوخت های گازی چون بهتر از سوخت های مایع با اکسیژن و هوا مخلوط می شوند با سهولت و سریع تر می سوزند. به همین ترتیب سوخت های مایع نسبت به سوخت های جامد بهتر با اکسیژن و هوا مخلوط شده و در نتیجه به سهولت و سریع تر می سوزند. به همین منظور معمولاً سوخت های جامد را در اندازه های مناسب خرد می کنند تا سطح تماس آنها با اکسیژن هوا بیشتر شده و احتراق آنها به نحو مطلوب انجام گیرد. در این حالت اگر سوخت جامد به طور کامل پودر شده و با هوا مخلوط شود کیفیت احتراق آن به شرایط مخلوط سوخت گازی و هوا نزدیک می شود. به همین منظور در کوره های با سوخت مایع برای افزایش سطح تماس سوخت و هوا، سوخت مایع به کمک مشعل و فشار هوای دمنده تحت پاشش قرار می گیرد. بنابراین هرچه قدر سطح ذرات سوخت بزرگ تر باشد تماس آن با اکسیژن بیشتر است بنابراین باید بتوان اندازه ذرات را مشخص کرد.

اندازه ذرات به روش های مختلفی سنجیده می شود که یکی از آن روش ها تعیین مدول سطحی است. مدول سطحی عبارت است از نسبت سطح کل به حجم کل ذرات. یعنی هرچه قدر مدول سطحی بزرگ تر باشد در حجم یکسان سطح بزرگ تر است در نتیجه واکنش پذیری آن بیشتر است.

$$\text{مدول سطحی} = \frac{\text{سطح کل}}{\text{حجم کل}}$$

$$M_a = \frac{A}{V}$$

معمولاً کره در بین احجام هندسی کمترین نسبت سطح به حجم (مدول سطحی) را دارد و هرچه از کره به سمت احجام دیگر مثل مکعب، مکعب مستطیل و... پیش می رویم مدول سطحی افزایش می یابد.

ذکر این نکته لازم است که اندازه قطعات و شکل آنها چه در مورد سوخت ها و چه در مورد قطعات بار (شارژ مصرفی) در ذوب فلزات و سرعت واکنش شیمیایی تأثیر دارد. در مورد سوخت هرچه قدر ذرات کوچک تر باشد، بهتر است و تماس با اکسیژن بیشتر و احتراق بهتر صورت می گیرد. اما در مورد قطعات بار (شارژ) نباید اندازه آنها از حد معینی کمتر باشد زیرا در این صورت با توجه به این که اندازه قطعات بار (شارژ) کوچک تر می شود سطح آنها افزایش یافته و نسبت سطح به حجم یا مدول سطحی آنها افزایش می یابد که در نتیجه سرعت واکنش های

آنها با اکسیژن و محصولات احتراق زیاد شده و تلفات فلزی و حجم سرباره‌ها افزایش می‌یابد. به همین دلیل در ریخته‌گری معمولاً براده و سوفاره را به صورت قطعات بزرگ‌تر فشرده می‌کنند و به صورت بریکت (خشته) در کوره شارژ می‌کنند.

تمرین ۱-۳: یک ذره سوخت به شکل مکعب مستطیل به ابعاد  $۸۰ \times ۸۰ \times ۱۰۰$  میکرون می‌باشد، مدول سطحی این ذره سوخت را تعیین کنید.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱-۳: یک ذره سوخت به شکل مکعب با ضلع  $۱۰۰$  میکرون می‌باشد. مدول سطحی این ذره سوخت را تعیین کنید.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_a = ?$	میکرون $۱۰۰ =$ ضلع مکعب

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه برای حل :

$$M_a = \frac{A}{V}$$

مرحله (۳) محاسبه سطح و حجم ذره سوخت مکعب

شکل

سطح:  $A = ۶ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۶۰۰۰۰$  (میکرون)<sup>۲</sup>

حجم:  $V = ۱۰۰^۳ = ۱۰۰۰۰۰۰$  (میکرون)<sup>۳</sup>

مرحله (۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه و محاسبه

ریاضی

$$M_a = \frac{A}{V}$$

$$M_a = \frac{۶۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰۰} \frac{(\text{میکرون})^۲}{(\text{میکرون})^۳}$$

$$M_a = \frac{۶}{۱۰۰} \frac{۱}{\text{میکرون}}$$

$$M_a = ۰/۰۶ \frac{۱}{\text{میکرون}}$$

تمرین ۲-۳: مکعبی به ضلع ۱۶cm را یک بار به ۱۶ مکعب و بار دیگر به ۶۴ مکعب مساوی تقسیم کردیم. مطلوب است نسبت مدول سطحی حالت اول به حالت دوم.  
حل (توسط هنر جو):

مثال ۲-۳: مکعبی به ضلع ۲۷cm را یک بار به ۲۷ مکعب مساوی و بار دیگر به ۲۱۶ مکعب مساوی تقسیم کردیم. تعیین کنید مدول سطحی حالت دوم نسبت به حالت اول چقدر افزایش یافته است.  
حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$M_a = ?$ در حالت ۲۱۶ مکعب $M_a$ در حالت ۲۷ مکعب	۲۷cm = ضلع مکعب

مرحله (۲) به دست آوردن طول ضلع مکعب‌ها:  
اگر مکعب را به ۲۷ مکعب تقسیم کنیم، برای به دست آوردن طول ضلع مکعب‌های کوچک‌تر باید طول ضلع مکعب بزرگ‌تر را به ریشه سوم ۲۷ تقسیم نمائیم.

طول ضلع مکعب کوچک‌تر  $= \frac{27}{\sqrt[3]{27}} = \frac{27}{3} = 9\text{cm}$   
در نتیجه اگر بخواهیم یک مکعب را به ۲۱۶ قسمت تقسیم کنیم، برای به دست آوردن طول ضلع مکعب‌های کوچک‌تر کافی است که طول ضلع مکعب بزرگ‌تر را به ریشه سوم ۲۱۶ تقسیم نمائیم. یعنی:

طول ضلع مکعب کوچک‌تر  $= \frac{27}{\sqrt[3]{216}} = \frac{27}{6} = 4.5\text{cm}$   
مرحله (۳) نوشتن رابطه مدول سطحی:

$$M_a = \frac{A}{V}$$

مرحله (۴) محاسبه سطح و حجم برای مکعب، یک بار زمانی که مکعب به ۲۷ مکعب تقسیم می‌شود و یک بار زمانی که مکعب به ۲۱۶ مکعب تقسیم می‌شود.

$$A_1 = 27 \times 6 \times 9 \times 9 \text{ برای مکعب } 27$$

$$A_p = 216 \times 6 \times 4 / 5 \times 4 / 5 \text{ برای مکعب } 216$$

$$V = 27 \times 27 \times 27 \text{ حجم مکعب}$$

$$Ma_1 = \frac{A_1}{V} = \frac{27 \times 6 \times 9 \times 9}{27 \times 27 \times 27} = \frac{2}{3} \text{ برای مکعب } 27$$

$$Ma_p = \frac{A_p}{V} = \frac{216 \times 6 \times 4 / 5 \times 4 / 5}{27 \times 27 \times 27} = \frac{4}{3} \text{ برای مکعب } 216$$

مرحله (۵) به دست آوردن نسبت حالت دوم به حالت

اول :

$$\frac{Ma_p}{Ma_1} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = 2$$

تمرین ۳-۳: ذرات سوختی به شکل کره با شعاع متوسط ۵۰ میکرون است مدول سطحی آن را تعیین کنید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۳-۳: ذرات یک نوع سوخت به شکل کره می باشد در صورتی که قطر متوسط آنها ۲۰۰ میکرون باشد. مدول سطحی ذرات این سوخت چقدر است.

حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود

خواسته ها	داده ها
Ma = ?	میکرون ۲۰۰ = قطر ذره

مرحله (۲) نوشتن رابطه مدول سطحی و سطح و

حجم کره

$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$Ma = \frac{A}{V}$$

$$Ma = \frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$Ma = \frac{4}{\frac{4}{3}r} = \frac{3}{r}$$

$$Ma = \frac{r^3}{r}$$

$$r = \frac{200}{2} = 100$$

$$Ma = \frac{r^3}{r}$$

$$Ma = \frac{r^3}{100} \left( \frac{1}{\text{میکرون}} \right)$$

تمرین ۳-۴: یک کره به شعاع ۲۰ cm وجود دارد. اگر قطر کره را ۵ برابر افزایش دهیم، مدول سطحی آن نسبت به حالت اول چه تغییری خواهد کرد. حل (توسط هنرجو):

مثال ۳-۴: یک کره به شعاع ۱۵ cm می باشد، در صورتی که شعاع این کره ۳ برابر کوچک تر شود، مدول سطحی آن چند برابر افزایش می یابد. حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود.

داده ها	خواسته ها
$r_1 = 15 \text{ cm}$ $r_2 = \frac{15}{3} = 5 \text{ cm}$	$\frac{Ma_2}{Ma_1} = ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مساحت، حجم کره و مدول سطحی

$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$Ma = \frac{A}{V}$$

$$Ma = \frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{1}{\frac{r}{3}} = \frac{3}{r}$$

$$Ma = \frac{3}{r}$$

مرحله (۳) به دست آوردن مدول سطحی در دو حالت و به دست آوردن نسبت آنها



$$r_1 = 15 \Rightarrow Ma_1 = \frac{3}{15}$$

$$r_p = 5 \Rightarrow Ma_p = \frac{3}{5}$$

$$\frac{Ma_p}{Ma_1} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{15}}$$

$$\boxed{\frac{Ma_p}{Ma_1} = 3}$$

یعنی زمانی که شعاع کره سه برابر کاهش می‌یابد، مدول سطحی آن ۳ برابر افزایش می‌یابد.

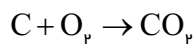
تمرین ۳-۵: مکعبی به ضلع ۱۰۰ cm مفروض است یک بار هر ضلع آن را به ۴ قسمت تقسیم کرده ایم و بار دیگر ضلع آن را به ۲۰ قسمت تقسیم می‌کنیم. مطلوب است:

اولاً: تعیین تعداد مکعب‌های حاصله در هر بار تقسیم بندی

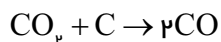
ثانیاً: تعیین نسبت مدول سطحی حالت دوم به حالت اول. حل (توسط هنرجو):

### ۲-۲-۳- کافی بودن اکسیژن :

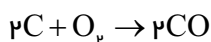
برای احتراق کامل لازم است که مقدار کافی اکسیژن در محیط احتراق وجود داشته باشد. به عنوان مثال در مورد احتراق کربن در صورتی که مقدار اکسیژن کافی نباشد، ابتدا مقداری از کربن با اکسیژن ترکیب شده و مطابق واکنش زیر تولید گاز  $CO_p$  می کند.



این واکنش گرمازا است و مقداری گرما تولید می کند که این گرما، درجه حرارت کربن و محیط احتراق را افزایش می دهد و در نتیجه دی اکسید کربن حاصل با کربن باقیمانده ترکیب شده و مطابق واکنش زیر تولید منواکسید کربن می کند.



از جمع دو واکنش فوق، واکنش احتراق ناقص کربن به صورت زیر حاصل می شود :



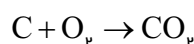
که این نوع احتراق سبب تولید گاز سمی و خطرناک CO شده و مقدار حرارت کمتری نیز ایجاد می کند.

تمرین ۳-۶: برای احتراق کامل یک سوخت با ۸۵٪ کربن و ۱۵٪ خاکستر چند متر مکعب گاز اکسیژن لازم است؟  
 $C = ۱۲ \quad O = ۱۶$   
 حل (توسط هنجو):

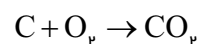
مثال ۳-۵: برای احتراق کامل ۲۰ kg کربن چند متر مکعب گاز اکسیژن لازم است.  
 حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
=? حجم اکسیژن	جرم کربن = ۲۰ kg $C = ۱۲$ $O = ۱۶$

مرحله (۲) نوشتن واکنش احتراق کامل اکسیژن



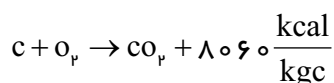
مرحله (۳) نوشتن تناسب برای واکنش



$$\begin{array}{ccc} \text{m}^3 \text{ اکسیژن kg کربن} & & \\ ۱۲ & ۲۲/۴ & x = \frac{۲۲/۴ \times ۲۰}{۱۲} \\ ۲۰ & x & \end{array}$$

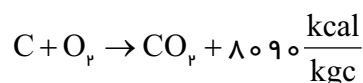
$$x = ۳۷ / ۳۳ \text{ m}^3 \text{ اکسیژن}$$

تمرین ۳-۷: در تمرین قبل در صورتی که به ازای سوخت هر کیلوگرم کربن ۸۰۶۰ kcal انرژی آزاد شود میزان گرمای حاصله را به دست آورید.



حل (توسط هنجو):

مثال ۳-۶: در مثال قبل در صورتی که به ازای سوخت هر کیلوگرم کربن ۸۰۹۰ kcal انرژی آزاد شود. میزان گرمای حاصله را به دست آورید



حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
=? گرمای حاصله	جرم کربن = ۲۰ kg $\frac{\text{kcal}}{\text{kgc}} = ۸۰۹۰$ ایجاد شده به ازای سوختن هر کیلوگرم کربن

مرحله ۲) به دست آوردن گرمای حاصله با استفاده از تناسب

کیلوکالری انرژی حاصله kg کربن

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & & \\ 1 & 8090 & x = \frac{8090 \times 20}{1} \\ 20 & x & \end{array}$$

$$x = 16180 \text{ kcal}$$

تمرین ۸-۳: رای احتراق ۱۰۰ kg کربن، حدود ۱۱۰۰۰۰ اکسیژن موجود است، با توجه به واکنش‌های احتراق کامل و ناقص کربن، تعیین کنید درصد نسبت گازهای CO به CO<sub>p</sub> حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۳: برای احتراق ۳۰ kg از یک سوخت که ۸۰٪ آن از کربن تشکیل شده و بقیه آن خاکستر است، ۳۰۰۰۰ لیتر اکسیژن وجود دارد، با توجه به واکنش‌هایی که کربن با اکسیژن انجام می‌دهد، حجم گازهای CO و CO<sub>p</sub> را به دست آورید. حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
مقدار سوخت = ۳۰ kg	
درصد کربن سوخت = ۸۰٪	CO = ?
حجم = ۳۰۰۰۰ Lit	CO <sub>p</sub> = ?
اکسیژن	
C = ۱۲	

مرحله ۲) به دست آوردن مقدار کربن و تبدیل واحد: با توجه به این که درصد کربن سوخت ۸۰٪ می‌باشد بنابراین مقدار کربن عبارت است از:

$$30 \times \frac{80}{100} = 24 \text{ kg}$$

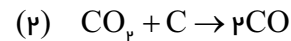
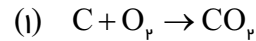
$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ Lit}$$

طرفین تساوی را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1}{1000} \text{ m}^3 = \frac{1000}{1000} \text{ Lit} \Rightarrow \frac{1}{1000} \text{ m}^3 = 1 \text{ Lit}$$

$$\text{حجم اکسیژن} = 30000 \times \frac{1}{1000} = 30 \text{ m}^3$$

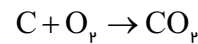
مرحله (۳) نوشتن واکنش‌های سوختن کربن



مرحله (۴) با استفاده از مقدار اکسیژن از واکنش اول،

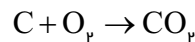
مقدار کربن و دی اکسید کربن را با استفاده از تناسب

به دست می‌آوریم.



$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{m}^3 & \\ 12 & 22/4 & x = \frac{30 \times 12}{22/4} \\ x & 30 & \end{array}$$

$x = 16 \text{ kg}$  جرم کربن مصرفی در واکنش اول.



$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{m}^3 & \\ 22/4 & 22/4 & \\ \text{m}^3 & & \\ 30 & y & \end{array}$$

$$y = \frac{30 \times 22/4}{22/4}$$

حجم  $\text{CO}_2$  تولید شده از واکنش اول  $y = 30 \text{ m}^3$

مرحله (۵) به دست آوردن مقدار کربن باقیمانده :

کربن باقیمانده  $8 \text{ kg} = 24 - 16 =$  (مقدار کربن

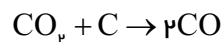
مصرف شده در رابطه (۱)) - (مقدار کربن اولیه)

مرحله (۶) کربن باقیمانده با مقداری از  $\text{CO}_2$  مطابق

واکنش (۲) ترکیب شده و  $\text{CO}$  به وجود می‌آورد. حال

با توجه به مقدار کربن باقیمانده حجم  $\text{CO}_2$  مصرفی و

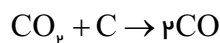
$\text{CO}$  تولید شده را به دست می‌آوریم.



$$\begin{array}{ccc} \text{m}^3 & \text{kg} & \\ 22/4 & 12 & x = \frac{6 \times 22/4}{12} \\ x & 6 & \end{array}$$

$$x = 11/2 \text{ m}^3$$

حجم  $\text{CO}_p$  مصرف شده در واکنش دوم



$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{m}^3 & \\ 12 & 2 \times 22/4 & \\ 6 & y & \end{array}$$

$$y = \frac{6 \times 2 \times 22/4}{12} \Rightarrow y = 22/4 \text{ m}^3$$

حجم  $\text{CO}$  تولید شده

مرحله (۷) به دست آوردن حجم  $\text{CO}_p$  باقیمانده :

(حجم  $\text{CO}_p$  مصرف شده از واکنش (۲)) - (حجم

$2\text{CO}$  تولید شده از واکنش (۱)) = (حجم  $\text{CO}_p$

باقیمانده

$$\text{حجم باقیمانده } \text{CO}_p = 30 - 11/2 = 18/2 \text{ m}^3$$

$$\text{حجم } \text{CO}_p \text{ تولید شده} = 18/2 \text{ m}^3$$

$$\text{حجم } \text{CO} \text{ تولید شده} = 22/4 \text{ m}^3$$

تمرین ۹-۳: در تمرین قبل در صورتی که میزان گرمای تولیدی از احتراق کامل ۱ kg کربن، ۴۰۰۰۰ kJ و در ترکیب کربن با اکسید کربن ۴۵۰۰ kcal گرما مصرف شود،

اولاً: مقدار گرمای حاصله در صورتی که احتراق کربن به طور کامل باشد.

ثانیاً: مقدار گرمای حاصله در حالت ذکر شده در تمرین قبل

حل (توسط هنرجو):

مثال ۸-۳: در مثال ۳-۳ چنانچه مقدار گرمای تولید شده از احتراق کامل ۱ kg کربن ۱۰۰۰۰۰۰۰ cal و در ترکیب با اکسید کربن ۵۰۰۰ kcal گرما مصرف شود. اولاً: مقدار گرمای تولید شده را به دست آورید.

ثانیا: کاهش گرمای حاصله نسبت به هنگامی که احتراق کامل انجام گرفته باشد.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
? = مقدار گرمای تولید شده	۱۰۰۰۰۰۰۰ cal = مقدار گرمای تولید شده از احتراق کامل ۱ کیلوگرم کربن
? = کاهش گرمای حاصله نسبت به زمانی که احتراق کامل باشد	۵۰۰۰ Cal = مقدار گرمای مصرفی در ترکیب اکسیژن با CO <sub>p</sub> ۲۴ Kg = مقدار کربن اولیه ۱۶ Kg = مقدار کربن استفاده شده در واکنش احتراق کامل ۸ Kg = مقدار کربن استفاده شده در واکنش ترکیب اکسیژن با CO <sub>p</sub>

مرحله ۲) تبدیل واحد :

طرفین را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم  $1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$

$$\frac{1}{1000} \text{ kcal} = \frac{1000}{1000} \text{ cal}$$

$$1 \text{ cal} = \frac{1}{1000} \text{ kcal}$$

$$10000000 \text{ cal} = 10000000 \times \frac{1}{1000} \text{ kcal}$$

$$10000000 \text{ cal} = 10000 \text{ kcal}$$

مرحله ۳) محاسبه مقدار گرمای تولیدی با فرض

احتراق کامل کربن

$$\frac{1 \text{ kg}}{24} \times \frac{10000 \text{ kcal}}{1} = x$$

$x = 24000 \text{ kcal}$  گرمای تولیدی در احتراق کامل

کربن

مرحله ۴) محاسبه مقدار گرمای تولید شده برای

مقدار کربن که احتراق کامل داشته (۱۶ kg)

$$\begin{array}{l} \text{kg} \quad \text{kcal} \\ 1 \quad 10000 \quad x = \frac{10000 \times 1}{1} \\ 16 \quad x \end{array}$$

$x = 160000 \text{ kcal}$  مقدار گرمای تولیدی از واکنش

(۱) مثال قبل (۳-۳)

مرحله ۵) محاسبه مقدار گرمای مصرف شده در

ترکیب کربن با  $\text{CO}_p$  (۸ kg)

$$\begin{array}{l} \text{kg} \quad \text{kcal} \\ 1 \quad 5000 \quad x = \frac{5000 \times 8}{1} \\ 8 \quad x \end{array}$$

$x = 40000 \text{ kcal}$  حرارت مصرفی در واکنش (۲)

مثال (۳-۳)

مرحله ۶) محاسبه مقدار حرارت تولید شده کامل

در مثال (۳-۳)

$$\text{مقدار} = 160000 - 40000 = 120000 \text{ kcal}$$

گرمای تولید شده کل

مرحله ۷) به دست آوردن نسبت گرمای تولید شده

کل به زمانی که احتراق به صورت کامل باشد

$$\frac{\text{در صورت کسر}}{\text{در مخرج کسر}} = \frac{120000}{240000} = 0/5$$

$$0/5 \times 100 = 50 \text{ درصد}$$

یعنی گرمای تولید شده مثال قبل برابر ۵۰ درصد

گرمای تولید شده در صورت احتراق کامل کربن است.



### ۳-۲-۳ درجه حرارت احتراق :

معمولاً هر سوخت در یک درجه حرارت معین مشتعل می‌شود بنابراین برای احتراق حداقل به یک درجه حرارت نیاز دارد که آن را درجه حرارت احتراق یا درجه حرارت اشتعال می‌گویند. به عنوان مثال در شرایط محیط نفت سفید در  $150^{\circ}\text{C}$  مشتعل می‌شود. معمولاً در ریخته‌گری از سوخت‌هایی استفاده می‌شود که درجه حرارت احتراق یا اشتعال آنها بالا باشد. چون سوخت‌های با درجه حرارت اشتعال پایین ایمنی کافی را جهت استفاده در ریخته‌گری ندارند و ممکن است باعث آتش‌سوزی و صدمات جانی شوند.

به‌طور کلی هر جسمی که در اثر ترکیب شدن با اکسیژن هوا (واکنش اکسیداسیون) حرارت تولید کند، نوعی سوخت محسوب می‌شود. اما در صنایع حرارتی موادی به عنوان سوخت به‌کار می‌روند که دارای شرایط زیر باشند:

ایمنی احتراق که باعث آتش‌سوزی و صدمات جانی نشود، از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه، فراوان و در دسترس باشد. جابجایی و انتقال آن ساده بوده و امکان ذخیره و انبارکردن آن وجود داشته باشد. به عنوان مثال بنزین که یک سوخت با کیفیت خوب و قدرت حرارتی مناسب است ولی فقط می‌توان آن را در یک فضای سر بسته و مسدود مانند موتورهای احتراق داخلی استفاده نمود.

علاوه بر مطالب فوق نحوه کنترل احتراق، تأمین نمودن درجه حرارت لازم و کنترل محیط احتراق از نظر این که محیط احتراق، اکسیدی، خنثی یا احیایی باشد، یکی دیگر از عوامل مؤثر در انتخاب سوخت است. به دلیل این که اگر محیط احتراق اکسیدی باشد، باعث می‌شود که مقدار زیادی از مذاب اکسید شده و اتلاف مذاب بیشتر شود. با توجه به مطالب ذکر شده در ایران سوخت‌های گازی به دلیل فراوانی و قیمت پایین و همچنین عدم نیاز به ذخیره سازی در کارگاه و کارخانه و نحوه کنترل آسان احتراق آنها نسبت به سوخت‌های دیگر ترجیح دارند.

### ۳-۳-۳ دسته‌بندی سوخت‌ها :

کلیه سوخت‌های فسیلی و آلی به دو دسته، سوخت‌های مصنوعی که ساخت دست بشر هستند و سوخت‌های طبیعی که در طبیعت ایجاد می‌شوند، تقسیم بندی می‌شوند که هر کدام خود به سه دسته‌بندی جامد، مایع و گاز طبقه بندی می‌شوند. مطابق جدول ۳-۱

جدول ۱-۳- دسته‌بندی سوخت‌های آلی

گروه سوخت‌ها	دسته‌های سوخت	نوع سوخت
طبیعی	جامد	چوب
		زغال سنگ
	مایع	نفت‌های طبیعی
	گاز	گاز طبیعی (گاز چاه‌های نفت)
		گاز معادن زغال سنگ
مصنوعی	جامد	زغال چوب
		کک
		بربکت
	مایع	محصولات تقطیر نفت
		محصولات کراکینگ نفت
		الکل‌های صنعتی
	گاز	گاز کوره بلند ذوب آهن
		کراکینگ گاز طبیعی
		گاز تقطیر زغال سنگ
		گازهای سنتز مانند: متان، بوتان و...
		گاز مولدها: گاز هوا، گاز آب و گاز مخلوط

#### ۴-۳- ترکیب سوخت :

با توجه به مطالب ذکر شده کربن و ئیدروژن مهم ترین اجزاء سازنده سوخت‌های آلی می‌باشند. با این وجود از لحاظ اشتعال و ایجاد حرارت مورد نیاز سوخت‌ها، ترکیبی از کربن (C) ، ئیدروژن (H) ، اکسیژن (O) ، ازت یا نیتروژن (N) ، گوگرد فرار یا قابل احتراق ( $S_v$ ) ، مواد غیرقابل احتراق به نام خاکستر (A) و رطوبت (W) می‌باشد. این عناصر و اجزا در داخل سوخت به صورت ترکیبات ساده و پیچیده می‌باشند که در این درس مورد نظر نیستند.

ترکیب سوخت‌های جامد و مایع را برحسب درصد وزنی و سوخت‌های گازی را برحسب درصد حجمی محاسبه می‌کنند. مجموع درصد‌های عناصر و ترکیبات یک سوخت باید همواره صددرصد جرم (حجم) کل آن باشد. به عبارت دیگر :

$$C + H + O + N + S_v + A + W = 100 \text{ درصد}$$

در این رابطه به استثنای A (خاکستر) و W (رطوبت) بقیه عوامل درصد ترکیب عناصر ساده است که در ایجاد حرارت و عملیات احتراق سوخت مؤثر است.

گوگرد در داخل سوخت معمولاً به سه شکل و ترکیب متفاوت وجود دارد که عبارتند از

الف - سولفات‌ها شامل  $CaSO_4$  ،  $K_2SO_4$  ،  $Na_2SO_4$

ب - سولفور فلزات به‌طور معمول پیریت به فرمول :  $FeS_2$

ج - ترکیبات آلی

سولفات‌ها معمولاً قابل احتراق نیستند بنابراین گوگرد به شکل سولفات قابل احتراق نیست و معمولاً وارد خاکستر می‌شود. اما ترکیبات آلی گوگرد و همچنین پیریت قابل احتراق هستند، بنابراین در مجموع، گوگرد قابل احتراق سوخت را تشکیل می‌دهد. اگر گوگرد به شکل سولفور (پیریت با  $S_p$  و گوگرد به شکل ترکیبات آلی با  $S_o$ ) نمایش داده شوند. گوگرد قابل احتراق به‌صورت زیر خواهد بود :

$$S_v = S_p + S_o$$

گوگرد به شکل سولفات و سولفور به روش‌های تهیه مواد معدنی قابل جدا کردن است و می‌توان با وسایلی آنها را از بین برد و یا مقدار آنها را به حداقل رساند به عنوان مثال شستشوی نفت یا زغال‌سنگ توسط اسیدسولفوریک، در صورتی که گوگرد به شکل ترکیبات آلی در ساختمان و ترکیب شیمیایی سوخت است و به سهولت نمی‌توان آن را جدا کرد. لازم به ذکر است که گوگرد عنصر مضر شناخته شده است و وجود آن در فلزات و آلیاژها خواص مکانیکی و متالورژیکی آنها را پایین می‌آورد. به‌طور معمول مقدار گوگرد به شکل ترکیبات آلی در داخل سوخت‌ها ناچیز است و از ۱/۰ درصد تجاوز نمی‌کند. از این رو در محاسبات احتراق می‌توان از گوگرد صرف‌نظر کرده و ترکیبات آلی سوخت را فقط شامل کربن (C) ، هیدروژن (H) ، اکسیژن (O) و N در نظر گرفت.

### ۵-۳- محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق :

برای محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق سوخت لازم است درصد عناصر قابل احتراق سوخت مانند C ، H ، O و  $S_v$  مشخص شود که برای این منظور لازم است که درصد عناصر سوخت توسط تجزیه کمی به‌دست آورده شود. برای این منظور در ابتدا میزان اکسیژن لازم برای احتراق هر یک از عناصر قابل احتراق تعیین می‌شود. سپس با توجه به میزان اکسیژن در ترکیب هوا می‌توان حجم یا وزن هوای لازم را به‌دست آورد. در جدول زیر ترکیب هوا در شرایط متعارفی برحسب درصد حجمی و همچنین درصد وزنی نشان داده شده است.

جدول ۲-۳- ترکیب هوای جو در شرایط متعارفی

مقدار		نام گاز و ترکیب شیمیایی آن	مقدار		نام گاز و ترکیب شیمیایی آن
درصد جرمی	درصد جرمی		درصد جرمی	درصد جرمی	
۰/۰۰۰۱۰۸	۰/۰۰۰۳	Kr کریپتون	۷۸/۰۹	۷۵/۵	N <sub>p</sub> نیتروژن
۰/۰۰۰۰۰۸	۰/۰۰۰۴	Xe گزنون	۲۰/۹۵	۲۳/۱۰	O <sub>p</sub> اکسیژن
$6 \times 10^{-18}$	-	Rn رادون	۰/۹۳۲۵	۱/۲۸۶	Ar آرگن
۰/۰۳۰	۰/۰۴۶	CO <sub>p</sub> دی‌اکسیدکربن	۰/۰۰۱۸	۰/۰۰۱۲	Ne نئون
۰/۰۰۰۰۵	-	H <sub>p</sub> هیدروژن	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۰۷	He هلیوم

میزان بخار آب موجود در هوا بین ۲ تا ۴ درصد جرمی متغیر می‌باشد. معمولاً گازهای نادر در عملیات احتراق غیرفعال هستند به همین منظور برای سادگی محاسبات معمولاً آنها را جزء نیتروژن (ازت) در نظر می‌گیرند. بنابراین معمولاً فرض می‌شود که ترکیب هوا فقط از دو عنصر نیتروژن و اکسیژن تشکیل شده باشد. در این صورت درصد جرمی و جرمی عناصر چنین خواهد بود :

درصد جرمی	درصد جرمی
اکسیژن ۲۱	۲۳
نیتروژن ۷۹	۷۷

برای سادگی محاسبات می‌توان با تقریب بیشتر گفت که هوا شامل ۲۰٪ جرمی اکسیژن و ۸۰٪ جرمی نیتروژن است. به عبارت دیگر از هر پنج (۵) واحد حجم هوا، یک واحد اکسیژن و ۴ واحد نیتروژن است. با توجه به شکل، ابعاد و نوع کوره و همچنین مرغوبیت و نوع سوخت و عوامل دیگری نظیر اکسیدی یا خنثی بودن محیط ذوب معمولاً جرم هوا را بیش از مقدار محاسبه شده براساس ۲۰٪ جرمی اکسیژن و ۸۰٪ جرمی نیتروژن در نظر می‌گیرند. با توجه به این مسأله حجم هوای محاسبه شده را در ضربی بین ۱/۱ الی ۱/۸ ضرب می‌کنند، به عبارت دیگر می‌توان گفت که سوخت با ۱۰ الی ۸۰ درصد هوای بیشتر از هوای لازم محترق می‌شود.

تمرین ۱۰-۳: برای احتراق کامل ۵۰ کیلوگرم از یک نوع سوخت جامد با ترکیب ۶۰٪ کربن، ۲۰٪ ئیدروژن و ۱۵٪ خاکستر در شرایط متعارفی چند مترمکعب هوا لازم است؟

(ترکیب هوا ۲۱٪ اکسیژن بقیه نیتروژن)

حل: (توسط هنرجو)

مثال ۹-۳: برای احتراق کامل ۱۰۰kg از یک نوع سوخت جامد با ترکیب ۶۰٪ کربن، ۲۰٪ ئیدروژن، ۱۰٪ اکسیژن و ۱۰٪ خاکستر، چند مترمکعب هوا در شرایط متعارفی لازم است؟ (ترکیب هوا ۲۵٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن)

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
	۱۰۰Kg = جرم سوخت
	۶۰٪ = درصد C
	۲۰٪ = درصد H
	۱۰٪ = درصد O
	۱۰٪ = درصد خاکستر (A)
m <sup>۳</sup> = ? حجم هوای مصرفی	
	ترکیب هوا { اکسیژن ۲۵٪ نیتروژن ۷۵٪

مرحله (۲) به دست آوردن جرم عناصر قابل احتراق: در این سوخت عناصر قابل احتراق کربن و ئیدروژن هستند. با توجه به این که ۶۰٪ سوخت کربن است، جرم کربن عبارت است از:

$$\text{درصد کربن} \times \text{جرم سوخت} = \text{جرم کربن}$$

$$\text{جرم کربن} = ۱۰۰ \times \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۶۰ \text{ kg}$$

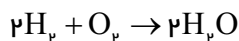
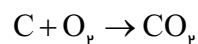
با توجه به این که ۲۰٪ سوخت ئیدروژن است، جرم

ئیدروژن عبارت است از

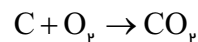
$$\text{درصد ئیدروژن} \times \text{جرم سوخت} = \text{جرم ئیدروژن}$$

$$\text{جرم ئیدروژن} = ۱۰۰ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۲۰ \text{ kg}$$

مرحله (۳) نوشتن روابط احتراق کامل کربن و ئیدروژن:



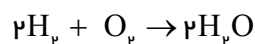
مرحله (۴) به دست آوردن حجم اکسیژن مصرفی برای احتراق کامل کربن:



$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{m}^3 & \\ 12 & 22/4 & x = \frac{22/4 \times 60}{12} \\ 60 & x & \end{array}$$

$$x = 112 \text{ m}^3 \text{ اکسیژن برای احتراق کربن}$$

مرحله (۵) به دست آوردن حجم اکسیژن مصرفی برای احتراق کامل ئیدروژن



$$\begin{array}{ccc} & \text{m}^3 & \\ 2 \times 2 \text{ kg} & 22/4 & x = \frac{20 \times 22/4}{4} \\ 20 & x & \end{array}$$

$$x = 112 \text{ m}^3 \text{ اکسیژن لازم برای احتراق}$$

ئیدروژن

مرحله (۶) به دست آوردن حجم کل اکسیژن لازم برای احتراق کامل کربن و هیدروژن

$$112 + 112 = 224 \text{ m}^3$$

مرحله (۷) به دست آوردن مقدار اکسیژن مصرفی با استفاده از اکسیژن هوا:

با توجه به این که خود سوخت حاوی اکسیژن می باشد، حجم اکسیژن موجود در سوخت را باید از حجم اکسیژن به دست آمده از مرحله ششم کم بکنیم  
درصد اکسیژن  $\times$  جرم سوخت = جرم اکسیژن موجود در سوخت

$$\text{جرم اکسیژن موجود در سوخت} = 100 \times \frac{10}{100} = 10 \text{ kg}$$

سوخت

برای به دست آوردن حجم این اکسیژن از تناسب استفاده می‌کنیم

$$\begin{array}{ccc} \text{O}_2 & \text{O}_2 & \\ \text{kg} & \text{m}^3 & \\ 32 & 22/4 & \\ 10 & x & \end{array} \quad x = \frac{10 \times 22/4}{32}$$

حجم اکسیژن موجود در سوخت  $x = 7\text{m}^3$

حجم اکسیژن موجود در سوخت - حجم کل اکسیژن مورد نیاز برای احتراق C و H = حجم اکسیژن لازم از هوا

$$\text{حجم اکسیژن لازم از هوا} = 224 - 7 = 217\text{m}^3$$

مرحله ۸) به دست آوردن حجم هوا:

اکسیژن هوا

$$\begin{array}{ccc} 100 & 25 & \\ x & 217 & \end{array} \quad x = \frac{217 \times 100}{25}$$

$$x = 868\text{m}^3 \text{ حجم هوای مورد نیاز}$$

تمرین ۱۱-۳: در صورتی که در شرایط متعارفی جرم هر لیتر هوا ۱/۴ گرم باشد نسبت حجمی و جرمی هوای احتراق به سوخت را در تمرین ۱۰-۳ تعیین کنید.

مثال ۱۰-۳: در صورتی چگالی هوا  $1/5 \text{ kg/m}^3$  باشد نسبت حجمی و جرمی هوای احتراقی به سوخت را در مثال ۹-۳ را تعیین کنید.

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

داده‌ها	خواسته‌ها
$1/5 \text{ kg/m}^3 = \text{چگالی هوا}$	$\frac{\text{حجم هوا}}{\text{جرم سوخت}} = ?$
$10 \text{ kg} = \text{جرم سوخت}$	
$868\text{m}^3 = \text{حجم هوای مورد نیاز}$	$\frac{\text{جرم هوا}}{\text{جرم سوخت}} = ?$

مرحله ۲) به دست آوردن نسبت حجمی

$$\frac{\text{حجم هوا (m}^3\text{)}}{\text{جرم سوخت (kg)}} = \frac{868}{100} = 8/68 \text{ m}^3/\text{kg}$$

یعنی به ازای هر یک کیلوگرم سوخت،  $۸/۶۸m^۳$  هوا لازم است.

مرحله ۳) به دست آوردن جرم هوای مصرفی با استفاده از رابطه جرم حجمی

$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow$$

$$۱/۵ = \frac{m}{۸۶۸} \Rightarrow m = ۱/۵ \times ۸۶۸$$

$$\text{هوا } m = ۱۳۰۲ \text{ kg}$$

مرحله ۴) به دست آوردن نسبت جرمی جرم سوخت

$$\frac{(\text{kg}) \text{ جرم هوا}}{(\text{kg}) \text{ جرم سوخت}} = \frac{۱۳۰۲}{۱۰۰} = ۱۳/۰۲$$

### ۱-۵-۳- محاسبه حجم هوا در شرایط غیرمتعارفی :

معمولاً در محاسبات، شرایط احتراق متعارفی و در فشار یک اتمسفر (۷۶۰ میلی‌متر جیوه) و درجه حرارت صفر درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته می‌شود. اما اگر هوا در درجه حرارت غیرمشخص  $\theta$  (دمای محیط) و همچنین فشار  $P$ ، غیر از فشار اتمسفر در نظر گرفته شود، در این صورت براساس قوانین فیزیک و محاسبات مربوطه می‌توان حجم هوای لازم را از رابطه زیر تعیین کرد.

$$V = \frac{\alpha P_0 V_0 T}{P}$$

که در آن :

$V$  : حجم هوای لازم در شرایط غیرمتعارفی برحسب  $m^۳$

$P_0$  : فشار هوای جو: ۷۶۰ میلی‌متر جیوه (mm Hg)

$V_0$  : حجم هوای لازم در شرایط متعارفی برحسب  $m^۳$

$T$  : درجه حرارت برحسب کلوین  $T = ۲۷۳ + \theta$

$P$  : فشار هوای محیط برحسب ارتفاع کارگاه یا کارخانه نسبت به سطح دریا تغییر می‌کند برحسب (mm Hg)



\* با توجه به رابطه فوق اگر درجه حرارت (T) افزایش یابد و فشار کاهش یابد حجم هوای لازم افزایش خواهد یافت به عبارت دیگر با کاهش فشار و افزایش درجه حرارت، هوا انبساط یافته و در نتیجه مقدار اکسیژن در واحد حجم هوا کاهش می‌یابد، در نتیجه هوا رقیق می‌شود، بنابراین هوای مصرفی بیشتر از حالت قبل است. از طرف دیگر رطوبت هوا در حجم هوای لازم برای احتراق سوخت موثر است. به عنوان مثال در مناطقی که هوا گرم و رطوبت آن زیاد است مانند مناطق جنوبی و شمالی کشور، هوا لازم برای احتراق بیشتر خواهد بود و این افزایش هوا به ۱۰٪ نیز می‌رسد که باید در محاسبات در نظر گرفته شود.

تمرین ۱۲-۳: اگر برای احتراق یک سوخت در درجه حرارت ۲۰ درجه سانتی‌گراد و فشار ۸۵۰ mmHg، ۳۰۰ m<sup>۳</sup> هوا لازم باشد. حجم هوای لازم در شرایط متعارفی چند مترمکعب خواهد بود؟ P<sub>۰</sub> = ۷۶۰ mmHg

$$\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$$

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۱-۳: اگر برای احتراق یک سوخت در شرایط متعارفی ۲۰۰ m<sup>۳</sup> هوا لازم باشد. مقدار هوای لازم در ۹۰۰ mm Hg و دمای ۴۵°C را به دست آورید. با فرض P<sub>۰</sub> = ۷۶۰ mmHg و  $\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
P <sub>۰</sub> = ۷۶۰ mmHg	V = ?
V <sub>۰</sub> = ۲۰۰ m <sup>۳</sup>	
P = ۹۰۰ mmHg	
θ = ۴۵°C	
$\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$	

مرحله (۲) تبدیل واحد:

$$T = 273 + \theta$$

$$T = 273 + 45$$

$$T = 318^{\circ}\text{K}$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوطه

$$V = \frac{\alpha P_0 V_0 T}{P}$$

مرحله (۴) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق و محاسبه

ریاضی

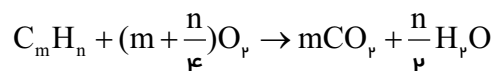
$$V = \frac{1}{273} \times 76 \times 200 \times 38$$

۹۰۰

$$V = 196 / 73 m^3$$

### ۲-۵-۳- احتراق سوخت‌های مایع و گاز :

با توجه به این که به‌طور معمول ترکیب شیمیایی سوخت‌های مایع و گاز در اکثر موارد از کربن و ئیدروژن تشکیل شده است، بنابراین محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق سوخت با استفاده از فعل و انفعال آن با اکسیژن (ترکیب با اکسیژن) امکان‌پذیر است :



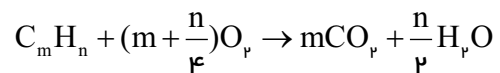
البته مشخص است که سوخت‌های گازی و مایع که در صنایع ذوب و ریخته‌گری به‌کار می‌روند مانند گاز طبیعی، نفت، گازوئیل، مازوت و... دارای یک ترکیب شیمیایی خالص و منظم مانند ئیدروکربن‌ها نیستند و ممکن است از ترکیب‌های مختلف با جرم ملکولی مختلف تشکیل شده باشند. اما در هر صورت با مشخص بودن فرمول شیمیایی یا فرمول ساده به کمک ضرایب m و n ، محاسبه حجم هوای احتراقی امکان‌پذیر است.

تمرین ۱۳-۳: مطلوب است حجم هوای لازم برای احتراق ۱۰ kg گاز  $C_8H_{18}$  در شرایط متعارفی ترکیب هوا ۲۵٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن حل (توسط هنجرو):

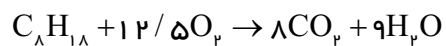
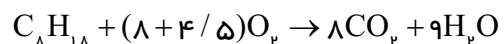
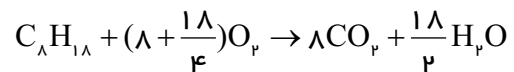
مثال ۱۲-۳: مطلوب است حجم هوای لازم برای احتراق ۴/۷kg گاز  $C_8H_{18}$  در شرایط متعارفی. ترکیب هوا: ۲۰٪ اکسیژن بقیه نیتروژن حل:مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
جرم سوخت = ۴/۷Kg C = ۱۲ H = ۱	m <sup>۳</sup> = ? حجم هوای لازم
ترکیب هوا { اکسیژن ۲۰٪ نیتروژن ۸۰٪	

مرحله ۲) نوشتن رابطه احتراق سوخت و محاسبه ریاضی، رابطه کلی احتراق:



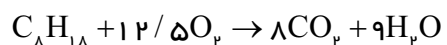
در این مثال m = ۸ و n = ۱۸ می‌باشد



مرحله ۳) به دست آوردن حجم اکسیژن لازم جهت

احتراق کامل با توجه به واکنش

$$C_8 H_{18} \text{ جرم} = 8 \times 12 + 18 \times 1 = 114$$



$$\begin{array}{ccc} C_8 H_{18} \text{ kg} & \text{اکسیژن } m^3 & \\ 114 & 12/5 \times 22/4 & \\ 4/7 & x & \end{array} \quad x = \frac{12/5 \times 22/4 \times 4/7}{114}$$

$$x = 11/54 m^3 \text{ اکسیژن}$$

مرحله ۴) به دست آوردن حجم هوای لازم برای احتراق: با توجه به این که ۲۰٪ هوا اکسیژن است، لذا

داریم: اکسیژن هوا

$$x = \frac{11/54 \times 100}{20}$$

$$x = 57 \text{ / } \text{vm}^3 \text{ هوا}$$

### ۳-۵-۳- سوخت‌های مصرفی در صنایع ذوب فلزات:

همان طوری که تاکنون گفته شد مواد آلی شامل کربن و ئیدروژن در صورت داشتن شرایط عمومی ذکر شده می‌توانند به عنوان سوخت در نظر گرفته شود، اما هر نوع سوختی را نمی‌توان در ریخته‌گری استفاده کرد.

از میان سوخت‌هایی که در جدول شماره ۱-۳ مشخص شده‌اند، تنها کک، گازوئیل، مازوت و گاز طبیعی به دلیل فراوانی، قیمت پایین و قدرت حرارتی مناسب در صنایع ذوب و ریخته‌گری استفاده می‌شوند.

کک: کک از حرارت دادن زغال‌سنگ در محیط بسته تولید می‌شود.

ککی که در ذوب و ریخته‌گری به کار می‌رود دارای مشخصات زیر است:

**الف - ترکیبات شیمیایی:** ترکیب شیمیایی کک مناسب برای ذوب به صورت زیر است:

کربن: ۸۵-۹۰ درصد      گوگرد قابل احتراق ( $S_V$ ): کمتر از ۲ درصد

خاکستر: حداکثر ۱۲ درصد      مواد فرار و تبخیری: کمتر از ۱ درصد

رطوبت: حداکثر ۲ درصد

گوگرد در کک عنصر نامعلومی است و کیفیت کک را کاهش می‌دهد بنابراین مقدار آن باید کمتر از ۲ درصد باشد، البته در تهیه بعضی از آلیاژها و فلزات مانند چدن با گرافیت کروی (نشکن) باید مقدار گوگرد کک از ۲ درصد نیز کمتر باشد. ترکیب شیمیایی و درصد عناصر تشکیل دهنده خاکستر و نقطه ذوب آن از عواملی هستند که در میزان ارزش حرارتی کک نقش مهمی دارند.

**ب - ضریب تخلخل:** کک مورد استفاده در ریخته‌گری و ذوب باید دارای تخلخل باشد تا احتراق آن به طور

کامل انجام شود براساس محاسبات ضریب تخلخل یک قطعه کک عبارت است از نسبت حجم فضای خالی به

$$\%e = \frac{V'}{V + V'} \times 100$$

حجم کل قطعه به صورت:

که در آن:

$V'$ : حجم فضای خالی

$V$ : حجم حقیقی قطعه

با توجه به این که حجم ظاهری قطعه برابر حجم حقیقی منهای حجم فضای خالی است و از طرفی رابطه چگالی

$$\text{و حجم قطعه } (\rho = \frac{m}{v}) \text{ می توان به رابطه زیر رسید : } e = 1 - \frac{\rho'}{\rho} \text{ ضریب تخلخل}$$

$$\%e = \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \times 100 \text{ درصد تخلخل}$$

که در این رابطه :

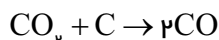
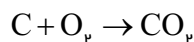
$\rho$  : چگالی حقیقی با در نظر گرفتن حجم تخلخلها

$\rho'$  چگالی ظاهری بدون در نظر گرفتن حجم تخلخلها

مشخصات کک های صنعتی معمولاً به شرح زیر می باشد :

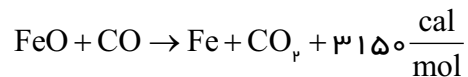
$$e = 0/45 - 0/55 \quad \rho = 1/8 - 2 \frac{g}{cm^3} \quad \rho' = 0/8 - 1/1 \frac{g}{cm^3}$$

ج - راکتیویته : در هنگام احتراق کک مقدار گاز منواکسیداکربن (CO) تولید شده یکی از مشخصات و خواص عمده کک در عملیات احیای اکسیدهای فلزات است. همان طور که قبلاً توضیح داده شد، در احتراق ناقص ابتدا مقداری از کربن کک در مجاورت اکسیژن (یا هوا) می سوزد و تولید گاز دی اکسیدکربن  $CO_p$  می کند. سپس باقیمانده کربن با دی اکسیدکربن  $CO_p$  ترکیب می شود و گاز منواکسیدکربن تولید می کند. مطابق واکنش زیر:



گاز منواکسیدکربن (CO) می تواند اکسیدهای فلزی را به سهولت احیاء کرده و علاوه بر آن گرما تولید کند به عبارت دیگر واکنش گرمازا است.

به عنوان مثال، منواکسیدکربن در احیای اکسید آهن به صورت زیر عمل می نماید :



یعنی منواکسیدکربن علاوه بر این که FeO را احیا کرده و تولید Fe خالص می نماید، مقداری گرما نیز آزاد می نماید.

مطابق تعریف نسبت تعداد مولکول های دی اکسیدکربن تبدیل شده به منواکسیدکربن (B) را بر تعداد کل مولکول های دی اکسیدکربن تولید شده (A) در احتراق راکتیویته می نامند به عبارت دیگر :

$$R = \frac{B}{A}$$

بر اساس محاسبات درصد راکتیویته بر حسب درصد گازهای دی اکسیدکربن و منواکسیدکربن به صورت زیر

است:

$$\%R = \frac{\%CO}{\%CO + 2\%CO_p} \times 100$$

در فشار ثابت راکتیویته کک به دو عامل بستگی دارد که عبارتند از درجه حرارت گاز  $CO_p$  و سرعت عبور گاز  $CO_p$  از روی کک گداخته. راکتیویته کک در داخل کوره کوپل حدود ۲۰٪ است به عبارت دیگر در حدود  $\frac{2}{3}$  کربن کک با احتراق کامل می‌سوزد، در حالی که در کوره بلند با توجه به مقدار زیاد اکسیدهای آهن راکتیویته کک در  $900^\circ C$  حداقل حدود ۷۵٪ و حداکثر ۹۰٪ است.

- نفت‌ها: ترکیبات پیچیده و مختلفی از ئیدروکربن‌های زنجیره ای و حلقوی هستند که اجزاء اصلی در ترکیب آنها هیدروژن و کربن است. گوگرد نیز در ترکیبات مختلف نفت‌ها وجود دارد و معمولاً مقدار آن کمتر از ۲ درصد است. نفت‌هایی که در ریخته‌گری و ذوب به کار می‌روند معمولاً از پالایش نفت خام ایجاد می‌شوند و در دسته ئیدروکربن‌های نسبتاً سنگین نسبت به بنزین و نفت سفید قرار دارند. به‌طور معمول گازوئیل، مازوت و نفت کوره از سوخت‌های مناسب برای ریخته‌گری می‌باشند. نفت‌ها سوخت‌های با ارزشی هستند. مزایای آنها عبارتند از:

الف - نفت‌ها دارای قدرت حرارتی عموماً زیاد و حدود ۹۰۰۰ تا ۱۰۶۰۰ کیلوکالری بر لیتر هستند که علت آن خاکستر و رطوبت بسیار کم آنها است.

ب - نفت‌ها خاکستر بسیار کمی دارند و مقدار آن غیرقابل ملاحظه است.

ج - کوره‌هایی که با سوخت مایع مانند نفت‌ها کار می‌کنند کنترل، تنظیم و ثابت نگهداشتن درجه حرارت به سادگی انجام می‌شود، به‌طوری که می‌توان مقدار سوخت را کم یا زیاد کرد.

د - انبار کردن نفت‌ها به فضای کمتری نیاز دارند و راندمان حرارتی آنها بیشتر است.

و - نفت‌ها به آسانی با هوا مخلوط شده و سریع مشتعل می‌شوند و به درجه حرارت ماکزیمم خود می‌رسند. نفت‌ها با وجود مزایای فوق دارای معایبی هستند که عبارتند از: گران بودن، خطر انفجار و اشتعال، بوی نامطبوع، ضایعات بالا در اثر تبخیر و بالاخره ایجاد رسوب در مخازن و لوله‌ها که باعث مسدود شدن و قطع جریان نفت می‌شود.

ضریب انبساط کلیه نفت‌ها زیاد است و حجم آنها در اثر گرما افزایش می‌یابد، به همین دلیل نباید مخازن نفت را به‌طور کامل پر نمود زیرا ممکن است سبب ترکیدن مخزن شود. تغییرات حجم نفت علاوه بر درجه حرارت به چگالی آن نیز بستگی دارد. به عنوان مثال برای نفتی که چگالی آن حدود  $\frac{8}{cm^3} g$  است، تغییرات حجم از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$V = V_0(1 + \frac{1}{8} \times 10^{-4} \theta + \frac{1}{2} \times 10^{-7} \theta^2)$$

که در آن :

$V$  : حجم نفت در درجه حرارت  $\theta$

$V_0$  : حجم نفت در صفر درجه سانتی‌گراد

$\theta$  : درجه حرارت نفت برحسب سانتی‌گراد

**سوخت‌های گازی** : این سوخت‌ها معمولاً به دو دسته طبیعی و مصنوعی تقسیم می‌شوند.

سوخت گاز طبیعی مخلوطی از ئیدروکربن‌های مختلف است که قسمت عمده آن را گاز متان ( $CH_4$ ) تشکیل می‌دهد. درصد گاز متان، گاز طبیعی بین ۷۵ تا ۹۰ درصد است. باقیمانده ترکیب گاز طبیعی شامل گاز ئیدروژن، نیتروژن، دی اکسید کربن و مقدار کمی اکسیژن است. در بعضی از گازهای طبیعی گاز سولفید هیدروژن ( $H_2S$ ) نیز وجود دارد که با توجه به مطالب ذکر شده در هنگام احتراق گاز دی اکسید گوگرد ( $SO_2$ ) تولید می‌کند، که در عملیات ذوب فلزات در کوره‌های شعله ای بسیار مضر است. گاز طبیعی برای استفاده باید تصفیه شود. قدرت حرارتی گاز طبیعی بالا است و به ۸۰۰۰ تا  $۸۵۰۰ \frac{kcal}{m^3}$  می‌رسد. سوخت‌های گاز مصنوعی نیز متعدد هستند و در صنعت به روش‌های مختلف تولید می‌شوند، این سوخت‌ها عبارتند از:

الف - گازهای تقطیر زغال‌سنگ یا گاز کوره‌های کک سازی

ب - گاز مولدها یا گازهای تولید شده از احتراق ناقص زغال‌سنگ

ج - گاز کوره بلند ذوب آهن

د - گاز آب یا گازهای تولید شده در اثر عبور بخار آب از روی زغال‌سنگ گداخته

ه - گازهای تولید شده به روش سنتز یا گازهای ساختگی مانند ئیدروژناسیون زغال‌سنگ که سبب تولید ئیدروکربن‌های متعدد می‌شود

و - گازهای حاصل از تقطیر یا شکسته شدن مولکول‌ها (کراکینگ) نفت‌های سنگین

### ۳-۶- بررسی قدرت حرارتی سوخت :

با توجه به واکنش عناصر قابل احتراق سوخت با اکسیژن و همچنین تعیین درصد آن‌ها، می‌توان حرارت تولید شده برای هر واحد جرم ( $kg$ ) و یا واحد حجم ( $m^3$ ) یعنی ارزش حرارتی سوخت را محاسبه و تعیین کرد. معمولاً سوخت‌های حاوی خاکستر و رطوبت است که مقدار این خاکستر در سوخت‌های جامد مهم‌تر است. خاکستر و مواد غیرقابل احتراق باعث کاهش مواد قابل احتراق در سوخت شده و به همین علت در قدرت حرارتی سوخت مؤثر هستند. در حالی که رطوبت موجود در سوخت امکان دارد تبخیر شوند و تبخیر آنها سبب جذب گرما و گرماگیری شوند که اثر آن در کاهش قدرت حرارتی بیشتر از مقدار درصد مواد غیرقابل احتراق آن است.

وجود اکسیژن در سوخت به علت ترکیب شدن آن با هیدروژن در زمان احتراق، قدرت حرارتی سوخت را کاهش می‌دهد به عبارت دیگر سوخت حاوی اکسیژن قبلاً اکسید شده و در نتیجه قدرت حرارتی آن کاهش می‌یابد. به‌طور کلی قدرت حرارتی یک سوخت را با توجه به گرمایی عناصر مختلف و ترکیب آنها با اکسیژن و ساده کردن شرایط محاسبه، می‌توان از رابطه زیر تعیین کرد :

$$q_m = 80C + 340\left(H - \frac{O}{8}\right) + 9S - 6W$$

که در آن :

$q_m$  : قدرت حرارتی سوخت بر حسب kcal/kg

C : درصد کربن

H : درصد هیدروژن

O : درصد اکسیژن

S : درصد گوگرد

W : رطوبت

تمرین ۱۴-۳: یک نوع کک با درصد تخلخل ۶۰٪ دارای چگالی  $1/1 \text{ g/cm}^3$  می‌باشد، چگالی حقیقی آن را حساب کنید.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۳-۳: در صورتی که چگالی حقیقی و ظاهری کک به ترتیب  $1/8 \text{ g/cm}^3$  و  $1 \text{ g/cm}^3$  باشد مطلوب است محاسبه درصد تخلخل کک :

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\rho = 1/8 \text{ g/cm}^3$	%e = ?
$\rho' = 1 \text{ g/cm}^3$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه درصد تخلخل :

$$\%e = \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \times 100$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و

محاسبه ریاضی

$$\%e = \left(1 - \frac{1}{1/8}\right) \times 100$$

$$\%e = 0/45 \times 100$$

$$\%e = 45\%$$



تمرین ۱۵-۳: یک نوع زغال خشکی شامل ۸۵٪ کربن، ۵٪ ئیدروژن، ۵٪ اکسیژن و ۵٪ خاکستر می‌باشد، قدرت حرارتی این زغال خشک را به دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۴-۳: مطلوب است تعیین قدرت حرارتی یک نوع زغال خشک شامل ۸۰٪ کربن، ۵٪ ئیدروژن، ۵٪ اکسیژن، ۲٪ گوگرد و ۸٪ رطوبت.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$q_m = ?$	ترکیب سوخت $= \%80C + \%5H_p + \%5O_p + \%2S + \%8W$

مرحله (۲) نوشتن رابطه قدرت حرارتی

$$q_m = 80C + 340\left(H - \frac{O}{8}\right) + 20S - 6W$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$q_m = 80 \times 80 + 340\left(5 - \frac{5}{8}\right) + 20 \times 2 - 6 \times 8$$

$$q_m = 64000 + 14875 + 40 - 48$$

$$78879 \text{ kcal/kg}$$

تمرین ۱۶-۳: در اندازه‌گیری راکتیویته یک نوع کک مقداری گاز  $CO_p$  با فشار و درجه حرارت ثابت از روی آن عبور داده شده است. در صورتی که درصد گاز  $CO_p$  خروجی ۱۵٪ و درصد CO خروجی ۸۵٪ باشد مطلوبست درصد راکتیویته کک.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۵-۳: برای اندازه‌گیری راکتیویته یک زغال کک مقداری گاز  $CO_p$  را با فشار و درجه حرارت ثابت و معین از روی آن عبور داده‌اند (در غیاب هوا و اکسیژن) درصد گازهای خروجی عبارتند از: ۹۲٪ گاز اکسیدکربن و بقیه گاز کربنیک مطلوبست درصد راکتیویته کک

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.

خواسته‌ها	داده‌ها
$\%CO_p = ?$	$\%CO = \%92$
$\%R = ?$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه

$$\%R = \frac{\%CO}{\%CO + 2\%CO_p} \times 100$$

مرحله ۳) به دست آوردن درصد  $\text{CO}_p$

$$\% \text{CO}_p = 100 - \% \text{CO}$$

$$\% \text{CO}_p = 100 - 92 = \% 8$$

مرحله ۴) جای گذاری داده ها در رابطه

$$\% R = \frac{92}{92 + 2 \times 8} \times 100 = \frac{92}{92 + 16} \times 100 =$$

$$\% R = \frac{92}{108} \times 100 = \% 85$$

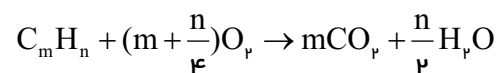
تمرین ۱۷-۳: حجم هوای لازم برای احتراق  $10 \text{ kg}$  گازی با ترکیب شیمیایی  $\text{C}_p\text{H}_q$  در شرایط متعارفی چقدر می شود (ترکیب حجمی هوا عبارت است از  $20\%$  اکسیژن و بقیه نیتروژن).  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۶-۳: مطلوبست حجم هوای لازم برای احتراق  $8 \text{ kg}$  گاز متان با ترکیب شیمیایی  $\text{CH}_4$  در شرایط متعارفی. (ترکیب حجمی هوا عبارت است از  $20\%$  اکسیژن و بقیه نیتروژن).  $\text{C} = 12$  و  $\text{H} = 1$ .  
حل:

مرحله ۱) داده ها و خواسته ها به طور مختصر و همراه با واحدها نوشته شود

داده ها	خواسته ها
$8 \text{ kg}$ = جرم گاز متان $\text{C} = 12$ $\text{H} = 1$ = ترکیب حجمی هوا نیتروژن $80\%$ + اکسیژن $20\%$	$V = ?$

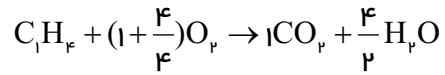
مرحله ۲) نوشتن رابطه احتراق



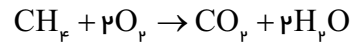
مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده ها در فرمول فوق

با توجه به این که گاز  $\text{CH}_4$  است لذا  $m = 1$  و  $n = 4$

است خواهیم داشت :



مرحله ۴) رابطه ساده شده به صورت زیر خواهد بود:



مرحله ۵) محاسبه جرم مولکولی گاز  $CH_4$  (متان):

این گاز از ۴ اتم ئیدروژن و یک اتم کربن تشکیل

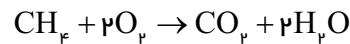
شده است بنابراین جرم مولکولی آن برابر است با :

$$12 + 4 \times 1 = 16$$

مرحله ۶) محاسبه حجم اکسیژن مورد نیاز برای

احتراق:

با توجه به رابطه احتراق



در شرایط متعارفی برای سوختن  $16\text{kg}$  متان

( $CH_4$ ) حدود  $2 \times 22 / 4\text{m}^3$  اکسیژن لازم است

بنابراین با یک تناسب ساده خواهیم داشت:

$CH_4$	اکسیژن
$16\text{kg}$	$44 / 8\text{m}^3$
$8\text{kg}$ مطابق مسأله	حجم مورد نیاز $x$

$$x = \frac{44 / 8 \times 8}{16}$$

$$x = 22 / 4\text{m}^3$$

بنابراین برای احتراق  $8\text{kg}$  گاز متان ( $CH_4$ ) حدود

$q_m = 64\text{c}$  اکسیژن لازم است.

مرحله ۷) محاسبه حجم هوای لازم: با توجه به صورت

مسأله ترکیب حجمی هوا عبارت است از ۲۰٪ اکسیژن

و ۸۰٪ نیتروژن. یعنی حد  $\frac{1}{5}$  هوا اکسیژن است.

بنابراین با توجه به این که حجم اکسیژن لازم به دست آمده است، می توان گفت که حجم هوای لازم پنج برابر حجم اکسیژن است. یا به عبارت دیگر :

حجم اکسیژن ترکیب حجمی هوا

$$\begin{array}{cc} 100 & 20 \\ x & 22/4 \end{array} \text{ اکسیژن لازم برای سوخت}$$

$$x = \frac{22/4 \times 100}{20}$$

$$x = 22/4 \times 5$$

$$x = 112 \text{ m}^3$$

حجم هوای لازم برای احتراق، ۱۱۲ مترمکعب است.

تمرین ۱۸-۳: حجم هوای لازم در شرایط متعارفی برای هر کیلوگرم سوخت ۱۲۰۰۰ lit می باشد. حجم هوا را در شرایط غیرمتعارفی فشار هوا ۶۵۰ mm Hg و دمای هوای ۳۰°C حساب کنید.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۷-۳: حجم هوای لازم در شرایط متعارفی برای هر کیلوگرم سوخت ۱۰ m<sup>۳</sup> می باشد. حجم هوا را در شرایط غیرمتعارفی فشار هوا ۶۶۰ mm Hg و دمای هوای ۲۷°C حساب کنید. P<sub>۰</sub> = ۷۶۰ mmHg و

$$\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها را به طور مختصر

می نویسیم :

خواسته ها	داده ها
V = ? حجم هوای لازم	V <sub>۰</sub> = ۱۰ m <sup>۳</sup> P <sub>۰</sub> = ۷۶۰ mmHg $\alpha = \frac{1}{273} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ P = ۶۶۰ mmHg $\theta = ۲۷^\circ\text{C}$ T = $\theta + ۲۷۳$ T = ۲۷ + ۲۷۳ T = ۳۰۰ k

مرحله (۲) نوشتن رابطه با توجه به مسأله

$$V = \frac{\alpha P_0 V_0 T}{P}$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V = \frac{\frac{1}{273} \times 760 \times 10 \times 300}{660}$$

مرحله ۴) محاسبات ریاضی

$$V = \frac{8351/65}{660}$$

$$V = 12/65 \text{ m}^3 \quad \text{حجم هوای لازم}$$

تمرین ۱۹-۳: برای احتراق ۳۵ kg از یک نوع کک (بدون رطوبت) با ترکیب ۸۳٪ کربن، ۴٪ هیدروژن، ۵٪ نیتروژن و ۸٪ خاکستر، چند مترمکعب هوا در شرایط متعارفی لازم است (  $\frac{1}{5}$  هوا اکسیژن است).  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۸-۳: برای احتراق ۳۰ kg از یک نوع کک (بدون رطوبت) با ترکیب ۸۵٪ کربن، ۳٪ هیدروژن، ۴٪ اکسیژن و ۸٪ خاکستر، چند مترمکعب هوا در شرایط متعارفی لازم است. (  $\frac{1}{5}$  حجم هوا اکسیژن است).  
(O = ۱۶ و H = ۱ و C = ۱۲)

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
	۳۰ kg = جرم کک
	ترکیب کک در شرایط متعارفی = ۸۵٪ C, ۳٪ H, ۴٪ O, ۸٪ A
؟ = حجم هوا	حجم هوا = $\frac{1}{5}$ = حجم اکسیژن
	C = ۱۲
	H = ۱
	O = ۱۶

مرحله ۲) محاسبه جرم کربن و هیدروژن در کک :  
با توجه به این که ۸۵٪ جرم کک را کربن تشکیل داده است.

$$\text{جرم کک} = \frac{85}{100} \times \text{جرم کربن}$$

$$\text{جرم کربن} = \frac{85}{100} \times 30$$

$$\text{جرم کربن} = ۲۵/۵ \text{ kg}$$

با توجه به این که ۳٪ جرم کک را هیدروژن تشکیل داده است.

$$\text{جرم کک} = \frac{۳}{۱۰۰} \times \text{جرم هیدروژن}$$

$$\text{جرم هیدروژن} = \frac{۳}{۱۰۰} \times ۳۰$$

$$\text{جرم هیدروژن} = ۰/۹ \text{ kg}$$

مرحله ۳) به دست آوردن حجم اکسیژن لازم جهت احتراق کربن و هیدروژن :

کربن مطابق رابطه مقابل می شود  $C + O_p \rightarrow CO_p$  با توجه به رابطه سوختن کربن، برای سوختن هر ۱۲ kg کربن (با توجه به جرم مولکولی)، ۳۲ kg اکسیژن لازم است. با ایجاد یک تناسب ساده خواهیم داشت :

$$\begin{array}{cc} C & O_p \\ ۱۲ \text{ kg} & ۳۲ \text{ kg} \end{array}$$

$$۲۵/۵ \quad x$$

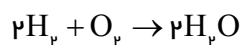
$$x = \frac{۳۲ \times ۲۵/۵}{۱۲}$$

$$x = ۶۸ \text{ kg}$$

برای سوختن کربن ۶۸ kg اکسیژن لازم است.

- با توجه به رابطه سوختن هیدروژن خواهیم داشت:

برای سوختن هر ۴ kg هیدروژن، ۳۲ kg اکسیژن لازم است.



$$\begin{array}{cc} ۲H & O_p \\ ۴ \text{ kg} & ۳۲ \text{ kg} \end{array}$$

$$۰/۹ \quad x$$

$$x = \frac{۳۲ \times ۰/۹}{۴}$$

$$x = ۷/۲ \text{ kg} \quad \text{اکسیژن}$$

برای سوختن هیدروژن  $7/2 \text{ kg}$  اکسیژن لازم است. با توجه به رابطه سوختن هیدروژن و کربن موجود در کک باید مقادیر اکسیژن به دست آمده را با هم جمع کنیم.

$$\text{اکسیژن } 68 + 7/2 = 75/2 \text{ kg}$$

مرحله ۴) به دست آوردن حجم اکسیژن در شرایط متعارفی: در شرایط متعارفی حجم هر مولکول گرم اکسیژن ( $32 \text{ g}$ )،  $22/4$  لیتر است و چون حجم اکسیژن بر حسب کیلوگرم است، حجم آن  $22/4 \text{ m}^3$  خواهد بود.

جرم اکسیژن	حجم اکسیژن
$(O_2)$	$(O_2)$
$32 \text{ kg}$	$22/4 \text{ m}^3$
$75/2 \text{ kg}$	x

$$x = \frac{75/2 \times 22/4}{32}$$

$$x = 52/64 \text{ m}^3 \text{ حجم اکسیژن لازم برای احتراق}$$

مرحله ۵) به دست آوردن حجم هوا در شرایط متعارفی: با توجه به این که حجم اکسیژن،  $\frac{1}{5}$  حجم هوا است. بنابراین حجم هوای لازم برای احتراق ۵ برابر حجم اکسیژن خواهد بود

طرفین در ۵ ضرب شود حجم هوا  $= \frac{1}{5}$  حجم اکسیژن

$$5 \times \text{حجم اکسیژن} = \frac{1}{5} \times 5$$

$$\text{حجم هوا} = 5 \times 52/64$$

$$\boxed{\text{حجم هوا} = 263/32 \text{ m}^3}$$

تمرین ۲۰-۳: مطلوبست تعیین قدرت حرارتی یک نوع گازوئیل که در تجزیه کمی آن ۸۵٪ کربن و ۱۴٪ هیدروژن و ۱ درصد مواد غیرقابل احتراق تعیین شده است.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۹-۳: مطلوبست تعیین قدرت حرارتی یک نوع گازوئیل که در تجزیه کمی آن ۹۰٪ کربن و ۹٪ هیدروژن و ۰/۵ درصد گوگرد و ۰/۵ درصد مواد غیرقابل احتراق تعیین شده است.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور خلاصه و همراه

با واحدها نوشته می‌شود

داده‌ها	خواسته‌ها
کربن ۹۰٪ C = ۹۰٪	$q_m = ? \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$
نئیدروژن ۹۰٪ H = ۹۰٪	
گوگرد ۰/۵٪ S = ۰/۵٪	
مواد غیرقابل احتراق ۰/۵٪ A = ۰/۵٪	
O = ۰٪	

مرحله (۲) نوشتن رابطه قدرت حرارتی

$$q_m = 80C + 340(H - \frac{O}{8}) + 20S - 6A$$

مرحله (۳) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه فوق

$$q_m = (80 \times 90) + 340(9 - \frac{0}{8}) + (20 \times 0/5) - (6 \times 0/5)$$

مرحله (۴) محاسبات ریاضی

$$q_m = 7200 + 340 \times 9 - 340 \times 0 + 10 - 3$$

$$q_m = 7200 + 3060 - 0 + 10 - 3$$

$$q_m = 10267 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$$



مثال ۳-۲۰: در تجزیه کمی ۱۱۶ gr سوخت، ۹۶ g

کربن و بقیه هیدروژن تعیین شده است :

اولاً: فرمول ساده سوخت را مشخص کنید

ثانیاً: حجم هوای لازم برای احتراق هر کیلوگرم از

آن را در شرایط متعارفی به دست آورید. درصد حجمی

هوا ۲۰ درصد اکسیژن و بقیه نیتروژن است.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور مختصر و همراه با

واحد نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
? = فرمول تقریبی سوخت	۱۱۶gr = جرم سوخت
? = حجم هوای لازم برای احتراق هر کیلوگرم سوخت	۹۶gr = جرم کربن ۲۰gr = جرم هیدروژن ۲۰٪ = درصد حجمی اکسیژن هوا

اولاً: مرحله (۲) به دست آوردن فرمول تقریبی سوخت



$$12m + n = 116 \quad \text{جرم مولکولی سوخت}$$

$$12m + n = 116 \quad (1)$$

$$12m = 96 \quad \text{جرم مولکولی کربن سوخت}$$

(طرفین تساوی بر ضریب m تقسیم می‌شود)

$$\frac{m \times 12}{12} = \frac{96}{12}$$

$$m = 8$$

به جای m مقادیرش را قرار می‌دهیم (از معادله (۱))

$$12m + n = 116$$

$$12 \times 8 + n = 116$$

$$96 + n = 116$$

تمرین ۳-۲۱: در تجزیه کمی ۱۲۴ gr سوخت، g

۹۸ کربن و بقیه هیدروژن تعیین شده است :

اولاً: فرمول ساده سوخت را مشخص کنید

ثانیاً: حجم هوای لازم برای احتراق ۵۰ kg از آن

را در شرایط متعارفی به دست آورید. درصد حجمی هوا

۲۰٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن است.

حل (توسط هنجو):

مقدار n را حساب می‌کنیم

$$n = 116 - 96$$

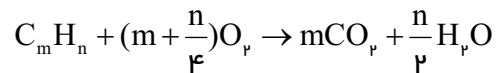
$$n = 20$$

با توجه به فرمول  $C_mH_n$  و مقادیر m و n فرمول

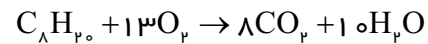
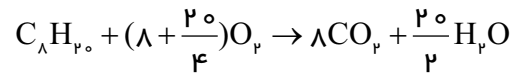
تقریبی سوخت برابر است با:



ثانیاً: مرحله ۳) نوشتن فرمول احتراق سوخت:

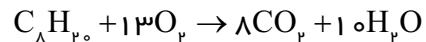


مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها:



مرحله ۵) محاسبه حجم اکسیژن لازم برای سوختن یک

کیلوگرم سوخت



حجم اکسیژن لازم (متر مکعب) جرم مولکولی سوخت (کیلوگرم)



116

$$13 \times 22 / 4$$

کیلوگرم سوخت

1

x

$$x = \frac{13 \times 22 / 4 \times 1}{116}$$

$$x = 2 / 5 \text{ m}^3 \text{ اکسیژن}$$

مرحله ۶) محاسبه حجم هوای لازم برای سوختن ۱

کیلوگرم سوخت

با توجه به این که درصد حجمی اکسیژن هوا ۲۰٪ است

خواهیم داشت:

درصد حجمی اکسیژن درصد حجمی هوا

100

20

x

2/51

$$x = \frac{100 \times 2 / 51}{20}$$

$$x = 12 / 55 m^3$$

حجم هوای لازم برای احتراق یک کیلوگرم سوخت

تمرین ۲۲-۳: در تجزیه کمی ۶۵ gr از یک نوع سوخت ۳۵gr کربن و بقیه هیدروژن به دست آمده است مطلوبست تعیین:

الف - فرمول ساده سوخت

ب - حجم هوای لازم برای احتراق ۴ kg از این سوخت (حجم هوا ۲۲٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن) حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۱-۳: در تجزیه کمی ۵۸ gr از یک نوع سوخت ۴۸ gr کربن و بقیه هیدروژن به دست آمده است مطلوبست تعیین:

الف - فرمول ساده سوخت

ب - حجم هوای لازم برای احتراق ۲ kg از این سوخت (حجم هوا ۲۰٪ اکسیژن و بقیه نیتروژن است). حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها به‌طور مختصر نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
? فرمول ساده سوخت	۵۸gr = جرم مولکولی سوخت
? حجم هوای لازم برای احتراق ۲ کیلوگرم سوخت	۴۸gr = جرم کربن موجود در مولکول سوخت
	۲۰٪ = درصد حجمی اکسیژن هوا
	۲kg = جرم سوخت
	c = ۱۲
	H = ۱

مرحله (۲) به دست آوردن فرمول تقریبی سوخت :

فرمول کلی سوخت به صورت  $C_m H_n$  می‌باشد.

راه اول :

= جرم هیدروژن موجود در مولکول سوخت

جرم کربن موجود در مولکول سوخت - جرم مولکول سوخت

$$= 58 - 48$$

جرم هیدروژن موجود در مولکول سوخت = ۱۰

$$\text{جرم } C_m = 12 \times m = 48$$

طرفین تساوی را بر عدد ۱۲ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{12 \times m}{12} = \frac{48}{12}$$

$$m = 4$$

$$\text{جرم } H_n = 1 \times n$$

$$10 = 1 \times n$$

$$n = 10$$

راه دوم :

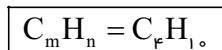
تعداد کربن

$$m = \frac{\text{جرم کربن سوخت}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{48}{12} = 4$$

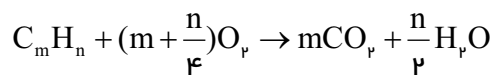
تعداد هیدروژن

$$n = \frac{\text{جرم هیدروژن سوخت}}{\text{جرم اتمی}} = \frac{10}{1} = 10$$

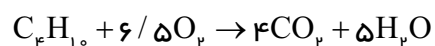
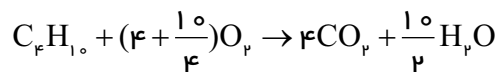
لذا فرمول تقریبی به صورت زیر می‌باشد



مرحله ۳) نوشتن رابطه احتراق سوخت

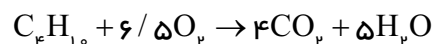


مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در فرمول



مرحله ۵) محاسبه حجم اکسیژن لازم برای احتراق

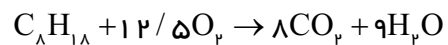
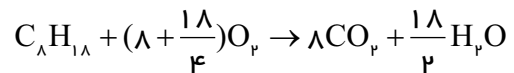
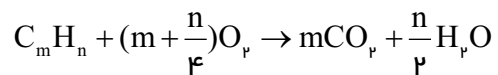
سوخت :



	<p>حجم اکسیژن لازم برحسب جرم مولکولی سوخت برحسب</p> $\frac{\text{kg}}{58} \quad \frac{\text{m}^3}{6/5 \times 22/4}$ $2\text{kg} \quad x$ $x = \frac{6/5 \times 22/4 \times 2}{58}$ <p><math>x = 5/02 \text{ m}^3</math> حجم اکسیژن لازم برای احتراق 2 kg سوخت</p> <p>مرحله ۶) محاسبه حجم هوای لازم برای احتراق سوخت با توجه به این که ۲۰٪ حجم هوا، اکسیژن است، بنابراین حجم هوا ۵ برابر اکسیژن می‌باشد.</p> <p>درصد حجمی اکسیژن <math>= \frac{100}{20} = 5</math></p> <p>حجم هوای لازم برای احتراق <math>= 5 \times 5/02</math></p> <p>حجم هوای لازم برای احتراق <math>= 25/1 \text{ m}^3</math></p>
<p>تمرین ۲۳-۳: حجم هوای لازم برای احتراق ۱۵ kg گاز متان با ترکیب شیمیایی <math>\text{CH}_4</math> را در شرایط غیرمتعارفی فشار ۶۵۰ mmHg و دمای ۳۵۰°C محاسبه کنید (ترکیب هوا از ۲۰٪ اکسیژن و ۸۰٪ حجمی نیتروژن می‌باشد و ضریب انبساط حجمی گازها <math>P_0 = 760 \text{ mmHg}</math> و <math>\frac{1}{273} \text{ } ^\circ\text{C}</math> می‌باشد. حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۲۲-۳: حجم هوای لازم برای احتراق ۹/۴ kg گاز اکتان با ترکیب شیمیایی <math>\text{C}_8\text{H}_{18}</math> را در شرایط غیرمتعارفی فشار ۶۸۰ mmHg و دمای ۳۰°C محاسبه کنید (ترکیب هوا از ۲۱٪ اکسیژن و ۷۹٪ حجمی نیتروژن تشکیل شده است). ضریب انبساط حجمی گاز <math>\frac{1}{273} \text{ } ^\circ\text{C}</math> و <math>P_0 = 760 \text{ mmHg}</math> حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود.</p>

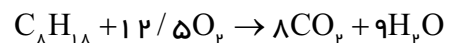
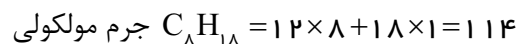
داده‌ها	خواسته‌ها
جرم سوخت = ۹/۴ kg	۱- حجم هوای لازم
$P = ۶۸۰ \text{ mmHg}$	برای احتراق در شرایط
$\theta = ۳۰^\circ \text{C}$	متعارفی
$T = ۲۷۳ + ۳۰ = ۳۰۳ \text{ K}$	۲- حجم هوای لازم
ترکیب هوا $\begin{cases} ۲۱\% \text{ O}_p \\ ۷۹\% \text{ N}_p \end{cases}$	در شرایط غیرمتعارفی
$\alpha = \frac{1}{۲۷۳} \frac{1}{^\circ \text{C}}$	داده شده
$P_o = ۷۶۰ \text{ mmHg}$	

مرحله ۲) نوشتن واکنش احتراق گاز



مرحله ۳) محاسبه حجم اکسیژن لازم در شرایط متعارفی

برای سوختن ۹/۴ kg از این گاز



$C_۸ H_{۱۸}$ kg	اکسیژن $m^۳$
۱۱۴	$۱۲/۵ \times ۲۲/۴$
۹/۴	x

$$x = \frac{۱۲/۵ \times ۲۲/۴ \times ۹/۴}{۱۱۴}$$

حجم اکسیژن  $x = ۲۳/۵ m^۳$

مرحله ۴) به دست آوردن حجم هوای لازم در شرایط

متعارفی

اکسیژن هوا

$$x = \frac{23/09 \times 100}{21}$$

حجم هوای لازم در شرایط متعارفی  $x = 109/95 m^3$   
مرحله ۵) نوشتن رابطه حجم در شرایط غیرمتعارفی

$$V = \frac{\alpha P_0 V_0 T}{P}$$

مرحله ۶) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V = \frac{1}{273} \times 760 \times 109/95 \times 303$$

۶۸۰

$$V = 136/39 m^3$$





سیمای فصل



## ۴- محاسبات ساده در ریخته‌گری

### ۴-۱- محاسبه ترکیب آلیاژها :

مهم‌ترین مسأله در هنگام ساخت آلیاژ، تعیین ترکیب آلیاژ یا درصد عناصر تشکیل دهنده آلیاژ می‌باشد. البته مسائل اقتصادی نیز تأثیر دارد. به‌طوری که برای تهیه آلیاژ بتوان از مواد اولیه ارزان قیمت استفاده نمود. با توجه به این موارد، استفاده از قراضه‌ها، برگشتی‌ها و کاهش اتلافات مواد ذوب و محاسبات دقیق و کنترل شرایط ذوب لازم می‌باشد. هر کدام از این موارد نیازمند بررسی و تشریح به‌صورت جداگانه می‌باشد که در این قسمت به نکات عمومی و مشترک آنها پرداخته می‌شود.

در تهیه آلیاژ معمولاً از مواد مختلف آلیاژی به شرح زیر استفاده می‌شود.

۱- شمش‌های اولیه ۴- آلیاژسازها

۲- شمش‌های ثانویه ۵- قراضه‌ها

۳- مواد افزودنی مانند فلاکس، گاززداها، ریزکننده‌ها و اصلاح کننده‌های دانه‌ها

۱-۱-۴- شمش‌های اولیه : قطعاتی هستند که برحسب نوع فلز در جرم‌های معین از سنگ معدن تهیه می‌شوند. این شمش‌ها درجه خلوص بالایی دارند و عناصر ناخالص آنها در حدود ۱ درصد است. شمش‌های اولیه برای فلزاتی مانند آلومینیم، مس، چدن و... تولید می‌شوند.

۲-۱-۴- شمش‌های ثانویه : این شمش‌ها با استفاده از قراضه‌ها تولید می‌شوند به این صورت که آنها را ذوب نموده و سپس تصفیه می‌کنند تا به ترکیب معین موردنظر برسند درجه خلوص این شمش‌ها با شمش‌های اولیه متفاوت است و قیمت آنها بالاتر می‌باشد.

۳-۱-۴- آلیاژسازها : روش معمول برای ساخت آلیاژ باید در حالت مذاب، فلزی را به فلز دیگر اضافه نمود. معمولاً این عمل دارای اشکالاتی است که به نقطه ذوب و اختلاف فشار بخار آنها بستگی دارد. به عنوان مثال اگر عنصری با نقطه ذوب پائین به فلزی با نقطه ذوب بالا اضافه شود و کاملاً درهم محلول باشند هیچگونه مشکلی به وجود نمی‌آید. در صورتی که اگر حلالیت این دو عنصر کم باشد یا اختلاف فشار آنها زیاد باشد در این صورت عنصر با نقطه ذوب پائین ممکن است بخار شود که در این صورت امکان اکسید شدن عنصر با نقطه ذوب پائین زیاد است در نتیجه مقدار اتلافات زیاد می‌شود، از طرف دیگر در صورتی که فلزی با نقطه ذوب بالا مثل مس به فلزی با نقطه ذوب پائین مانند آلومینیم اضافه شود در این صورت امکان ذوب با نقطه ذوب بالا، انحلال و پخش آن بسیار کم است و نمی‌توان آن را به سهولت به مذاب اضافه نمود. در این موارد از ترکیبات با درصد بالایی به نام‌ها درنر یا آلیاژساز استفاده می‌شود. آلیاژسازها از آلیاژ دو یا چند عنصر با نسبت ترکیبی بالایی تشکیل شده است که در عملیات ذوب و اضافه نمودن عنصری به عنصر دیگر استفاده می‌شود. مشخصات آلیاژسازها به قرار زیر است :

الف - دارای درصد قابل توجهی از حداقل دو عنصر است.

ب - نقطه ذوب پایین دارند.

ج - معمولاً ترد و شکننده هستند.

بعضی از آلیاژسازها مانند سیلومین و فروآلیاژها علاوه بر کاربردهای صنعتی که دارند به عنوان آلیاژساز نیز استفاده می‌شوند. جدول (۱-۴) ترکیب و نقطه ذوب چند آلیاژ را نشان می‌دهد.

جدول ۱-۴- نسبت ترکیب و نقطه ذوب چند آلیاژساز

نوع آلیاژ	نسبت ترکیب	نقطه ذوب °C
مس - منگنز	۷۳Cu ، ۲۷Mn	۸۶۰
مس - آهن	۹۰-۹۵Cu ، ۱۰-۵Fe	۱۴۵۰
مس - سیلیسیم	۷۵Cu ، ۲۵Si	۱۰۰۰
مس - قلع	۵۰Cu ، ۵۰Sn	۷۸۰
مس - نیکل	۶۷-۸۵Cu ، ۱۵ - ۳۳Ni	۱۰۵۰-۱۲۰۵
مس - آلومینیم	۵۰Cu ، ۵۰Al	۵۸۰
آلومینیم - سیلیسیم	۸۵-۸۸Al ، ۱۲ - ۱۵Si	۶۲۰-۶۶۰
آلومینیم - منیزیم	۸۹-۹۱Al ، ۹ - ۱۱Mg	۵۶۰-۶۴۰
آلومینیم - منگنز	۸۹-۹۱Al ، ۹ - ۱۱Mn	۷۷۰-۸۳۰
آلومینیم - برلیوم	۹۷-۹۸Al ، ۲ - ۳Be	۶۰۰-۶۶۰
آلومینیم - آهن	۸۹-۹۱Al ، ۹ - ۱۱Fe	۸۰۰-۸۵۰
آلومینیم - مس - منگنز	۵۰Al ، ۴۰Cu ، ۱۰Mn	۶۵۰
آلومینیم - مس - آهن	۷۰Al ، ۲۰Cu ، ۱۰Fe	۸۳۰

۴-۱-۴ - قراضه‌ها: معمولاً برای کاهش قیمت تمام شده آلیاژسازی به عنوان مواد اولیه استفاده می‌شوند

که معمولاً به دو دسته برگشتی‌ها و قراضه‌های تجاری تقسیم می‌شوند.

الف - برگشتی‌ها: شامل قطعات معیوب ریخته‌گری، راهگاه، تغذیه و... است که در هر کارگاه ریخته‌گری وجود

دارد مزیت برگشتی‌ها این است که دارای ترکیب معین و مشخص می‌باشند، استفاده از برگشتی‌ها باعث کاهش

هزینه‌های آلیاژسازی و همچنین انبارداری آنها می‌شود.

ب - قراضه‌های تجاری : شامل قطعات فلزی خارج از سرویس، شکسته، تسمه‌ها، براده‌ها و سوفاره‌ها می‌باشند که قیمت پایینی دارند. هنگام استفاده از آنها باید از لحاظ ترکیب شیمیایی، طبقه‌بندی شوند. از طرفی با توجه به این که امکان اکسید شدن سوفاره‌ها و براده‌ها به دلیل سطح تماس نسبتاً بالای آنها زیاد است، بهتر است قبل از استفاده فشرده شده و به صورت بلوکه درآیند.

**۵-۱-۴- آلیاژسازی :** عبارت است از اضافه نمودن یک عنصر به عنصر دیگر در حالت مذاب

به طوری که این عنصر در ترکیب مذاب باقی بماند و با اکسیژن هوا ترکیب نشده و وارد سرباره نشود. همچنین در آلیاژسازی سعی می‌شود از ورود ناخالصی و مواد ناخواسته به مذاب جلوگیری شود.

ذکر این نکته لازم است که در مورد شارژ و نسبت ترکیبی آلیاژ معمولاً از درصد وزنی استفاده می‌شود به این صورت که جرم کل آلیاژ ۱۰۰ در نظر گرفته می‌شود و مقدار اجزاء سازنده آلیاژ برحسب جرم آنها به صورت درصد بیان می‌شود. برای این منظور معمولاً برای حل مسائل آلیاژسازی از تناسب استفاده می‌شود.

تمرین ۱-۴: در تهیه یک نوع آلیاژ مس، ۶۰ kg مس خالص و ۱۰ kg آلومینیم استفاده شده است در صورتی که اتلافات مذاب منظور نشود، درصد ترکیب آلیاژ را تعیین کنید.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱-۴: در تهیه یک نوع آلیاژ آلومینیم، ۵۰ kg آلومینیم خالص و ۱۰ kg سیلیسیم استفاده شده است در صورتی که اتلافات مذاب منظور نشود، درصد ترکیب آلیاژ را تعیین کنید.  
حل: مرحله (۱) داده و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
%Al = ؟	Al = ۵۰ kg
%Si = ؟	Si = ۱۰ kg

مرحله (۲) محاسبه جرم کل آلیاژ با استفاده از جرم اجزاء موجود در آن، در این آلیاژ ۵۰ kg آلومینیم و ۱۰ kg سیلیسیم وجود دارد بنابراین جرم کل آلیاژ برابر است با:

$$\text{جرم آلیاژ} = ۵۰ + ۱۰ = ۶۰ \text{ kg}$$

مرحله ۳) برای به دست آوردن درصد این عناصر با فرض این که ۱۰۰ kg از این آلیاژ بخواهیم، با استفاده از تناسب مقادیر آلومینیم و سیلیسیم لازم مطابق زیر به دست می آید.

جرم آلومینیم      جرم کل آلیاژ

$$\begin{array}{ccc} 60 & 50 & x = \frac{50 \times 100}{60} \\ 100 & x & 60 \end{array}$$

$x = 83.3\%$  درصد آلومینیم

جرم سیلیسیم      جرم کل آلیاژ

$$\begin{array}{ccc} 60 & 10 & x = \frac{10 \times 100}{60} \\ 100 & x & 60 \end{array}$$

$x = 16.6\%$  درصد سیلیسیم

یا

درصد آلومینیم - ۱۰۰ = درصد سیلیسیم

$100 - 83.3 = 16.6\%$  درصد سیلیسیم

در نتیجه با توجه به این که در ۱۰۰ kg از این آلیاژ

۸۳/۴ kg آلومینیم و ۱۶/۶ kg سیلیسیم وجود دارد.

بنابراین درصد آلومینیم ۸۳/۴٪ و درصد سیلیسیم

۱۶/۶٪ می باشد.

تمرین ۲-۴ kg ۶۰ آلیاژ آلومینیم، سیلیسیم و منیزیم با ترکیب ۸۵٪ آلومینیم، ۱۰٪ سیلیسیم و ۵٪ منیزیم وجود دارد. مقدار هر کدام از عناصر تشکیل دهنده این آلیاژ چقدر است؟  
حل (توسط هنجرو):

مثال ۲-۴: ۴۰ kg شمش برنز با ترکیب ۸۰٪ مس،

۱۰٪ قلع، ۶٪ روی و ۴٪ سرب وجود دارد، مقدار هر

کدام از عناصر تشکیل دهنده برنز چقدر است؟

حل:

مرحله (۱) داده و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
? = جرم مس	۴۰ kg = جرم شمش
? = جرم قلع	۱۰% + مس ۸۰% = ترکیب آلیاژ
? = جرم روی	سرب ۴% + قلع ۶% + روی
? = جرم سرب	

مرحله (۲) به دست آوردن جرم مس : با توجه به این که درصد مس ۸۰٪ است. بنابراین در ۱۰۰ kg از این شمش ۸۰ kg مس وجود دارد، حال با استفاده از یک تناسب ساده مقدار مس را در ۴۰ kg شمش به دست می‌آوریم.

شمش برنز	مس	
۱۰۰ <sup>kg</sup>	۸۰ <sup>kg</sup>	
۴۰	x	$x = \frac{80 \times 40}{100}$

جرم مس  $x = ۳۲\text{kg}$

مرحله (۳) به دست آوردن جرم قلع مانند مرحله (۲)

شمش برنز	قلع	
۱۰۰ <sup>kg</sup>	۱۰ <sup>kg</sup>	
۴۰	x	$x = \frac{40 \times 10}{100}$

جرم قلع  $x = ۴\text{kg}$

مرحله (۴) به دست آوردن جرم روی:

شمش برنز	روی	
۱۰۰ <sup>kg</sup>	۶ <sup>kg</sup>	
۴۰	x	$x = \frac{40 \times 6}{100}$

جرم روی  $x = ۲/۴\text{kg}$

مرحله ۵) به دست آوردن جرم سرب

سرب	شمش برنز	
kg	kg	
۴	۱۰۰	$x = \frac{۴۰ \times ۴}{۱۰۰}$
x	۴۰	

جرم سرب  $x = ۱/۶ \text{ kg}$

تمرین ۳-۴ در تهیه یک نوع آلیاژ مس، ۸۰ kg شمش با ترکیب (۷۰٪ مس و ۱۰٪ قلع و ۲۰٪ روی) و ۲۰ kg مس خالص استفاده شده است با صرف نظر از اتلافات، درصد ترکیب آلیاژ چقدر می باشد؟  
حل (توسط هنجرو):

مثال ۳-۴ در تهیه یک آلیاژ برنج از ۵۰ kg شمش برنج با ترکیب (۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی) و ۱۰ kg مس خالص استفاده شده است با صرف نظر از اتلافات، درصد ترکیب آلیاژ را حساب کنید.

حل: مرحله ۱) داده و خواسته ها نوشته می شود

داده ها	خواسته ها
۵۰ kg = شمش برنج	
ترکیب شمش	؟ = درصد مس
۴۰٪ + مس ۶۰٪ =	؟ = درصد روی
روی	
۱۰ kg = جرم مس	
خالص	

مرحله ۲) ابتدا مقدار مس و روی موجود در شمش برنج را محاسبه می کنیم.

شمش برنج	مس	
kg	kg	
۱۰۰	۶۰	$x = \frac{۶۰ \times ۵۰}{۱۰۰}$
۵۰	x	

$x = ۳۰ \text{ kg}$  مقدار مس موجود در شمش برنج

شمش برنج	روی	
kg	kg	
۱۰۰	۴۰	$x = \frac{۴۰ \times ۵۰}{۱۰۰}$
۵۰	x	

$x = ۲۰ \text{ kg}$  مقدار روی موجود در شمش برنج

مرحله ۳) محاسبه مقدار کل آلیاژ و مقادیر مس و روی در آلیاژ برنج

$$\text{مقدار مس خالص} + \text{مقدار شمش} = \text{مقدار کل آلیاژ}$$

$$= 50 + 10 = 60 \text{ kg}$$

مقدار مس کل =

مقدار مس خالص + مقدار مس موجود در شمش

$$\text{مقدار مس کل} = 30 + 10 = 40 \text{ kg}$$

$$20 \text{ kg} = \text{مقدار روی موجود در شمش} = \text{مقدار روی کل}$$

مرحله ۴) به دست آوردن درصد مس و روی در آلیاژ جدید با استفاده از تناسب

آلیاژ	مس	
60	40	
100	x	$x = \frac{40 \times 100}{60}$

$$\text{درصد مس} \quad x = \%66.6$$

آلیاژ	روی	
60	20	
100	x	$x = \frac{100 \times 20}{60}$

$$\text{درصد روی} \quad x = \%33.3$$

تمرین ۴-۴ در تهیه یک نوع آلیاژ برنج، 50 kg مس، 20 kg روی، 30 kg شمش برنج با ترکیب (60٪ مس، 35٪ روی و 5٪ قلع) استفاده شده است. با فرض نبود اتلافات، ترکیب آلیاژ را محاسبه کنید. حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۴ در تهیه یک نوع آلیاژ آلومینیم، 40 kg آلومینیم، 15 kg سیلیسیم، 30 kg شمش آلیاژ آلومینیم با ترکیب (80٪ آلومینیم، 15٪ سیلیسیم و 5٪ منیزیم) و 20 kg برگشتی با ترکیب (85٪ آلومینیم، 12٪ سیلیسیم و 3٪ منیزیم) استفاده شده است با فرض نبود اتلافات، درصد ترکیب آلیاژ را حساب کنید



حل: مرحله (۱) داده و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
	۴۰ kg = آلومینیم خالص
	۱۵ kg = سیلیسیم
	۳۰ kg = شمش آلیاژ آلومینیم
? = درصد آلومینیم	ترکیب شمش
? = درصد سیلیسیم	۱۵% + ۸۰% آلومینیم =
? = درصد منیزیم	منیزیم ۵% + سیلیسیم
	۲۰ kg = برگشتی
	ترکیب برگشتی
	۱۲% + ۸۵% آلومینیم =
	منیزیم ۳% + سیلیسیم

مرحله (۲) محاسبه مقدار آلومینیم، سیلیسیم و

منیزیم در شمش

شمش	آلومینیم	
kg	kg	
۱۰۰	۸۰	$X = \frac{۳۰ \times ۸۰}{۱۰۰}$
۳۰	X	

$X = ۲۴ \text{ kg}$  مقدار آلومینیم موجود در آلیاژ

شمش	سیلیسیم	
kg	kg	
۱۰۰	۱۵	$X = \frac{۱۵ \times ۳۰}{۱۰۰}$
۳۰	X	

$X = ۴/۵ \text{ kg}$  مقدار سیلیسیم موجود در آلیاژ

شمش	منیزیم	
kg	kg	
۱۰۰	۵	$X = \frac{۳۰ \times ۱۵}{۱۰۰}$
۳۰	X	

$x = 1/5 \text{ kg}$  مقدار منیزیم موجود در آلیاژ

مرحله ۳) محاسبه مقدار آلومینیم، سیلیسیم و

منیزیم در برگشتی

برگشتی	آلومینیم	
۱۰۰	۸۵	$x = \frac{20 \times 85}{100}$
۲۰	x	

$x = 17 \text{ kg}$  مقدار آلومینیم موجود در برگشتی

برگشتی	سیلیسیم	
۱۰۰	۱۲	$x = \frac{20 \times 12}{100}$
۲۰	x	

$x = 2/4 \text{ kg}$  مقدار سیلیسیم موجود در برگشتی

برگشتی	منیزیم	
۱۰۰	۳	$x = \frac{20 \times 3}{100}$
۲۰	x	

$x = 0/6 \text{ kg}$  مقدار منیزیم موجود در برگشتی

مرحله ۴) محاسبه جرم کل آلیاژ و مقادیر کلی

آلومینیم، سیلیسیم و منیزیم

جرم سیلیسیم + جرم آلومینیم خالص = جرم کل آلیاژ

جرم برگشتی + جرم شمش +

$$\text{جرم کل آلیاژ} = 40 + 15 + 30 + 20 = 105 \text{ kg}$$

جرم آلومینیم خالص = جرم کل آلومینیم موجود در آلیاژ

جرم آلومینیم موجود + جرم آلومینیم موجود در شمش +

در برگشتی

$$\text{جرم کل آلومینیم موجود} = 40 + 24 + 17 = 81 \text{ kg}$$

در آلیاژ

جرم سیلیسیم خالص = جرم کل سیلیسیم موجود در آلیاژ

سیلیسیم موجود در برگشتی + جرم سیلیسیم موجود در شمش +

$$\text{جرم کل سیلیسیم} = ۱۵ + ۴/۵ + ۲/۴ = ۲۱/۹ \text{ kg}$$

موجود در آلیاژ

= جرم کل منیزیم موجود در آلیاژ

جرم منیزیم موجود در برگشتی + جرم منیزیم موجود در شمش

$$\text{جرم کل منیزیم موجود در} = ۱/۵ + ۰/۶ = ۲/۱ \text{ kg}$$

آلیاژ

مرحله ۵) محاسبه درصد اجزاء آلیاژ

آلیاژ آلومینیم

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ ۱۰۵ & ۸۱ & X = \frac{۸۱ \times ۱۰۰}{۱۰۵} \\ ۱۰۰ & X & \end{array}$$

$X = ۷۷/۱۴\%$  درصد آلومینیم در آلیاژ جدید

آلیاژ سیلیسیم

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ ۱۰۵ & ۲۱/۹ & X = \frac{۱۰۰ \times ۲۱/۹}{۱۰۵} \\ ۱۰۰ & X & \end{array}$$

$X = ۲۰/۸۶\%$  درصد سیلیسیم در آلیاژ جدید

آلیاژ منیزیم

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ ۱۰۵ & ۲/۱ & X = \frac{۱۰۰ \times ۲/۱}{۱۰۵} \\ ۱۰۰ & X & \end{array}$$

$X = ۲\%$  درصد منیزیم در آلیاژ جدید

### ۶-۱-۴- اتلاف کوره :

در هنگام آلیاژسازی معمولاً مقداری از عناصری که اضافه می‌شوند، در اثر واکنش با هوا یا سوخت به سرباره منتقل می‌شوند که جزو اتلاف کوره در نظر گرفته می‌شوند. اتلاف به عوامل متعددی بستگی دارد که مهم‌ترین آنها عبارتند از:

الف - روش باردهی و اندازه قطعات : هرچه قدر اندازه قطعات کوچک‌تر باشد سطح تماس آنها با هوا بیشتر و در نتیجه سریع‌تر اکسید می‌شوند. بنابراین بهتر است قطعات بزرگ در نظر گرفته شوند. همچنین سوفاره و براده‌ها

به صورت فشرده شده استفاده می‌شوند.

ب - روش و شرایط ذوب : محیط اطراف کوره، درجه حرارت فوق ذوب، استفاده از فلاکس‌های پوششی در مقدار اتلافات مؤثر است. در صورتی که محیط اطراف کوره اکسیدی باشد، اتلافات بیشتر است تا زمانی که محیط اطراف کوره احیایی باشد. هرچه درجه حرارت فوق ذوب بیشتر باشد اتلافات بیشتر است. استفاده از فلاکس‌های پوششی می‌تواند ارتباط مذاب با اکسیژن را قطع کرده و اتلافات مذاب را کاهش دهد.

ج - نوع کوره : اتلافات بر حسب نوع کوره، سوخت مورد استفاده و ارتباط سوخت با مذاب متفاوت است. به طوری که معمولاً اتلافات در کوره‌های شعله‌ای نسبت به کوره‌های الکتریکی و بوت‌های بیشتر است. مطابق جدول ۴-۲ کتاب محاسبات فنی تخصصی.

د - نوع شارژ : نوع شارژ با توجه به این که از شمش‌های اصلی و اولیه و یا قراضه‌ها باشد مقدار اتلافات متفاوت خواهد داشت. واضح است که اتلافات در قراضه‌ها نسبت به شمش‌های اصلی و اولیه به دلیل سطح تماس بیشتر، بیشتر است.

تمرین ۴-۵ مطلوب است تعیین جرم مقادیر شارژ یک نوع کوره بوت‌های به منظور تهیه ۳۰۰ kg آلیاژ با ترکیب ۹۰٪ روی، ۴/۵٪ آلومینیم و ۳/۵٪ مس، بار این کوره ۱۰۰٪ شمش خالص، درصد اتلافات عبارتند از : ۲٪ روی، ۱٪ آلومینیم و ۰/۵٪ مس.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۵ مطلوب است تعیین جرم مقادیر شارژ یک کوره شعله‌ای به منظور تهیه ۲۰۰ kg آلیاژ برنج با ترکیب ۷۰٪ مس و ۳۰٪ روی. بار این کوره ۱۰۰٪ شمش خالص و درصد اتلافات عبارتند از: ۳٪ روی و ۲٪ مس است.  
حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود

خواسته‌ها	داده‌ها
? = مقدار شمش مس	۲۰۰ kg = جرم کل آلیاژ برنج
? = مقدار شمش روی	ترکیب آلیاژ = ۳۰٪ روی + ۷۰٪ مس
	۳٪ = درصد اتلافات روی
	۲٪ = درصد اتلافات مس

مرحله (۲) به دست آوردن مقدار اتلافات در ۱۰۰ kg آلیاژ شامل ۷۰ kg مس و ۳۰ kg روی.  
اتلاف مس در کوره شعله ای

$$x = \frac{70 \times 2}{100}$$

$\begin{matrix} \text{kg} & & \text{kg} \\ 100 & 2 & \\ & x & \end{matrix}$

$$x = 1/4 \text{ kg}$$

اتلاف روی در کوره شعله ای روی

$$x = \frac{30 \times 3}{100}$$

$$x = 0/9 \text{ kg}$$

مرحله ۳) به دست آوردن جرم اجزا با در نظر گرفتن

اتلافات در ۱۰۰ kg آلیاژ

- ترکیب آلیاژ عبارت است از

مس	روی	کل آلیاژ
۷۰%	۳۰%	۱۰۰%

- در ۱۰۰ کیلوگرم آلیاژ مقدار اجزا

۷۰ kg	۳۰ kg	۱۰۰ kg
-------	-------	--------

- مقدار اتلافات

اتلاف مس      اتلاف روی      کل اتلافات

۱/۴ kg	۰/۹ kg	۲/۳ kg
--------	--------	--------

- مقدار اجزا با احتساب اتلافات

مس      روی      کل آلیاژ

$$100 + 2/3 = 102/3 \text{ kg} \quad 30 + 0/9 = 30/9 \text{ kg} \quad 70 + 1/4 = 71/4 \text{ kg}$$

به عبارت دیگر برای تهیه ۱۰۰ kg از این آلیاژ که

شامل ۷۰ kg مس و ۳۰ kg روی است. باید ۷۱/۴ kg

مس و ۳۰/۹ kg روی داشته باشیم.

مرحله ۴) به دست آوردن میزان مورد نیاز از

شمش های مس و روی خالص در آلیاژ.

مس      آلیاژ

$$x = \frac{200 \times 71/4}{100}$$

$$x = 142/8 \text{ kg}$$

شمش مس

	<p>روی      آلیاژ</p> $\begin{array}{ccc} 100 & \text{kg} & 30/9 \\ 200 & & x \end{array} \quad x = \frac{200 \times 30 / 9}{100}$ <p>شمش روی <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>x = 61/8 \text{ kg}</math></span></p>													
<p>تمرین ۴-۶ kg ۴۰۰ آلیاژ آلومینیم با ترکیب ۸۰٪ منیزیم، ۱۵٪ آلومینیم و ۵٪ روی مورد نیاز است، در صورتی که بار این کوره ۸۰٪ از فلزات خالص و ۲۰٪ شمش با همان ترکیب باشد، درصد اتلاف ۳٪ منیزیم، ۲٪ آلومینیم و ۴٪ روی. مطلوب است: میزان شمش‌های خالص و شمش با همان ترکیب و در نهایت بار کوره.</p> <p>حل (توسط هنجو):</p>	<p>مثال ۴-۶ kg ۶۰۰ آلیاژ آلومینیم با ترکیب ۸۵٪ آلومینیم، ۱۰٪ سیلیسیم و ۵٪ مس مورد نیاز است. در صورتی که بار این کوره ۵۰٪ از فلزات خالص و ۵۰٪ از برگشتی با همان ترکیب باشد و درصد اتلاف عبارتند از: ۱٪ مس، ۱٪ سیلیسیم و ۱/۵٪ آلومینیم. مطلوب است: میزان شمش‌های خالص و برگشتی مورد نیاز و میزان بار نهایی کوره.</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود</p> <table border="1" data-bbox="779 915 1372 1461"> <thead> <tr> <th>داده‌ها</th> <th>خواسته‌ها</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ترکیب آلیاژ ۶۰۰ kg آلومینیم ۸۵٪ = سیلیسیم ۱۰٪ + مس ۱٪ = اتلافات سیلیسیم ۱٪ + آلومینیم ۱/۵٪ +</td> <td>? = شمش آلومینیم ? = شمش سیلیسیم ? = شمش مس ? = مقدار برگشتی ? = بار نهایی کوره</td> </tr> </tbody> </table> <p>مرحله (۲) به دست آوردن مقدار اتلافات در ۱۰۰ kg آلیاژ که شامل ۸۵٪ آلومینیم، ۱۰٪ سیلیسیم و ۵٪ مس است.</p> <table border="1" data-bbox="779 1481 1372 1870"> <thead> <tr> <th>اتلاف آلومینیم</th> <th>kg</th> <th>kg</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱۰۰</td> <td>۱/۵</td> <td><math>x = \frac{100 \times 1/5}{85}</math></td> </tr> <tr> <td>۸۵</td> <td>x</td> <td><math>x = 1/275 \text{ kg}</math></td> </tr> </tbody> </table>	داده‌ها	خواسته‌ها	ترکیب آلیاژ ۶۰۰ kg آلومینیم ۸۵٪ = سیلیسیم ۱۰٪ + مس ۱٪ = اتلافات سیلیسیم ۱٪ + آلومینیم ۱/۵٪ +	? = شمش آلومینیم ? = شمش سیلیسیم ? = شمش مس ? = مقدار برگشتی ? = بار نهایی کوره	اتلاف آلومینیم	kg	kg	۱۰۰	۱/۵	$x = \frac{100 \times 1/5}{85}$	۸۵	x	$x = 1/275 \text{ kg}$
داده‌ها	خواسته‌ها													
ترکیب آلیاژ ۶۰۰ kg آلومینیم ۸۵٪ = سیلیسیم ۱۰٪ + مس ۱٪ = اتلافات سیلیسیم ۱٪ + آلومینیم ۱/۵٪ +	? = شمش آلومینیم ? = شمش سیلیسیم ? = شمش مس ? = مقدار برگشتی ? = بار نهایی کوره													
اتلاف آلومینیم	kg	kg												
۱۰۰	۱/۵	$x = \frac{100 \times 1/5}{85}$												
۸۵	x	$x = 1/275 \text{ kg}$												

سیلیسیم	اتلاف	
kg	kg	
۱۰۰	۱	$X = \frac{10 \times 1}{100}$
۱۰	X	
		$X = 0.1 \text{ kg}$

مس	اتلاف	
kg	kg	
۱۰۰	۱	$X = \frac{5 \times 1}{100}$
۵	X	
		$X = 0.05 \text{ kg}$

مرحله ۳) به دست آوردن جرم عناصر مورد نیاز با در نظر گرفتن اتلافات در کوره - ترکیب آلیاژ :

کل آلیاژ	مس	سیلیسیم	آلومینیم
%۱۰۰	%۵	%۱۰	%۸۵

- مقدار عناصر در ۱۰۰ kg آلیاژ

۱۰۰ kg	۵ kg	۱۰ kg	۸۵ kg
--------	------	-------	-------

- مقدار اتلافات با توجه به مرحله (۲)

جمع	مس	سیلیسیم	آلومینیم
kg	kg	kg	kg
۱/۴۲۵	۰/۰۵	۰/۱	۱/۲۷۵

- مقدار اجزا با احتساب اتلافات :

جمع	مس	سیلیسیم	آلومینیم
kg	kg	kg	kg
$100 + 1/425$	$5 + 0/05$	$10 + 0/1$	$85 + 1/275$
$101/425$	$5/05$	$10/1$	$86/275$

یعنی برای به دست آوردن ۱۰۰ kg آلیاژ آلومینیم با ترکیب ۸۵٪ آلومینیم، ۱۰٪ سیلیسیم و ۵٪ مس به ترتیب مقادیر ۸۶/۲۷۵ kg آلومینیم، ۱۰/۱ kg سیلیسیم

و ۵/۰۵ kg مس لازم است

مرحله ۴) به دست آوردن جرم شمش‌های فلزات خالص و اجزاء موجود در برگشتی با همان ترکیب برای تهیه ۱۰۰ kg آلیاژ. در این صورت ۵۰٪ از شمش فلزات خالص تهیه می‌شود و ۵۰٪ از برگشتی‌ها با همان ترکیب.

برگشتی	آلومینیم	
۱۰۰ <sup>kg</sup>	۸۵ <sup>kg</sup>	
۵۰	x	$x = \frac{50 \times 85}{100}$

$x = 42 / 5 \text{ kg}$  آلومینیم

به همین ترتیب ۵ kg سیلیسیم و ۲/۵ kg مس دارد.  
بنابراین :

برگشتی	آلومینیم	سیلیسیم	مس
۵۰kg	۴۲/۵kg	۵kg	۲/۵kg

- در مورد شمش اولیه با احتساب اتلافات

آلیاژ	آلومینیم	
۱۰۰ <sup>kg</sup>	۸۶/۲۷۵ <sup>kg</sup>	
۵۰	x	$x = \frac{50 \times 86 / 275}{100}$

$x = 1375 / 43 \text{ kg}$  آلومینیم

آلیاژ	سیلیسیم	
۱۰۰ <sup>kg</sup>	۱۰/۱ <sup>kg</sup>	
۵۰	x	$x = \frac{50 \times 10 / 1}{100}$

$x = 5 / 05 \text{ kg}$  سیلیسیم

آلیاژ	مس	
۱۰۰ <sup>kg</sup>	۵/۰۵ <sup>kg</sup>	
۵۰	x	$x = \frac{50 \times 5 / 05}{100}$



$$x = 2 / 525 \text{ kg مس}$$

جرم لازم که باید توسط شمش فلزات خالص برای تهیه ۱۰۰ kg آلیاژ تأمین شود.

آلومینیم	سیلیسیم	مس	جمع
۴۳ / ۱۳۷۵ kg	۵ / ۰۵ kg	۲ / ۵۲۵ kg	۵۰ / ۷۱۲۵ kg

مرحله ۵) به دست آوردن میزان بار لازم با استفاده از شمش‌های خالص و برگشتی برای ۶۰۰ kg شمش آلومینیم

آلیاژ	شمش آلومینیم
۱۰۰ kg	۴۳ / ۱۳۷۵ kg
۶۰۰	X

$$x = \frac{600 \times 43 / 1375}{100} \Rightarrow x = 258 / 825 \text{ kg آلومینیم}$$

آلیاژ	شمش سیلیسیم
۱۰۰ kg	۵ / ۰۵ kg
۶۰۰	X

$$x = \frac{600 \times 5 / 05}{100}$$

$$x = 30 / 30 \text{ kg سیلیسیم}$$

آلیاژ	شمش مس
۱۰۰ kg	۲ / ۵۲۵ kg
۶۰۰	X

$$x = \frac{600 \times 2 / 525}{100}$$

$$x = 15 / 15 \text{ kg مس}$$

آلیاژ	برگشتی
۱۰۰ kg	۵۰ kg
۶۰۰	X

$$x = \frac{600 \times 50}{100}$$

$$x = 300 \text{ kg برگشتی}$$

مرحله ۶) جرم کل باره کوره :

+ جرم شمش آلومینیم = جرم کل بار کوره

جرم برگشتی + جرم شمش مس + جرم شمش سیلیسیم

	<p>جرم کل = <math>۲۵۸/۸۲۵ + ۳۰/۳۰ + ۱۵/۱۵ + ۳۰۰</math> بار کوره</p> <p style="text-align: center;"><math>\boxed{= ۶۰۴/۲۷۵ \text{kg}}</math> جرم کل بار کور</p>															
<p>تمرین ۴-۷ برای تهیه <math>۵۰۰ \text{kg}</math> آلیاژی با ترکیب  <math>۸۷\%</math> آلومینیم، <math>۷\%</math> مس، <math>۳\%</math> سیلیسیم و <math>۳\%</math> روی. چه  مقدار از شمش‌ها و آلیاژهای زیر باید استفاده شود.  اتلافات: <math>۲\%</math> آلومینیم، <math>۱/۵\%</math> مس، <math>۱\%</math> سیلیسیم و  <math>۳\%</math> روی.</p> <p>الف - شمش آلومینیم خالص  ب - شمش مس خالص  ج - آلیاژ <math>۷۰\%</math> آلومینیم و <math>۳۰\%</math> سیلیسیم  د - آلیاژ برنج با ترکیب <math>۷۰\%</math> مس و <math>۳۰\%</math> روی  حل (توسط هنرجو):</p>	<p>مثال ۴-۷ برای تهیه <math>۳۰۰ \text{kg}</math> آلیاژی با ترکیب <math>۷۰\%</math>  مس، <math>۱۵\%</math> روی، <math>۱۰\%</math> قلع و <math>۵\%</math> سرب. چه مقدار  از شمش‌ها و آلیاژهای زیر باید استفاده شود. درصد  اتلافات: <math>۱\%</math> مس، <math>۲\%</math> روی، <math>۱\%</math> قلع و <math>۲\%</math> سرب.</p> <p>الف - شمش مس خالص  ب - شمش قلع خالص  ج - شمش سرب خالص  د - آلیاژ برنج با <math>۶۰\%</math> مس و <math>۴۰\%</math> روی</p> <p>حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته می‌شود</p> <table border="1" data-bbox="779 919 1373 1849"> <thead> <tr> <th>داده‌ها</th> <th>خواسته‌ها</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>آلیاژ = <math>۳۰۰ \text{kg}</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td>مس <math>۷۰\% =</math> ترکیب آلیاژ</td> <td></td> </tr> <tr> <td>قلع <math>۱۰\% +</math> روی <math>۱۵\% +</math> سرب <math>۵\% +</math></td> <td>? = مقدار شمش مس خالص</td> </tr> <tr> <td>مس <math>۱\% =</math> درصد اتلافات قلع <math>۱\% +</math> روی <math>۲\% +</math> سرب <math>۲\% +</math></td> <td>? = مقدار شمش قلع خالص</td> </tr> <tr> <td rowspan="4">شمش مس شمش قلع شمش سرب برنج <math>۶۰\%</math> مس و <math>۴۰\%</math> روی</td> <td>? = مقدار شمش سرب خالص</td> </tr> <tr> <td>? = آلیاژ برنج <math>۶۰\%</math></td> </tr> <tr> <td>مس و <math>۴۰\%</math> روی</td> </tr> <tr> <td></td> </tr> </tbody> </table>	داده‌ها	خواسته‌ها	آلیاژ = $۳۰۰ \text{kg}$		مس $۷۰\% =$ ترکیب آلیاژ		قلع $۱۰\% +$ روی $۱۵\% +$ سرب $۵\% +$	? = مقدار شمش مس خالص	مس $۱\% =$ درصد اتلافات قلع $۱\% +$ روی $۲\% +$ سرب $۲\% +$	? = مقدار شمش قلع خالص	شمش مس شمش قلع شمش سرب برنج $۶۰\%$ مس و $۴۰\%$ روی	? = مقدار شمش سرب خالص	? = آلیاژ برنج $۶۰\%$	مس و $۴۰\%$ روی	
داده‌ها	خواسته‌ها															
آلیاژ = $۳۰۰ \text{kg}$																
مس $۷۰\% =$ ترکیب آلیاژ																
قلع $۱۰\% +$ روی $۱۵\% +$ سرب $۵\% +$	? = مقدار شمش مس خالص															
مس $۱\% =$ درصد اتلافات قلع $۱\% +$ روی $۲\% +$ سرب $۲\% +$	? = مقدار شمش قلع خالص															
شمش مس شمش قلع شمش سرب برنج $۶۰\%$ مس و $۴۰\%$ روی	? = مقدار شمش سرب خالص															
	? = آلیاژ برنج $۶۰\%$															
	مس و $۴۰\%$ روی															

مرحله ۲) محاسبه درصد اتلافات برای ۱۰۰ kg آلیاژ با مقادیر ۷۰٪ مس، ۱۵٪ روی، ۱۰٪ قلع و ۵٪ سرب.

اتلاف	مس
kg	kg
۱	۱۰۰
x	۷۰

$$x = \frac{70 \times 1}{100}$$

$$x = 0.7 \text{ kg}$$

اتلاف	روی
kg	kg
۲	۱۰۰
x	۱۵

$$x = \frac{15 \times 2}{100}$$

$$x = 0.3 \text{ kg}$$

اتلاف	قلع
kg	kg
۱	۱۰۰
x	۱۰

$$x = \frac{10 \times 1}{100}$$

$$x = 0.1 \text{ kg}$$

اتلاف	سرب
kg	kg
۲	۱۰۰
x	۵

$$x = \frac{5 \times 2}{100}$$

$$x = 0.1 \text{ kg}$$

مرحله ۳) به دست آوردن جرم عناصر مورد نیاز با در نظر گرفتن اتلافات در کوره ترکیب آلیاژ:

مس	روی	قلع	سرب	جمع
۷۰٪	۱۵٪	۱۰٪	۵٪	۱۰۰٪

- ترکیب آلیاژ در ۱۰۰ kg.

مس	روی	قلع	سرب	جمع
۷۰ kg	۱۵ kg	۱۰ kg	۵ kg	۱۰۰ kg

- مقدار اتلافات در ۱۰۰ kg.

مس	روی	قلع	سرب	جمع
۵/۷ kg	۳/۵ kg	۱/۵ kg	۱/۵ kg	۲/۱ kg

- مقدار اجزاء + اتلافات

مس	روی	قلع	سرب	جمع
$70 + \frac{5}{7} \text{ kg}$	$15 + \frac{3}{5} \text{ kg}$	$10 + \frac{1}{5} \text{ kg}$	$5 + \frac{1}{5} \text{ kg}$	$100 + \frac{1}{2} \text{ kg}$
۷۰/۷	۱۵/۳	۱۰/۱	۵/۱	۱۰۱/۲

مرحله (۴) محاسبه میزان آلیاژ برنج، ۶۰٪ مس، ۴۰٪

روی برای استفاده در ۱۰۰ kg آلیاژ

برنج	روی
۱۰۰ kg	۴۰ kg
x	۱۵/۳

$$x = \frac{15/3 \times 100}{40}$$

$$x = 38/25 \text{ kg آلیاژ برنج}$$

مرحله (۵) محاسبه جرم مس از ۳۸/۲۵ kg آلیاژ برنج

۶۰٪ مس و ۴۰٪ مس.

آلیاژ	مس
۱۰۰ kg	۶۰ kg
۳۸/۲۵	x

$$x = \frac{38/25 \times 60}{100}$$

$$x = 22/95 \text{ kg مس}$$

مرحله (۶) به دست آوردن مقدار مس مورد استفاده

به صورت خالص در ۱۰۰ kg آلیاژ

جرم مس با استفاده از شمش مس خالص در ۱۰۰ kg آلیاژ

جرم مس از آلیاژ برنج - جرم مس مورد نیاز آلیاژ =

$$\text{جرم مس از شمش} = 70/7 - 22/95 = 47/75 \text{ kg}$$

مرحله (۷) به دست آوردن مقادیر شمش‌ها و آلیاژ

برنج برای ۳۰۰ kg

شمش مس آلیاژ

$$\begin{array}{ccc} 100 & \text{kg} & 47/75 \\ 300 & X & \end{array} X = \frac{300 \times 47 / 75}{100}$$

$$X = 143 / 25 \text{ kg}$$

قلع آلیاژ

$$\begin{array}{ccc} 100 & \text{kg} & 10/1 \\ 300 & X & \end{array} X = \frac{300 \times 10 / 1}{100}$$

$$X = 30 / 3 \text{ kg}$$

سرب آلیاژ

$$\begin{array}{ccc} 100 & \text{kg} & 5/1 \\ 300 & X & \end{array} X = \frac{300 \times 5 / 1}{100}$$

$$X = 15 / 3 \text{ kg}$$

آلیاژ برنج ۶۰٪ مس و ۴۰٪ روی آلیاژ

$$\begin{array}{ccc} 100 & \text{kg} & 38/25 \\ 300 & X & \end{array} X = \frac{300 \times 38 / 25}{100}$$

$$X = 114 / 75 \text{ kg}$$

#### ۲-۴- محاسبه جرم قطعه ریختگی به کمک جرم مدل :

جرم قطعاتی که مدل آنها فاقد ماهیچه است را می توان با توجه به چگالی قطعه و مدل به دست آورد. با این فرض

که حجم قطعه و حجم مدل یکسان است و انقباض قطعه ناچیز در نظر گرفته شود رابطه به صورت زیر است:

با توجه به رابطه چگالی برای قطعه و مدل داریم:

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} \Rightarrow m_c = \rho_c \times V_c \quad (1)$$

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow m_M = \rho_M \times V_M \quad (2)$$

که در آن :

$\rho_c$  و  $\rho_M$  : به ترتیب چگالی قطعه و مدل

$m_c$  و  $m_M$  : به ترتیب جرم قطعه و جرم مدل

$V_c$  و  $V_M$  : به ترتیب حجم قطعه و حجم مدل

با فرض این که حجم مدل با قطعه برابر است، از تقسیم دو رابطه فوق خواهیم داشت :

$$V_M = V_c$$

$$\frac{m_c}{m_M} = \frac{\rho_c}{\rho_M} \times \frac{V_c}{V_M}$$

$$\frac{m_c}{m_M} = \frac{\rho_c}{\rho_M} \Rightarrow m_c \times \rho_M = m_M \times \rho_c$$

طرفین رابطه را بر  $\rho_M$  تقسیم می‌کنیم لذا خواهیم داشت :

$$\frac{m_c \times \rho_M}{\rho_M} = \frac{m_M \times \rho_c}{\rho_M} \Rightarrow m_c = m_M \times \frac{\rho_c}{\rho_M}$$

که در آن :

$m_M$  و  $m_c$  : به ترتیب جرم قطعه و مدل برحسب gr یا kg

$\rho_M$  و  $\rho_c$  : به ترتیب چگالی قطعه و مدل برحسب  $\text{gr}/\text{cm}^3$  یا  $\text{kg}/\text{m}^3$

تمرین ۸-۴ جرم یک قطعه از آلیاژ منیزیم - آلومینیم با چگالی  $1/9 \text{ g}/\text{cm}^3$ ،  $5/8 \text{ kg}$  است. مطلوب است جرم مدل چوبی برای قالبگیری در صورتی که چگالی چوب  $5/68 \text{ g}/\text{cm}^3$  در نظر گرفته شود. و از کلیه انقباضها صرف نظر شود.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۸-۴ جرم یک مدل چوبی به چگالی  $5/62 \text{ g}/\text{cm}^3$ ،  $10 \text{ kg}$  است. در صورتی که قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و ریخته‌گری قالب از آلیاژ برنج به چگالی  $8/3 \text{ g}/\text{cm}^3$  باشد، و از کلیه انقباضها صرف نظر شود. جرم قطعه ریخته‌گی چقدر خواهد بود؟

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$m_M = 10 \text{ kg}$ $\rho_M = 5/62 \text{ g}/\text{cm}^3$ $\rho_c = 8/3 \text{ g}/\text{cm}^3$	$m_c = ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه

$$m_c = m_M \times \frac{\rho_c}{\rho_M}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

ریاضی

$$m_c = 10 \times \frac{8/3}{5/62} \Rightarrow m_c = 133/87 \text{ kg}$$

مثال ۴-۹ جرم یک مدل چوبی به چگالی  $0/6 \text{ g/cm}^3$  برابر  $15 \text{ kg}$  است. در صورتی که قالبگیری ساده و بدون ماهیچه انجام شود و از انقباضها صرف نظر گردد مطلوب است:

الف - حجم مدل چوبی بر حسب دسی متر مکعب  
 ب - جرم مدل آلومینیمی بر حسب  $\text{kg}$  با چگالی  $2/8 \text{ g/cm}^3$   
 ج - جرم قطعه ریخته گری شده از چدن به چگالی  $7/1 \text{ g/cm}^3$   
 حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$m_M = 15 \text{ kg}$ $\rho_M = 0/6 \text{ g/cm}^3$ چوبی $\rho_{Al} = 2/8 \text{ g/cm}^3$ $\rho_c = 7/1 \text{ g/cm}^3$ چدن	$V_M = ?$ چوبی $m_c = ?$ $m_c = ?$ چدن

مرحله (۲) به دست آوردن حجم مدل چوبی از رابطه

چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow 0/6 = \frac{15}{V_M}$$

$$V_M = \frac{15}{0/6} \Rightarrow \boxed{V_M = 25 \text{ dm}^3}$$

مرحله (۳) به دست آوردن جرم مدل آلومینیمی با

توجه به این که حجم مدل آلومینیمی با چوبی برابر است، از رابطه چگالی

$$V_{cAl} = V_M = 25 \text{ dm}^3$$

$$\rho_{cAl} = \frac{m_{cAl}}{V_{cAl}} \Rightarrow 2/8 = \frac{m_{cAl}}{25}$$

تمرین ۴-۹ یک مدل چوبی به حجم  $8 \text{ dm}^3$  با چگالی  $0/65 \text{ g/cm}^3$  مفروض است : در صورتی که قالبگیری ساده و بدون ماهیچه انجام و از انقباضها صرف نظر شود، مطلوب است :

الف - جرم مدل چوبی  
 ب - جرم مدل آلومینیمی بر حسب کیلوگرم با چگالی  $2/8 \text{ g/cm}^3$   
 ج - جرم قطعه ریخته شده از برنج با چگالی  $8/2 \text{ g/cm}^3$   
 حل (توسط هنرجو):

$$m_{cAl} = 25 \times 2 / 8 \Rightarrow \boxed{m_{cAl} = 7.5 \text{ kg}}$$

مرحله ۴) به دست آوردن جرم قطعه چدنی با توجه به این که حجم قطعه با حجم مدل چوبی و آلومینیمی برابر است.

$$\text{چدن } V_c = V_{cAl} = V_c = 25 \text{ dm}^3$$

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} \Rightarrow \rho_c = \frac{m_c}{25}$$

$$m_c = \rho_c \times 25 \Rightarrow \boxed{m_c = 177.5 \text{ kg}}$$

\* در صورتی که انقباضات قطعه در نظر گرفته شود می توان با استفاده از ضریب انبساط خطی متوسط قطعه و حجم مدل، حجم قطعه را بعد از منجمد شدن با توجه به رابطه زیر به دست آورد.

$$V_c = V_m (1 - \beta \Delta \theta)$$

که در آن :

$V_c$ : حجم قطعه بعد از منجمد شدن با وجود انقباضات

$V_m$ : حجم مدل

$\beta$ : ضریب انبساط خطی متوسط قطعه

$\Delta \theta$ : اختلاف درجه حرارت، از درجه حرارت ذوب ( $\theta_m$ ) تا درجه حرارت محیط ( $\theta_i$ )

$$\Delta \theta = \theta_m - \theta_i$$

بنابراین می توان جرم قطعه را از رابطه زیر به دست آورد.

$$\left. \begin{array}{l} m_c = \rho_c V_c \\ V_c = V_m (1 - \beta \Delta \theta) \end{array} \right\} \Rightarrow m_c = \rho_c V_m (1 - \beta \Delta \theta)$$

که در آن  $m_c$  و  $\rho_c$  به ترتیب جرم و چگالی قطعه می باشند.



تمرین ۱۰-۴ حجم یک مدل آلومینیومی با چگالی  $2/8 \text{ g/cm}^3$  برابر  $5 \text{ dm}^3$  است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از یک نوع برنج با چگالی  $7/8 \text{ g/cm}^3$  باشد. مطلوب است محاسبه و تعیین:

الف - جرم قطعه ریختگی در صورتی که انقباض این برنج ناچیز باشد.

ب - جرم قطعه ریختگی در صورتی ضریب انقباض خطی متوسط برنج از نقطه ذوب  $85^\circ\text{C}$  تا درجه حرارت محیط ( $20^\circ\text{C}$ ) برابر  $16 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  باشد.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۰-۴ جرم یک مدل آلومینیومی با چگالی  $2/6 \text{ g/cm}^3$  برابر  $10 \text{ kg}$  است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از نوع فولاد با چگالی  $7/8 \text{ g/cm}^3$  باشد. جرم قطعه ریخته‌گری را با در نظر گرفتن انقباض از نقطه ذوب ( $1380^\circ\text{C}$ ) تا درجه حرارت محیط  $25^\circ\text{C}$  به دست آورید. در صورتی که ضریب انبساط خطی متوسط فولاد  $12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  باشد.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\rho_M = 2/6 \text{ g/cm}^3$ چوبی	$m_c = ?$ فولاد
$m_M = 10 \text{ kg}$ چوبی	
$\rho_c = 7/8 \text{ g/cm}^3$ فولاد	
$\theta = 1380^\circ\text{C}$ ذوب	
$\theta = 25^\circ\text{C}$ محیط	
$\bar{\alpha} = 12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	

مرحله (۲) به دست آوردن حجم مدل چوبی با استفاده از رابطه چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow 2/6 = \frac{10}{V_M}$$

$$V_M = \frac{10}{2/6} \Rightarrow V_M = 3/85 \text{ dm}^3$$

مرحله (۳) نوشتن رابطه جرم قطعه و جای گذاری

چوبی فولاد

$$m_c = V_M (1 - 3\bar{\alpha}\Delta\theta)\rho_c$$

$$m_c = 3/85 (1 - 3 \times 12 \times 10^{-6} (1380 - 25) \times 7/8)$$

$$m_c = 3/85 (1 - 36 \times 10^{-6} \times 1355) \times 7/8$$

$$m_c = 28 / 56 \text{ kg}$$

۱-۲-۴- انقباض مضاعف : معمولاً در مدلسازی ابتدا مدل چوبی ساخته می‌شود سپس آن را قالبگیری نموده و از روی آن مدل فلزی، معمولاً از جنس آلومینیم ریخته‌گری می‌شود که در عمل از مدل فلزی برای قالبگیری استفاده می‌شود. در این صورت برای محاسبه جرم قطعه ریخته‌گری باید هر دو انقباض مدل فلزی و قطعه ریخته‌گری را در نظر گرفت. در این صورت باید مجموع انقباض‌های ذکر شده را تعیین کرد و به کمک آن جرم قطعه ریخته‌گری را به صورت زیر به دست آورد.

$$S = S_1 + S_p \text{ درصد انقباض خطی نهایی}$$

که در آن  $S_1$  و  $S_p$  به ترتیب درصد انقباض خطی مدل فلزی و قطعه ریخته‌گری است.

با توجه به رابطه درصد اضافه مجاز انقباض می‌توان حجم قطعه ( $V_c$ ) را برحسب حجم مدل اولیه یا چوبی

$$V_c = V_M \left( 1 - \frac{3S}{100} \right) \text{ به دست آورد.}$$

که در آن  $V_c$  و  $V_M$  : حجم قطعه و مدل اولیه برحسب  $\text{cm}^3$

$S$  : انقباض خطی نهایی برحسب درصد.

حال با توجه به رابطه چگالی قطعه می‌توان جرم قطعه را به دست آورد.

$$\left. \begin{array}{l} m_c = \rho_c V_c \\ V_c = V_M \left( 1 - \frac{3S}{100} \right) \end{array} \right\} \Rightarrow m_c = V_M \left( 1 - \frac{3S}{100} \right) \rho_c$$

که در آن  $m_c$  و  $\rho_c$  به ترتیب جرم و چگالی قطعه می‌باشند.

تمرین ۱۱-۴ حجم یک مدل چوبی به چگالی  $0.68 \text{ g/cm}^3$  ،  $7 \text{ dm}^3$  می‌باشد. در صورتی که درصد انقباض خطی مدل آلومینیمی آن و درصد انقباض خطی قطعه با چگالی  $8/5 \text{ g/cm}^3$  به ترتیب برابر  $5/2\%$  و  $1/8\%$  باشد. جرم قطعه ریخته‌گری را از روی مدل چوبی تعیین کنید.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۱-۴ جرم یک مدل چوبی  $5 \text{ kg}$  و چگالی آن  $0.6 \text{ g/cm}^3$  می‌باشد، در صورتی که درصد انقباض خطی مدلی آلومینیمی آن و درصد انقباض خطی قطعه ریخته‌گری چدنی به چگالی  $7/2 \text{ g/cm}^3$  به ترتیب  $2/2\%$  و  $1/5\%$  باشد. جرم قطعه ریخته‌گری از روی مدل چدنی را تعیین کنید.  
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
$m_M = 5 \text{ kg}$ مدل چوبی $\rho_M = 0.6 \text{ g/cm}^3$ $S_1 = 2/2\%$ $S_p = 1/5\%$ $\rho_c = 7/2 \text{ g/cm}^3$	$m_c = ?$ چدنی

مرحله (۲) محاسبه درصد انقباض

$$S = S_1 + S_p = 2/2 + 1/5 \Rightarrow \boxed{S = 3/7}$$

مرحله (۳) به دست آوردن حجم مدل چوبی از رابطه

چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow 0.6 = \frac{5}{V_M}$$

$$V_M = \frac{5}{0.6} \Rightarrow V_M = 8.33 \text{ dm}^3$$

مرحله (۴) نوشتن رابطه محاسبه جرم قطعه با

احتساب درصد انقباض

$$m_c = V_M \left( 1 - \frac{3S}{100} \right) \rho_c$$

مرحله (۵) جای گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبات ریاضی

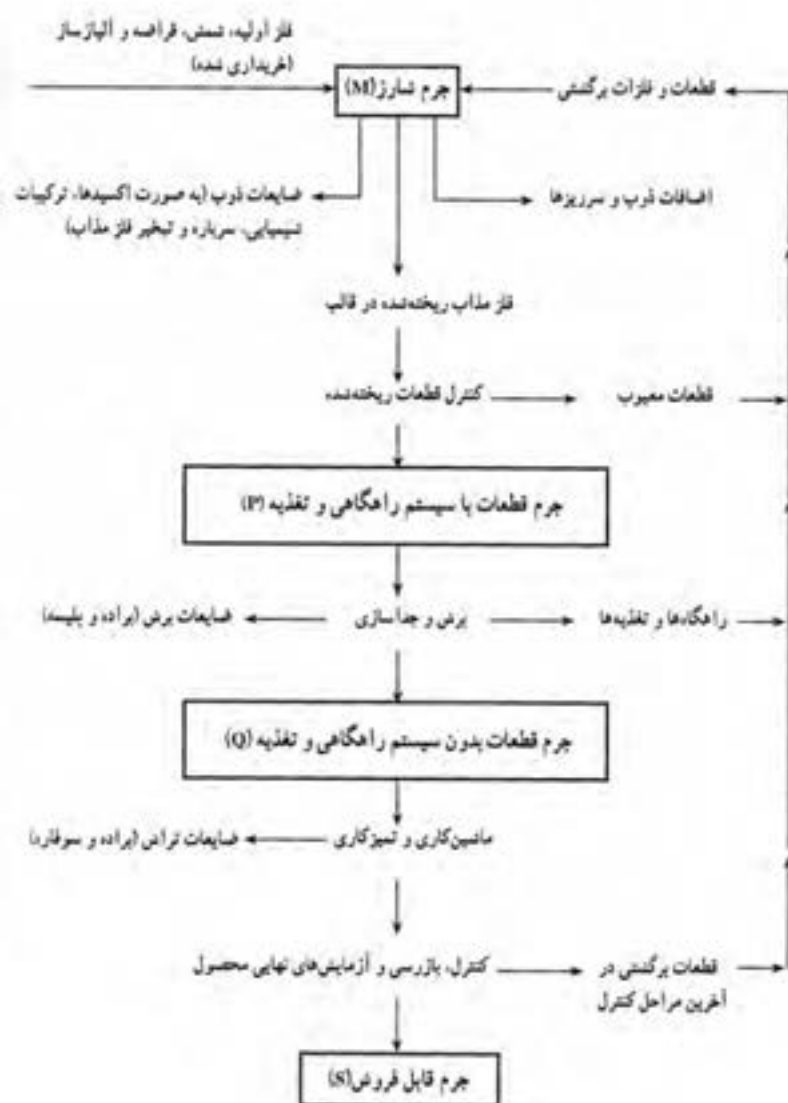
$$m_c = 8.33 \left( 1 - \frac{3 \times 3/7}{100} \right) \times 7/2$$

$$m_c = 8.33 \times 0.889 \times 7/2$$

$$\boxed{m_c = 53/32 \text{ kg}}$$

### ۳-۴- راندمان ریخته‌گری:

در هنگام ریخته‌گری، همه قطعات تولید شده سالم و عاری از عیب نیستند و تعدادی از آنها به علت وجود عیوب مردود می‌شوند که در نتیجه باعث کاهش تولید یا به عبارت دیگر کاهش راندمان واحد تولید می‌شود. از لحاظ اقتصادی بهتر است که قطعات با حداقل قیمت و کمترین عیب تولید شوند با توجه به شکل (۱-۴) مراحل تولید یک قطعه ریخته‌گری ساده نشان داده می‌شود. با توجه به این نمودار مشخص است که ضایعات و برگشتی در قسمت‌های مختلف تولید وجود دارد و بعضی از آنها را عملاً نمی‌توان صفر کرد.



شکل ۱-۴- گردش تولید از نظر فلز مورد مصرف

دسته‌بندی ضایعات به صورت زیر است:

الف - ضایعات ایجاد شده در هنگام عملیات ذوب شامل اکسیدشدن مذاب، تبخیر مذاب، جمع شدن فلز مذاب در سرباره.

ب - مذاب اضافی که به صورت برگشتی می‌باشد.

ج - قطعات معیوب که امکان تغییر آنها وجود ندارد و باید تعمیر شوند.

د - قطعات سیستم راهگاهی شامل لوله راهگاه، راهبار، راهباره و غیره که جزو برگشتی‌ها هستند.

ه - براده، سوفاره و... که در هنگام جدا کردن قسمت‌های اضافی قطعه و عملیات نهایی روی قطعه ایجاد می‌شوند.

و - قطعاتی که پس از کنترل نهایی به علت خارج بودن از ابعاد مورد نظر یا عیوب دیگر قابل استفاده نیستند و جزو برگشتی‌ها می‌باشند.

با توجه به وجود برگشتی‌ها و اقتصادی بودن تولید، راندمان یا بازده تولید اهمیت می‌یابد که در این جا به دو طریق مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۳-۴- **راندمان ریختگی** : نسبت جرم قطعات بدون سیستم راهگاهی و تغذیه (Q) به جرم قطعات با

سیستم راهگاهی و تغذیه (P) که به صورت زیر می‌باشد :

$$R_c = \frac{Q}{P} \times 100$$

که در آن :  $R_c$  راندمان ریختگی برحسب درصد می‌باشد.

در این حالت مشخص است که سیستم راهگاهی و تغذیه جزو برگشتی‌ها در نظر گرفته شده است.

۲-۳-۴- **راندمان کل یا راندمان مفید** : برابر است با نسبت جرم کل قطعات قابل فروش (S) به جرم کل

آلیاژ تهیه شده (M) که به صورت زیر است :

$$R_f = \frac{S}{M} \times 100$$

که در آن :  $R_f$  راندمان کلی یا مفید برحسب درصد.

در این رابطه مشخص است که کلیه ضایعات از جمله برگشتی‌ها و غیرقابل برگشتی در نظر گرفته شده است.

با توجه به رابطه فوق مشخص می‌شود که هرچه راندمان ریختگی بالاتر باشد در نتیجه مقدار برگشتی‌ها کمتر

است بنابراین جرم قطعات قابل فروش بالاتر خواهد بود و در نتیجه راندمان یا بازده مفید نیز بیشتر خواهد بود.

تمرین ۴-۱۲ جرم یک قطعه ریختگی بدون سیستم راهگاهی و تغذیه ۱۵ kg است. در صورتی که راندمان ریختگی ۶۵٪ باشد، مطلوب است جرم قطعه ریختگی همراه با سیستم راهگاهی و تغذیه.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۱۲ جرم یک قطعه ریختگی با سیستم راهگاهی و تغذیه ۱۰ kg است. در صورتی که جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی ۸ kg باشد. راندمان ریختگی را محاسبه کنید.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$p = 10 \text{ kg}$ $Q = 8 \text{ kg}$	$R_c = ? \%$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به راندمان ریختگی

$$R_c = \frac{Q}{p} \times 100$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

ریاضی

$$R_c = \frac{8}{10} \times 100 \Rightarrow R_c = \%80$$

تمرین ۴-۱۳ در یک کارگاه روزانه ۱۰۰ قطعه ریختگی تولید می‌شود، در صورتی که جرم هر قطعه قابل فروش ۳/۵ kg و راندمان کلی آن ۷۸٪ باشد. مطلوب است جرم کل آلیاژ شارژ شده برای تولید این قطعات.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۱۳ جرم قطعات قابل فروش ریخته‌گری در یک روز ۴۰۰ kg می‌باشد. در صورتی که جرم کل آلیاژ شارژ شده برای تولید این قطعات ۵۵۰ kg باشد. راندمان کلی کارگاه را محاسبه کنید.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$S = 400 \text{ kg}$ $M = 550 \text{ kg}$	$R_t = ? \%$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$R_t = \frac{S}{M} \times 100$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

ریاضی

$$R_t = \frac{400}{550} \times 100$$

$$R_t = \%72.7$$

تمرین ۴-۱۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم هر قطعه با سیستم راهگای  $50 \text{ kg}$  می‌باشد. اگر راندمان ریختگی  $75\%$  باشد جرم سیستم راهگای چند کیلوگرم است.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۱۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم هر قطعه بدون تراش و سیستم راهگای  $80 \text{ kg}$  می‌باشد. اگر راندمان ریختگی  $80\%$  درصد باشد، جرم سیستم راهگای چند کیلوگرم است (قطعه بدون تغذیه است)  
حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$Q = 10 \text{ kg}$	$P = ?$ جرم قطعه با راهگاه
$R_c = 80\%$	$P - Q = ?$ جرم راهگاه

مرحله (۲) نوشتن رابطه راندمان ریختگی  

$$R_c = \frac{Q}{P} \times 100$$
 مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی.

$$80 = \frac{10}{p} \times 100 \Rightarrow \frac{80}{1} = \frac{1000}{p}$$

$$\Rightarrow 80 \times p = 1000 \times 1 \Rightarrow p = \frac{1000}{80}$$

$p = 12.5 \text{ kg}$  جرم قطعه با راهگاه

مرحله (۴) به‌دست آوردن جرم راهگاه:

$$P - Q = 12.5 - 10 = 2.5 \text{ kg}$$

تمرین ۴-۱۵ حجم یک مدل آلومینیومی  $15 \text{ dm}^3$  و چگالی آن  $\frac{2}{3} \text{ g/cm}^3$  می‌باشد، اگر مدل بدون ماهیچه و از انقباض صرف‌نظر شود، جرم قطعه ریخته شده از فولاد با چگالی  $\frac{7}{8} \text{ g/cm}^3$ ، چند کیلوگرم خواهد بود.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۱۵ جرم یک مدل چوبی  $12 \text{ kg}$  و چگالی نسبی آن  $0.6$  می‌باشد. اگر مدل بدون ماهیچه باشد و از انقباض صرف‌نظر شود، جرم قطعه ریخته شده از برنج با چگالی نسبی  $0.8$ ، چند کیلوگرم خواهد بود.  
حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$m_M = 12 \text{ kg}$	$m_c = ?$ جرم قطعه
نسبی $\rho = 0.6$ مدل	
نسبی $\rho = 0.8$ برنج	

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای حل مسأله

$$m_c = m_M \frac{\rho_c}{\rho_M}$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه ریاضی.

$$m_c = 12 \times \frac{8/8}{0/6} \Rightarrow m_c = 176 \text{ kg}$$

تمرین ۱۶-۴ چه مقدار شمش آلومینیم ۹۸٪ بایستی به مس مذاب اضافه گردد تا مقدار آلومینیم آن به ۵٪ برسد. (هیچگونه تلفاتی برای آلومینیم در نظر گرفته نشود).  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۶-۴ چه مقدار ساچمه‌های نیکل ۹۵٪ نیکل بایستی به ۸۰۰ kg چدن مذاب اضافه گردد تا مقدار نیکل چدن به ۸/۰ درصد برسد. (هیچگونه تلفاتی برای نیکل در نظر گرفته نشود).  
حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
? مقدار ساچمه نیکل ۹۵٪	۸۰۰ kg = وزن چدن ۹۵٪ = ترکیب ساچمه نیکلی ترکیب چدن = ۸Ni/۰۸ + ۹۹/۰۴٪

مرحله ۲) محاسبه میزان نیکل برای ۸۰۰ kg چدن نیکل

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 0/8 & x = \frac{800 \times 0/8}{100} \\ 80 & x & \\ & & x = 6/4 \text{ kg} \end{array}$$

در نتیجه برای ۸۰۰ kg چدن ۶/۴ kg نیکل نیاز است.

مرحله ۳) به‌دست آوردن میزان ساچمه نیکلی ۹۵٪ نیکل ساچمه

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ 100 & 95 & x = \frac{6/4 \times 100}{95} \\ x & 6/4 & \\ & & x = 6/74 \text{ kg} \end{array}$$

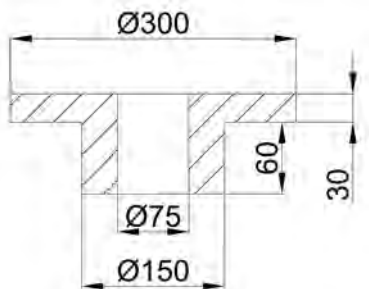
در نتیجه برای ۸۰۰ kg چدن ۶/۷۴ kg ساچمه نیکلی ۹۵٪ لازم است.



تمرین ۱۷-۴ قطعه‌ای از چدن با چگالی نسبی  $\rho_c = 7.2 \text{ gr/cm}^3$  مطابق شکل مفروض است. مطلوبست:

الف - تعیین جرم قطعه بر حسب کیلوگرم

ب - تعیین جرم مدل آلومینیمی با چگالی  $\rho_M = 2.7 \text{ gr/cm}^3$  (از انقباض صرف نظر شود).

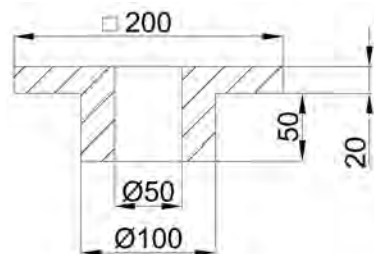


حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۷-۴ قطعه‌ای از آلومینیم به چگالی نسبی  $\rho_c = 2.7 \text{ gr/cm}^3$  مطابق شکل مفروض است. مطلوبست:

الف - تعیین جرم قطعه بر حسب kg

ب - تعیین جرم مدل چوبی آن با چگالی نسبی  $\rho_M = 0.7 \text{ gr/cm}^3$  (از انقباض صرف نظر شود).



حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\rho_c = 2.7 \text{ gr/cm}^3$	$m_c = ?$
$\rho_M = 0.7 \text{ gr/cm}^3$	$m_M = ?$

مرحله (۲) تبدیل واحد:

$$200 \text{ mm} = 200 \times \frac{1}{10} \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

$$100 \text{ mm} = 100 \times \frac{1}{10} \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

$$50 \text{ mm} = 50 \times \frac{1}{10} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

$$20 \text{ mm} = 20 \times \frac{1}{10} \text{ cm} = 2 \text{ cm}$$

(۳) محاسبه حجم قطعه:

- ابتدا حجم ۲۰ cm بالای قطعه که برابر سطح در

ارتفاع است.

سطح مربع با ضلع ۵cm - سطح مربع با ضلع ۲۰cm = سطح

$$\text{سطح} = (20 \times 20) - (5 \times 5) =$$

$$\text{سطح} = 400 - 25 = 375 \text{ cm}^2$$

ارتفاع  $\times$  سطح = حجم

$$= 375 \times 20$$

$$= 7500 \text{ cm}^3$$

- حجم  $50 \text{ cm}$  پایین قطعه

$$\text{سطح} = (10 \times 10) - (5 \times 5) = 100 - 25$$

$$\text{سطح} = 75 \text{ cm}^2$$

ارتفاع  $\times$  سطح = حجم

$$\text{حجم} = 75 \times 5 = 375 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم کل قطعه } (V_c) = 7500 + 375$$

$$V_c = 7875 \text{ cm}^3$$

مرحله (۴) محاسبه جرم قطعه بر حسب کیلوگرم

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} \Rightarrow \rho / \gamma = \frac{m_c}{7875}$$

$$m_c = \rho / \gamma \times 7875 = 21262 / 5 \text{ gr}$$

$$m_c = 21262 / 5 \text{ gr} = 21262 / 5 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ kg} \right) =$$

$$m_c = 21 / 2625 \text{ kg}$$

مرحله (۵) محاسبه وزن مدل چوبی با استفاده از

رابطه :

$$m_c = m_M \frac{\rho_c}{\rho_M}$$

$$21 / 2625 = m_M \times \frac{\rho / \gamma}{\rho / \gamma}$$

$$212625 = m_M \times 3 / 857$$

طرفین تساوی بر ضرب مجهول تقسیم می شود

$$\frac{21 / 2625}{3 / 857} = \frac{m_M \times 3 / 857}{3 / 857}$$

$$m_M = 5 / 5 \text{ kg}$$

تمرین ۱۸-۴ برای تهیه ۳۰۰ قطعه برنجی که جرم هر یک به انضمام راهگاه و تغذیه  $2/6 \text{ kg}$  و جرم هر قطعه بدون راهگاه و تغذیه  $1/94 \text{ kg}$  است. از  $450 \text{ kg}$  برنج و  $350 \text{ kg}$  برگشتی و  $100 \text{ kg}$  سوپاره استفاده شده است. مطلوبست:

الف - راندمان ریختگی قطعه

ب - تعداد قطعات معیوب اگر وزن فلز ضایع شده  $2\%$  کل شارژ باشد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۸-۴ برای تهیه ۲۶۵ قطعه سالم برنزی که جرم هر یک به انضمام راهگاه و تغذیه  $1/8 \text{ kg}$  و جرم هر قطعه بدون راهگاه و تغذیه  $1/2 \text{ kg}$  است. از  $375 \text{ kg}$  برنز و  $165 \text{ kg}$  برگشتی روز قبل استفاده شده است. مطلوبست:

الف - راندمان ریختگی قطعه

ب - تعداد قطعات معیوب، اگر وزن فلز ضایع شده  $1\%$  کل شارژ باشد.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$R_c = ?$	تعداد قطعات = ۲۶۵
$? = \text{تعداد قطعات معیوب}$	جرم یک قطعه با راهگاه و تغذیه = $1/8 \text{ kg}$
	جرم یک قطعه بدون راهگاه و تغذیه = $1/2 \text{ kg}$
	جرم برنز = $375 \text{ kg}$
	جرم برگشتی = $165 \text{ kg}$
	$1\% = \text{درصد اتلاف}$

مرحله (۲) به دست آوردن راندمان با استفاده از رابطه

$R_c$

$318 \text{ kg} = 265 \times 1/2 = \text{جرم قطعات بدون راهگاه و تغذیه}$

تغذیه

$477 \text{ kg} = 265 \times 1/8 = \text{جرم قطعات با راهگاه و تغذیه}$

تغذیه

$$R_c = \frac{Q}{p} \times 100$$

$$R_c = \frac{318}{477} \times 100 \Rightarrow R_c = \%66/67$$

مرحله ۳) محاسبه تعداد برگشتی‌ها.

جرم برگشتی + جرم برنز = جرم کل شارژ

$$\text{جرم کل شارژ} = ۳۷۵ + ۱۶۵ = ۵۴۰ \text{ kg}$$

با توجه به این که میزان برگشتی ۱٪ است.

برگشتی شارژ

$$\begin{array}{ccc} \text{kg} & \text{kg} & \\ ۱۰۰ & ۱ & x = \frac{۵۴۰ \times ۱}{۱۰۰} \\ ۵۴۰ & x & \end{array}$$

$$x = ۵ / ۴ \text{ kg}$$

$$۵۴۰ - ۵ / ۴ = ۵۳۴ / ۶$$

قالب

$$۵۳۴ / ۶ \div ۱ / ۸ = ۲۹۷$$

$$۲۹۷ - ۲۶۵ = ۳۲$$

مثال ۴-۱۹ در داخل یک بوته ۲۰ kg مس، ۲ kg

روی و ۱ kg قلع قرار دارد. چنانچه اکسیداسیون مس

برابر ۱٪ و روی برابر ۳٪ و قلع برابر ۱/۲٪ منظور شود،

درصد ترکیب آلیاژ حاصل چیست؟

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
۲ kg = مس	%Cu = ?
۲ kg = روی	%Zn = ?
۱ kg = قلع	%Sn = ?
مس ۱٪ = اتلاف	
۱/۲٪ + روی ۳٪ +	
قلع	

مرحله ۲) به دست آوردن مقدار اتلافات مس، روی و

قلع در این آلیاژ:

تمرین ۴-۱۹ در داخل یک بوته ۵۰ kg آلومینیم،

۴ kg روی، ۲ kg منیزیم و ۱۰ kg سیلیسیم اضافه

می‌کنیم، در صورتی که مقدار اتلاف آلومینیم ۳٪،

منیزیم ۸٪ و روی ۵٪ و سیلیسیم ۲٪ باشد، ترکیب

آلیاژ را محاسبه کنید.

حل (توسط هنجو):

اتلاف مس

$$x = \frac{20}{100} \times 100 = 20 \text{ kg}$$

۱۰۰ kg      ۱ kg

۲۰      x

۲۰ kg اتلاف مس

اتلاف روی

$$x = \frac{2 \times 3}{100} \times 100 = 6 \text{ kg}$$

۱۰۰ kg      ۳ kg

۲      x

۶ kg اتلاف روی

اتلاف قلع

$$x = \frac{1 \times 1/2}{100} \times 100 = 0.5 \text{ kg}$$

۱۰۰ kg      ۱/۲ kg

۱      x

۰.۵ kg اتلاف قلع

مرحله ۳) با کسر مقدار اتلافات به دست آمده، مقادیر مس، روی و قلع باقیمانده آلیاژ را به دست می آوریم.

مس	روی	قلع	
۲۰ kg	۲ kg	۱ kg	مقدار اولیه
۰/۲ kg	۰/۰۶ kg	۰/۰۱ kg	مقدار اتلافات
۱۹/۸ kg	۱/۹۴ kg	۰/۹۹ kg	مقدار باقیمانده

اجزا در آلیاژ

مرحله ۵) محاسبه جمع کل جرم آلیاژ:

$$\text{جرم قلع} + \text{جرم روی} + \text{جرم مس} = \text{جرم کل آلیاژ}$$

$$0.99 + 1.94 + 19.8 = 22.73 \text{ kg}$$

مرحله ۶) محاسبه درصد ترکیب: برای این منظور

کافی است مقادیر مس، روی و قلع را در ۱۰۰ kg از این آلیاژ به دست آورد.

مس

$$x = \frac{19.8 \times 100}{22.73} = 87.1 \text{ kg}$$

۲۲/۷۳ kg      ۱۹/۸ kg

۱۰۰      x

۸۷/۱۱ kg درصد مس

$$\begin{array}{l} \text{روى} \\ \text{آلياژ} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{kg} \\ \text{kg} \end{array} \\ \frac{22}{73} \quad \frac{1}{94} \quad x = \frac{1/94 \times 100}{22/73} \\ 100 \quad x$$

$$\text{روى } x = 8/53 \text{ kg}$$

$$\begin{array}{l} \text{قلع} \\ \text{آلياژ} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{kg} \\ \text{kg} \end{array} \\ \frac{22}{73} \quad 0/99 \quad x = \frac{0/99 \times 100}{22/73} \\ 100 \quad x$$

$$\text{قلع } x = 4/35 \text{ kg}$$

بنابراین ترکیب کلی آلیاژ بعد از کسر کردن اتلاف برابر

است با :

$$\%87/11 \text{ Cu} , \%8/53 \text{ Zn} , \%4/35 \text{ Sn}$$

تمرین ۲۰-۴ جرم یک مدل آلومینیمی با چگالی  $2/1 \text{ g/cm}^3$  برابر،  $25 \text{ kg}$  است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از یک نوع برنز با چگالی  $8/2 \text{ g/cm}^3$  باشد مطلوب است محاسبه و تعیین :

الف - جرم قطعه ریختگی در صورتی که از انقباض صرف نظر شود.

ب - جرم قطعه ریختگی با توجه به ضریب انبساط خطی  $\alpha = 19 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  در فاصله نقطه ذوب برنز  $95^\circ\text{C}$  تا  $20^\circ\text{C}$  درجه حرارت  $20^\circ\text{C}$ .  
حل (توسط هنجو):

مثال ۲۰-۴ جرم یک مدل چوبی با چگالی  $0/6 \text{ g/cm}^3$  برابر  $12 \text{ kg}$  است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری و قطعه ریختگی از یک نوع چدن با چگالی  $7 \text{ g/cm}^3$  باشد، مطلوب است محاسبه و تعیین :

الف - جرم قطعه ریختگی در صورتی که از انقباض صرف نظر شود.

ب - جرم قطعه ریختگی با توجه به ضریب انبساط خطی  $\alpha = 10 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  در فاصله تعیین نقطه ذوب چدن  $1250^\circ\text{C}$  تا درجه حرارت  $25^\circ\text{C}$ .

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$m_M = 12 \text{ kg}$ $\rho_M = 0.6$ $\rho_c = 7 \text{ g/cm}^3$ $\bar{\alpha} = 10 \times 10^{-6} \text{ } / ^\circ\text{C}$ $\theta_1 = 125^\circ\text{C}$ $\theta_2 = 25^\circ\text{C}$	$M_c = ?$ بدون انقباض $M_c = ?$ با در نظر گرفتن انقباض

مرحله (۲) به دست آوردن حجم مدل چوبی از رابطه

چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow 0.6 = \frac{12}{V_M}$$

$$V_M = \frac{12 \text{ kg}}{0.6 \text{ g/cm}^3} = \frac{12 \cdot 1000 \text{ g}}{0.6 \text{ g/cm}^3}$$

$$V_M = \frac{12000}{0.6} \text{ cm}^3 \Rightarrow V_M = 20000 \text{ cm}^3$$

$$1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ dm}^3$$

$$V_M = 20 \text{ dm}^3$$

مرحله (۳) با توجه به این که حجم مدل و حجم

قطعه چدنی یکی است در صورت نبود انقباض داریم:

$$V_M = V_c = 20 \text{ dm}^3$$

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} \Rightarrow V_c = \frac{m_c}{\rho_c}$$

$$m_c = V \left( \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \right) 20000 (\text{cm}^3)$$

$$m_c = 140000 \text{ gr}$$

$$\text{جرم قطعه بدون احتساب انقباض} \quad m_c = 140 \text{ kg}$$

مرحله (۴) محاسبه جرم قطعه چدنی با فرض انقباض،

لذا خواهیم داشت:

$$m_c = V_M (1 - \mu \bar{\alpha} \Delta \theta) \rho_c$$

$$m_c = 20 \left( 1 - 3 \times 10 \times 10^{-6} (1250 - 25) \right) \times 7$$

$$m_c = 20 \left( 1 - 30 \times 10^{-6} \times 1225 \right) \times 7$$

$$\text{جرم قطعه با احتساب انقباض} \quad m_c = 134 / 855 \text{ kg}$$

تمرین ۲۱-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری روزانه ۵۰۰۰ kg چدن شارژ می‌شود اگر جرم هر قطعه سالم با راهگاه ۴۰ kg و جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی ۳۵ kg باشد و روزانه ۸۰ قطعه به فروش برسد  
مطلوبست:

الف - راندمان ریختگی

ب - راندمان کل

حل: (توسط هنرجو)

مثال ۲۱-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری روزانه ۲۰۰۰ kg آلومینیم شارژ می‌شود. اگر جرم هر قطعه سالم با راهگاه و تغذیه ۱۵ kg و جرم سیستم راهگاهی هر قطعه ۳ kg باشد و ۱۰۰ قطعه به فروش برسد  
مطلوبست:

الف - راندمان ریختگی

ب - راندمان کل

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$M = 2000 \text{ kg}$ جرم کل آلیاژ	
$Q = 15 \text{ kg}$ جرم یک قطعه با راهگاه و تغذیه	$R_c = ?$
$3 \text{ kg}$ جرم راهگاه	$R_t = ?$
$100 =$ تعداد قطعات به فروش رفته	

مرحله (۲) نوشتن رابطه راندمان

$$R_c = \frac{Q}{p} \times 100$$

$$R_t = \frac{S}{M} \times 100$$

مرحله (۳) محاسبه راندمان ریختگی

$P$  جرم قطعات با سیستم راهگاهی

تعداد قطعه  $\times$  جرم قطعه با سیستم راهگاهی و تغذیه =



	$= 15 \times 100 = 1500 \text{ kg}$ <p>= جرم قطعه بدون سیستم راهگاه</p> <p>جرم راهگاه - جرم قطعه با سیستم راهگاه</p> $= 15 - 3 = 12 \text{ kg}$ <p>جرم قطعات بدون سیستم راهگاهی</p> <p>تعداد قطعه <math>\times</math> جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی =</p> $= 12 \times 100 = 1200 \text{ kg}$ $R_c = \frac{Q}{p} \times 100$ $R_c = \frac{1200}{1500} \times 100$ <p>راندمان ریختگی <math>R_c = \%80</math></p> <p><math>\times</math> تعداد قطعات قابل فروش = <math>S</math> جرم قطعات قابل فروش</p> <p>جرم قطعات بدون سیستم راهگاهی</p> $S = 100 \times 12 = 1200 \text{ kg}$ $R_t = \frac{S}{M} \times 100$ $R_t = \frac{1200}{2000} \times 100$ <p>راندمان کلی ریخته‌گری <math>R_t = \%60</math></p>
<p>تمرین ۲۲-۴ حجم یک قطعه ریخته شده از برنز با چگالی <math>\frac{8}{55} \text{ g/cm}^3</math> برابر <math>55 \text{ dm}^3 / 6</math> است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری انجام گیرد و از انقباض قطعه صرف نظر شود. مطلوب است محاسبه و تعیین:</p> <p>الف - جرم قطعه بر حسب <math>\text{kg}</math></p> <p>ب - جرم مدل منیزیمی آن بر حسب <math>\text{kg}</math> با چگالی <math>\frac{1}{5} \text{ g/cm}^3</math></p> <p>ج - جرم قطعه ریخته شده از نوعی چدن با چگالی</p>	<p>مثال ۲۲-۴ جرم یک قطعه ریخته شده از فولاد با چگالی <math>\frac{7}{8} \text{ g/cm}^3</math> برابر <math>24 \text{ kg}</math> است. چنانچه قالبگیری ساده و بدون ماهیچه گذاری انجام گیرد و از انقباض قطعه صرف نظر شود مطلوب است محاسبه و تعیین:</p> <p>الف - حجم قطعه بر حسب <math>\text{dm}^3</math></p> <p>ب - جرم مدل آلومینیمی آن بر حسب <math>\text{kg}</math> با چگالی <math>\frac{2}{7} \text{ g/cm}^3</math></p>

ج - جرم قطعه ریخته شده از نوعی آلیاژ برنج با چگالی  $8/5 \text{ g/cm}^3$  (از تمام انقباضها صرف نظر شود) حل: توسط هنر جو

ج - جرم قطعه ریخته شده از نوعی آلیاژ برنج با چگالی  $8/5 \text{ g/cm}^3$  (از تمام انقباض صرف نظر شود) حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$\rho = 7/8 \text{ g/cm}^3$ فولاد $M = 24 \text{ kg}$ فولاد $\rho = 2/7 \text{ g/cm}^3$ آلومینیم $\rho = 8/5 \text{ g/cm}^3$ برنج	$V = ? \text{ dm}^3$ فولاد $M = ? \text{ kg}$ آلومینیم $M = ? \text{ kg}$ برنج

مرحله (۲) محاسبه حجم قطعه فولادی با استفاده از رابطه چگالی

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow 7/8 = \frac{24}{V}$$

$$V \times 7/8 = 24 \times 1$$

طرفین تساوی بر ضرب مجهول تقسیم می‌شوند

$$\frac{V \times 7/8}{7/8} = \frac{24}{7/8}$$

$$V = 3/077 \text{ dm}^3$$

مرحله (۳) محاسبه جرم مدل آلومینیم با استفاده از رابطه چگالی با توجه به این که حجم قطعه ثابت است داریم:

$$V = V \Rightarrow V = 3/077 \text{ dm}^3$$

$$\rho_{Al} = \frac{m_{Al}}{V_{Al}} \Rightarrow 2/7 = \frac{m_{Al}}{3/077}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$m_{Al} \times 1 = 2/7 \times 3/077$$

$$m_{Al} = 8 / 308 \text{ kg}$$

مرحله ۴) محاسبه جرم قطعه ریخته شده از آلیاژ برنج با استفاده از رابطه چگالی  
نکته : حجم قطعه برنجی برابر حجم قطعه فولادی می باشد.

$$V = V \Rightarrow V = 3 / 077 \text{ dm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 8 / 5 = \frac{m}{3 / 077}$$

طرفین و وسطین انجام می دهیم

$$m = 8 / 5 \times 3 / 077$$

$$\text{برنج } m = 26 / 15 \text{ kg}$$

تمرین ۲۳-۴ جرم یک قطعه بدون سیستم راهگاهی ۴۰ kg می باشد، اگر راندمان ریختگی ۶۵٪ باشد، جرم قطعه همراه با سیستم راهگاهی و جرم سیستم راهگاهی را محاسبه نمایید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۳-۴ جرم یک قطعه با سیستم راهگاهی ۲۵ kg می باشد. اگر راندمان ریختگی قطعه ۸۰٪ باشد. جرم سیستم راهگاهی را حساب کنید.

حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود

داده ها	خواسته ها
$p = 25 \text{ kg}$ جرم قطعه با سیستم راهگاهی $R_c = 80\%$	$Q = ?$

مرحله ۲) نوشتن رابطه راندمان ریختگی و بدست

آوردن جرم قطعه بدون سیستم راهگاهی

$$R_c = \frac{Q}{p} \times 100$$

$$80 = \frac{Q}{25} \times 100 \Rightarrow 80 \times 25 = Q \times 100$$

$$Q = \frac{80 \times 25}{100} \Rightarrow Q = 20 \text{ kg}$$

مرحله ۳) به دست آوردن جرم سیستم راهگاهی

- جرم قطعه با راهگاه = جرم سیستم راهگاهی

جرم قطعه بدون راهگاه

$$\text{جرم سیستم راهگامی} = 25 - 20 = 5 \text{ kg}$$

تمرین ۴-۲۴ حجم قطعه ریختگی از جنس فولاد با چگالی  $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  برابر  $7/8$  می باشد. اگر قالبگیری ساده و بدون ماهیچه باشد و از انقباض صرف نظر شود مطلوبست محاسبه و تعیین :

الف - جرم قطعه بر حسب kg

ب - جرم مدل بر حسب kg با چگالی  $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

مثال ۴-۲۴ جرم قطعه ای ریختگی از جنس برنز با چگالی  $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  برابر  $8$  می باشد، اگر قالبگیری ساده و بدون ماهیچه باشد و از انقباض صرف نظر شود مطلوبست محاسبه و تعیین :

الف - حجم قطعه بر حسب  $\text{dm}^3$

ب - جرم مدل بر حسب kg با چگالی  $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$   
حل:

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود

داده ها	خواسته ها
$\rho = 8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ برنز $M = 32 \text{ kg}$ برنز $\rho_M = 0.6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$	$V = ?$ برنز $m_M = ?$

مرحله (۲) محاسبه حجم قطعه برنزی بر حسب  $\text{dm}^3$  با استفاده از رابطه چگالی.

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow \frac{8}{1} = \frac{32}{V}$$

طرفین و وسطین انجام می دهیم

$$V \times 8 = 32 \times 1$$

طرفین تساوی را بر عدد ۸ تقسیم می کنیم

$$\frac{V \times 8}{8} = \frac{32}{8}$$

$$V = 4 \text{ dm}^3$$

مرحله (۳) محاسبه جرم مدل بر حسب کیلوگرم با استفاده

از رابطه چگالی

نکته : حجم مدل با حجم قطعه برابر است :

$$V_M = V = 4 \text{ dm}^3$$

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow 0/6 = \frac{m_M}{4}$$

$$m_M = 4 \times 0/6$$

$$\text{جرم مدل } \boxed{m_M = 2/4 \text{ kg}}$$

تمرین ۴-۲۵ جرم یک مدل چوبی ۲۵ kg و چگالی آن  $0/7 \text{ g/cm}^3$  و انقباض خطی مدل ۲٪ و انقباض خطی قطعه ۲/۴٪ باشد. جرم قطعه ریختگی از یک نوع چدن با چگالی  $7/6 \text{ g/cm}^3$  را از روی مدل فلزی به دست آورید. (قالبگیری بدون ماهیچه گذاری است).  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۲۵ جرم یک مدل چوبی ۱۳ kg و چگالی آن  $0/65 \text{ g/cm}^3$  می باشد. اگر انقباض خطی مدل ۱/۲٪ و انقباض خطی قطعه ۱/۸٪ باشد، جرم قطعه ریختگی از یک نوع برنج با چگالی  $8/8 \text{ g/cm}^3$  را از روی مدل فلزی به دست آورید (قالبگیری بدون ماهیچه گذاری است).  
حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها نوشته شود

داده ها	خواسته ها
$S_p = 1/8 \%$ $S_1 = 1/2 \%$ $\rho_M = 0/65 \text{ g/cm}^3$ $m_M = 13 \text{ kg}$ $\rho_c = 8/8 \text{ g/cm}^3$ برنج	$m_c = ?$ برنج

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به مسأله

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M}$$

$$S = S_1 + S_p$$

توضیح: در این مسأله انقباض مضاعف تبدیل مدل چوبی

به فلزی و تبدیل مدل فلزی به قطعه داریم:

$$m_c = V_M \left( 1 - \frac{3S}{100} \right) \rho_c$$

مرحله (۳) محاسبه حجم مدل چوبی با استفاده از رابطه

چگالی

$$\rho_M = \frac{m_M}{V_M} \Rightarrow \frac{0/65}{1} = \frac{13}{V_M}$$

$$\Rightarrow V_M \times 0/65 = 13 \times 1$$

طرفین تساوی را بر ضریب مجهول ( $V_M$ ) تقسیم

می‌کنیم:

$$\frac{V_M \times 0/65}{0/65} = \frac{13}{0/65}$$

$$V_M = 20 \text{ dm}^3$$

مرحله ۴) محاسبه درصد انقباض خطی نهایی

$$S = \%1/2 \times \%1/8 = '$$

مرحله ۵) محاسبه جرم قطعه برنجی با استفاده از رابطه

ذکر شده در مرحله دوم

$$m_c = V_M \left( 1 - \frac{3S}{100} \right) \rho_c$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق:

$$m_c = 20 \left( 1 - \frac{3 \times 3}{100} \right) \times 8/8$$

$$m_c = 160/16 \text{ kg}$$

تمرین ۲۶-۴ جرم یک قطعه ریختگی بدون تراش  $40 \text{ kg}$  می‌باشد. در صورتی که راندمان ریختگی  $75\%$  باشد. جرم سیستم راهگامی و تغذیه را محاسبه کنید. حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۶-۴ جرم یک قطعه بدون سیستم راهگامی  $24 \text{ kg}$  و جرم سیستم راهگامی و تغذیه  $6 \text{ kg}$  می‌باشد. اگر ضایعات هنگام برش راهگام و تغذیه صرف‌نظر شود. راندمان ریختگی قطعه را حساب کنید؟

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

خواسته‌ها	داده‌ها
$p = ?$ $R_c = ?$	$Q = 24 \text{ kg}$ جرم قطعه بدون سیستم راهگامی $6 \text{ kg}$ = جرم سیستم راهگامی

مرحله ۲) نوشتن رابطه راندمان ریختگی:

$$R_c = \frac{Q}{p} \times 100$$

مرحله ۳) به‌دست آوردن جرم قطعه با سیستم

راهگامی

جرم سیستم راهگامی  $P = Q +$  جرم قطعه با سیستم راهگامی

$$p = 24 + 6$$

$$p = 30$$

مرحله ۴) به دست آوردن راندمان ریختگی با استفاده از

رابطه :

$$R_c = \frac{Q}{p} \times 100$$

$$R_c = \frac{24}{30} \times 100$$

$$R_c = \%80$$

تمرین ۲۷-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم کل شارژ ۴۰۰ kg، جرم قطعات با سیستم راهگامی و تغذیه ۳۲۰ kg و جرم کلیه راهگاه‌ها و تغذیه‌ها ۵۰ kg و جرم قطعات قابل فروش ۲۴۰ kg می‌باشد مطلوبست محاسبه :

الف - راندمان ریختگی

ب - راندمان کل

ج - جرم قطعات برگشتی در آخرین مراحل کنترل در صورتی که ضایعات تراش ۱/۵٪ باشد.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۷-۴ در یک کارگاه ریخته‌گری جرم شارژ ۳۵۰ kg، جرم قطعات با سیستم راهگامی و تغذیه ۲۸۰ kg و جرم قطعات بدون سیستم راهگامی و تغذیه ۲۲۰ kg و جرم قطعات قابل فروش ۸۰ kg می‌باشد، مطلوب است

محاسبه :

الف - راندمان ریختگی

ب - راندمان کل

ج - جرم قطعات برگشتی در آخرین مراحل کنترل در صورتی که ضایعات تراش ۳٪ باشد.

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها نوشته شود

داده‌ها	خواسته‌ها
$M = 350 \text{ kg}$	$R_c = ?$
$p = 280 \text{ kg}$	$R_t = ?$
$Q = 220 \text{ kg}$	? = جرم برگشتی در
$S = 180 \text{ kg}$	آخرین مرحله کنترل
ضایعات تراش = ۳٪	

مرحله ۲) نوشتن روابط مربوطه :

$$R_c = \frac{Q}{p} \times 100$$

$$R_t = \frac{S}{M} \times 100$$

مرحله ۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه‌ها و

محاسبات ریاضی

$$R_c = \frac{220}{280} \times 100 \Rightarrow R_c = \%78.5$$

$$R_t = \frac{180}{350} \times 100 \Rightarrow R_t = \%51$$

مرحله ۴) جرم برگشتی در آخرین مرحله کنترل :

نکته : آخرین مرحله تراش و پرداخت نهایی قطعه بدون

راهگاه و تغذیه است. بنابراین ۳٪ ضایعات تراش از جرم

قطعات بدون راهگاه و تغذیه ایجاد می‌شود.

$$\text{جرم ضایعات تراش} = \%3 \times Q = \frac{3}{100} \times 220$$

$$\text{جرم ضایعات تراش} = 6.6 \text{ kg}$$

- جرم کل قطعات بعد از تراشکاری برابر خواهد بود با :

$$\text{جرم قطعات تراش خورده} = 220 - 6.6 = 213.4 \text{ kg}$$

- از طرفی جرم قطعات قابل فروش ۱۸۰ kg می باشد

که اگر از جرم قطعات بعد از تراشکاری کم شود جرم قطعات

برگشتی به دست خواهد آمد.

$$\text{جرم قطعات برگشتی در} = 213.4 - 180 = 33.4 \text{ kg}$$

آخرین مرحله



## سیمای فصل پنجم

۵-۱- رابطه فشار درون مایع

۵-۲- قانون پاسکال

۵-۳- رابطه نیروی وارد شده از مذاب به سطوح قالب

۵-۳-۱- نیروی وارد بر کف قالب

۵-۳-۲- نیروی وارد بر جداره اطراف قالب

۵-۴- محاسبه نیروی وارد شده بر درجه فوقانی (سطح فوقانی قالب)

۵-۴-۱- نیروی وارد بر سطوح فوقانی غیرمستوی قالب

۵-۵- رابطه نیروی ارشمیدس (وزن اجسام در سیالات)

۵-۵-۱- حالت‌های مختلف وزن ظاهری

۵-۶- محاسبه نیروی مذاب وارد بر ماهیچه و تکیه گاه‌های ماهیچه

۵-۷- محاسبه مقدار وزنه لازم جهت وزنه گذاری روی درجه

۵- فشار مذاب روی قالب

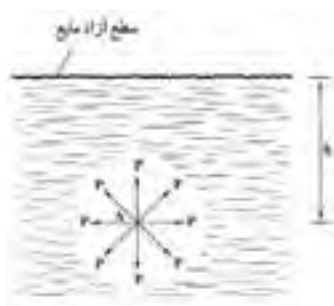
## ۵- فشار مذاب روی قالب :

پوشیدن کامل قالب توسط مذاب برای تولید قطعه ریختگی سالم امری ضروری است. لذا با توجه به اهمیت این مسأله به دست آوردن فشار مذاب روی دیواره‌های قالب بسیار مهم است، و برای به دست آوردن فشار مذاب نیاز به دانستن قوانین هیدرواستاتیک (علم تعادل مایعات) و هیدرودینامیک (علم حرکت مایعات) می‌باشد.

### ۵-۱- رابطه فشار درون مایع :

فشار در هر نقطه از یک مایع برابر است با نسبت وزن ستونی از مایع به ارتفاع  $h$  که در بالای آن نقطه قرار دارد بر واحد سطح قاعده ظرفی که مایع در آن می‌باشد. به عبارت دیگر با توجه به شکل زیر خواهیم داشت.

$$\text{فشار در نقطه } A = \frac{\text{وزن ستون مایع به ارتفاع } h}{\text{سطح قاعده}}$$



وزن مخصوص مایع  $\times$  حجم ستون مایع = وزن ستون مایع

سطح قاعده  $\times$  ارتفاع ستون مایع = حجم ستون مایع

در نتیجه :

وزن مخصوص مایع  $\times$  سطح قاعده  $\times$  ارتفاع ستون مایع = وزن ستون مایع

شکل ۵-۱- فشار درون مایع

با توجه به موارد فوق خواهیم داشت :

$$\text{فشار در نقطه } A = \frac{\text{وزن مخصوص مایع} \times \text{سطح قاعده} \times \text{ارتفاع ستون مایع}}{\text{سطح قاعده}}$$

وزن مخصوص مایع  $\times$  ارتفاع ستون مایع = فشار در نقطه  $A$

$h$  : ارتفاع ستون مایع

$d$  : وزن مخصوص

$p$  : فشار در نقطه  $A$

بنابراین خواهیم داشت :

$$P = hd$$

که واحدهای آنها عبارتند از :

$P$  : فشار بر حسب  $\frac{gf}{cm^2}$

$h$  : ارتفاع بر حسب  $cm$

$d$  : وزن مخصوص بر حسب  $\frac{gf}{cm^3}$

با توجه به رابطه فوق فشار درون مایعات فقط به ارتفاع مایع و وزن مخصوص مایعات بستگی دارد و به عوامل دیگر نظیر شکل ظرف، جنس ظرف و... بستگی ندارد.  
رابطه وزن مخصوص چگالی :

$$d = \rho \times g$$

که در آن :

$\rho$  : چگالی و  $g$  : شتاب ثقل

$$\left. \begin{array}{l} P = hd \\ d = \rho \times g \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{P = \rho \cdot g \cdot h}$$

با توجه به این رابطه، فشار درون مایع برابر است با :

که در آن :

$\rho$  : چگالی بر حسب  $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$  در سیستم SI  
 $g$  : شتاب ثقل بر حسب  $\frac{\text{N}}{\text{kg}}$   
 $h$  : ارتفاع ستون مایع بر حسب  $m$

با توجه به موارد فوق واحد فشار برابر خواهد بود با :

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

واحد  $P = \rho \times g \times h$

واحد  $P = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{\text{N}}{\text{kg}} \times m$

واحد  $\boxed{P = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}$

بنابراین واحد فشار در سیستم SI برابر است با  $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$  می باشد که به اصطلاح به آن پاسکال گفته می شود با Pa نشان می دهند.

واحدهای دیگر فشار عبارتند از:  $\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$  و  $\frac{\text{gf}}{\text{cm}^2}$  که واحدهای عملی فشار نامیده می شوند.  
روابط تبدیل واحد Pa به  $\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$  و  $\frac{\text{gf}}{\text{cm}^2}$  به شرح زیر است :

$$1 \text{ Pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-5} \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$1 \text{ Pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-7} \frac{\text{gf}}{\text{cm}^2}$$

تمرین ۱-۵ یک مخزن آب به ارتفاع ۴۰۰ cm موجود است. مطلوبست محاسبه فشار مایع وارد بر کف مخزن برحسب پاسکال (Pa). (چگالی آب  $1000 \text{ kg/m}^3$  و  $g = 9.8 \text{ N/kg}$ )  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱-۵ یک مخزن آب به ارتفاع ۳ m موجود است. مطلوبست محاسبه فشار مایع وارد بر کف مخزن برحسب پاسکال Pa (چگالی آب  $1000 \text{ kg/m}^3$  و  $g = 9.8 \text{ N/kg}$ )  
حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$h = 3 \text{ m}$ $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$ $g = 9.8 \text{ N/kg}$	$P = ? \text{ Pa}$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقایر داده‌ها و محاسبه

ریاضی

$$p = 3 \times 1000 \times 9.8$$

$$p = 29400 \text{ Pa}$$

تمرین ۲-۵ فشار در نقطه ای از ظرف سربسته محتوی جیوه برابر با  $1250 \text{ Pa}$  می‌باشد، مطلوبست ارتفاع ستون جیوه بالای این نقطه. (چگالی جیوه برابر  $13600000 \text{ g/m}^3$  و  $g = 9.8 \text{ N/kg}$ )  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۵ فشار در نقطه ای از ظرف سربسته محتوی جیوه برابر با  $1000 \text{ Pa}$  می‌باشد، مطلوبست ارتفاع ستون جیوه بالای این نقطه. با فرض این‌که چگالی جیوه برابر  $13600 \text{ kg/m}^3$  و  $g = 9.8 \text{ N/kg}$  باشد.  
حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$P_{Hg} = 1000 \text{ Pa}$ $\rho = 13600 \text{ kg/m}^3$ $g = 9.8 \text{ N/kg}$	$h = ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

ریاضی

$$1000 = 13600 \times 9 / 8 \times h$$

$$1000 = 133280 \times h$$

مرحله ۴) طرفین تساوی را بر ضریب مجهول (h)

تقسیم می‌کنیم

$$\frac{1000}{133280} = \frac{133280 \times h}{133280}$$

$$h = 7 / 5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

تمرین ۳-۵ فشار در یک نقطه درون مایعی ۶۵ Pa  
است. مطلوبست محاسبه بر حسب  $\text{kgf/cm}^2$  و  $\text{gf/cm}^2$

حل (توسط هنرجو):

مثال ۳-۵ فشار در یک نقطه درون مایعی ۸۰ Pa  
است. مطلوبست محاسبه فشار بر حسب واحدهای  
 $\text{kgf/cm}^2$  و  $\text{gf/cm}^2$

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$P = 80 \text{ Pa}$	$p = ? \text{ kgf/cm}^2$ $p = ? \text{ gf/cm}^2$

مرحله ۲) نوشتن رابطه بین واحدها:

$$1 \text{ pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-5} \text{ kgf/cm}^2$$

$$1 \text{ pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-7} \text{ gf/cm}^2$$

مرحله ۳) جای‌گذاری و محاسبه ریاضی:

خواسته اول:

$$\left\{ \begin{array}{l} 80 \text{ pa} = 80 \times (1 \text{ pa}) \\ 1 \text{ pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-5} \text{ kgf/cm}^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 80 \text{ pa} = 80 \times (1 / 0.2 \times 10^{-5} \text{ kg/cm}^2) \\ 80 \text{ pa} = 80 \times 1 / 0.2 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 80 \text{ pa} = 80 \times 1 / 0.2 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^2 \\ 80 \text{ pa} = 80 \times 1 / 0.2 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^2 \end{array} \right.$$

$$\boxed{80 \text{ pa} = 8 / 16 \times 10^{-7} \text{ kgf/cm}^2}$$

خواسته دوم

$$\left\{ \begin{array}{l} 80 \text{ pa} = 80 \times (1 \text{ pa}) \\ 1 \text{ pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-7} \text{ gf/cm}^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 80 \text{ pa} = 80 \times (1 \text{ pa}) \\ 1 \text{ pa} = 1 / 0.2 \times 10^{-7} \text{ gf/cm}^2 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 80 \text{ pa} = 80 \times (1/0.2 \times 10^{-2} \text{ gf/cm}^2) \\ 80 \text{ pa} = 80 \times 1/0.2 \times 10^{-2} \text{ gf/cm}^2 \end{cases}$$

$$80 \text{ pa} = 0.816 \text{ gf/cm}^2$$

تمرین ۴-۵ فشار مذاب در نقطه ای از قالب  $85 \text{ kgf/cm}^2$  می باشد. فشار را بر حسب پاسکال (Pa) حساب کنید.

حل (توسط هنجرو):

مثال ۴-۵ فشار مذاب در نقطه ای از قالب  $100 \text{ kgf/cm}^2$  است. مطلوبست تعیین فشار بر حسب پاسکال.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده	خواسته
$p = 100 \text{ kgf/cm}^2$	$P = (\text{Pa}) ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه بین واحدها:

$$1 \text{ pa} = 1/0.2 \times 10^{-5} \text{ kgf/cm}^2$$

طرفین تساوی را بر  $1/0.2 \times 10^{-5}$  تقسیم می کنیم.

$$\frac{1}{1/0.2 \times 10^{-5}} \text{ pa} = \frac{1/0.2 \times 10^{-5} \text{ kgf/cm}^2}{1/0.2 \times 10^{-5}}$$

$$1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{1}{1/0.2 \times 10^{-5}} \text{ pa}$$

$$1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{10^5}{1/0.2} \text{ pa}$$

مرحله (۳) محاسبات ریاضی

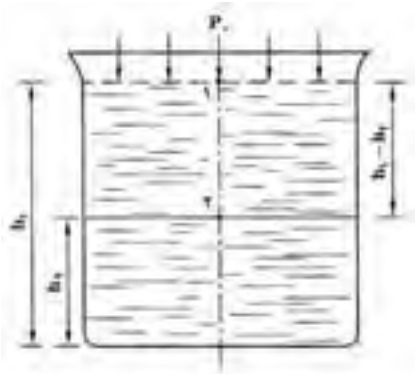
$$\begin{cases} 100 \text{ kgf/cm}^2 = 100 \times \left( \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \right) \\ 1 \text{ kgf/cm}^2 = \frac{10^5}{1/0.2} \text{ pa} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 100 \text{ kgf/cm}^2 = 100 \times \left( \frac{10^5}{1/0.2} \text{ pa} \right) \\ 100 \text{ kgf/cm}^2 = 100 \times \frac{10^5}{1/0.2} \text{ pa} \end{cases}$$

$$100 \text{ kgf/cm}^2 = 9803921/57 \text{ pa}$$

## ۲-۵- قانون پاسکال

اگر فشار یک نقطه در درون یک سیال آرام و در حال تعادل مشخص باشد می‌توان فشار نقاط دیگر را با توجه به اختلاف ارتفاع آنها با نقطه ای که فشار آن معلوم است به دست آورد. به عنوان مثال در شکل ۲-۵ فشار در نقطه ۲ را می‌توان برحسب اختلاف ارتفاع با نقطه ۱ به دست آورد. در نقطه ۱ تنها فشار اتمسفر ( $p_0$ ) وجود دارد. بنابراین براساس قانون پاسکال خواهیم داشت :



$$p_2 = p_0 + \rho \cdot g(h_2 - h_1) \quad \text{قانون پاسکال}$$

که در آن :

$$\rho : \text{چگالی سیال برحسب } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$h_2 - h_1 : \text{اختلاف ارتفاع بین نقاط ۱ و ۲ برحسب } m$$

$P_0$  : فشار هوا وارد بر سطح مایع که همان فشار در نقطه

$$۱ \text{ است } p_1 = p_0$$

شکل ۲-۵- تعیین فشار درون مایع تحت فشار

$p_2$  : فشار در نقطه ۲

با توجه به این مسأله فشار هر نقطه داخل سیال برحسب ارتفاع آن از سطح آزاد مایع عبارت است از :

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

که در آن  $h$  فاصله نقطه از سطح مایع است.

در مورد مذاب فشار  $\rho \cdot g \cdot h$  را فشار متالواستاتیک می‌گویند که نشان دهنده فشار در یک نقطه درون مذاب

نسبت به فشار در سطح مذاب است.

فشار در سطح آزاد مذاب برابر  $p_a = p_0$  است.

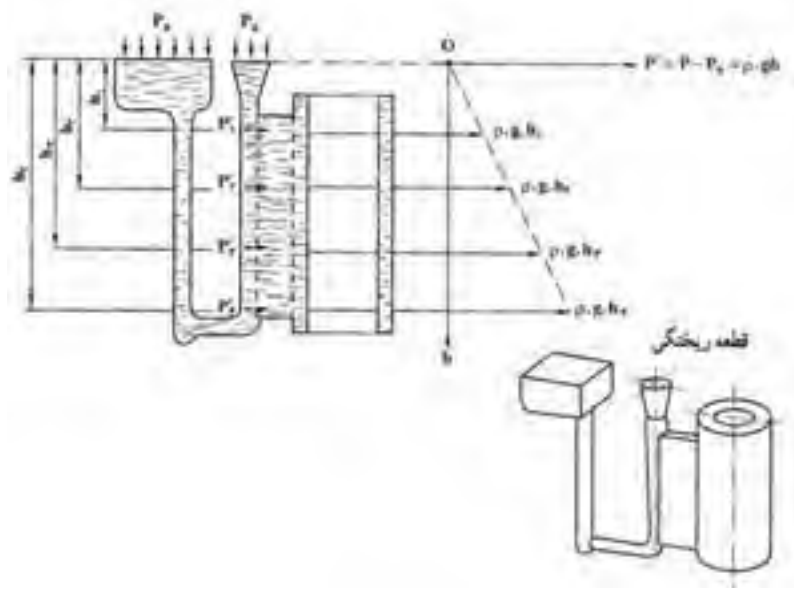
با توجه به این مسأله خواهیم داشت :

$$\left. \begin{array}{l} p - p_0 = \rho \cdot g \cdot h \\ p_0 = p_a \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p - p_a = \rho \cdot g \cdot h \\ \rho \cdot g \cdot h = dh \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{p - p_a = dh = \rho \cdot g \cdot h} \quad \text{فشار نسبی مذاب}$$

در این رابطه  $P$  برابر مجموع فشار متالواستاتیک ( $\rho \cdot g \cdot h$ ) و فشار هوا است که در نهایت فشار مطلق آن نقطه

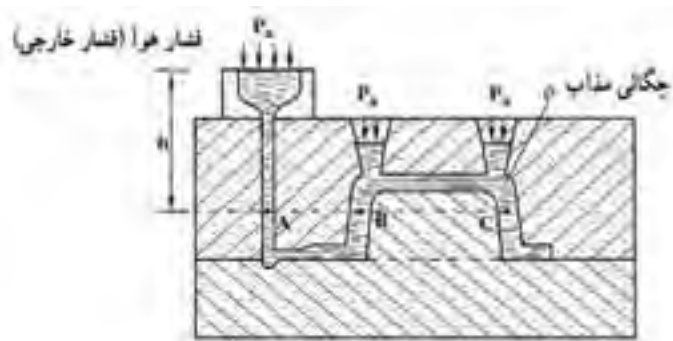
درون مذاب است. با توجه به این رابطه مشخص است که فشار متالواستاتیک رابطه مستقیم با ارتفاع مذاب دارد.

هرچه ارتفاع (عمق) مذاب بیشتر باشد فشار متالواستاتیکی بیشتر است.



شکل ۳-۵- افزایش فشار متالواستاتیکی مذاب بر حسب عمق آن

با توجه به قانون پاسکال داریم : اگر چند ظرف به هم مرتبط باشند و درون آنها سیالی موجود باشد فشار در تمام نقاطی که در یک ارتفاع یکسان قرار دارند، یکسان خواهد بود.



شکل ۴-۵- فشار نقاط واقع بر روی یک سطح افقی قالب

$$P_A = P_B = P_C = P_a + \rho.g.h$$

از طرفی فشار در هر نقطه مایع برابر است با فاصله آن تا سطح آزاد مایع (h) ضربدر چگالی مایع ضربدر شتاب ثقل به علاوه فشار خارجی که بر مایع اعمال می‌شود.

$$P = P_a + \rho.g.h$$

نکته : اگر در یک نقطه درون سیال آرام و غیرقابل تراکم (مانند آب و روغن و...) فشار افزایش یابد، افزایش فشار بدون هیچ تغییری به تمام نقاط مایع و همه نقاط ظرف نگهدارنده مایع، منتقل می‌شود. به عنوان مثال در ریخته‌گری تحت فشار با اعمال فشار به یک نقطه مذاب، فشار به‌طور یکسان به همه نقاط مذاب و دیواره قالب



وارد می‌شود. بنابراین با توجه به موارد فوق می‌توان فشار وارد بر دیواره قالب را به دست آورد. البته فشار وارد شده از طرف مذاب بر سطوح داخلی قالب همواره برابر فشار نسبی است.

### ۳-۵- رابطه نیروی وارد شده از مذاب به سطوح قالب :

مطابق تعریف فشار برابر است با نیروی وارد بر واحد سطح معین. (مثلاً سطوح و دیواره‌های قالب) رابطه فشار

عبارت است :

$$P = \frac{f(\text{نیروی})}{A(\text{سطح})} \Rightarrow \frac{P}{1} = \frac{f}{A} \xrightarrow{\text{طرفین و وسطین}} f \times 1 = P \times A \Rightarrow f = P \times A$$

با توجه به رابطه فشار نسبی در درون مایع خواهیم داشت :

$$\left. \begin{array}{l} P = \rho \cdot g \cdot h \\ f = PA \end{array} \right\} \Rightarrow f = \rho \cdot g \cdot h \cdot A \text{ نیروی وارد بر سطح قالب}$$

که در آن :

$\rho$  : چگالی مذاب برحسب  $\text{kg/m}^3$

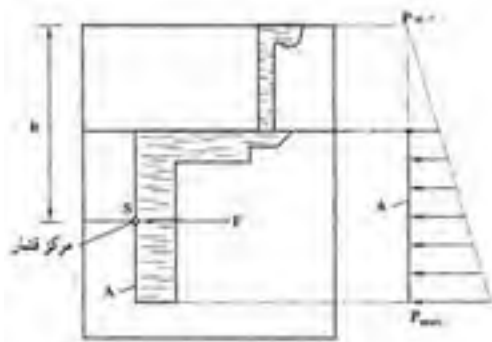
$g$  : شتاب ثقل زمین ( $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ )

$h$  : ارتفاع مرکز فشار واقع بر سطح  $A$  تا سطح آزاد مذاب برحسب  $m$

$A$  : سطح مورد نظر قالب برحسب  $m^2$

لازم به ذکر است که نیروی  $f$  عمود بر سطح  $A$  است و جهت آن از طرف مذاب به دیواره است که مطابق قانون عمل و عکس العمل نیوتن این نیرو برابر با نیرویی است که از طرف دیواره به مذاب وارد می‌شود. بنابراین این دو نیرو همدیگر را خنثی خواهند کرد. شکل ۵-۵ نیروی وارد بر یک سطح قائم را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشخص می‌شود که کمترین فشار نسبی مربوط به سطح آزاد مذاب است که در آنجا  $h = 0$  است.

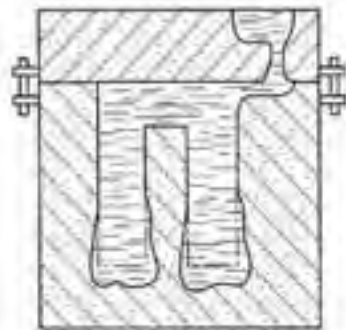
بنابراین مطابق رابطه  $P = \rho \cdot g \cdot h$  ، فشار برابر صفر است، و بیشترین فشار را در کف قالب خواهیم داشت که  $h$  بیشترین مقدار را دارد. نقطه  $S$  که عبارت است از مرکز فشار که در وسط سطح  $A$  قرار می‌گیرد، به شرطی که سطح  $A$  دارای مرکز تقارن باشد.



شکل ۵-۵- نیروی وارد از طرف مذاب بر دیواره قائم قالب

با توجه به این مسأله واضح است که نیروهای وارد بر جداره‌ها و سطوح قالب، باعث بزرگ شدن حجم قالب (بخصوص در نقاط عمیق) و بلند شدن و ایجاد گشتاور در درجه فوقانی می‌شوند. که این مسأله در مورد فلزات و آلیاژهایی با چگالی بالاتر، بیشتر مشکل ساز است.

معمولاً در مورد سطوح صاف و مستوی که به موازات سطح آزاد هستند نقطه اثر نیرو را مرکز ثقل آن سطح در نظر می‌گیرند. اما به‌طور کلی نقطه اثر نیروها بستگی به شکل و شیب جداره قالب دارد، همان‌طوری که در شکل ۵-۶ دیده می‌شود، با توجه به این که ارتفاع قطعه زیاد است در نتیجه نیروهای وارد از طرف مذاب به دیواره قالب افزایش یافته که این امر سبب افزایش حجم قالب گردیده است.



شکل ۵-۶

نیروهای وارد بر سطوح قالب را می‌توان در حالات مختلف تعیین نمود که عبارتند از :

### ۱-۳-۵- نیروی وارد بر کف قالب :

نیروی مذاب وارد بر کف قالب شکل ۵-۷ را می‌توان با توجه به رابطه  $f = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$  به دست آورد که در آن :

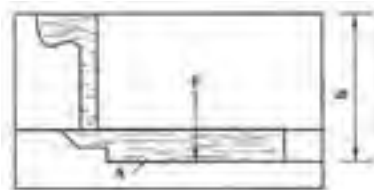
$f$  : نیروی مذاب وارد بر کف قالب  $N$

$A$  : سطح کف قالب ( $m^2$ )

$h$  : ارتفاع کف قالب تا سطح آزاد مذاب بر حسب  $m$

$\rho$  : چگالی مذاب  $\frac{kg}{m^3}$

$g$  : شتاب ثقل



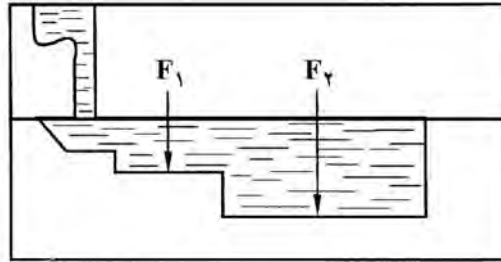
شکل ۵-۷

در صورتی که کف قالب از چند سطح تشکیل شده باشد مانند شکل ۵-۸ از سطح  $A_1, A_2, A_3, \dots$  تشکیل شده باشد نیروی وارد بر سطح قالب عبارت است از مجموع نیروهای وارد شده بر هر سطح.

$$f = f_1 + f_r + \dots$$

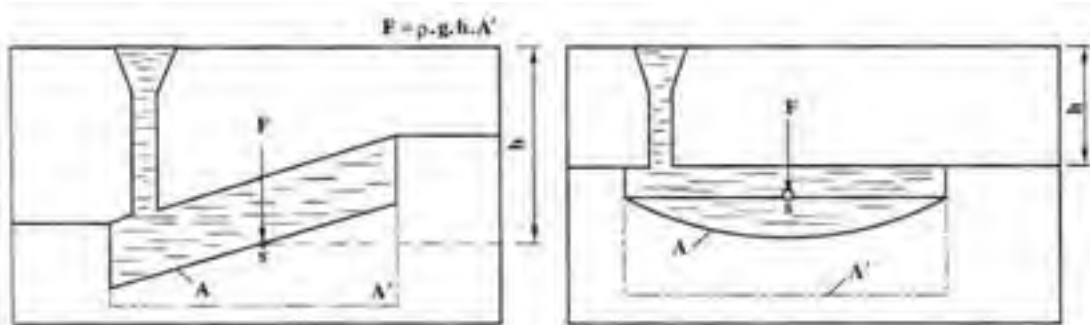
$$f_1 = \rho g h_1 A_1$$

$$f_r = \rho g h_r A_r$$



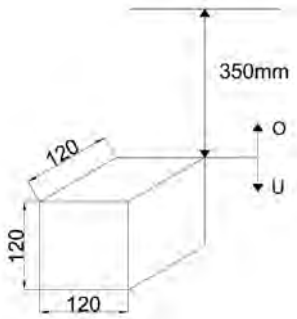
شکل ۵-۸

در مورد سطوح خمیده و شیب‌دار مانند شکل ۵-۹، برای به‌دست آوردن نیروی وارد بر کف قالب از رابطه  $f = \rho g h A'$  استفاده می‌شود که  $A'$  تصویر سطح کف قالب بر روی سطح افقی است، که این سطح معمولاً از سطوح خمیده و شیب‌دار کوچکتر است.



شکل ۵-۹

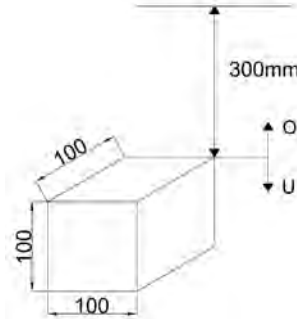
تمرین ۵-۵ با توجه به قطعه زیر نیروی وارد از طرف مذاب بر کف قالب را تعیین کنید. در صورتی که چگالی مذاب  $7800000 \frac{g}{m^3}$  و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب  $350 \text{ mm}$  باشد ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ).



شکل ۵-۱۱

حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۵ مطلوب است تعیین نیروی وارد از طرف مذاب بر کف قالب در قطعه زیر، در صورتی که چگالی مذاب  $7800 \frac{kg}{m^3}$  و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر  $300 \text{ mm}$  است ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ).



شکل ۵-۱۰

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$\rho = 7800 \frac{kg}{m^3}$ $H = 300 \text{ mm}$ $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ارتفاع قطعه = $100 \text{ mm}$	$F = ?$

مرحله (۲) محاسبه سطح کف قالب

$$A = 100 \times 100 = 10000 \text{ mm}^2$$

$$A = 10000 \times \left( \frac{1}{10000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A = 0.01 \text{ m}^2}$$

مرحله (۳) محاسبه ارتفاع کف قالب تا سطح آزاد

مذاب

$$h = H + \text{ارتفاع قطعه} = 300 + 100 = 400 \text{ mm}$$

$$h = 400 \times \left( \frac{1}{100} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h = 0.4 \text{ m}}$$

مرحله (۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب

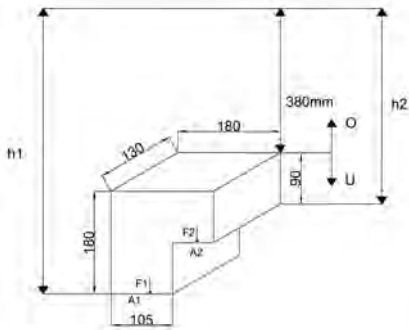
$$F = \rho ghA$$

مرحله (۵) جای‌گذاری داده‌ها در رابطه و محاسبه

ریاضی

$$F = 7800 \times 10 \times 0 / 4 \times 0 / 1 \Rightarrow F = 3 / 2 N$$

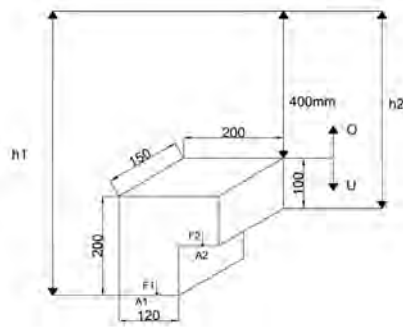
تمرین ۵-۶ با توجه به قطعه زیر نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب را محاسبه نمایید. چگالی مذاب  $8500 \text{ kg/m}^3$  و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب  $380 \text{ mm}$  می باشد ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



شکل ۵-۱۳

حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۶ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب در قطعه زیر، در صورتی که چگالی مذاب  $8500 \text{ kg/m}^3$  و ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر  $400 \text{ mm}$  است ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



شکل ۵-۱۲

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$\rho = 8500 \text{ kg/m}^3$	
$H = 400 \text{ mm}$	$F = ?$
$g = 10 \text{ m/s}^2$	

مرحله (۲) به دست آوردن سطح کف قالب

$$A_1 = 120 \times 150 = 18000 \text{ mm}^2$$

$$A_1 = 18000 \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow A_1 = 0.18 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 80 \times 150 = 12000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 12000 \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow A_2 = 0.12 \text{ m}^2$$

مرحله (۳) به دست آوردن ارتفاع سطوح  $A_1$  و  $A_2$  از

سطح آزاد مذاب

$$h_1 = H + 200 = 400 + 200 = 600 \text{ mm}$$

$$h_1 = 600 \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow h_1 = 0.6 \text{ m}$$

$$h_p = H + 100 = 400 + 100 = 500 \text{ mm}$$

$$h_p = 500 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h_p = 0.5 \text{ m}}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب

$$F = F_1 + F_p$$

$$F = \rho g h_1 A_1 + \rho g h_p A_p$$

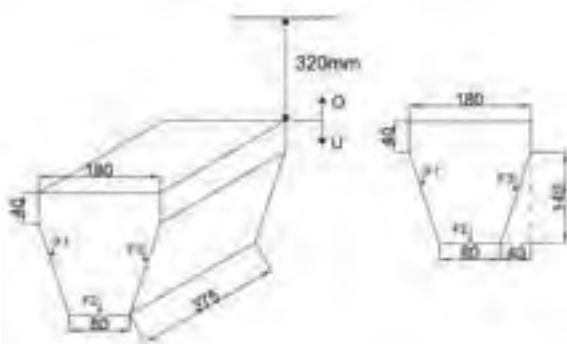
مرحله ۵) جای گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبات

ریاضی

$$F = (8500 \times 10 \times 0.6 \times 0.15) + (8500 \times 10 \times 0.5 \times 0.12)$$

$$F = 765 + 510 \Rightarrow \boxed{F = 1275 \text{ N}}$$

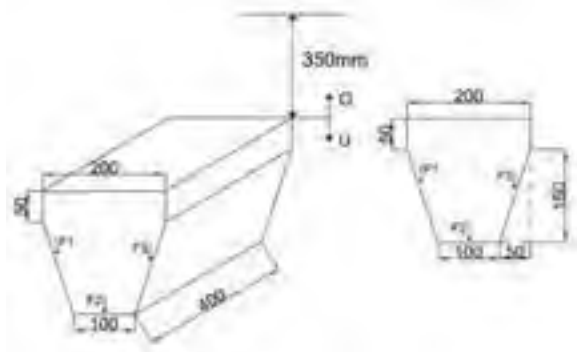
تمرین ۷-۵ شکل زیر یک قطعه ریختگی از نوع چدن نشکن را نشان می‌دهد که چگالی آن  $6700 \text{ kg/m}^3$  می‌باشد نیروی وارد بر کف قالب را محاسبه کنید. ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر  $320 \text{ mm}$  می‌باشد ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



شکل ۵-۱۵

حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۵ شکل زیر یک قطعه ریختگی از نوع چدن داکتیل را نشان می‌دهد که چگالی آن  $6800 \text{ kg/m}^3$  است. مطلوبست تعیین نیروی وارد بر کف قالب. ارتفاع سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر  $350 \text{ mm}$  است ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



شکل ۵-۱۴

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$\rho = 6800 \text{ kg/m}^3$ $H = 350 \text{ mm}$ $g = 10 \text{ m/s}^2$	F- ؟

مرحله (۲) به دست آوردن سطح کف قالب:

$$A_1 = 100 \times 400 = 40000 \text{ mm}^2$$

مستوی

$$A_1 = 40000 \times \left(\frac{1}{1000}\text{m}\right)^2 \Rightarrow A_1 = 0.04 \text{ m}^2$$

$$A_p = 50 \times 400 = 20000 \text{ mm}^2$$

یکی از قسمت‌های یک سطح شیب‌دار

$$A_p = 20000 \times \left(\frac{1}{1000}\text{m}\right)^2 \Rightarrow A_p = 0.02 \text{ m}^2$$

$$A_s = A_1 = 0.04 \text{ m}^2$$

مرحله (۳) به دست آوردن ارتفاع کف قالب تا سطح

آزاد مذاب

$$h_1 = H + \text{ارتفاع قطعه} = 100 + 100 = 200 \text{ mm}$$

قسمت مستوی

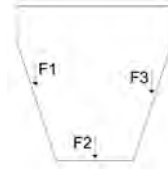
$$h_1 = 200 \times \left(\frac{1}{1000}\text{m}\right) \Rightarrow h_1 = 0.2 \text{ m}$$

در قسمت شیب‌دار

$$h_p = H + 50 + \frac{50}{2} = 100 + 50 + 25 = 175 \text{ mm}$$

$$h_p = 175 \times \left(\frac{1}{1000}\text{m}\right) \Rightarrow h_p = 0.175 \text{ m}$$

مرحله (۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب



$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

$$F = \rho g h_1 A_1 + \rho g h_2 A_2 + \rho g h_3 A_3$$

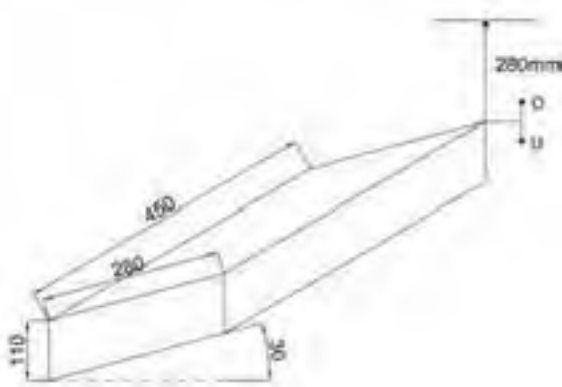
مرحله ۵) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه و

محاسبات ریاضی:

$$F = 6800 \times 10 \times 0 / 2 \times 0 / 04 + 6800 \times 10 \times 0 / 175 \times 0 / 02 + 6800 \times 0 / 175 \times 0 / 02 \times 10 =$$

$$F = 544 + 238 + 238 \Rightarrow \boxed{F = 1020 \text{ N}}$$

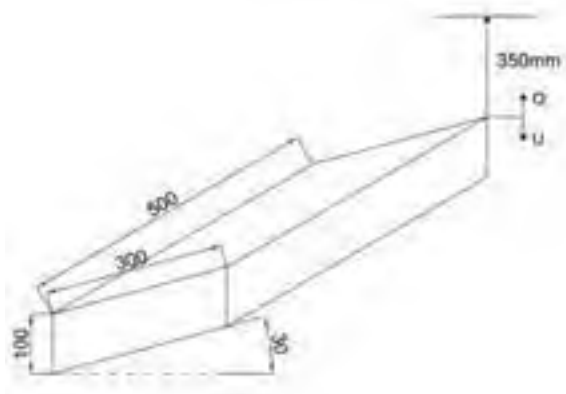
تمرین ۵-۸ نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب چدن برای ریخته‌گری قطعه ای به شکل زیر، چگالی مذاب  $6900 \text{ kg/m}^3$  و ارتفاع سطح جدایش سمت راست قطعه تا سطح آزاد مذاب  $380 \text{ mm}$  ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



شکل ۵-۱۷

حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۸ مطلوب است محاسبه نیروی وارد بر کف قالب از طرف مذاب چدن، برای ریخته‌گری قطعه‌ای به شکل زیر، چگالی مذاب  $7000 \text{ kg/m}^3$ ، ارتفاع سطح جدایش سمت راست قطعه تا سطح آزاد مذاب  $300 \text{ mm}$  و  $300 \text{ mm}$  ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



شکل ۵-۱۶

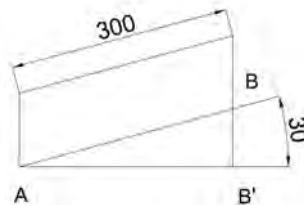


حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$\rho' = 7000 \text{ kg/m}^3$ $H = 300 \text{ mm}$ $g = 10 \text{ m/s}^2$	$F_B = ?$

مرحله (۲) به‌دست آوردن تصویر کف قالب



شکل ۵-۱۶-۱

ابتدا باید تصویر ضلع AB را به‌دست آوریم و با توجه به

روابط مثلثاتی داریم:

$$\cos \alpha = \frac{AB'}{AB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AB'}{300}$$

$$\Rightarrow AB' \times 1 = \cos 30^\circ \times 300 \Rightarrow AB' = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 300 \Rightarrow \boxed{AB' = 259.8 \text{ mm}}$$

$$AB' = 259.8 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{AB' = 0.2598 \text{ m}}$$

$$\text{طول کف قالب} = 500 \text{ mm} = 500 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.5 \text{ m}$$

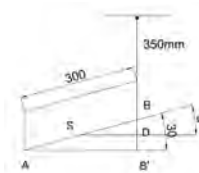
با توجه به این که تصویر به شکل مستطیل است مساحت

آن برابر است با:

$$A' = 0.5 \text{ m} \times 0.2598 \text{ m} \Rightarrow \boxed{A' = 0.1299 \text{ m}^2}$$

مرحله (۳) به‌دست آوردن h، ارتفاع مرکز کف قالب

از سطح آزاد مذاب



شکل ۵-۱۶-۲

با توجه به شکل داریم

$$h = H + BC + BD$$

$$(H = 300, BC = 100)$$

BD با توجه به مثلث SBD به دست می‌آید

$$\frac{\sin \alpha}{1} = \frac{BD}{SB} \Rightarrow BD \times 1 = SB \times \sin \alpha$$

مقدار SB را حساب می‌کنیم

$$SB = \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{300}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \boxed{SB = 600 \text{ mm}}$$

$$BD = SB \times \sin 30^\circ = 600 \times 0.5 \Rightarrow \boxed{BD = 300 \text{ mm}}$$

$$h = 300 + 100 + 300 = 700 \text{ mm}$$

$$h = 700 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h = 0.7 \text{ m}}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر کف قالب :

$$F = \rho g h A'$$

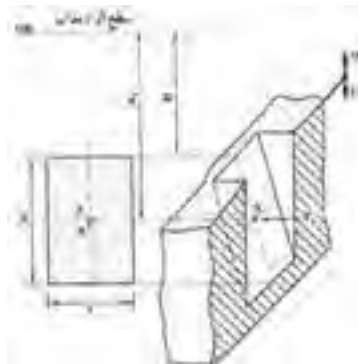
مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه

ریاضی

$$F = 1000 \times 10 \times 0.7 \times 1.259 \Rightarrow \boxed{F = 9813 \text{ N}}$$

### ۲-۳-۵- نیروی و ارد بر جداره اطراف قالب :

با توجه به شکل ۵-۱۸ برای به‌دست آوردن نیرو در دیواره جانبی باید نقطه اثر نیرو یا مرکز تقارن سطح را به‌دست آوریم و با توجه به این که سطح شیب‌دار است، باید تصویر سطح را بر روی سطح عمودی به‌دست آوریم تا بتوانیم از رابطه  $F_s = \rho g h_s . A'$  ، نیرو را به‌دست آوریم.



شکل ۵-۱۸

همان طوری که از شکل مشخص است مرکز ثقل دیواره قالب با S مشخص شده است که ارتفاع آن  $h_s$  می باشد، از طرف دیگر مساحت تصویر سطح بر روی سطح عمودی با  $A'$  نمایش داده شده است که برابر است با :

$$h_s = \frac{h'}{2} + (\text{ارتفاع سطح آزاد مذاب تا ابتدای دیواره})$$

$$A' = I' \times h' \quad (\text{عرض تصویر دیواره بر سطح عمودی})$$

$$F_s = \rho \cdot g \cdot h_s \cdot A'$$

بنابراین

که در آن :

$F_s$  : نیروی وارد بر نقطه اثر S دیواره

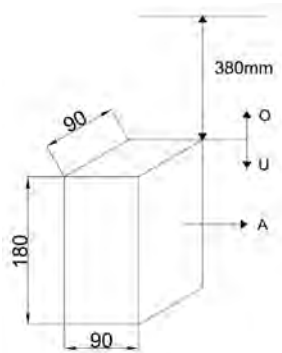
$h_s$  : ارتفاع نقطه اثر S تا سطح آزاد مذاب

$A'$  : مساحت تصویر دیواره بر روی سطح عمودی

$\rho'$  : چگالی مذاب بر حسب  $\text{kg/m}^3$

$g$  : شتاب ثقل  $\text{m/s}^2$

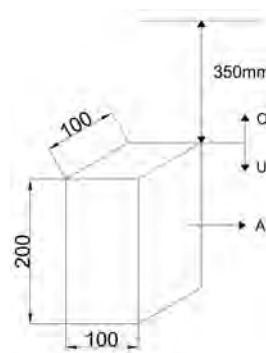
تمرین ۵-۹ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف مذاب برنج با چگالی  $8100 \text{ kg/m}^3$  بر جداره مستطیل A قالب قطعه زیری. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب  $380 \text{ mm}$  و  $g = 10 \text{ m/s}^2$  می باشد.



شکل ۵-۲۰

حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۹ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف مذاب برنج با چگالی  $8000 \text{ kg/m}^3$  بر جداره مستطیل A قالب قطعه زیری. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب  $350 \text{ mm}$  می باشد ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

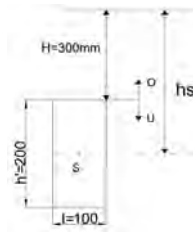


شکل ۵-۱۹

حل: مرحله (۱) داده ها و خواسته ها :

داده ها	خواسته
$\rho' = 8000 \text{ kg/m}^3$ $g = 10 \text{ m/s}^2$ $H = 350 \text{ mm}$	$F_s = ?$

مرحله (۲) مشخص کردن ارتفاع مؤثر



شکل ۱-۱۹-۵

با توجه به شکل مشخص است که ارتفاع نقطه S تا سطح

جدایش برابر  $h' = 100$  است. بنابراین خواهیم داشت :

$$h_s = H + \frac{h'}{2} = 300 + 100 = 400 \text{ mm}$$

$$h_s = 400 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h_s = 0.4 \text{ m}}$$

مرحله ۳) مشخص کردن سطح جداره :

با توجه به این که جداره مستطیل شکل است خواهیم

داشت :

$$A' = h' \times l \Rightarrow A' = 100 \times 200 = 20000 \text{ mm}^2$$

$$A' = 20000 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A' = 0.02 \text{ m}^2}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر جداره قالب

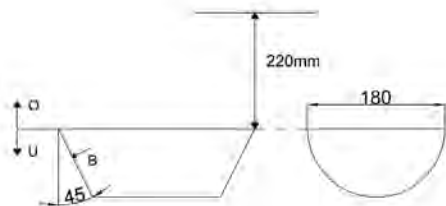
$$F_s = \rho g h_s \cdot A' = 8000 \times 10 \times 0.02 \times 0.4 \Rightarrow \boxed{F_s = 640 \text{ N}}$$

تمرین ۱۰-۵ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف

فولاد مذاب با چگالی  $7600 \text{ kg/m}^3$  بر جداره قالب

B قطعه زیر. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب

۲۲۰ mm می باشد ( $\pi = 3$  و  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



شکل ۲۲-۵

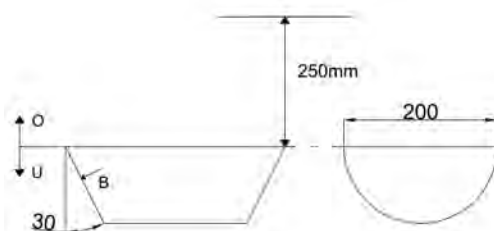
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۰-۵ مطلوبست تعیین نیروی وارد از طرف

فولاد مذاب با چگالی  $7800 \text{ kg/m}^3$  بر جداره قالب

B قطعه زیر. ارتفاع سطح جدایش از سطح آزاد مذاب

۲۵۰ mm ( $\pi = 3$  و  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

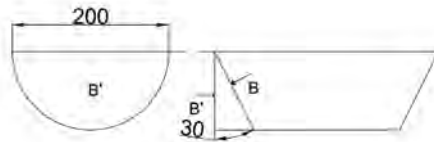


شکل ۲۱-۵

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته
$H = 250 \text{ mm}$ $\rho' = 7800 \text{ kg/m}^3$ $g = 10 \text{ m/s}^2$ $\pi = 3$	$F_s = ?$

مرحله (۲) به دست آوردن سطح جداره



شکل ۱-۲۱-۵

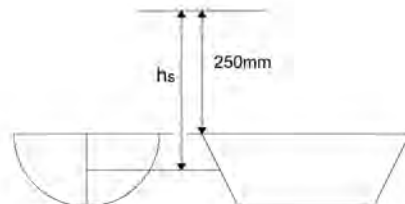
با توجه به این که شکل نیم استوانه ای است، تصویر سطح B روی سطح عمودی B' است که برای سطح نیم دایره به قطر 200 mm.

$$d = 200 \text{ mm} = 200 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{d = 0.2 \text{ m}}$$

سطح B' =

$$\frac{1}{2} \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3 \times (0.2)^2}{4} \Rightarrow \boxed{B' = \frac{0.03}{2} \text{ m}^2 = 0.015}$$

مرحله (۳) به دست آوردن ارتفاع  $h_s$  :



شکل ۲-۲۱-۵

$$h_s = H + \frac{\text{شعاع نیم دایره}}{r} = ۲۵۰ + \frac{۱۰۰}{۲} \Rightarrow \boxed{h_s = ۳۰۰ \text{ mm}}$$

$$h_s = ۳۰۰ \times \left( \frac{1}{۱۰۰۰} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{h_s = ۰ / ۳ \text{ m}}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر جداره

$$F_s = \rho' g h_s B'$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه و

محاسبه ریاضی

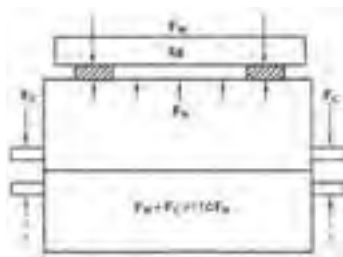
$$F_s = ۷۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰ / ۳ \times ۰ / ۰۱۵ \Rightarrow \boxed{F_s = ۳۵۱ \text{ N}}$$

لازم به ذکر است نیروهای وارد بر کف و دیواره‌های قالب به علت استحکام و فشردگی ماسه خنثی می‌شوند و در صورتی که قالب به اندازه کافی فشرده نباشد، دیواره، نمی‌تواند در برابر نیروهای وارد شده مقاومت نماید، در نتیجه این نیروها سبب تغییر شکل قالب و دیواره می‌شود که این عمل را باد کردن قالب می‌نامند. از طرف دیگر فشردگی زیاد ماسه سبب می‌شود که گازهای موجود در قالب به راحتی از قالب خارج نشده و در نتیجه در یک نقطه از قالب جمع شوند که این خود سبب می‌شود مذاب آن قسمت را پر نکرده و قطعه معیوب شود، برای این منظور علاوه بر فشردگی کافی، ماسه باید منافذ و کانال‌های هوا به دقت ایجاد شود.

#### ۴-۵- محاسبه نیروی وارد شده بر درجه فوقانی (سطح فوقانی قالب)

نیروهای متالواستاتیکی وارد شده از مذاب به دیواره‌های قالب علاوه بر کف و دیواره‌های جانبی به سطح فوقانی قالب نیز وارد می‌شود و در صورتی که بیشتر از وزن قالب رویی باشد سبب بلند شدن قالب و خروج مذاب از دو نیمه قالب و ایجاد عیوب در قطعه و خطرات دیگر می‌شود. لذا باید درجه‌ها کاملاً به یکدیگر جفت شده و با استفاده از پیچ و مهره‌ها و حتی وزنه از بلند شدن قالب رویی جلوگیری نمود. به‌طور کلی برای این منظور باید مجموع وزن ماسه موجود در قالب رویی به همراه وزنه‌های قرار داده شده روی آن حداقل ۱/۵ برابر نیروی بالا برنده باشد که در این جا نیروی بالا برنده فقط نیروی وارد بر سطح فوقانی مذاب در نظر گرفته شده است، البته نیروهای وارد بر تکیه گاه‌های ماهیچه که نقش مهمی در نیروی بالا برنده دارند در قسمت‌های بعدی بحث خواهد شد. بنابراین با

توجه به شکل ۲۳-۵ کتاب خواهیم داشت :



شکل ۲۳-۵

$$f_w + F_C = 1/\delta F_N \rightarrow F_W = 1/\delta F_N - F_C$$

که در آن :

$f_w$  : اندازه وزنه لازم روی درجه

$f_c$  : وزن درجه فوقانی و محتوای آن

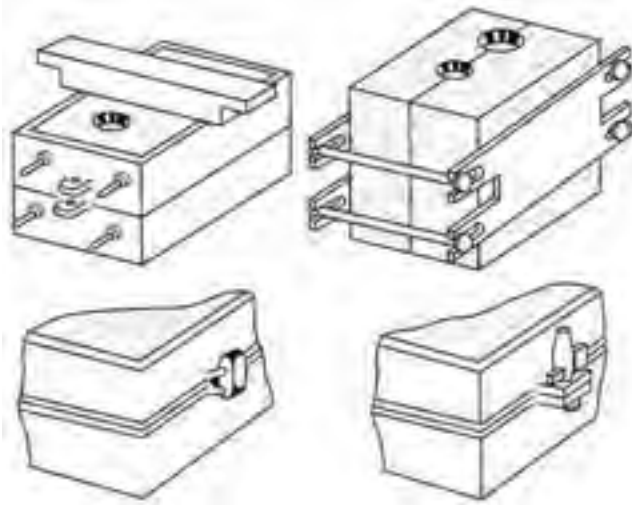
$F_N$  : نیروی بالابرنده درجه فوقانی

نیروی  $f_N$  متناسب با چگالی مذاب ( $\rho'$ )، ارتفاع مذاب از سطح آزاد تا سطح فوقانی قالب ( $h_s$ ) و سطح فوقانی

قالب  $A'$  است.

$$F_N = \rho \cdot g \cdot h \cdot A$$

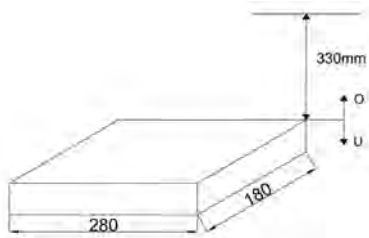
با توجه به این مسأله همواره باید سعی کرد که ارتفاع راهگاه کمتر باشد و سیستم راهگاهی مناسب طراحی شود تا اولاً مذاب قالب را پر نماید، از طرف دیگر فشار بیش از حد نباشد و در صورت پر شدن قالب انجماد از دیواره شروع شود، شکل ۲۴-۵ چند روش جفت کردن قالب را نشان می‌دهد.



شکل ۲۴-۵- چند روش جفت کردن در نیمه قالب

ذکر این نکته لازم است که بلند شدن قالب تنها ناشی از درجه فوقانی نیست بلکه وجود گازهای متراکم در قالب نیز سبب ایجاد این پدیده می‌شود. با توجه به این مسأله در صورت وجود رطوبت در قالب زمانی که فلز با نقطه ذوب بالاتر وارد قالب می‌شود امکان تبخیر رطوبت افزایش می‌یابد و با توجه به قانون گازها در اثر درجه حرارت، حجم گاز بیشتر شده که در صورت عدم امکان افزایش حجم گاز، گاز متراکم شده و فشار زیادی به درجه بالایی وارد می‌کند که سبب بلند شدن درجه رویی می‌شود. بنابراین در ریخته‌گری فلزات با نقطه ذوب بالاتری مانند چدن و فولاد نسبت به ریخته‌گری فلزات با نقطه ذوب پایین تر مثل قلع، سرب و... وزنه‌های بیشتری

تمرین ۵-۱۱ نیروی بالابرنده  $F_N$  ناشی از مذاب برنج با چگالی  $\frac{8300 \text{ kg}}{\text{m}^3}$  در ریخته‌گری قطعه مکعب مستطیل شکل زیر را محاسبه کنید. ارتفاع از سطح آزاد مذاب  $330 \text{ mm}$  می‌باشد ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



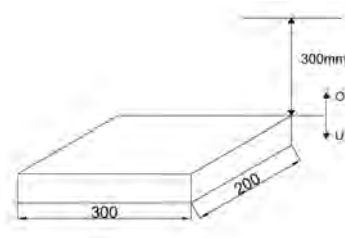
شکل ۵-۲۷



شکل ۵-۲۸

حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۱۱ مطلوبست نیروی بالابرنده  $F_N$  ناشی از مذاب برنز با چگالی  $\frac{8200 \text{ kg}}{\text{m}^3}$  در ریخته‌گری قطعه مکعب مستطیل به شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب  $350 \text{ mm}$  می‌باشد ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ).



شکل ۵-۲۵



شکل ۵-۲۶

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$H = 300 \text{ mm}$ $\rho' = 8200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$F_N = ?$

مرحله (۲) محاسبه سطح فوقانی:

با توجه به این که سطح فوقانی به شکل مستطیل است

خواهیم داشت:

$$A = 300 \times 200 = 60000 \text{ mm}^2$$

$$A = 60000 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A = 0.06 \text{ m}^2}$$



مرحله ۳) به دست آوردن ارتفاع سطح فوقانی قالب

از سطح آزاد مذاب

$$h_N = H = 300 \text{ mm} = 300 \times \frac{1}{1000} \text{ m} \Rightarrow \boxed{h_N = 0.3 \text{ m}}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی

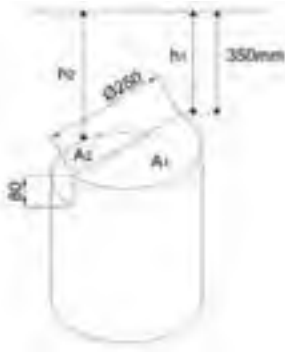
$$F_N = \rho' \cdot g \cdot h_N \cdot A$$

مرحله ۵) جای گذاری مقادیر معلوم و محاسبه

ریاضی

$$F_N = 8200 \times 10 \times 0.3 \times 0.6 \Rightarrow \boxed{F_N = 1476 \text{ N}}$$

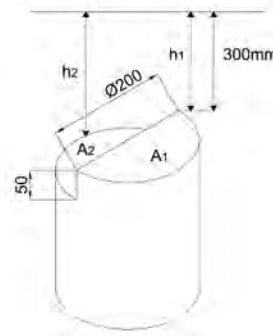
تمرین ۱۲-۵ مطلوبست نیروی بالابرنده  $F_N$  ناشی از مذاب چدن برنج با چگالی  $\frac{7600 \text{ kg}}{\text{m}^3}$  در ریخته‌گری قطعه استوانه ای مطابق شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب  $350 \text{ mm}$  ( $\pi = 3$  و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



شکل ۵-۳۰

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۲-۵ مطلوبست نیروی بالابرنده  $F_N$  ناشی از مذاب چدن با چگالی  $\frac{7800 \text{ kg}}{\text{m}^3}$  در ریخته‌گری قطعه استوانه ای مطابق شکل زیر، ارتفاع از سطح آزاد مذاب  $300 \text{ mm}$  ( $\pi = 3$  و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



شکل ۵-۲۹

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته
$H = 300 \text{ mm}$ $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $\rho' = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $R = 100 \text{ mm}$ $\pi = 3$	$F_N = ?$

مرحله ۲) محاسبه سطوح  $A_1$  و  $A_2$ :

سطوح  $A_p$  و  $A_1$  به شکل نیم دایره است و مساحت آنها

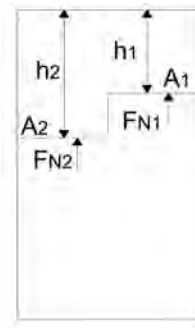
برابر است

$$R = 100\text{mm} \Rightarrow R = 100 \times \frac{1}{1000} \text{m} \Rightarrow \boxed{R = 0.1\text{m}}$$

$$A_1 = A_p = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{3.14 \times (0.1)^2}{2}$$

$$A_1 = A_p = 0.0157\text{m}^2$$

مرحله ۳) به دست آوردن  $h_1$  و  $h_p$



شکل ۱-۲۹-۵

فاصله  $h_1 = 300 \times \left( \frac{1}{1000} \text{m} \right) \Rightarrow \boxed{h_1 = 0.3\text{m}}$

سطح  $A_1$  از سطح آزاد مذاب

فاصله سطح  $h_p = H + 50 = 300 + 50 = 350\text{mm}$

$A_p$  از سطح آزاد مذاب

$$h_p = 350 \times \frac{1}{1000} \text{m} \Rightarrow \boxed{h_p = 0.35\text{m}}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی

$$F_{N_1} = \rho'gh_1A_1$$

$$F_{N_p} = \rho'gh_pA_p$$

$$F_N = F_{N_1} + F_{N_p}$$

مرحله ۵) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه‌ها و

محاسبه ریاضی

$$F_{N_1} = 7800 \times 10 \times 0.0157 \Rightarrow F_{N_1} = 351\text{N}$$

$$F_{N_p} = 7800 \times 10 \times 0.0157 \Rightarrow F_{N_p} = 409.5\text{N}$$

$$F_N = 351 + 409.5 \Rightarrow \boxed{F_N = 760.5\text{N}}$$

### ۱-۴-۵- نیروی وارد بر سطوح فوقانی غیرمستوی قالب :

در صورتی که سطح فوقانی قالب مسطح و هموار نبوده و به صورت خمیده و غیر مستوی باشد برای محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی می توان سطحی مستوی و موازی با سطح آزاد را به صورتی در نظر گرفت که فاصله این سطح تا سطح آزاد مذاب برابر با متوسط ارتفاع های سطح غیرمستوی تا سطح آزاد مذاب باشد. یعنی اگر یک سطح غیرمستوی در نقاط مختلف دارای ارتفاع های مختلف باشد می توان با محاسبه میانگین این ارتفاع ها، ارتفاع سطح مستوی موازی با سطح آزاد مذاب را به دست آورد که با توجه به آن می توان نیروی وارد بر سطح فوقانی غیرمستوی قالب را با توجه به روابط زیر به دست آورد.

$$h_m = H - \frac{V}{A_1}$$

که در آن :

$h_m$  : میانگین ارتفاع های سطح غیرمستوی که برابر است با ارتفاع سطح مستوی معادل

$H$  : ارتفاع راهگاه

$V$  : حجم فضای محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش دو نیمه قالب

$A'$  : مساحت سطح مستوی مؤثر که برابر است با تصویر سطح فوقانی قالب روی سطح جدایش با

سطح موازی آن

لذا نیروی وارده بر سطح فوقانی غیرمستوی قالب از رابطه زیر به دست می آید.

$$F_N = \rho' g h_m A'$$

که در آن :

$F_N$  : نیروی وارد بر سطح فوقانی  $N$

$\rho'$  : چگالی مذاب  $\frac{kg}{m^3}$

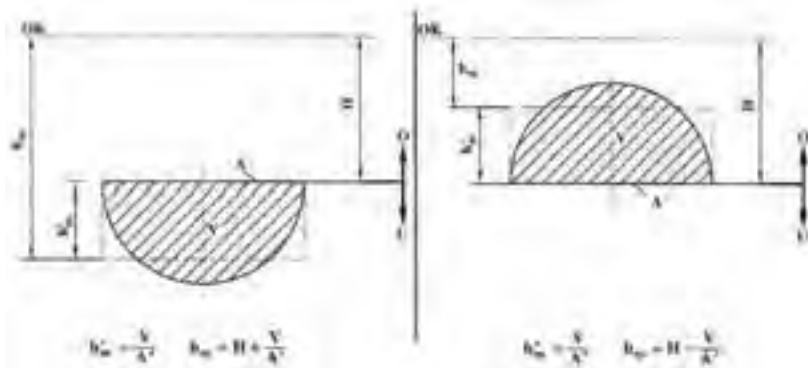
نکته ۱ :  $V$  حجم فضای بین سطح فوقانی قالب و سطح جدایش است و نباید با حجم محفظه قالب و مذابی

که آن را پر می کند اشتباه گرفته شود چون ممکن است در این فضا ماهیچه وجود داشته باشد.

نکته ۲ : از این روش علاوه بر محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب می توان در محاسبه نیروی وارد بر کف و

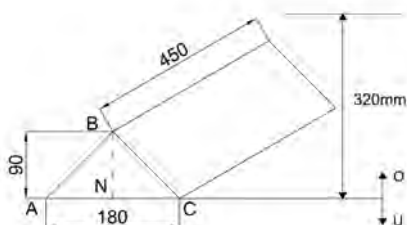
دیواره های قالب نیز استفاده کرد. ولی باید توجه کرد که در مورد قسمت های فوقانی قالب، ارتفاع متوسط ( $h'_m$ ) از

ارتفاع راهگاه ( $H$ ) کاسته می شود، اما برای قسمت های کف قالب این ارتفاع راهگاه جمع می شود. (شکل ۳۱-۵)



شکل ۵-۳۱- ارتفاع متوسط نقاط سطح قالب تا سطح آزاد مذاب

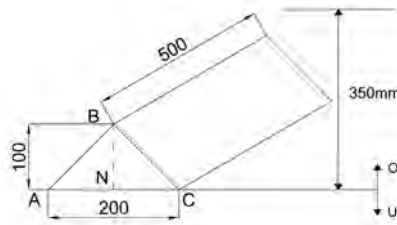
تمرین ۵-۱۳ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنج با چگالی  $۸۶۰۰ \text{ kg/m}^۳$  ( $g = ۱۰ \text{ m/s}^۲$ )



شکل ۵-۳۳

حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۱۳ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنج با چگالی  $۸۵۰۰ \text{ kg/m}^۳$  ( $g = ۱۰ \text{ m/s}^۲$ )



شکل ۵-۳۲

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$H = ۳۰۰ \text{ mm}$	$F_N = ?$
$\rho = ۸۵۰۰ \text{ kg/m}^۳$	
$g = ۱۰ \text{ m/s}^۲$	

مرحله (۲) به دست آوردن حجم محصور بین سطوح

فوقانی قالب تا سطح جدایش.

$$BN = ۱۰۰ \text{ mm} = ۱۰۰ \times \left( \frac{۱}{۱۰۰۰} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{BN = ۰/۱ \text{ m}}$$

$$AC = ۲۰۰ \text{ mm} = ۲۰۰ \times \left( \frac{۱}{۱۰۰۰} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{AC = ۰/۲ \text{ m}}$$

$$CD = 50.0 \text{ mm} = 50.0 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{CD = 0.05 \text{ m}}$$

$$\text{سطح مثلث } ABC = \frac{BN \times AC}{2} = \frac{0.1 \times 0.2}{2} = 0.01 \text{ m}^2$$

$$\text{حجم محصور بین سطوح فوقانی تا سطح جدایش } ABC = \text{مساحت مثلث } ABC \times CD = 0.01 \times 0.05 = 0.0005 \text{ m}^3$$

مرحله ۳) بدست آوردن تصویر سطوح فوقانی قالب

بر روی سطح جدایش تصویر سطح فوقانی قالب بر روی سطح جدایش به صورت مستطیل است

$$A' = 0.2 \times 0.05 \Rightarrow \boxed{A' = 0.01 \text{ m}^2}$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله

$$h_m = H - \frac{V}{A'}$$

$$F_N = \rho \cdot g \cdot h_m \cdot A'$$

مرحله ۵) به دست آوردن ارتفاع متوسط نقاط سطح

فوقانی قالب تا سطح آزاد مذاب

$$H = 35.0 \text{ mm} = 35.0 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{H = 0.035 \text{ m}}$$

$$h_m = 0.035 - \frac{0.0005}{0.01} = 0.035 - 0.05 \Rightarrow \boxed{h_m = 0.03 \text{ m}}$$

مرحله ۶) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه نیروی

وارد بر سطح فوقانی قالب

$$F_N = 8500 \times 10 \times 0.03 \times 0.01 \Rightarrow \boxed{F_N = 2550 \text{ N}}$$

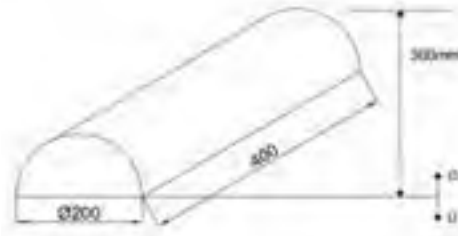
تمرین ۱۴-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنز با چگالی  $8300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ( $\pi = 3$  و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

مثال ۱۴-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس برنز با چگالی  $8200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ( $\pi = 3$  و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



شکل ۵-۳۵

حل (توسط هنرجو):



شکل ۵-۳۴

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$H = 300 \text{ mm}$ $R = 100 \text{ mm}$ $\rho = 8200 \text{ kg/m}^3$ $\pi = 3$ $g = 10$	$F_N = ?$

مرحله (۲) به دست آوردن حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش قالب.

نکته: حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش

به صورت نیم استوانه می‌باشد.

$$R = 100 \text{ mm} = 100 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{R = 0.1 \text{ m}}$$

$$\text{طول قطعه} = 400 \text{ mm} = 400 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.4 \text{ m}$$

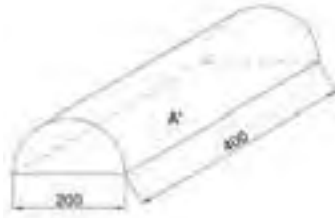
$$\text{سطح نیم دایره} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{3 \times (0.1)^2}{2} = 0.015 \text{ m}^2$$

$$V = \text{طول قطعه} \times \text{سطح نیم دایره} = \text{حجم محصور}$$

$$V = 0.015 \times 0.4 \Rightarrow \boxed{V = 0.006 \text{ m}^3}$$

مرحله (۳) به دست آوردن مساحت تصویر سطح

فوقانی قطعه که به شکل مستطیل است.



شکل ۱-۳۴-۵

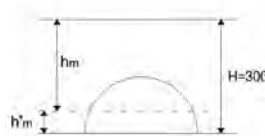
$$\text{طول مستطیل } 400 \text{ mm} = 400 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.4 \text{ m}$$

$$\text{عرض مستطیل} = 200 \text{ mm} = 200 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.2 \text{ m}$$

$$A' = 0.4 \times 0.2 \text{ m} \Rightarrow \boxed{A' = 0.08 \text{ m}^2}$$

مرحله ۴) به دست آوردن ارتفاع متوسط نقاط سطح

فوقانی قالب تا سطح آزاد مذاب



شکل ۲-۳۴-۵

$$H = 300 \text{ mm} = 300 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{H = 0.3 \text{ m}}$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'} = 0.3 - \frac{0.006}{0.08}$$

$$h_m = 0.3 - 0.075 \Rightarrow \boxed{h_m = 0.225 \text{ m}}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح فوقانی

قالب

$$F_N = \rho g h_m A'$$

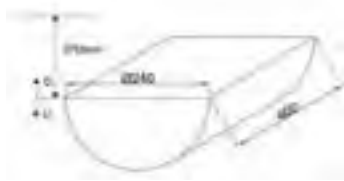
مرحله ۶) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه فوق و

محاسبه ریاضی

$$F_N = 8200 \times 10 \times 0.225 \times 0.08 \Rightarrow \boxed{F_N = 1476 \text{ N}}$$

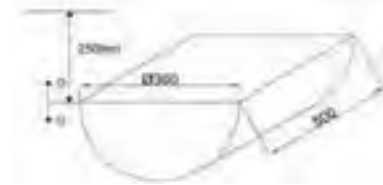
تمرین ۱۵-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس چدن به چگالی  $7400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ( $\pi = 3$  و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

مثال ۱۵-۵ مطلوبست محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی قالب قطعه‌ای به شکل زیر از جنس چدن به چگالی  $7200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ( $\pi = 3$  و  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



شکل ۵-۳۷

حل (توسط هنرجو):



شکل ۵-۳۶

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$H = 250 \text{ mm}$ $R = 125 \text{ mm}$ $\rho = 7200 \text{ kg/m}^3$ $g = 10 \text{ m/s}^2$ $\pi \approx 3$	$F_s = ?$

مرحله (۲) محاسبه مساحت تصویر کف قالب.

کف قالب به شکل مستطیل است به طول  $500 \text{ mm}$  در

عرض  $300 \text{ mm}$

$$\text{طول} = 300 \text{ mm} = 300 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0/3 \text{ m}$$

$$\text{عرض} = 500 \text{ mm} = 500 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0/5 \text{ m}$$

$$A' = 0/3 \times 0/5 \Rightarrow \boxed{A' = 0/15 \text{ m}^2}$$

مرحله (۳) محاسبه حجم محصور بین کف قالب و

سطح جدایش

نکته: این قطعه به شکل نیم استوانه است بنابراین حجم

آن برابر است با مساحت قاعده (نیم دایره) در ارتفاع

$$R = 125 \text{ mm} = 125 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow R = 0/125 \text{ m}$$

$$\text{طول قطعه} = 500 \text{ mm} = 500 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0/5 \text{ m}$$



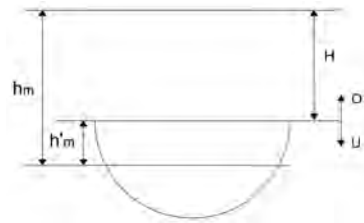
$$\text{سطح دایره} = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{3 \times (0/15)^2}{2} = 0/03375 \text{m}^2$$

$$V = \text{طول قطعه} \times \text{سطح دایره} = 0/5 \times 0/03375 = 0/016875 \text{m}^3$$

$$V = 0/016875 \text{m}^3$$

مرحله ۴) محاسبه ارتفاع متوسط قطعه تا سطح آزاد

مذاب



شکل ۱-۳۶-۵

$$H = 250 \text{mm} = 250 \times \left( \frac{1}{1000} \text{m} \right) \Rightarrow H = 0/25 \text{m}$$

$$h_m = H + \frac{V}{A'} = 0/25 + \frac{0/016875}{0/15}$$

$$h_m = 0/25 + 0/1125 \Rightarrow h_m = 0/3625 \text{m}$$

مرحله ۵) نوشتن رابطه نیروی وارد بر سطح کف

قالب

$$F_s = \rho g h A'$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه و

محاسبه ریاضی

$$F_s = 7200 \times 10 \times 0/3625 \times 0/15 \Rightarrow F_s = 3915 \text{N}$$

### ۵-۵- رابطه نیروی ارشمیدس (وزن اجسام در سیالات)

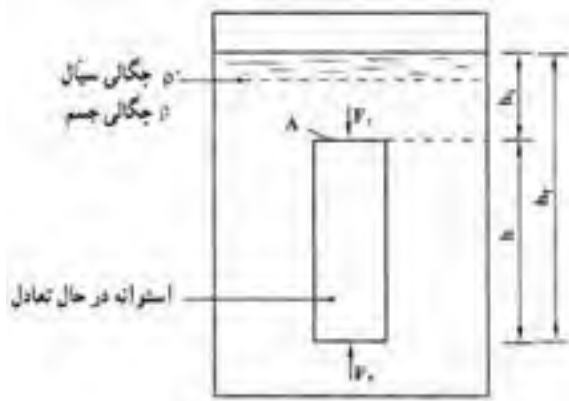
مطابق اصل ارشمیدس هنگامی که یک جسم داخل سیال قرار می‌گیرد به اندازه وزن سیال هم حجم جسم از وزن جسم کاسته می‌شود. وزن سیال هم حجم جسم را نیروی ارشمیدس می‌نامند. این اصل از قانون پاسکال نتیجه می‌شود زیرا اگر جسمی استوانه‌ای شکل به طور قائم در داخل سیال به حالت تعادل قرار گرفته باشد مطابق شکل ۳۷-۵ خواهیم داشت :

$$F_A = F_p - F_1$$

که در آن :

$F_A$  : نیروی ارشمیدس

$F_p$ : برابر نیرویی است که از طرف سیال به ارتفاع  $h_1$  به جسم داده می‌شود.  
 $F_b$ : برابر با نیرویی است که از طرف سیال با ارتفاع  $h_p$  به جسم وارد می‌شود.



شکل ۳۷-۵- اندازه نیروی ارشمیدس

$$F_A = \rho' \cdot g \cdot h_p \cdot A - \rho' \cdot g \cdot h_1 \cdot A = \rho' g A (h_p - h_1) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow F_A = \rho' g \times A \quad \text{بنابراین خواهیم داشت:}$$

$$h = h_p - h_1$$

از طرفی  $Ah$  برابر است با حجم استوانه  $V =$

$\rho' g$  برابر است با وزن مخصوص مذاب  $d' =$

در نتیجه خواهیم داشت،  $F_A$  یا نیروی ارشمیدس:

وزن سیال هم حجم استوانه  $F_A = d' \times V = W_f$  نیروی ارشمیدس

نیروی ارشمیدس همواره در امتداد عمودی و جهت آن به طرف بالاست. در این صورت اگر جسمی به جرم  $W$

در داخل یک سیال غوطه‌ور شود و نیروی ارشمیدس  $F_A$  باشد، لذا نیروی وارد بر جسم تفاضل این دو نیرو خواهد

بود که به آن وزن ظاهری در داخل سیال گویند و با  $w'$  نشان می‌دهند.

$$w' = w - F_A$$

در صورتی که حجم جسم غوطه‌ور شده  $V$  و چگالی آن  $\rho$  و چگالی سیال  $\rho'$  فرض شود، خواهیم داشت:

وزن حقیقی جسم  $w = \rho \cdot g \cdot V$

نیروی ارشمیدس  $F_A = \rho' \cdot g \cdot V$

$$w' = w - F_A = \rho \cdot g \cdot V - \rho' \cdot g \cdot V = \rho \cdot g \cdot V \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right)$$

$$\Rightarrow w' = \rho g V \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \Rightarrow \boxed{w' = w \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right)}$$

که در آن:

W : وزن حقیقی جسم برابر  $\rho g V$

w' : وزن ظاهری جسم

$\rho$  : چگالی جسم

$\rho'$  : چگالی سیال (مذاب)

### ۱-۵-۵- حالت‌های مختلف وزن ظاهری

بر حسب اینکه چگالی جسم نسبت به چگالی سیال بزرگ‌تر، مساوی و یا کوچک‌تر باشد می‌توان سه حالت را تشخیص داد

الف) اگر  $\rho > \rho'$  باشد، جسم در داخل سیال فرو رفته و با حرکت شتابدار به ته ظرف می‌رود. در این حالت نیروی ارشمیدس از نیروی وزن قطعه کمتر است و جهت نیروی مربوط به وزن ظاهری به سمت پایین است.

ب) اگر  $\rho < \rho'$  باشد، جسم در داخل سیال صعود می‌کند و به سطح سیال می‌رود. در این حالت نیروی ارشمیدس از نیروی وزن قطعه بیشتر است و جهت نیروی مربوط به وزن ظاهری به طرف بالاست.

ج) اگر  $\rho = \rho'$  باشد، جسم در داخل سیال بدون حرکت باقی می‌ماند. در این حالت نیروی ارشمیدس برابر نیروی وزن قطعه خواهد بود و به جسم نیرویی وارد نمی‌شود.

تمرین ۱۶-۵ یک قطعه مکعب شکل به ضلع ۱۵ cm از فولاد در داخل آب غوطه‌ور شده است، مطلوبست:

الف - وزن حقیقی قطعه

ب - نیروی ارشمیدس از طرف آب

ج - وزن ظاهری قطعه در داخل آب

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۶-۵ یک قطعه مکعب شکل به ضلع ۱۰ cm از فولاد در داخل آب غوطه‌ور شده است، مطلوبست:

الف - وزن حقیقی قطعه

ب - نیروی ارشمیدس از طرف آب

ج - وزن ظاهری قطعه در داخل آب

(چگالی فولاد  $7800 \text{ kg/m}^3$  و چگالی آب  $1000 \text{ kg/m}^3$ )

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

خواسته‌ها	داده‌ها
$w = ?$	ضلع = ۱۰ cm
$F_A = ?$	$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ فولاد
$w' = ?$	$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ آب

مرحله ۲) محاسبه وزن حقیقی قطعه

$$\text{ضلع} = 10 \text{ cm} = 10 \times \frac{1}{100} \text{ m} = 0.1 \text{ m}$$

ابتدا حجم قطعه را حساب می‌کنیم

$$V = (\text{ضلع})^3 = (0.1)^3 \Rightarrow \boxed{V = 0.001 \text{ m}^3}$$

مرحله ۳) نوشتن روابط مربوط به حل مسأله

$$w = \rho \cdot g \cdot v$$

$$F_A = \rho' \cdot g \cdot v$$

$$w' = w - F_A$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن

حقیقی و محاسبه ریاضی

$$w = 7800 \times 10 \times 0.001 \Rightarrow \boxed{w = 78 \text{ N}}$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه نیروی

ارشمیدس و محاسبه ریاضی

$$F_A = 1000 \times 10 \times 0.001 \Rightarrow \boxed{F_A = 10 \text{ N}}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن

ظاهری و محاسبه ریاضی

$$w' = 78 - 10 \Rightarrow \boxed{w' = 68}$$

راه دیگر :

$$w' = w \left( 1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) = 78 \left( 1 - \frac{1000}{7800} \right)$$

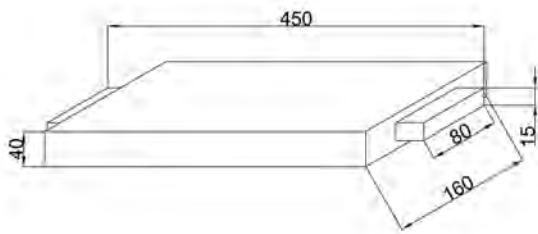
$$w' = 78(1 - 0.128) \Rightarrow \boxed{w' = 68 \text{ N}}$$

## ۶-۵- محاسبه نیروی مذاب وارد بر ماهیچه و تکیه گاه‌های ماهیچه :

زمانی که قالب پر می‌شود تمام قسمت‌های مختلف قالب شامل جداره‌ها و سطوح قالب در اثر فشار مذاب تحت نیرو قرار می‌گیرند، این نیرو می‌تواند سبب تغییرات و جابجایی قسمت‌های ضعیف قالب و حتی ماهیچه‌ها گردد. مطابق قانون پاسکال و اصل ارشمیدس در اثر فشار مناسب وزن ماهیچه‌ها از وزن واقعی آنها کمتر می‌شود، از

طرف دیگر چگالی ماهیچه‌ها اغلب کمتر از چگالی مذاب می‌باشد که این خود سبب بلند شدن ماهیچه می‌شود. نیروی وارد شده بر ماهیچه توسط سطوح قالب در تماس با تکیه گاه ماهیچه‌ها خنثی می‌شود، در غیراینصورت ماهیچه حرکت کرده و باعث تولید قطعه معیوب می‌شود، نیروهای وارد به تکیه گاه‌ها معمولاً به قالب‌های فوقانی منتقل می‌شود که اگر این نیروها بیشتر از وزن قالب رویی باشد باعث تکان خوردن درجه روئی و در نتیجه معیوب شدن قطعه ریختگی می‌شود. (چنانچه ماهیچه‌ها استحکام کافی نداشته باشند شکسته می‌شوند به همین علت از آرماتور و لوله مشبک در داخل ماهیچه استفاده می‌گردد)

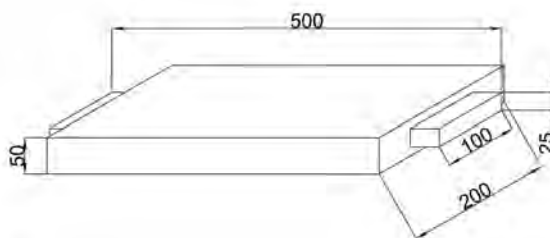
تمرین ۱۷-۵ با توجه به شکل زیر در صورتی که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب  $2100 \text{ kg/m}^3$  و  $7600 \text{ kg/m}^3$  باشد. وزن حقیقی ماهیچه، همچنین نیروی ارشمیدس (نیروی رانش مذاب) و وزن ظاهری ماهیچه (نیروی وارد بر تکیه گاه فوقانی را حساب کنید  $(g = 10 \text{ m/s}^2)$ )



شکل ۴۰-۵

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۷-۵ با توجه به شکل زیر در صورتی که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب  $2400 \text{ kg/m}^3$  و  $7800 \text{ kg/m}^3$  باشد. مطلوبست: وزن حقیقی ماهیچه، همچنین نیروی ارشمیدس (نیروی رانش مذاب) و وزن ظاهری ماهیچه (نیروی وارد بر تکیه گاه فوقانی،  $(g = 10 \text{ m/s}^2)$ )



شکل ۳۹-۵

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$\rho_k = 2400 \text{ kg/m}^3$	$W = ?$
$\rho' = 7800 \text{ kg/m}^3$	$F_A = ?$
	$W'_k = ?$

مرحله (۲) به دست آوردن حجم کل ماهیچه

ماهیچه به همراه تکیه گاه به شکل مکعب مستطیل با ابعاد  $500 \times 100 \times 25$  میلی متر می باشد، بنابراین حجم آن برابر است با:

$$250 \text{ mm} = 25 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.025 \text{ m}$$

$$100 \text{ mm} = 100 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.1 \text{ m}$$

$$500 \text{ mm} = 500 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.5 \text{ m}$$

حجم  $V_k = 0.5 \times 0.1 \times 0.025 \Rightarrow V_k = 0.00125 \text{ m}^3$

کل ماهیچه

مرحله ۳) محاسبه حجم قسمتی از ماهیچه که در تماس با مذاب است.

با توجه به شکل داریم که  $400 \text{ mm}$  از طول ماهیچه در تماس با مذاب است. بنابراین ابعاد ماهیچه در تماس با مذاب عبارت است از:

$$400 \text{ mm} = 400 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.4 \text{ m}$$

حجم ماهیچه  $V_A = 0.5 \times 0.25 \times 0.1 \times 0.4 \Rightarrow V_A = 0.005 \text{ m}^3$

در تماس با مذاب

مرحله ۴) نوشتن روابط مورد نیاز برای حل مسأله

$$w_k = \rho \cdot g \cdot V_k$$

$$F_A = \rho' \cdot g \cdot V_A$$

$$w'_k = w_k - F_A$$

مرحله ۵) محاسبه وزن حقیقی براساس رابطه آن:

$$w_k = 2400 \times 10 \times 0.00125 \Rightarrow w_k = 30 \text{ N}$$

مرحله ۶) محاسبه نیروی ارشمیدس با توجه به

رابطه آن:

نکته : با توجه به اینکه  $400 \text{ mm}$  از ماهیچه در تماس با مذاب است برای محاسبه نیروی ارشمیدس باید حجم این  $400 \text{ mm}$  از ماهیچه در رابطه قرار داده شود.

$$F_A = 7800 \times 10 \times 0 / 001 \Rightarrow \boxed{F_A = 78 \text{ N}}$$

مرحله ۷) محاسبه وزن ظاهری

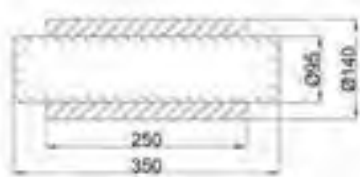
$$w'_k = 30 - 78 \Rightarrow \boxed{w'_k = -48 \text{ N}}$$

تمرین ۱۸-۵ شکل زیر نقشه یک بوش استوانه‌ای همراه با ماهیچه آن را نشان می‌دهد. در صورتی که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب  $1400 \text{ kg/m}^3$  و  $6300 \text{ kg/m}^3$  باشد. مطلوبست :

الف - وزن حقیقی ماهیچه

ب - نیروی ارشمیدس

ج - وزن ظاهری ماهیچه و نیروی وارد بر هر تکیه گاه  $(g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ و } \pi = 3)$



شکل ۵-۴۲

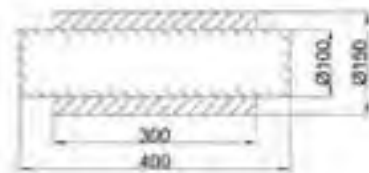
حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۸-۵ شکل زیر نقشه یک بوش استوانه‌ای همراه با ماهیچه آن را نشان می‌دهد. در صورتی که چگالی ماهیچه و مذاب به ترتیب  $1500 \text{ kg/m}^3$  و  $6400 \text{ kg/m}^3$  باشد. مطلوبست

الف - وزن حقیقی ماهیچه  $(w_k)$

ب - نیروی ارشمیدس  $(F_A)$

ج - وزن ظاهری ماهیچه و نیروی وارد بر تکیه گاه  $(g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ و } \pi = 3)$



شکل ۵-۴۱

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$\rho_k = 1500 \text{ kg/m}^3$	$w_k = ?$
$\rho' = 6400 \text{ kg/m}^3$	$F_A = ?$
$g = 10 \text{ m/s}^2$	$w'_k = ?$
$\pi = 3$	$= ?$ نیروی وارد بر تکیه گاه

مرحله ۲) به دست آوردن حجم کل ماهیچه  
 ماهیچه استوانه‌ای شکل است و حجم آن برابر است با  
 حاصلضرب مساحت قاعده (دایره) در ارتفاع آن.

$$D_k = 100 \text{ mm} = 100 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow \boxed{D_k = 0.1 \text{ m}}$$

$$\text{مساحت دایره} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3.14 \times (0.1)^2}{4} = 0.00785 \text{ m}^2$$

$$\text{طول ماهیچه} = 400 \text{ mm} = 400 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.4 \text{ m}$$

طول ماهیچه  $\times$  مساحت دایره

$$V_k = 0.00785 \times 0.4 \Rightarrow \boxed{V_k = 0.00314 \text{ m}^3}$$

مرحله ۳) به دست آوردن حجم قسمتی از ماهیچه  
 که در تماس با مذاب است. طولی از ماهیچه که در  
 تماس با مذاب است برابر است با طول قطعه یعنی  
 ۳۰۰ mm می‌باشد.

$$300 \text{ mm} = 300 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.3 \text{ m}$$

$$V_A = \text{مساحت دایره} \times 0.3$$

$$V_A = 0.00785 \times 0.3 \Rightarrow \boxed{V_A = 0.002355 \text{ m}^3}$$

مرحله ۴) نوشتن روابط مورد نیاز

$$w_k = \rho g V_k$$

$$F_A = \rho' g V_A$$

$$w'_k = w_k - F_A$$

مرحله ۵) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه وزن

حقیقی

$$w_k = 1500 \times 10 \times 0.00314 \Rightarrow \boxed{w_k = 471 \text{ N}}$$

مرحله ۶) جای‌گذاری مقادیر معلوم در رابطه نیروی

ارشمیدس

$$F_A = 6400 \times 10 \times 0.002355 \Rightarrow \boxed{F_A = 1509 \text{ N}}$$

مرحله ۷) به دست آوردن وزن ظاهری

$$w'_k = 471 - 1509 \Rightarrow \boxed{w'_k = -1038 \text{ N}}$$



علامت منفی نشان دهنده این است که نیرو به سمت بالا می‌رود.

مرحله ۸) به دست آوردن نیروهای وارد بر تکیه گاه با توجه به اینکه ماهیچه دارای دو تکیه گاه می‌باشد. نیروی وارد بر تکیه گاه برابر است با نصف وزن ظاهری ماهیچه.

$$\text{نیروی وارد بر هر تکیه گاه} = \frac{w'}{2} = \frac{99}{2} = 49.5 \text{ N}$$

### ۷-۵- محاسبه مقدار وزنه لازم جهت وزنه‌گذاری روی درجه : ( $F_A$ )

معمولاً نیروی بالابرنده درجه فوقانی  $F$  برابر است با مجموع برآیند نیروهای وارد شده به سطح فوقانی قالب ( $F_N$ ) و همچنین وزن ظاهری ماهیچه ( $w'_k$ ) است، که این نیرو مزاحم است و باید با وزنه‌گذاری صحیح روی قالب فوقانی اثر آن خنثی شود. در عمل باید وزن قالب فوقانی و محتوی آن ( $F_C$ ) وزنه ( $f_w$ ) مجموعاً  $1/5$  برابر نیروی بالابرنده قالب باشد.

$$F_w + F_C = 1/5(F_N + w'_k)$$

معادله فوق زمانی صادق است که وزن ظاهری ماهیچه ( $w'_k$ ) هم جهت با نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب ( $F_N$ ) باشد که با یکدیگر جمع شوند. یا به عبارت دیگر نیروی ارشمیدس ( $F_A$ ) بزرگ‌تر از وزن حقیقی ماهیچه ( $w_k$ ) باشد. در غیر اینصورت جهت وزن ظاهری به سمت پایین بوده و در بالا بردن درجه فوقانی تأثیری ندارد، در این صورت وزن ظاهری به سطوح تکیه گاه‌های ماهیچه در قالب پایین منتقل می‌شود که با نیروی عکس‌العمل این سطوح خنثی خواهد شد.

$$F_w = 1/5(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

که در آن :

$F_w$  : مقدار وزنه

$F_N$  : نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب

$F_A$  : نیروی ارشمیدس

$w_k$  : وزن حقیقی ماهیچه

$F_C$  : وزن درجه رویی و محتوای آن

$$F_A - w_k \geq 0$$

شرط برقراری این رابطه عبارت است از :

تمرین ۱۹-۵ در یک قالب نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب  $N = 480$  است. در صورتی که وزن درجه فوقانی با محتویات آن  $F_C = 250N$  باشد، مقدار وزنه لازم برای جلوگیری از بلند شدن قالب رویی می شود چقدر است. ضریب اطمینان  $1/5$  می باشد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۱۹-۵ در یک قالب نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب  $F_N = 400N$  ، در صورتی که وزن درجه فوقانی با محتویات آن  $F_C = 200N$  باشد، مقدار وزنه لازم برای جلوگیری از بلند شدن قالب رویی می شود، چقدر است. ضریب اطمینان  $1/5$  می باشد.

حل :

مرحله (۱) داده ها و خواسته ها :

داده ها	خواسته
$F_N = 400N$	$f_w = ?$
$F_C = 200N$	
$1/5 = \text{ضریب اطمینان}$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله

$$f_w = 1/5 (f_N + f_A - w_k) - f_C$$

مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه ها و

محاسبه ریاضی

- با توجه به اینکه قطعه فاقد ماهیچه می باشد،  $w_k$  و

$(F_A)$  برابر صفر است.

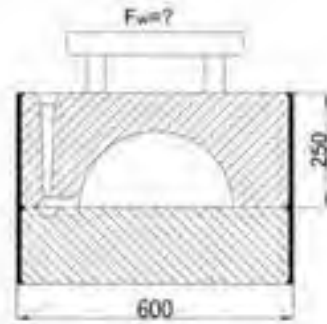
$$f_w = 1/5 (400 + 0 - 0) - 200$$

$$f_w = 400N$$

تمرین ۲۰-۵ مطلوبست محاسبه وزنه لازم جهت وزنه گذاری قالب ریخته شده از چدن در صورتیکه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب  $3kN$  و نیروی وارد بر تکیه گاههای ماهیچه  $2kN$  و وزنه درجه رویی  $100kg$  و ماسه محتوی آن  $200$  کیلوگرم باشد. ضریب اطمینان  $1/5$  می باشد.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۰-۵ با توجه به شکل زیر در صورتی که مذاب از جنس برنز با وزن مخصوص  $8200 \frac{kg}{m^3}$  باشد. مطلوب است تعیین اندازه وزنه ای که باید روی درجه قرار داده شود و قطعه به شکل نیم استوانه ای و ابعاد درجه فوقانی بر حسب میلی متر عبارت است از  $250 \times 600 \times 600$  و وزن درجه فوقانی  $40 kgf$  و فرض می شود که سیستم راهگامی از ماسه پر است، ضریب اطمینان  $1/5$  می باشد.  $\rho' = 1800 \frac{kg}{m^3}$  و  $F_N = ?$



شکل ۴۳-۵

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
<p>برنز <math>\rho = 8200 \text{ kg/m}^3</math></p> <p>ابعاد درجه = <math>600 \times 600 \times 250</math></p>	$F_N = ?$
<p>وزن مخصوص ماسه فشرده شده <math>\rho' = 1800 \text{ kg/m}^3</math></p>	$F_C = ?$
<p>وزن درجه فوقانی = <math>40 \text{ Kgf}</math></p>	$F_w = ?$
<p>ضریب اطمینان = <math>1/5</math></p>	

مرحله (۲) نوشتن رابطه

$$F_w = 1/5(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

با توجه به اینکه قطعه فاقد ماهیچه است  $F_A$  (نیروی

ارشمیدس وارد بر ماهیچه) و  $w_k$  (وزن حقیقی ماهیچه)

برابر صفر است بنابراین خواهیم داشت:

$$F_w = 1/5 F_N - F_C$$

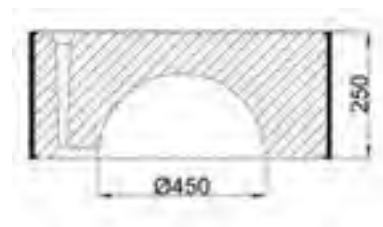
مرحله (۳) به دست آوردن  $F_N$  نیروی وارد بر سطح

فوقانی قالب

با توجه به اینکه سطح فوقانی قالب به شکل نیم استوانه است نیروی وارد بر سطح فوقانی از رابطه زیر به دست می آید.

$$F_N = \rho \cdot g \cdot h_m \cdot A'$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'}$$



شکل ۱-۴۳-۵

سطح مقطع  $\times$  طول = حجم نیم استوانه =  $V$  حجم محصور  
بین سطح فوقانی و سطح جدایش

$$d = 450 \text{ mm} = 450 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.45 \text{ m}$$

$$\text{سطح مقطع نیم دایره} = \frac{1}{2} \pi d^2 = \frac{1}{2} \times 3.14 \times (0.45)^2$$

$$\text{سطح مقطع نیم دایره} = 0.307 \text{ m}^2$$

$$\text{طول قطعه} = 400 \text{ mm} = 400 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.4 \text{ m}$$

$$V = 0.4 \times 0.307 = 0.1228 \text{ m}^3$$

= تصویر سطح فوقانی روی سطح جدایش

$$A' = \text{سطح مستطیل} = 0.45 \times 0.4 = 0.18 \text{ m}^2$$

$$\text{طول راهگاه} = 250 \text{ mm} = 250 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.25 \text{ m}$$

$$h_m = H - \frac{V}{A'} = 0.25 - \frac{0.1228}{0.18}$$

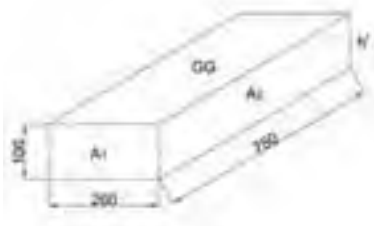
$$h_m = 0.25 - 0.682 \Rightarrow \boxed{h_m = 0.082 \text{ m}}$$

$$F_N = \rho \times g \times h_m \times A'$$

$$F_N = 8200 \times 10 \times 0.082 \times 0.18$$

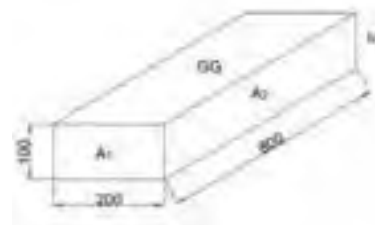
$$\boxed{F_N = 1210.8 \text{ N}}$$

	<p>مرحله ۳) به دست آوردن حجم ماسه داخل درجه :  حجم نیم استوانه - حجم داخل درجه = حجم ماسه داخل درجه  حجم مکعب مستطیل = حجم داخلی درجه  <math display="block">= 600 \text{ mm} \times 600 \text{ mm} \times 250 \text{ mm}</math> <math display="block">= 0.6 \text{ m} \times 0.6 \text{ m} \times 0.25 \text{ m}</math> حجم داخل درجه = حجم مکعب مستطیل = <math>0.09 \text{ m}^3</math>  حجم نیم استوانه <math>V = \frac{1}{2} \pi \times (0.45)^2 \times 0.4</math>  حجم نیم استوانه <math>V = 0.0304 \text{ m}^3</math>  حجم ماسه = <math>0.09 - 0.0304 = 0.0596 \text{ m}^3</math>  مرحله ۴) به دست آوردن وزن ماسه  حجم ماسه <math>\times \rho' =</math> وزن ماسه  وزن ماسه = <math>1800 \times 0.0596 \times 10 = 1072 / 8 \text{ N}</math>  مرحله ۵) به دست آوردن <math>F_C</math> :  وزن ماسه + وزن درجه = <math>F_C</math>  وزن درجه = <math>4 \text{ kgf} = 40 \times (1 \times 10 \text{ N}) = 400 \text{ N}</math>  <math>F_C = 400 + 1072 / 8 = 1472 / 8 \text{ N}</math>  مرحله ۶) به دست آوردن <math>F_w</math> :  <math>F_w = (1/5 \times F_N) - F_C</math>  <math>F_w = (1/5 \times 1210 / 3) - 1472 / 8</math>  <math>F_w = 342 / 65 \text{ N}</math>  <math>F_w = 342 / 65 \times \frac{1}{10} \text{ kgf} =</math>  <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"><math>F_w = 34 / 265 \text{ kgf}</math></div> </p>
<p>تمرین ۲۱-۵ با توجه به شکل زیر نیروهای وارد بر سطوح <math>A_1</math> و <math>A_2</math> در صورتی که ارتفاع راهبار <math>250 \text{ mm}</math> و مذاب از چدن خاکستری با چگالی <math>6800 \text{ kg/m}^3</math> باشد را حساب کنید. (<math>g = 10 \text{ m/s}^2</math>)</p>	<p>مثال ۲۱-۵ مطلوبست محاسبه نیروهای وارد بر سطوح <math>A_1</math> و <math>A_2</math> در شکل زیر در صورتی که ارتفاع راهبار <math>H = 300 \text{ mm}</math> و مذاب از چدن خاکستری با چگالی <math>\rho' = 7000 \text{ kg/m}^3</math> باشد. (<math>g = 10 \text{ m/s}^2</math>)</p>



شکل ۵-۴۵

حل (توسط هنجرجو):



شکل ۵-۴۴

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
$H = 300 \text{ mm}$	$A_p = ?$
$\rho = 7000 \text{ kg/m}^3$	$A_1 = ?$
$g = 10 \text{ m/s}^2$	$F_{s_1} = ?$
	$F_{s_p} = ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه به حل مسأله

$$h_s = H + \frac{h'}{2}$$

$$F_s = \rho' \cdot g \cdot h_s \cdot A$$

مرحله (۳) به دست آوردن  $A_p, A_1$  و  $h'$  و  $h_s$

$$\begin{cases} A_1 = 100 \times 200 = 20000 \text{ mm}^2 \\ 20000 \times \frac{1}{1000000} \text{ m}^2 = 0.02 \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_p = 100 \times 800 = 80000 \text{ mm}^2 \\ 80000 \times \frac{1}{1000000} \text{ m}^2 = 0.08 \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$h' = 100 \text{ mm}$$

$$\begin{cases} h_s = 300 + \frac{100}{2} = 350 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 350 \times \frac{1}{1000} = 0.35 \text{ m} \end{cases}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه‌ها و

محاسبه ریاضی

$$F_{s_1} = \rho \cdot g \cdot h_s \times A_1$$

$$F_{s_1} = 7000 \times 10 \times 0 / 35 \times 0 / 02$$

$$F_{s_1} = 490 \text{ N}$$

$$F_{s_p} = \rho \cdot g \cdot h_s \times A_p$$

$$F_{s_p} = 7000 \times 10 \times 0 / 35 \times 0 / 08$$

$$F_s = 1960 \text{ N}$$

تمرین ۲۲-۵ در یک قالب نیروی بالابرنده  $500 \text{ N}$  و وزن درجه فوقانی با محتوای داخل آن  $4150 \text{ N}$  می‌باشد مقدار وزنه لازم با در نظر گرفتن ضریب اطمینان چند نیوتن می‌باشد.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۲-۵ در یک قالب نیروی بالابرنده  $F_N = 600 \text{ N}$  و وزن درجه فوقانی با محتوای داخل آن  $F_C = 500 \text{ N}$  می‌باشد. مقدار وزنه لازم با در نظر گرفتن ضریب اطمینان چند نیوتن می‌باشد.  
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$F_N = 600 \text{ N}$ $F_C = 500 \text{ N}$ $1/5 = \text{ضریب اطمینان}$	$F_w = ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه به حل مسأله

$$F_w = 1/5(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه ریاضی

نکته: با توجه به اینکه ماهیچه در قالب وجود ندارد  $F_A$  و  $w_k$  صفر خواهد بود.

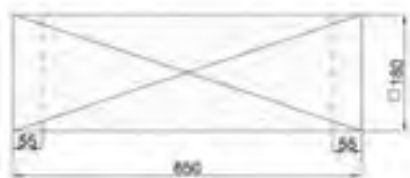
$$F_w = 1/5(600 + 0 - 0) - 500$$

$$F_w = 400 \text{ N}$$

تمرین ۲۳-۵ در ماهیچه خشک افقی با ابعاد شکل زیر با چگالی  $1300 \text{ kg/m}^3$ ، اگر مذاب از چدن خاکستری با چگالی  $7000 \text{ kg/m}^3$  باشد، مطلوبست:  $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

مثال ۲۳-۵ در ماهیچه خشک افقی با ابعاد شکل زیر با چگالی  $\rho_k = 1200 \text{ kg/m}^3$ ، اگر مذاب از چدن خاکستری با چگالی  $\rho' = 7000 \text{ kg/m}^3$  باشد، مطلوبست:  $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

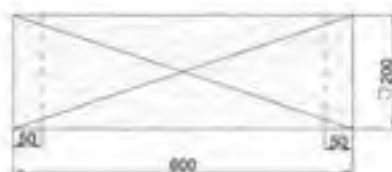
الف) وزن حقیقی ماهیچه بر حسب نیوتن  
 ب) نیروی رانش مذاب بر ماهیچه بر حسب نیوتن  
 ج) وزن ظاهری ماهیچه بر حسب نیوتن



شکل ۵-۴۷

حل (توسط هنرجو):

الف) وزن حقیقی ماهیچه بر حسب N  
 ب) نیروی رانش مذاب بر ماهیچه بر حسب N  
 ج) وزن ظاهری ماهیچه بر حسب N



شکل ۵-۴۶

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
ماهیچه $\rho_k = 1200 \text{ kg/m}^3$	$w_k = ?$
مذاب $\rho' = 7000 \text{ kg/m}^3$	$F_A = ?$
$g = 10 \text{ m/s}^2$	$w'_k = ?$

مرحله (۲) محاسبه حجم ماهیچه

$$\text{طول} = 200 \text{ mm} = 200 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.2 \text{ m}$$

عرض و قاعده ماهیچه

$$\text{ارتفاع} = 600 \text{ mm} = 600 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.6 \text{ m}$$

ماهیچه و تکیه گاه

$$\text{حجم ماهیچه با } V_k = 0.2 \times 0.2 \times 0.6 = 0.024 \text{ m}^3$$

تکیه گاه

$$\text{ارتفاع ماهیچه بدون} = 600 - 50 - 50 = 500 \text{ mm}$$

تکیه گاه

$$= 500 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.5 \text{ m}$$



تکیه گاه  
 حجم ماهیچه بدون  $V' = 0.2 \times 0.2 \times 0.5 = 0.02 \text{ m}^3$

مرحله ۳) نوشتن رابطه و محاسبه ریاضی

$$w_k = \rho_k g V_k$$

$$F_A = \rho' g V'_k$$

$$w'_k = w_k - F_A$$

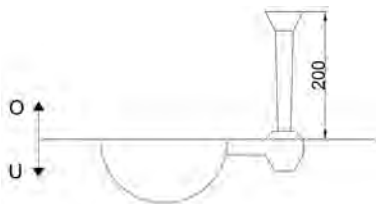
$$w_k = 1200 \times 10 \times 0.024 \Rightarrow w_k = 288 \text{ N}$$

$$F_A = 7000 \times 0.02 \times 10 \Rightarrow F_A = 1400 \text{ N}$$

$$w'_k = 288 - 1400 \Rightarrow w'_k = -1112 \text{ N}$$

با توجه به اینکه نیروی وارد بر ماهیچه از طرف مذاب بیشتر از وزن حقیقی ماهیچه می باشد، وزن ظاهری ماهیچه منفی است که نشان دهنده این است که مذاب تمایل دارد ماهیچه را از محل خود در قالب به سمت بالا حرکت دهد.

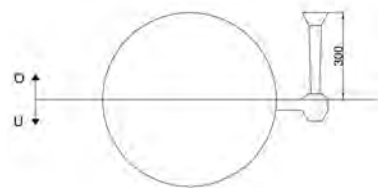
تمرین ۲۴-۵ با توجه به شکل زیر که قالبگیری یک قطعه به شکل نیمکره به قطر  $200 \text{ mm}$  را نشان می دهد. چنانچه مذاب نوعی برنج به چگالی  $8500 \text{ kg/m}^3$  باشد. نیروی وارد بر کف و سطح فوقانی قالب را حساب کنید. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  و  $\pi = 3$ )



شکل ۵-۴۹

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲۴-۵ با توجه به شکل زیر که قالبگیری یک قطعه کروی شکل به قطر  $400 \text{ mm}$  را نشان می دهد، چنانچه مذاب نوعی فولاد ریختگی به چگالی  $\rho = 7000 \text{ kg/m}^3$  باشد، نیروی وارد بر کف و سطح فوقانی قالب را حساب کنید. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  و  $\pi = 3$ )



شکل ۵-۴۸

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$d = 400 \text{ mm}$	
$H = 300 \text{ mm}$	
$\rho = 7000 \text{ kg/m}^3$	$F_N = ?$
$g = 10 \text{ m/s}^2$	$F'_N = ?$
$\pi = 3$	

مرحله (۲) به دست آوردن حجم محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش درجه‌ها و حجم محصور بین سطح تحتانی و سطح جدایش.

با توجه به اینکه شکل قطعه کروی است حجم محصور بین سطح فوقانی تا سطح جدایش درجه‌ها با حجم محصور بین سطح تحتانی و سطح جدایش درجه برابر حجم نیمکره است.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$r = \frac{400}{2} = 200 \text{ mm}$$

$$r = 200 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow r = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{کره } V_s = \frac{4}{3} \pi \times (0.2)^3 \Rightarrow V_s = 0.032 \text{ m}^3$$

= حجم محصور بین سطح فوقانی و سطح جدایش

حجم محصور بین سطح جدایش و سطح تحتانی قالب

چون هر کدام نصف کره می‌باشند.

$$V = \frac{V_s}{2} = \frac{0.032}{2} \Rightarrow V = 0.016 \text{ m}^3$$

مرحله (۳) محاسبه مساحت سطح مستوی موازی با

سطح آزاد مذاب

نکته : این سطح به شکل دایره با شعاع کره است.

$$A' = \pi r^2 \Rightarrow A' = 3 \times (0.2)^2 \Rightarrow A' = 0.12 \text{ m}^2$$

مرحله ۴) نوشتن رابطه مربوطه

$$h_m = H - \frac{V}{A'}$$

$$h_m = H + \frac{V}{A'}$$

نیروی وارد بر سطح فوقانی و تحتانی

$$F_N = \rho g \cdot h_m \cdot A'$$

مرحله ۵) محاسبه نیروی وارد بر سطح فوقانی قالب

$$h_m = H - \frac{V}{A'}$$

$$H = 300 \text{ mm} = 300 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) = 0.3 \text{ m}$$

$$h_m = 0.3 - \frac{0.016}{0.12} \Rightarrow h_m = 0.167 \text{ m}$$

$$F_N = 7000 \times 10 \times 0.167 \times 0.12 \Rightarrow$$

$$F_N = 14028 \text{ N}$$

مرحله ۶) محاسبه نیروی وارد بر سطح تحتانی

قالب

$$h_m = H + \frac{V}{A'}$$

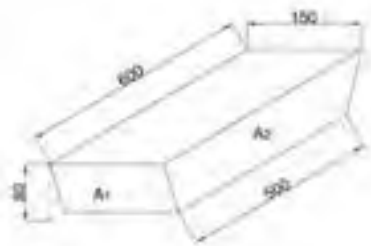
$$h_m = 0.3 + \frac{0.016}{0.12} \Rightarrow h_m = 0.43$$

$$F'_N = 7000 \times 10 \times 0.43 \times 0.12$$

$$F'_N = 36120 \text{ N}$$

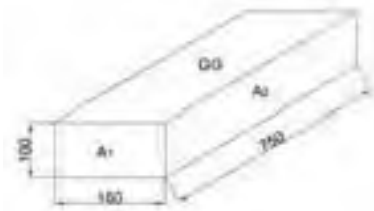
تمرین ۲۵-۵) مطلوبست محاسبه و تعیین نیروهای وارد بر سطح  $A_1$  و  $A_2$  و کف قالب شکل زیر در صورتی که ارتفاع راهگاه  $250 \text{ mm}$  و مذاب از فولاد با چگالی  $7200 \text{ kg/m}^3$  باشد. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

مثال ۲۵-۵) مطلوبست محاسبه و تعیین نیروهای وارد بر سطوح  $A_1$  و  $A_2$  و کف قالب شکل زیر در صورتی که ارتفاع راهگاه  $300 \text{ mm}$  و مذاب از چدن خاکستری با چگالی  $6500 \text{ kg/m}^3$  باشد. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



شکل ۵-۵۱

حل (توسط هنجرجو):



شکل ۵-۵۰

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$H = 300 \text{ mm}$	$A = ?$ سطح کف قالب
$h' = 100 \text{ cm}$ ارتفاع قطعه	$A_1 = ?$ $A_p = ?$
$\rho = 6500 \text{ kg/m}^3$	$f_1 = ?$
$g = 10 \text{ m/s}^2$	$f_p = ?$
	$f = ?$

مرحله (۲) به دست آوردن مساحت سطح  $A_1$  و  $A_p$  و  $A_N$

$$A_1 = 180 \times 100 = 18000 \text{ mm}^2$$

$$A_1 = 18000 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A_1 = 0.018 \text{ m}^2}$$

$$A_p = 750 \times 100 = 75000 \text{ mm}^2$$

$$A_p = 75000 \times \left( \frac{1}{1000} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A_p = 0.075 \text{ m}^2}$$

$$A = 750 \times 180 = 135000 \text{ mm}^2$$

$$A = 135000 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right)^2 \Rightarrow \boxed{A = 0.135 \text{ m}^2}$$

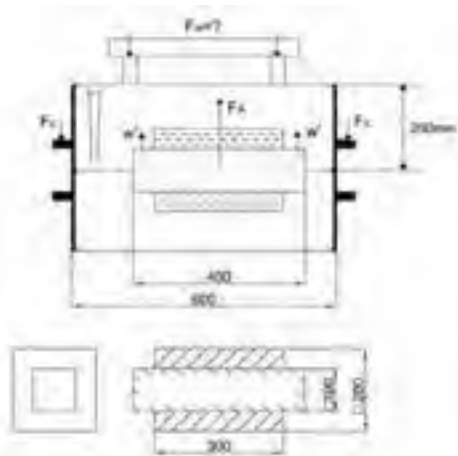
مرحله (۳) نوشتن رابطه مربوطه:

: نیروی وارد بر جداره جانبی قالب

$$F_s = \rho \cdot g \cdot h_s \cdot A'$$

	<p> <math>A_p</math> و <math>A_1</math> برای اندازه‌های <math>h_s = H + \frac{h'}{2}</math>  نیروی وارد بر کف قالب : </p> $F = \rho ghA$ $h = H + h'$ <p>مرحله ۴) جای گذاری مقادیر معلوم در رابطه به دست آمده نیروهای وارد بر سطوح <math>A_p</math> و <math>A_1</math></p> $h_{s_1} = 300 + \frac{100}{2} \Rightarrow h_{s_1} = 350 \text{ mm}$ $h_{s_1} = 350 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow h_{s_1} = 0.35 \text{ m}$ $h_{s_p} = 300 + \frac{100}{2} \Rightarrow h_{s_p} = 350 \text{ mm}$ $h_{s_p} = 350 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow h_{s_p} = 0.35 \text{ m}$ $F_{s_1} = 6500 \times 10 \times 0.35 \times 0.18 \Rightarrow F_{s_1} = 409.5 \text{ N}$ $F_s = 6500 \times 10 \times 0.35 \times 0.075 \Rightarrow F_s = 170.625 \text{ N}$ <p>مرحله ۵) جای گذاری مقادیر داده‌ها در روابط نیروی وارد بر کف قالب و محاسبه ریاضی</p> $h = 300 + 100 = 400 \text{ mm}$ $h = 400 \times \left( \frac{1}{1000} \text{ m} \right) \Rightarrow h = 0.4 \text{ m}$ $F_N = 6500 \times 10 \times 0.4 \times 0.135 \Rightarrow F_N = 3510 \text{ N}$
<p>تمرین ۲۶-۵ شکل زیر نقشه قالب و تصویر افقی یک قطعه چدنی را نشان می‌دهد. اگر چگالی مذاب چدن <math>7600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}</math> باشد، اندازه وزنه‌ای که باید روی درجه قرار گیرد، چند کیلوگرم نیرو خواهد بود. در صورتی که درجه فوقانی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد داخلی <math>200 \times 500 \times 600</math> میلی‌متر و وزن <math>40 \text{ kgf}</math> باشد</p>	<p>مثال ۲۶-۵ شکل زیر نقشه قالب و تصویر افقی یک قطعه چدنی را نشان می‌دهد. اگر چگالی مذاب چدن <math>7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}</math> باشد، اندازه وزنه‌ای که باید روی درجه قرار گیرد، چند کیلوگرم نیرو خواهد بود. در صورتی که درجه فوقانی به شکل مکعب مستطیل با ابعاد داخلی <math>300 \times 400 \times 700</math> میلی‌متر و وزن <math>50 \text{ kgf}</math> باشد.</p>

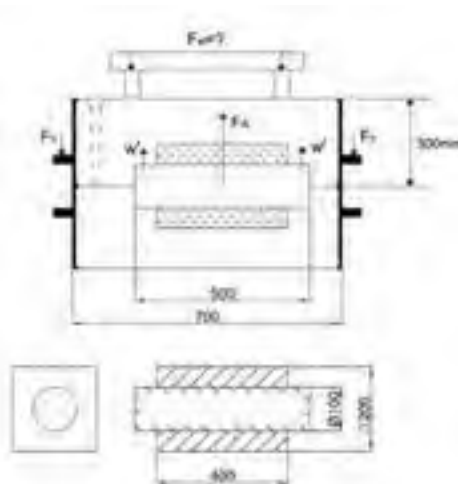
(چگالی ماسه فشرده و مرطوب درجه فوقانی  $1400 \text{ kg/m}^3$  و چگالی ماسه ماهیچه  $1500 \text{ kg/m}^3$  و ضریب اطمینان وزنه‌گذاری  $1/5$ ،  $g = 10 \text{ m/s}^2$  و  $\pi = 3$  فرض می‌شود سیستم راهگاهی از ماسه پر می‌شود.)



شکل ۵-۵۳

حل (توسط هنرجو):

(چگالی ماسه فشرده و مرطوب درجه فوقانی  $1500 \text{ kg/m}^3$  و چگالی ماسه ماهیچه  $2000 \text{ kg/m}^3$  و ضریب اطمینان وزنه‌گذاری  $1/5$ ،  $g = 10 \text{ m/s}^2$  و  $\pi = 3$  فرض می‌شود سیستم راهگاهی از ماسه پر می‌باشد.)



شکل ۵-۵۲

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

خواسته‌ها	داده‌ها
$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ چدن	$F_N = ?$ نیروی وارد بر سطح فوقانی
$50 \text{ Kgf}$ وزن درجه فوقانی	$F_A = ?$ نیروی ارشمیدس وارد بر ماهیچه
$\rho_1 = 2000 \text{ kg/m}^3$ ماسه فشرده و مرطوب	$w_k = ?$ وزن حقیقی ماهیچه
$\rho_2 = 1500 \text{ kg/m}^3$ ماسه ماهیچه	$F_C = ?$ وزن درجه و محتوای آن
$1/5 =$ ضریب اطمینان	$F_w = ?$ اندازه وزنه
$g = 10 \text{ m/s}^2$	
$\pi = 3$	

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$F_w = 1/\omega(F_N + F_A - w_k) - F_C$$

مرحله ۳) محاسبه  $F_N$  نیروی وارد بر سطح فوقانی

قالب.

با توجه به اینکه قطعه مکعب مستطیل است، سطح فوقانی

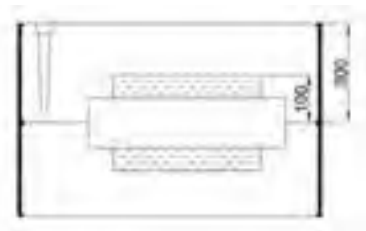
قالب به شکل مستطیل به ابعاد  $200 \times 400$  میلی متر است.

بنابراین رابطه  $F_N$  برای سطوح مستوی خواهیم داشت :

$$F_N = \rho ghA$$

$$A = \text{طول} \times \text{عرض} = 200 \times 400 = 80000 \text{ mm}^2$$

$$A = 80000 \times \left( \frac{1}{1000000} \text{ m}^2 \right) \Rightarrow A = 0.08 \text{ m}^2$$



شکل ۱-۵۲-۵

$h = 300 - 100$  فاصله سطح فوقانی از سطح آزاد مذاب

$$h = 200 \text{ mm}$$

$$h = 200 \times \frac{1}{1000} \text{ m}$$

$$h = 0.2 \text{ m}$$

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 \text{ چدن}$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$F_N = 7800 \times 10 \times 0.2 \times 0.08 \Rightarrow F_N = 12480 \text{ N}$$

مرحله ۳) محاسبه  $F_A$  نیروی ارشمیدس وارد بر

ماهیچه که به سمت بالا است.

$$F_A = \rho g \cdot V'_p$$

$$\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ و } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$V_p =$  حجم قسمتی از ماهیچه که در مذاب غوطه‌ور است.

سطح مقطع ماهیچه  $\times$  طول قطعه

$$\text{طول قطعه} = 400 \text{ m} = 400 \times \frac{1}{1000} = 0.4 \text{ m}$$

$$\text{قطر ماهیچه} = 100 \text{ mm} = 100 \times \frac{1}{1000} = 0.1 \text{ m}$$

$$V'_p = 0.4 \times \frac{\pi \times (0.1)^2}{4} = \frac{0.4 \times 3 \times (0.1)^2}{4}$$

$$V'_p = 0.003 \text{ m}^3$$

$$F_A = 7800 \times 10 \times 0.003 \Rightarrow F_A = 2340 \text{ N}$$

مرحله (۴) محاسبه  $w_k$  وزن حقیقی ماهیچه

$$w_k = \rho_p g V_p$$

$$\rho_p = 1500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10, \pi = 3$$

سطح مقطع ماهیچه  $\times$  طول ماهیچه = حجم کل ماهیچه

$$\text{طول ماهیچه} = 500 = 500 \times \frac{1}{1000} = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{قطر ماهیچه} = 0.1 \text{ m}$$

$$V_p = 0.5 \times \frac{\pi \times (0.1)^2}{4} = \frac{0.5 \times 3 \times 0.01}{4}$$

$$V_p = 3/75 \times 10^{-3}$$

$$w_k = 1500 \times 10 \times 3/75 \times 10^{-3} \Rightarrow w_k = 56/25 \text{ N}$$

مرحله (۵) محاسبه  $F_C$  : وزن لنگه درجه فوقانی

محتوی ماسه لنگه درجه فوقانی از خود درجه و ماسه

محتوی آن تشکیل شده است. بنابراین باید وزن ماسه

مرطوب فشرده شده را به دست آورد. با توجه به اینکه



چگالی ماسه فشرده داده شده است با استفاده از حجم ماسه فشرده مرطوب می‌توان جرم وزن ماسه را نیز به‌دست آورد. برای به‌دست آوردن حجم ماسه باید حجم واقعی درجه را از نصف حجم مذاب و ماهیچه کم کرد. بنابراین ابتدا حجم واقعی درجه محاسبه می‌شود و ابعاد درجه عبارتند از  $700 \times 400 \times 300 \text{ mm}$

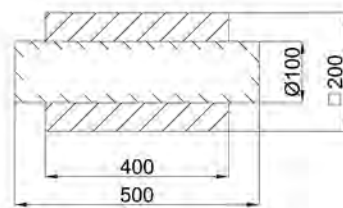
$$700 \text{ mm} = 700 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.7 \text{ m}$$

$$400 \text{ mm} = 400 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.4 \text{ m}$$

$$300 \text{ mm} = 300 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.3 \text{ m}$$

$$\text{حجم داخلی درجه} = 0.7 \times 0.4 \times 0.3 = 0.084 \text{ m}^3$$

سپس حجم کل قطعه و ماهیچه را به‌دست می‌آوریم.



شکل ۲-۵۲-۵

مطابق شکل قطعه مکعب مستطیل است که حجم آن از مساحت قاعده  $\times$  ارتفاع به‌دست می‌آید که دو ریشه ماهیچه استوانه‌ای شکل در دو طرف آن وجود دارد که حجم آنها نیز به‌دست می‌آید.

$$\text{حجم قطعه مکعب} = 400 \text{ mm} \times 200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$$

مستطیل

$$= 0.4 \text{ m} \times 0.2 \text{ m} \times 0.2 \text{ m} = 0.016 \text{ m}^3$$

برای به‌دست آوردن حجم دو ریشه ماهیچه کافی است

سطح ماهیچه را حساب کنیم و در طول دو ریشه ماهیچه ضرب کنیم. طول دو ریشه ماهیچه برابر است با طول ماهیچه منهای طول قطعه.

$$\text{قطر ماهیچه} = 100 \text{ mm} = 100 \times \frac{1}{1000} \text{ m} = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{حجم دو ریشه ماهیچه} = \frac{\frac{1}{2} \pi \times (0.1)^2}{4} \times (0.5 - 0.4)$$

ماهیچه

$$\text{حجم دو ریشه ماهیچه} = \frac{\frac{1}{2} \times 3.14 \times 0.1^2}{4} \times 0.1 = \boxed{3.925 \times 10^{-4} \text{ m}^3}$$

ریشه ماهیچه

بنابراین حجم کل قطعه با ماهیچه برابر است با:

$$0.016 + 3.925 \times 10^{-4} = 1.63925 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

حال برای به دست آوردن حجم ماسه تر کافی است که

حجم داخلی درجه را از نصف حجم کل قطعه با ماهیچه کم نمود.

$$V_1 = 0.016 - \frac{1}{2} (1.63925 \times 10^{-2})$$

$$V_1 = 0.00839 \text{ m}^3$$

حال برای به دست آوردن حجم ماسه کافی است که در

چگالی ماسه تر و شتاب و جاذبه ضرب شود.

$$\text{وزن ماسه} = \rho_1 \times V_1 \times g$$

$$\text{وزن ماسه} = 2000 \times 0.00839 \times 10 = 1678 \text{ N}$$

برای به دست آوردن  $F_C$  باید وزن درجه با وزن ماسه را

جمع کرد.

وزن درجه

$$= 50 \text{ kgf} = 50 \times (1 \text{ kgf}) = 50 \times (1 \times 10 \text{ N}) = 500 \text{ N}$$

$$F_C = \text{وزن ماسه} + \text{وزن درجه} = 1678 + 500$$

$$\boxed{F_C = 2178 \text{ N}}$$

مرحله ۶ محاسبه  $F_w$  مقدار وزنه

$$F_w = 1/5 (F_N + F_A - w_k) - F_C$$

$$F_w = 1 / \Delta(1428 + 2430 - 56 / 25) - 2178$$

$$F_w = 3524 / 625 \text{ N}$$

$$F_w = 3524 / 625 \times (1 \times \text{N}) = 3524 / 625 \times \left( \frac{1}{10} \text{ kgf} \right)$$

$$F_w = 352 / 625 \text{ kgf}$$

## سیمای فصل ششم

### ۶- تغذیه‌گذاری در قطعه‌های ریختگی

۱-۶- روش مدول

۲-۶- روش انقباض و راندمان تغذیه

۳-۶- روش کاین

## ۶- تغذیه‌گذاری در قطعه‌های ریختگی

فلزات و آلیاژها در هنگام انجماد منقبض شده و حجم آنها کاهش می‌یابد. این کاهش حجم برای فلزات و آلیاژها حدود ۲ تا ۶/۵ درصد است. این انقباض در قطعات ریختگی سبب ایجاد عیوبی مانند کشیدگی و کاهش حجم می‌شود. به همین دلیل برای جلوگیری از به‌وجود آمدن این عیوب در قطعه ریختگی معمولاً از تغذیه استفاده می‌شود. تغذیه کمبود مذاب ناشی از کاهش حجم و قطعه را جبران نموده و پس از انجماد قطعه منجمد می‌شود. بنابراین در هنگام محاسبات مربوط به تغذیه باید انقباض قطعه و منبع تغذیه را با هم در نظر گرفت و جمع نمود.

با توجه به موارد فوق حجم و اندازه تغذیه بستگی به نوع آلیاژ، درجه حرارت بار ریزی، شکل و اندازه قطعه ریختگی و نوع قالب دارد. بنابراین باید در محاسبه حجم و اندازه تغذیه دو مورد را در نظر گرفت :

الف - اندازه تغذیه باید به گونه‌ای باشد که قطعه ریختگی سالم و بدون عیب تولید شود.

ب - اندازه تغذیه باید حداقل مقدار ممکن باشد تا درصد اتلافات مذاب کمتر باشد و در نتیجه حداکثر بازدهی قطعات ریختگی را داشته باشد.

روش‌های مختلفی برای محاسبه حجم و اندازه تغذیه وجود دارد که در اینجا به چند مورد پرداخته می‌شود.

### ۱-۶- روش مدول :

این روش براساس رابطه چورنیف می‌باشد. رابطه چورنیف برای محاسبه زمان انجماد قطعه ریختگی عبارت

$$t_c = k \left( \frac{V_c}{A_c} \right)^p \quad \text{رابطه (۱-۶)} \quad \text{است از :}$$

که در این رابطه :

$t_c$  : زمان انجماد قطعه

$V_c$  : حجم قطعه ریختگی

$A_c$  : سطح کامل قطعه ریختگی که در آن سطح تماس تغذیه با قطعه ریختگی در نظر گرفته نمی‌شود.

$K$  : ضریب ثابتی است که به مشخصات فلز و قالب بستگی دارد.

\* در مورد تغذیه نیز می‌توان رابطه چورنیف را به صورت زیر به کار برد :

$$t_r = k \left( \frac{V_r}{A_r} \right)^p \quad \text{رابطه (۲-۶)} \quad \text{که در آن :}$$

$t_r$  : زمان انجماد تغذیه

$V_r$  : حجم تغذیه

$A_r$  : سطح کل تغذیه که در آن سطح مشترک تماس تغذیه با قطعه ریختگی از مقدار کل سطح تغذیه کسر

شود.

از طرف دیگر نسبت حجم به سطح قطعه، مدول قطعه نامیده می‌شود که رابطه آن برای قطعه ریختگی به صورت زیر است :

$$M_c = \frac{V_c}{A_c} \quad \text{رابطه (۶-۳)}$$

که در آن :

$V_c$  : حجم قطعه ریختگی

$A_c$  : سطح کل قطعه ریختگی

$M_c$  : مدول قطعه ریختگی

رابطه (۶-۳) برای تغذیه به صورت زیر است :

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} \quad \text{رابطه (۶-۴)}$$

که در آن :

$V_r$  : حجم تغذیه

$A_r$  : سطح کل تغذیه

$M_r$  : مدول تغذیه

بنابراین با توجه به رابطه چورنیف و مدول می‌توان در مورد قطعه نوشت :

$$\left. \begin{array}{l} t_c = k \left( \frac{V_c}{A_c} \right)^p \\ \Rightarrow M_c = \frac{V_c}{A_c} \end{array} \right\} \Rightarrow t_c = k(M_c)^p \quad \text{رابطه (۶-۵)}$$

از طرفی

داریم

$$\left. \begin{array}{l} t_r = k \left( \frac{V_r}{A_r} \right)^p \\ \Rightarrow M_r = \frac{V_r}{A_r} \end{array} \right\} \Rightarrow t_r = k(M_r)^p \quad \text{رابطه (۶-۶)}$$

در مورد تغذیه نیز خواهیم داشت :

اگر دو رابطه فوق را بر هم تقسیم نمائیم خواهیم داشت :

$$\frac{t_r}{t_c} = \frac{k(M_r)^p}{k(M_c)^p} \quad \text{رابطه (۶-۷)}$$

با توجه به اینکه  $k$  برای قطعه و تغذیه ثابت و یکسان است. به دلیل اینکه مشخصات قالب و فلز برای قطعه و

تغذیه به زمان انجام قطعه برابر خواهد بود با :

$$\frac{t_r}{t_c} = \left( \frac{M_r}{M_c} \right)^p \quad \text{رابطه (۶-۸)}$$

با توجه به این رابطه مشخص می‌شود، برای اینکه تغذیه درست عمل نماید باید دیرتر از قطعه منجمد شود. بنابراین باید  $t_r$  افزایش یابد و برای اینکه  $t_r$  افزایش یابد باید نسبت  $\frac{M_r}{M_c}$  افزایش یابد یعنی  $M_r$  (مدول تغذیه) باید از  $M_c$  (مدول قطعه) بزرگ‌تر باشد.

به عنوان مثال برای فولادها  $M_r = 1/2 M_c$  است که مذاب رسانی تغذیه خوب انجام می‌شود برای آلیاژهای دیگر نیز این نسبت  $\left(\frac{M_r}{M_c}\right)$  بین  $1/2$  تا  $1/5$  متغیر می‌باشد.

در محاسبات اندازه تغذیه می‌توان برای بعضی شکل‌ها بدون محاسبه سطح و حجم واقعی، مدول را محاسبه نمود. مثلاً برای یک صفحه، مدول برابر نصف ضخامت صفحه است.  $M_c = \frac{d}{2}$



شکل ۶-۱

در شکل ۶-۴ صفحه ۱۲۵، شکل‌های متداول منابع تغذیه محاسبه شده و مدول تغذیه برحسب ابعاد مختلف آن داده شده است که به راحتی می‌توان با در دست داشتن مدول یک تغذیه ابعاد آن را مشخص نمود.

تمرین ۶-۱ مدول قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۲cm را به دست آورید.  
حل: (توسط هنرجو)

مثال ۶-۱ مطلوبست محاسبه مدول قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۰ cm.  
حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده	خواسته
طول ضلع = ۱۰ cm	$M_c = ?$

مرحله (۲) نوشتن روابط مورد نیاز

$$\text{حجم مکعب} = V = a^3 = a \times a \times a$$

$$\text{سطح مکعب} = A = 6 \times a^2 = 6 \times a \times a$$

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

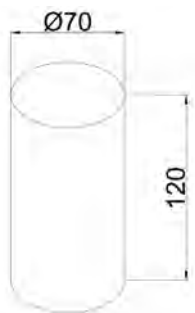
مرحله (۳) جای گذاری داده‌ها در روابط فوق

$$V_c = 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \Rightarrow V_c = 1000 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 6 \times 10 \times 10 \Rightarrow A_c = 600 \text{ cm}^2$$

$$M_c = \frac{1000}{600} = \frac{10}{6} \Rightarrow M_c = 3 / 33$$

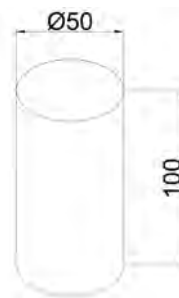
تمرین ۲-۶ مدول قطعه‌ای استوانه‌ای شکل به قطر ۷ cm و ارتفاع ۱۲ cm را به دست آورید.



شکل ۳-۶

حل (توسط هنرجو):

مثال ۲-۶ مطلوبست محاسبه مدول قطعه‌ای استوانه‌ای شکل به قطر ۵ cm و ارتفاع ۱۰ cm و



شکل ۲-۶

$\pi = 3$

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$H = 10 \text{ m}$	$M_c = ?$
$D = 5 \text{ cm}$	
$\pi = 3$	

مرحله (۲) نوشتن روابط مورد نیاز

ارتفاع  $\times$  مساحت قاعده (دایره) = حجم استوانه  $V_c$

$$V_c = \frac{\pi D^2}{4} \times H = \frac{\pi \times 5^2}{4} \times 10$$

$$V_c = \frac{3 \times 25 \times 10}{4} \Rightarrow V_c = 187.5 \text{ cm}^3$$

$2 \times$  مساحت قاعده (دایره) = سطح استوانه  $A_c$

ارتفاع  $\times$  محیط قاعده (دایره)

$$A_c = \left( \frac{2\pi D^2}{4} \right) + (\pi D \times H) = \left( \frac{2 \times 3 \times 5^2}{4} \right) + (3 \times 5 \times 10)$$

$$A_c = 37.5 + 150 \Rightarrow A_c = 187.5 \text{ cm}^2$$



مرحله ۳) محاسبه مدول قطعه

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$M_c = \frac{187/5}{187/5} = 1$$

تمرین ۳-۶ قطعه‌ای مکعبی شکل از جنس چدن به ضلع ۲۵ cm باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. در صورتی که  $k=2/1$  دقیقه بر سانتی‌متر مربع باشد زمان انجماد قطعه را به دست آورید.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۳-۶ قطعه‌ای مکعبی شکل از جنس چدن به ضلع ۲۰ cm باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. در صورتی که  $k$  برابر  $2/1$  دقیقه بر سانتی‌متر مربع باشد، زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید.  
حل:  
مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$a = 20 \text{ Cm}$	$M_c = ?$
$k = 2/1 \text{ min/cm}^2$	$t_c = ?$

مرحله ۲) روابط مورد نیاز

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$t_c = k(M_c)^2$$

مرحله ۳) محاسبه سطح و حجم مکعب:

$$V_c = a^3 = 20 \times 20 \times 20 \Rightarrow V_c = 8000 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 6a^2 = 6 \times 20 \times 20 \Rightarrow A_c = 2400 \text{ cm}^2$$

مرحله ۴) محاسبه مدول قطعه

$$M_c = \frac{8000}{2400} \Rightarrow M_c = 3/33$$

مرحله ۵) محاسبه زمان انجماد قطعه

$$t_c = 2/1(3/33)^2 \Rightarrow t_c = 23/29 \text{ دقیقه}$$

تمرین ۴-۶ قطعه‌ای از استوانه شکل از جنس فولاد به قطر ۱۲ cm و ارتفاع ۱۸ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود. در صورتی که  $k=1/8$  دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید. ( $\pi = 3$ ) حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۶ قطعه‌ای استوانه شکل از جنس فولاد به قطر ۱۰ cm و ارتفاع ۲۰ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود. در صورتی که  $k$  برابر  $1/8$  دقیقه بر سانتی‌مترمربع باشد زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید. ( $\pi = 3$ )

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$D = 10 \text{ cm}$	
$H = 20 \text{ cm}$	$t_c = ?$
$k = 1/8 \text{ min/cm}^2$	$M_c = ?$
$\pi = 3$	

مرحله (۲) روابط مورد نیاز

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$t_c = k(M_c)^2$$

مرحله (۳) محاسبه سطح و حجم استوانه :

$$V_c = \frac{\pi D^2}{4} \times H = \frac{3 \times (10)^2}{4} \times 20$$

$$V_c = 1500 \text{ cm}^3$$

$$A_c = \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) + (\pi D \times H)$$

$$A_c = 150 + 600 \Rightarrow A_c = 750 \text{ cm}^2$$

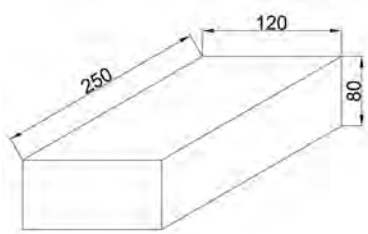
مرحله (۴) محاسبه مدول

$$M_c = \frac{1500}{750} \Rightarrow M_c = 2$$

مرحله (۵) محاسبه زمان انجماد قطعه :

$$t_c = 1/8(2)^2 = 1/8 \times 4 \Rightarrow t_c = 0.5 \text{ دقیقه}$$

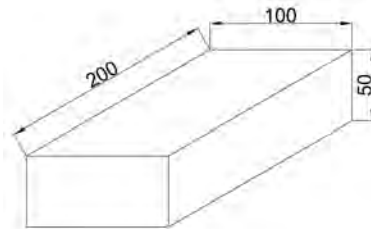
تمرین ۵-۶ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل از جنس آلومینیم به ابعاد  $۸ \times ۱۲ \times ۲۵$  سانتی‌متر باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. در صورتی که  $k = ۱/۶$  دقیقه بر سانتی‌متر مربع باشد زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید.



شکل ۵-۶

حل (توسط هنرجو):

مثال ۵-۶ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل از جنس آلومینیم به ابعاد  $۵ \times ۱۰ \times ۲۰$  سانتی‌متر باید با روش ریخته‌گری تهیه شود. در صورتی که  $k$  برابر  $۱/۶$  دقیقه بر سانتی‌متر مربع باشد، زمان انجماد قطعه را محاسبه کنید.



شکل ۴-۶

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
ابعاد مکعب مستطیل $۵ \times ۱۰ \times ۲۰$ $k = ۱/۶ \text{ min/cm}^2$	$M_c = ?$ $t_c = ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$t_c = k(M_c)^2$$

مرحله (۳) محاسبه سطح و حجم مکعب مستطیل:

ارتفاع  $\times$  عرض  $\times$  طول = حجم مکعب مستطیل

$$V_c = a \times b \times c$$

$$V_c = ۵ \times ۱۰ \times ۲۰ \Rightarrow V_c = ۱۰۰۰ \text{ cm}^3$$

$$A_c = \text{سطح مکعب مستطیل}$$

$$= ۲(\text{طول} \times \text{ارتفاع}) + ۲(\text{عرض} \times \text{ارتفاع}) + ۲(\text{طول} \times \text{عرض})$$

$$A_c = ۲(a \times b) + ۲(b \times c) + ۲(a \times c)$$

$$A_c = ۲(۵ \times ۱۰) + ۲(۱۰ \times ۲۰) + ۲(۵ \times ۲۰)$$

$$A_c = ۱۰۰ + ۴۰۰ + ۲۰۰ \Rightarrow A_c = ۷۰۰ \text{ cm}^2$$

مرحله ۴) محاسبه مدول قطعه

$$M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{100}{700} \Rightarrow M_c = 1/43$$

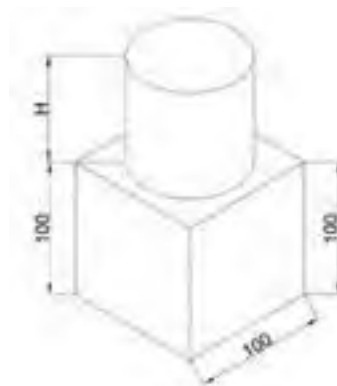
مرحله ۵) محاسبه زمان انجماد قطعه

$$t_c = 1/6(1/43)^2 \Rightarrow t_c = 3/27$$

مثال ۶-۶ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل از جنس چدن به ضلع ۱۰ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود. در صورتی که تغذیه آن به شکل استوانه در نظر گرفته شود، (مطابق شکل زیر) و  $\frac{t_r}{t_c} = 1/2$  باشد، مطلوبست:

الف - محاسبه نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب - محاسبه مدول تغذیه و قطعه



شکل ۶-۶

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$q = 10 \text{ cm}$	$\frac{M_r}{M_c} = ?$
$\frac{t_r}{t_c} = 1/2$	$M_r = ?$
	$M_c = ?$

مرحله ۲) نوشتن روابط مورد نیاز برای حل مسأله

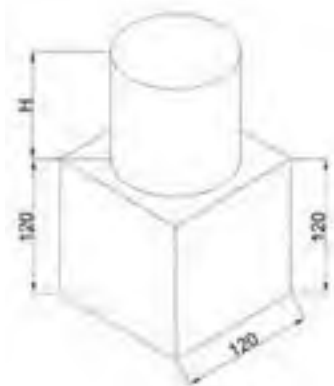
$$M_c = \frac{V_c}{V_r}$$

$$\frac{t_r}{t_c} = \left( \frac{M_r}{M_c} \right)^2$$

تمرین ۶-۶ قطعه‌ای مکعب شکل از جنس چدن به ضلع ۱۲ cm از روش ریخته‌گری تهیه می‌شود. در صورتی که تغذیه آن به شکل استوانه در نظر گرفته شود و  $\pi = 3$  باشد مطلوبست:

الف - محاسبه نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب - محاسبه مدول تغذیه و قطعه



شکل ۶-۷

حل (توسط هنرجو):

مرحله ۳) محاسبه نسبت مدول تغذیه به قطعه

$$\frac{t_r}{t_c} = \left( \frac{M_r}{M_c} \right)^2 \Rightarrow \left( \frac{M_r}{M_c} \right)^2 = 1/2$$

$$\Rightarrow \frac{M_r}{M_c} = \sqrt{1/2} \Rightarrow \frac{M_r}{M_c} = 1/1.41$$

مرحله ۴) محاسبه مدول قطعه

$$V_c = a \times a \times a = 10 \times 10 \times 10 \Rightarrow V_c = 1000 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 6a^2 = 6 \times 10 \times 10 \Rightarrow A_c = 600 \text{ cm}^2$$

$$M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{1000}{600} \Rightarrow M_c = 1.67$$

مرحله ۵) محاسبه مدول تغذیه

$$\frac{M_r}{M_c} = 1/1.41 \Rightarrow \frac{M_r}{1.67} = 1/1.41$$

$$\Rightarrow M_r = 1.67 \times 1/1.41 \Rightarrow M_r = 1.19$$

تمرین ۶-۷ در مثال ۶-۶ (قبل)، اگر نسبت ارتفاع به قطر تغذیه استوانه‌ای ۱/۶ در نظر گرفته شود مطلوبست : محاسبه ابعاد تغذیه و نسبت حجم آن به حجم قطعه (از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرف نظر شود). ( $\pi = 3$ )

حل (توسط هنرجو):

مثال ۶-۷ در مثال ۶-۶ (قبل)، اگر نسبت ارتفاع به قطر تغذیه استوانه‌ای ۱/۴ در نظر گرفته شود. مطلوبست : محاسبه ابعاد تغذیه و نسبت حجم آن به حجم قطعه. (از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرف نظر شود). ( $\pi = 3$ )

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها :

داده‌ها	خواسته‌ها
$M_r = 1/1.19$	$D = ?$
$\frac{H_r}{D_r} = 1/4$	$H = ?$
$\pi = 3$	$\frac{V_r}{V_c} = ?$

مرحله ۲) رابطه حجم و سطح استوانه و مدول

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4} \times H$$

$$A_r = \frac{\pi D^2}{4} + \pi D H$$

مرحله ۳) محاسبه مدول بر حسب قطر

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} = \frac{\frac{\pi D^2 H}{4}}{\frac{r^2 \pi D^2}{4} + \frac{\pi D H}{1}}$$

$$\frac{H}{D} = 1/4 \Rightarrow H = 1/4 D$$

$$M_r = \frac{\frac{\pi D^2}{4} \times 1/4 D}{\frac{r^2 \pi D^2}{4} + \pi D \times 1/4 D}$$

$$M_r = \frac{\frac{\pi D^2}{4} \times 1/4 D}{\frac{r^2 \pi D^2}{4} + 1/4 \pi D^2}$$

$$M_r = \frac{1/4 \pi D^3}{\frac{r^2 \pi D^2}{4} + 1/4 \pi D^2}$$

$$M_r = \frac{1/4 D}{7/6}$$

مرحله ۴) محاسبه قطر و ارتفاع تغذیه

$$\frac{1/84}{1} = \frac{1/4 D}{7/6} \Rightarrow 1/4 D = 7/6 \times 1/84$$

$$D = 9/98 \text{ cm}$$

$$H = 1/4 D \Rightarrow H = 1/4 \times 9/98$$

$$\Rightarrow H = 13/97 \text{ cm}$$

مرحله ۵) محاسبه حجم تغذیه و قطعه

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4} \times H = \frac{3 \times (9/98)^2}{4} \times 13/97$$

$$\Rightarrow V_r = 1043/56 \text{ cm}^3$$

$$V_c = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ cm}^3$$

مرحله ۶) محاسبه نسبت حجم تغذیه به حجم

قطعه

$$\frac{V_r}{V_c} = \frac{1043/56}{1000} \approx 1/043$$

تمرین ۸-۶ مطلوبست محاسبه مثال قبل (۷-۶) را در صورتی که از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرف نظر نشود. ( $\pi = ۳$ )

مثال ۸-۶ مطلوبست محاسبه مثال قبل در صورتی که از محاسبه سطح محل اتصال تغذیه به قطعه صرف نظر نشود. ( $\pi = ۳$ )

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$M_r = 1/۸۴$	$D = ?$
$\frac{H}{D} = 1/۴$	$H = ?$
$\pi = ۳$	$\frac{V_r}{V_c} = ?$

مرحله (۲) رابطه حجم و سطح استوانه با کسر سطح فصل مشترک از تغذیه

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4} \times H$$

$$A_r = \frac{\pi D^2}{4} + \pi D H$$

مرحله (۳) محاسبه مدول بر حسب قطر

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} = \frac{\frac{\pi D^2 H}{4}}{\frac{\pi D^2}{4} + \pi D H} \Rightarrow M_r = \frac{\frac{\pi D^2}{4} \times 1/۴ D}{\frac{\pi D^2}{4} + 1/۴ \pi D^2}$$

$$\Rightarrow M_r = \frac{\pi D^2 \times \frac{1}{4} D}{\pi D^2 \left( \frac{1}{4} + 1/۴ \right)} \Rightarrow M_r = \frac{1/۴ D}{1/۶۵}$$

$$M_r = \frac{1/۴ D}{۴ \times 1/۶۵} \Rightarrow M_r = \frac{1/۴ D}{۶/۶}$$

$$\Rightarrow 1/۸۴ = \frac{1/۴ D}{۶/۶} \Rightarrow 1/۴ D = 1/۸۴ \times ۶/۶$$

$$D = \frac{1/84 \times 6/6}{1/4} \Rightarrow D = 8/67 \text{ cm}$$

$$H = 1/4 D = 1/4 \times 8/67 \Rightarrow H = 12/14 \text{ cm}$$

مرحله ۵) محاسبه حجم تغذیه و قطعه

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4} \times H = \frac{3(8/67)^2}{4} \times 12/14$$

$$\Rightarrow V_r = 687/41 \text{ cm}^3$$

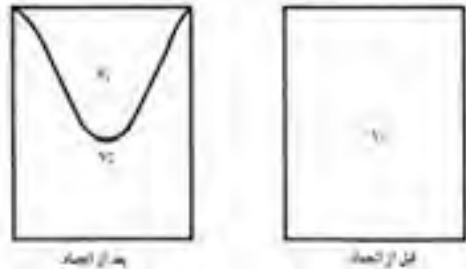
$$V_c = 10 \times 10 \times 10 \Rightarrow V_c = 1000 \text{ cm}^3$$

مرحله ۶) محاسبه نسبت حجم تغذیه به قطعه

$$\frac{V_r}{V_c} = \frac{687/41}{1000} \approx 0/687$$

## ۲-۶- روش انقباض و راندمان تغذیه :

این روش براساس حجم حفره انقباض و راندمان تغذیه است. تغذیه‌ای به حجم  $V_r$  در نظر گرفته می‌شود، بعد از انجماد و مذاب رسانی حجم آن به  $V_r'$  می‌رسد. واضح است که  $V_r$  بزرگ‌تر از  $V_r'$  می‌باشد.



شکل ۸-۶

بنابراین حجم مذابی که صرف جبران انقباض قطعه می‌شود برابر است با :

$$V_s = V_r - V_r' \quad \text{رابطه (۹-۶)}$$

هرچه قدر مذاب بیشتری از تغذیه به قطعه منتقل شود، نشان دهنده این است که تغذیه بهتر انجام می‌شود. به عبارت دیگر هرچه قدر  $V_r'$  کوچک‌تر باشد با  $V_s$  به  $V_r$  نزدیک‌تر شود، مذاب رسانی بهتر انجام می‌شود. در نتیجه راندمان یا بازده تغذیه بیشتر است بنابراین می‌توان راندمان تغذیه را به صورت رابطه زیر نوشت :

$$R_r = \frac{V_r - V_r'}{V_r} \quad \text{رابطه (۱۰-۶)}$$

که در آن :

$V_r$  : حجم تغذیه

$V_r'$  : حجم تغذیه بعد از انجماد و مذاب رسانی



$R_r$  : راندمان تغذیه

راندمان تغذیه به عواملی همچون شکل تغذیه، استفاده از مواد عایق و گرمازا برای جلوگیری از انجماد سریع تغذیه و مذاب رسانی صحیح تغذیه، گرم نگه داشتن تغذیه و سرد کردن سریع قطعه (استفاده از برد) بستگی دارد، برای اینکه تغذیه نسبت به قطعه دیرتر منجمد شده و مذاب رسانی بهتر انجام شود.

راندمان تغذیه برای ریخته‌گری صفحات و ورق‌های نازک ۰/۱ تا ۱ درصد و برای قطعات استوانه‌ای با نسبت  $D=H$  تا  $H=1/5D$ ، حدود ۱۲ تا ۲۴ درصد و برای کره تا حدود ۵۳ درصد متغیر می‌باشد. شکل ۸-۶ صفحه ۱۲۹ کتاب درسی، چند تغذیه با راندمان‌های مختلف را نشان می‌دهد.

- روش محاسبه حجم تغذیه به صورت زیر است:

$$R_r = \frac{V_r - V_r'}{V_r} \quad \text{رابطه (۶-۱۱)}$$

در صورتی که انقباض حجمی آلیاژ در قطعه و تغذیه هنگام انجماد برابر  $\beta$  باشد، خواهیم داشت:

$$\beta = \frac{V_r - V_r'}{V_r + V_c} = \frac{\text{حجم تغذیه} - \text{حجم تغذیه بعد از انجماد}}{\text{حجم قطعه} + \text{حجم تغذیه}}$$

$$\Rightarrow \beta \times (V_r + V_c) = V_r - V_r'$$

طرفین رابطه را بر  $V_r$  تقسیم می‌کنیم  $\beta V_r + \beta V_c = V_r - V_r'$

$$\frac{\beta V_r + \beta V_c}{V_r} = \frac{V_r - V_r'}{V_r}$$

$$\frac{\beta V_r}{V_r} + \frac{\beta V_c}{V_r} = \frac{V_r - V_r'}{V_r}$$

با توجه به اینکه  $\frac{V_r - V_r'}{V_r} = R_r$  می‌باشد لذا خواهیم داشت :

$$\beta + \beta \frac{V_c}{V_r} = R_r$$

طرفین رابطه به  $R_r - \beta$  تقسیم می‌کنیم.  $\beta \frac{V_c}{V_r} = R_r - \beta \Rightarrow \beta V_c = V_r (R_r - \beta)$

$$\frac{\beta V_c}{R_r - \beta} = \frac{V_r (R_r - \beta)}{R_r - \beta} \Rightarrow V_r = \frac{\beta V_c}{R_r - \beta} \quad \text{رابطه (۶-۱۲)}$$

که در آن :

$V_r$  : حجم تغذیه

$V_c$  : حجم قطعه

$\beta$ : درصد انقباض حجمی آلیاژ

$R$ : راندمان تغذیه

با توجه به این رابطه می‌توان به این نتیجه رسید، برای اینکه تغذیه وظیفه مذاب رسانی را صحیح انجام دهد

باید  $V_r$  برابر یا بزرگ‌تر از  $\frac{\beta V_c}{R_r - \beta}$  باشد.

تمرین ۶-۹ حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم  $1500 \text{ cm}^3$  در حالتی که تغذیه استوانه‌ای شکل در راندمان تغذیه ۱۵٪ و انقباض حجمی آلیاژ ۲٪ در نظر گرفته شود را حساب کنید.  
حل (توسط هنرجو):

مثال ۶-۹ مطلوبست محاسبه حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم  $1000 \text{ cm}^3$  در حالتی که تغذیه استوانه‌ای شکل و راندمان تغذیه ۲۰٪ انقباض حجمی آلیاژ ۳٪ در نظر گرفته شود.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$H = 1/2 D$ ابعاد تغذیه	
$V_c = 1000 \text{ cm}^3$	$V_r = ?$
$R_r = 20\%$	
$\beta = 3\%$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوطه

$$V_r = \frac{V_c \beta}{R_r - \beta}$$

مرحله (۳) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V_r = \frac{1000 \times 3}{20 - 3} = \frac{300}{17} \Rightarrow V_r = 176 / 47 \text{ cm}^3$$

در صورتی که در مثال قبل تغذیه مطابق شکل ۴-۶

کتاب حالت ب انتخاب شود مدول و ابعاد تغذیه را محاسبه کنید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$V_r = 169 M_r^3$	$M_r = ?$
$D = 6 M_r = H$	
$V_r = 176 / 47 \text{ cm}^3$	
$H = D$	

مرحله ۲) محاسبه مدول تغذیه :

$$176/47 = 169M_r^3$$

$$\Rightarrow M_r^3 = \frac{176/47}{169} = 1/0.44$$

$$M_r = \sqrt[3]{1/0.44} \Rightarrow M_r = 1/0.1$$

مرحله ۳) محاسبه قطر و ارتفاع تغذیه

$$D = H = 6M_r = 6 \times 1/0.1 = 6/0.6 \text{ cm}$$

### ۳-۶- روش کاین :

در این روش برای محاسبه تغذیه، از منحنی مربوط به هر آلیاژی استفاده می‌شود که توسط کاین ارائه شده است. منحنی هر آلیاژ متفاوت است، از طرف دیگر این منحنی‌ها به صورت تجربی به دست آمده‌اند و در آزمایشگاه و کارگاه ریخته‌گری منحنی‌های تجربی قابل رسم می‌باشند. این منحنی‌ها بسیار مفید هستند زیرا با در دسترس بودن این منحنی‌ها برای آلیاژهای مختلف می‌توان برای قطعات مختلف تغذیه با اندازه مناسب را محاسبه کرد. شکل ۹-۶ صفحه ۱۳۲ کتاب درسی نمونه منحنی کاین برای فولاد را نشان می‌دهد.

در این منحنی‌ها، محور طول‌ها جذر نسبت زمان انجماد تغذیه به زمان انجماد قطعه است یا به عبارت دیگر

نسبت مدول تغذیه به مدول قطعه و محور عرضی‌ها نسبت حجم تغذیه به حجم قطعه می‌باشد.

$$X = \frac{M_r}{M_c} = \sqrt{\frac{t_r}{t_c}} \quad Y = \frac{V_r}{V_c} \quad \text{رابطه (۶-۱۳)}$$

شکل منحنی کاین به صورت هذلولی است که رابطه کلی آن به صورت زیر خواهد بود :

$$X = \frac{a}{y-b} + c \quad \text{(رابطه ۶-۱۴)}$$

که در آن  $a$ ،  $b$  و  $c$  ضرایب ثابتی هستند که به نوع آلیاژ، میزان انقباض، نوع انجماد و سرعت نسبی سرد کردن

تغذیه و قطعه دارد.

به عنوان مثال :

$$X = \frac{0/1}{y-0/0.3} + 1 \quad \text{برای فولادها این رابطه به صورت مقابل می‌باشد (رابطه ۶-۱۳)}$$

$$X = \frac{0/1}{y-0/0.6} + 1/0.8 \quad \text{و برای آلیاژهای آلومینیم رابطه به صورت مقابل می‌باشد (رابطه ۶-۱۴)}$$

تمرین ۱۰-۶ با توجه به شکل ۹-۶ کتاب ابعاد تغذیه لازم برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۲ cm را محاسبه کنید. با فرض اینکه  $X = \frac{M_r}{M_c} = 1/8$  و تغذیه استوانه‌ای با  $\frac{H}{D} = 1$  حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۰-۶ با توجه به شکل ۹-۶ کتاب ابعاد تغذیه لازم برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۰ cm را محاسبه کنید. با فرض اینکه  $X = \frac{M_r}{M_c} = 1/6$  و تغذیه استوانه‌ای با  $\frac{H}{D} = 1$

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$a = 10 \text{ cm}$	
$X = \frac{M_r}{M_c} = 1/6$	$H = ?$
$\frac{H}{D} = 1$	$D = ?$

مرحله (۲) محاسبه حجم قطعه

$$V_c = 10 \times 10 \times 10 \Rightarrow V_c = 1000 \text{ cm}^3$$

مرحله (۳) با توجه به ۹-۶ هنگامی که  $X = \frac{M_r}{M_c} = 1/6$  باشد،  $Y = \frac{V_r}{V_c} = 0/18$  است. بنابراین:

$$\frac{V_r}{1000} = 0/18 \Rightarrow V_r = 1000 \times 0/18 = 180 \text{ cm}^3$$

مرحله (۴) محاسبه ابعاد تغذیه  $H$  و  $D$

با توجه به شکل ۴-۶ قسمت ب رابطه بین  $V_r$  و  $D$

به صورت زیر است:

$$V_r = 0/785 D^3 \Rightarrow 180 = 0/785 D^3$$

$$\Rightarrow D^3 = \frac{1800}{0/785} \Rightarrow D = \sqrt[3]{229/29}$$

$$\Rightarrow D \approx 6/12 \text{ cm}$$

$$\frac{H}{D} = 1 \Rightarrow H = D = 6/12 \text{ cm}$$

مثال ۶-۱۱ مطلوبست محاسبه حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم  $500 \text{ cm}^3$  از آلیاژی با انقباض حجمی ۵٪ در دو حالت زیر:

الف - راندمان تغذیه ۱۵٪

ب - راندمان تغذیه ۵۵٪

ج - معلوم کنید در حالت دوم چند برابر حجم تغذیه کاهش می‌یابد.

حل: مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$\beta = 5\%$ انقباض حجمی	$V_r = ?$
$R_r = 15\%$ راندمان تغذیه	$V_r = ?$
$R_r = 55\%$ راندمان تغذیه	$\frac{V_r}{V_c} = ?$
$V_c = 500 \text{ cm}^3$ حجم قطعه	

مرحله (۲) نوشتن رابطه محاسبه حجم تغذیه با استفاده از روش انقباض و راندمان تغذیه

$$V_r = \frac{V_c}{R_r - \beta}$$

مرحله (۳) محاسبه حجم تغذیه در حالتی که  $R_r = 15\%$  باشد.

$$V_r = \frac{500}{15 - 5} = \frac{500}{10} \Rightarrow V_r = 50 \text{ cm}^3$$

مرحله (۴) محاسبه حجم تغذیه در حالتی که  $R_r = 55\%$  باشد.

$$V_r = \frac{500}{55 - 5} = \frac{500}{50} \Rightarrow V_r = 10 \text{ cm}^3$$

مرحله (۵) محاسبه نسبت‌های حجم تغذیه

$$\frac{V_r}{V_r} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

تمرین ۶-۱۱ مطلوبست محاسبه حجم تغذیه لازم برای قطعه‌ای به حجم  $600 \text{ cm}^3$  از آلیاژی با انقباض حجمی ۴٪ در دو حالت زیر:

الف - راندمان تغذیه ۱۸٪

ب - راندمان تغذیه ۶۰٪

ج - معلوم کنید در حالت دوم چند برابر حجم تغذیه کاهش می‌یابد.

حل (توسط هنجرو):

تمرین ۱۲-۶ برای یک قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به ابعاد  $۱۱۰ \times ۱۶۰ \times ۳۰۰$  میلی‌متر از تغذیه استوانه‌ای به نسبت  $H = ۱/۵D$  استفاده شده است. زمان انجماد تغذیه به قطعه  $\frac{t_r}{t_c} = ۱/۶۴$  می‌باشد، مطلوبست:

الف - تعیین نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب - تعیین مدول تغذیه و قطعه

ج - تعیین ابعاد تغذیه

د - تعیین حجم تغذیه

حل (توسط هنجرو):

مثال ۱۲-۶ برای یک قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به ابعاد  $۱۲۰ \times ۱۸۰ \times ۳۲۰$  میلی‌متر از تغذیه استوانه‌ای به نسبت  $H = ۱/۵D$  استفاده شده است. زمان انجماد تغذیه به قطعه  $\frac{t_r}{t_c} = ۱/۴۴$  می‌باشد، مطلوبست:

الف - تعیین نسبت مدول تغذیه به قطعه

ب - تعیین مدول تغذیه و قطعه

ج - تعیین ابعاد تغذیه

د - تعیین حجم تغذیه

(از محاسبه سطح مشترک تغذیه و قطعه صرف‌نظر

شود)

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
ابعاد مکعب مستطیل $= ۳۲۰ \text{ mm} \times ۱۸۰ \text{ mm} \times ۱۲۰ \text{ mm}$	$\frac{M_r}{M_c} = ?$
$H = ۱/۵D$ تغذیه استوانه	$M_r = ?$
$\frac{t_r}{t_c} = ۱/۴۴$	$M_c = ?$
	$V_r = ?$
	$H = ?$
	$D = ?$

مرحله (۲) نوشتن روابط مورد نیاز برای حل

$$\frac{t_r}{t_c} = \left( \frac{M_r}{M_c} \right)^p$$

$$M_c = \frac{V_c}{A_c}$$

$$M_r = \frac{V_r}{A_r}$$

مرحله (۳) به دست آوردن نسبت  $\frac{M_r}{M_c}$

$$\frac{t_r}{t_c} = \left( \frac{M_r}{M_c} \right)^p \Rightarrow ۱/۴۴ = \left( \frac{M_r}{M_c} \right)^p$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{M_r}{M_c}\right)^2} = \sqrt{1/44}$$

$$\Rightarrow \frac{M_r}{M_c} = 1/2$$

مرحله ۴) به دست آوردن مدول قطعه :

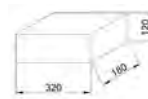
همانطور که می دانیم قطعه مکعب مستطیل می باشد

کافی است حجم کل آن را به دست آوریم و بر سطح

آن تقسیم کنیم

ارتفاع  $\times$  عرض  $\times$  طول = حجم مکعب مستطیل

$$V_c = 320 \times 180 \times 120 \Rightarrow V_c = 6912000 \text{ mm}^3$$



شکل ۹-۶

مجموع سطوح مکعب مستطیل = سطح مکعب

مستطیل

$$A_c = 2 \times (180 \times 120) + 2(320 \times 180) + 2(320 \times 120)$$

$$A_c = 43200 + 115200 + 76800 \Rightarrow A_c = 235200 \text{ mm}^2$$

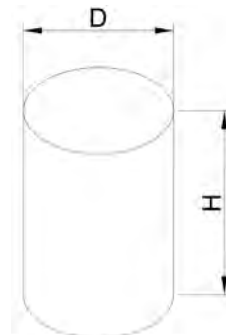
$$M_c = \frac{V_c}{A_c} = \frac{6912000}{235200} \Rightarrow M_c = 29/39 \text{ mm}$$

مرحله ۵) به دست آوردن مدول تغذیه :

$$\frac{M_r}{M_c} = 1/2 \Rightarrow \frac{M_r}{29/39} = \frac{1/2}{1}$$

$$\Rightarrow M_r \times 1 = 29/39 \times 1/2 \Rightarrow M_r = 35/27 \text{ mm}$$

مرحله ۶) به دست آوردن ابعاد تغذیه :



شکل ۱۰-۶

با توجه به اینکه تغذیه به شکل استوانه است لذا

خواهیم داشت :

$$M_r = \frac{V_r}{A_r}$$

حجم استوانه  $V_r = \frac{\pi D^2}{4} \times H$

سطح کل استوانه  $A_r = 2 \times \frac{\pi D^2}{4} + \pi D \times H$

$$M_r = \frac{\frac{\pi D^2}{4} \times H}{2 \times \frac{\pi D^2}{4} + \pi D \times H}$$

$$M_r = \frac{\pi D \left( \frac{DH}{4} \right)}{\pi D \left( \frac{D}{2} + H \right)}$$

$$M_r = \frac{\frac{DH}{4}}{\frac{D}{2} + H}$$

$$35/27 = \frac{\frac{D \times 1/5D}{4}}{\frac{D}{2} + 1/5D}$$

$$35/27 = \frac{\frac{D \times 1/5D}{4}}{\frac{0/5D + 1/5D}{1}}$$

دور در دور و نزدیک در نزدیک

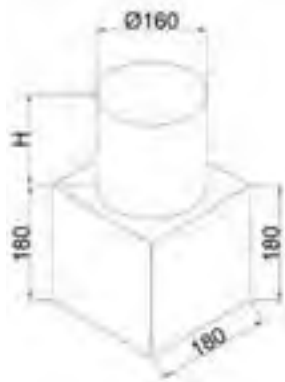
$$35/27 = \frac{(D \times 1/5D) \times 1}{4 \times (0/5D + 1/5D)}$$

$$35/27 = \frac{1/5D^2}{4D}$$

$$\frac{35/27}{1} = \frac{1/5D}{8}$$

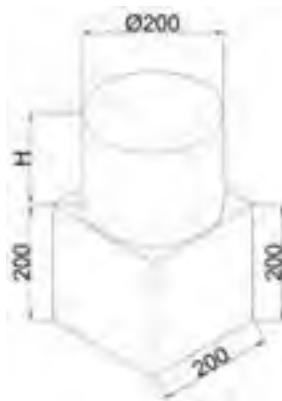


	<p>طرفین و وسطین انجام می‌دهیم</p> $\Rightarrow 1/5 D \times 1 = 35 / 27 \times 8$ <p>طرفین تقسیم بر ضریب مجهول (D)</p> $D = \frac{35 / 27 \times 8}{1/5} \Rightarrow \boxed{D = 188 / 11 \text{ mm}}$ <p>از طرفی داریم :</p> $H = 1/5 D$ $H = 1/5 \times 188 / 11 \Rightarrow \boxed{H = 282 / 16 \text{ mm}}$ <p>مرحله ۷) به دست آوردن حجم تغذیه</p> $V = \frac{\pi D^2}{4} \times H$ <p>با جای گذاری خواهیم داشت :</p> $V = \frac{\pi \times (188 / 11)^2}{4} \times 282 / 16$ $\boxed{V = 7837704 / 2 \text{ mm}^3}$
<p>تمرین ۱۳-۶ برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۱۸ cm تغذیه‌ای استوانه‌ای به قطر ۱۶ cm در نظر گرفته شده، در صورتی که ارتفاع تغذیه ۱۶ cm و ضریب ثابت برای مذاب این قطعه فولادی <math>k=1/5</math> دقیقه بر سانتی‌متر مربع باشد مطلوبست :</p> <p>الف - زمان انجماد قطعه بر حسب دقیقه</p> <p>ب- زمان انجماد دقیقه بر حسب دقیقه</p> <p>ج - نسبت زمان انجماد تغذیه به قطعه</p> <p>د- آیا این تغذیه مناسب قطعه است؟ چرا؟</p> <p>(از سطح مشترک تغذیه و قطعه در محل اتصال صرف‌نظر شود)</p>	<p>مثال ۱۳-۶ برای قطعه‌ای مکعبی شکل به ضلع ۲۰ cm تغذیه‌ای استوانه‌ای به قطر ۲۰ cm در نظر گرفته شده، در صورتی که ارتفاع تغذیه ۲۰ cm و ضریب ثابت برای مذاب این قطعه فولادی <math>k=2</math> دقیقه بر سانتی‌متر مربع باشد مطلوبست :</p> <p>الف - زمان انجماد قطعه بر حسب دقیقه</p> <p>ب- زمان انجماد دقیقه بر حسب دقیقه</p> <p>ج - نسبت زمان انجماد تغذیه به قطعه</p> <p>د- آیا این تغذیه مناسب قطعه است؟ چرا؟</p> <p>(از سطح مشترک تغذیه و قطعه در محل اتصال صرف‌نظر شود)</p>



شکل ۶-۱۲

حل (توسط هنجرجو):



شکل ۶-۱۱

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته‌ها
$a = 20 \text{ cm}$	
$D = 20 \text{ cm}$	$t_c = ?$
$H = 20 \text{ cm}$	$t_r = ?$
$k = 2 \frac{\text{min}}{\text{cm}^r}$	$\frac{t_r}{t_c} = ?$
$\pi = 3$	

مرحله (۲) نوشتن روابط مورد نیاز

$$M_r = \frac{V_r}{A_r} \quad t_c = k(M_c)^r$$

$$M_c = \frac{V_c}{A_c} \quad t_r = k(M_r)^r$$

مرحله (۳) به دست آوردن حجم و سطح مکعب و

تغذیه استوانه‌ای

$$\text{حجم مکعب } V_c = a^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8000 \text{ cm}^3$$

$$\text{سطح مکعب } A_c = 6a^2 = 6 \times (20 \times 20) = 2400 \text{ cm}^2$$

$$\text{حجم استوانه } V_c = \frac{\pi D^r}{4} \times H = \frac{\pi \times (20)^r}{4} \times 20$$

$$V_c = \frac{3 \times 8000}{4} \Rightarrow V_c = 6000 \text{ cm}^3$$

$$A_r = \left( r \times \frac{\pi D^2}{4} \right) + (\pi DH) \text{ مساحت استوانه}$$

$$A_r = \left( r \times \frac{\pi \times (r_0)^2}{4} \right) + (\pi \times r_0 \times r_0)$$

$$A_r = \frac{r \times \pi \times 400}{4} + \frac{\pi \times 20 \times 20}{1}$$

$$A_r = 600 + 1200 \Rightarrow A_r = 1800 \text{ cm}^2$$

مرحله ۴) به دست آوردن مدول قطعه مکعبی و

تغذیه :

$$M_c = \frac{8000}{2400} = 3 / 33$$

$$M_r = \frac{6000}{1800} = 3 / 33$$

مرحله ۵) به دست آوردن زمان انجماد قطعه

$$t_c = r \times (3 / 33)^2 \Rightarrow t_c = 22 / 17 \text{ دقیقه}$$

مرحله ۶) به دست آوردن زمان انجماد تغذیه

$$t_r = r \times (3 / 33)^2 \Rightarrow t_r = 22 / 17 \text{ دقیقه}$$

مرحله ۷) به دست آوردن نسبت زمان انجماد تغذیه

به قطعه

$$\frac{t_r}{t_c} = \frac{22 / 17}{22 / 17} \Rightarrow \frac{t_r}{t_c} = 1$$

مرحله ۸) جواب قسمت د : این تغذیه برای قطعه

مناسب نیست چون زمان انجماد آن با قطعه برابر است،

تغذیه‌ای مناسب است که بعد از انجماد کامل قطعه،

منجمد شوند.

## سیمای فصل هفتم

۷- سیستم راهگاہی

۷-۱- قانون برنولی

۷-۲- قانون تریچلی

۷-۳- قانون تداوم یا پیوستگی

۷-۴- قانون پاسکال

۷-۵- جریان آرام و اغتشاشی مایع (مذاب)

۷-۶- اصول عملی محاسبات سیستم راهگاہی

۷-۷- سرعت خطی مذاب

۷-۸- تعیین زمان بارریزی

## ۷- سیستم راهگاهی

برای تولید یک قطعه ریختگی سالم نیاز به یک سیستم راهگاهی مناسب می‌باشد. بنابراین طراحی سیستم راهگاهی بسیار مهم است. برای طراحی سیستم راهگاهی مناسب نیاز است که قوانین مربوط به جریان مذاب در سیستم راهگاهی و درون قالب را مطالعه شود. برای این منظور می‌توان از قوانین مربوط به مکانیک سیالات استفاده نمود، لذا باید مذاب را یک سیال کامل (ایده‌آل) در نظر گرفت. در صورتی که در واقع در هنگام بارریزی و نیز قرار گرفتن فلز مذاب در قالب، سیالیت، گرانروی و دیگر خواص مذاب در حال تغییر است. بنابراین برای فهمیدن بهتر اصول محاسبه سیستم‌های راهگاهی باید قوانین و اصول مهم علمی آنها را مطالعه نمود.

### ۷-۱- قانون برنولی :

سیستم بسته عبارت است از محیطی که کاملاً مستقل از اطراف آن است و با محیط اطراف آن مبادله کار و گرما نمی‌کند.

بر اساس قانون برنولی در یک سیستم بسته، مجموع انرژی برای مایعات ایده‌آل مقدار ثابتی است. به طوری که در سیستم بسته انرژی از شکلی به شکل دیگر تغییر می‌کند، اما مجموع آن همیشه ثابت است. معمولاً هر مایعی که در یک سیستم بسته در حال جریان است دارای سه نوع انرژی می‌باشد.

**الف - انرژی پتانسیل (U):** اگر جسمی با جرم (m) معین در یک ارتفاع مشخص مانند h از سطح زمین قرار گرفته باشد. انرژی پتانسیل برابر است با حاصلضرب وزن جسم در ارتفاع آن از سطح زمین.

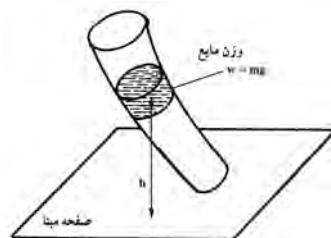
$$\left. \begin{array}{l} \text{ارتفاع از سطح زمین } (h) \times \text{وزن جسم } (W) = U \text{ انرژی پتانسیل} \\ \text{شتاب ثقل } (g) \times \text{جرم جسم } (m) = W \end{array} \right\} \Rightarrow U = mgh \quad (7-1) \text{ رابطه}$$

که در آن :

U : انرژی پتانسیل بر حسب ژول (j)

h : ارتفاع جسم بر حسب متر (m)

g : شتاب جاذبه زمین بر حسب متر بر مجذور ثانیه  $(\frac{m}{s^2})$



شکل (۷-۱)

بنابراین اگر این جسم، مذاب فلز باشد و در فاصله معینی از سطح مشخصی مثلاً کف قالب قرار گرفته باشد، انرژی پتانسیل آن برابر  $U$  است، حال در صورتی که وزن مذاب برابر یک نیوتن (واحد وزن) باشد انرژی پتانسیل آن برابر خواهد بود با :

$$W = 1 \text{ N}$$

در این صورت انرژی پتانسیل مذاب برابر خواهد بود با :

$$U = W \times h = 1 \times h$$

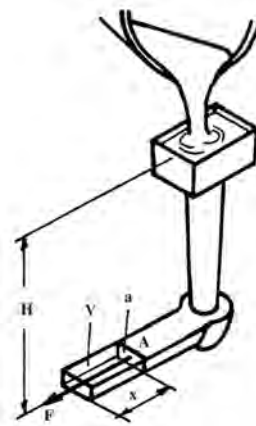
$$U = h \quad \text{رابطه (۷-۲)}$$

که در آن :

$U$  : انرژی پتانسیل به ازای واحد وزن بر حسب متر (m)

$h$  : ارتفاع مذاب بر حسب متر (m)

**ب - انرژی فشاری ( $E_{pr}$ ):** مذاب درون قالب سبب نیروی فشاری ستونی از مایع (به ارتفاع  $H$ ) که به سطح مقطع حجم معینی وارد و سبب ایجاد انرژی می شود که این انرژی باعث جابجایی و حرکت این ستون مایع می شود. این انرژی در هنگام بارریزی حجم معین مذاب در داخل راهبار باعث جابجایی و حرکت مذاب می شود مطابق شکل (۷-۲).



شکل ۷-۲- محاسبه انرژی فشاری

مذاب وارد راهبار به ارتفاع  $H$  می شود و در اثر فشاری که در ستون مذاب به ارتفاع  $H$  ایجاد می شود مذاب

درون راهبار حرکت می کند که این فشار برابر است با :

$$P_A = \rho Hg \quad \text{رابطه (۷-۳)}$$

که در آن :

$\rho$  : چگالی مذاب

A: ارتفاع ستون مذاب

g : شتاب ثقل

این فشار سبب ایجاد نیروی F در نقطه a راهبار به سطح مقطع می‌شود که امتداد نیروی F عمود بر سطح مقطع است که برابر است با :

$$F = P_A \cdot a \quad \text{رابطه (۷-۴)}$$

که در آن :

F : نیروی وارد بر سطح مقطع a

$P_A$  : فشار در نقطه A

a : سطح مقطع راهبار

این نیرو سبب جابجایی مذاب از نقطه A به اندازه X می‌شود که انرژی حاصل از این جابجایی برابر است با :

$$E_{pr} = F \cdot X = P_A \cdot a \cdot x \quad \text{رابطه (۷-۵)}$$

که در آن :

$P_A$  : فشار در نقطه A

a : سطح مقطع راهبار

X : فاصله جابجایی مذاب

در این حالت حجم مذاب جابجا شده برابر است با حجم مکعب مستطیل با سطح مقطع و طول یعنی :

$$V = a \cdot x \quad \text{رابطه (۷-۶)}$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$\left. \begin{array}{l} E_{pr} = P_A \cdot a \cdot x \\ V = a \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow E_{pr} = P_A \cdot V \quad \text{رابطه (۷-۷)}$$

که در آن :

$E_{pr}$  : انرژی فشاری

$P_A$  : فشار ستون مذاب

V : حجم مذاب جابجا شده

از طرف دیگر داریم :

$$\left. \begin{array}{l} w = mg \\ m = \rho v \end{array} \right\} \Rightarrow w = \rho v g \Rightarrow \frac{w}{\rho g} = \frac{\rho v g}{\rho g}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{w}{\rho g}}$$

رابطه (۷-۸)

که در آن :

وزن :  $w$

حجم :  $V$

چگالی :  $\rho$

شتاب ثقل :  $g$

بنابراین با جای گذاری مقدار  $V$  در رابطه  $E_{pr}$  خواهیم داشت:

$$E_{pr} = P_A \cdot \frac{w}{\rho \cdot g} = \frac{P_A \cdot w}{\rho \cdot g}$$

حال اگر وزن مایع برابر  $1 \text{ N}$  یک نیوتن (واحد وزن) در نظر گرفته شود خواهیم داشت :

$$w = 1 \text{ N}$$

بنابراین انرژی فشاری  $E_{pr}$  برای واحد وزن برابر خواهد بود با :

$$E_{pr} = \frac{P_A \times 1}{\rho \cdot g} = \frac{P_A}{\rho \cdot g} \quad \text{رابطه (۷-۹)}$$

که در آن :

$E_p$  : انرژی فشاری به ازای واحد وزن بر حسب متر

$P_A$  : فشار مذب بر حسب نیوتن بر متر  $\left(\frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$

$\rho$  : چگالی مذب بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب  $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$

$g$  : شتاب جاذبه بر حسب نیوتن بر کیلوگرم  $\left(\frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$

**ج - انرژی جنبشی (k) :** با توجه به اینکه مذب با یک سرعت خطی در داخل سیستم راهگاهی حرکت

می کند، بنابراین دارای یک انرژی جنبشی است، این انرژی جنبشی برابر است با :

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \quad \text{رابطه (۷-۱۰)}$$

که در آن :

$k$  : انرژی جنبشی

$m$  : جرم

$V$  : سرعت خطی مذب

از طرف دیگر داریم :

$$w = mg \Rightarrow \frac{w}{g} = \frac{m}{g} \Rightarrow m = \frac{w}{g}$$

بنابراین با جای گذاری  $m = \frac{w}{g}$  در رابطه انرژی جنبشی خواهیم داشت :

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \frac{w}{g} V^2 \Rightarrow K = \frac{w V^2}{2g}$$



در صورتی که وزن مذاب یک نیوتن (واحد وزن) باشد، خواهیم داشت: ( $w = 1 \text{ N}$ )

$$K = \frac{1 \times V^r}{\rho g} \Rightarrow \boxed{K = \frac{V^r}{\rho g}} \quad \text{رابطه (۷-۱۱)}$$

که در آن:

$k$ : انرژی جنبشی به ازای واحد وزن بر حسب متر

$V$ : سرعت خطی مذاب بر حسب متر بر ثانیه  $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

$g$ : شتاب جاذبه برابر با  $9.8 \text{ m/s}^2$

بنابراین با توجه به اینکه در قانون برنولی جمع جبری انرژی‌ها در سیستم بسته مقداری ثابت است، این انرژی در ریخته‌گری مذاب به داخل قالب برابر با مجموع انرژی پتانسیل، فشاری و جنبشی است که همواره مقداری

$$E = U + E_{pr} + K = \text{مقدار ثابت}$$

$$U = h$$

$$E_{pr} = \frac{P_A}{\rho g}$$

$$K = \frac{V^r}{\rho g}$$

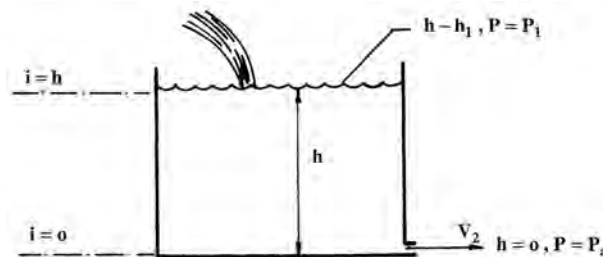
$$\Rightarrow E = h + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^r}{\rho g} = \text{مقداری ثابت است} \quad \text{رابطه (۷-۱۲)}$$

بنابراین در دو حالت مختلف خواهیم داشت:

$$h_1 + \frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^r}{\rho_1 g} = h_2 + \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^r}{\rho_2 g} \quad \text{رابطه (۷-۱۳)}$$

## ۷-۲- قانون تریچلی:

این قانون در واقع کاربرد خاصی از قانون برنولی است. اگر ظرفی مطابق شکل ۷-۳ در نظر گرفته شود که در آن مایعی به ارتفاع  $h_1$  در آن قرار دارد. در ته ظرف ( $h = 0$ ) سوراخی برای خروج مایع وجود دارد. در صورتی که مایع خارج شده از این ظرف به طور مداوم از قسمت بالا به آن اضافه شود، می‌توانید انرژی را در  $h = h_1$  و  $h = 0$  بنویسید.



شکل ۷-۳

$$h = h_1 \Rightarrow \begin{cases} P = P_A \\ V = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = U + E_{pr} + K = h + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^r}{2g} \\ E = h_1 + \frac{P}{\rho g} + 0 \end{cases}$$

$$h = 0 \Rightarrow \begin{cases} P = P_A \\ V = V_r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = U + E_{pr} + K \\ E = 0 + \frac{P_a}{\rho g} + \frac{V_r^r}{2g} \end{cases}$$

با توجه به اینکه ارتفاع ظرف کم است،  $P_a$  را برابر  $P_1$  (فشار اتمسفر) بر حسب نیوتن بر مترمربع در نظر می‌گیرند. با مساوی قرار دادن دو انرژی خواهیم داشت :

$$P_1 = P_a$$

$$h_1 + \frac{P}{\rho g} = \frac{P}{\rho g} + \frac{V_r^r}{2g}$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{V_r^r}{2g} \Rightarrow h_1 \times 2g = \frac{V_r^r}{2g} \times 2g$$

$$\Rightarrow V_r^r = 2gh_1 \Rightarrow \boxed{V_r = \sqrt{2gh_1}} \quad \text{رابطه (۷-۱۴)}$$

که در آن :

$$V_r : \text{سرعت خروج مایع از ته ظرف بر حسب متر بر ثانیه} \left( \frac{m}{s} \right)$$

$$g : \text{شتاب ثقل بر حسب متر بر مجذور ثانیه} \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

$$h_1 : \text{ارتفاع مایع از ته ظرف بر حسب متر (m)}$$

\* این رابطه بیان کننده رابطه تریچلی است.

### ۷-۳- قانون تداوم یا پیوستگی :

بر اساس این قانون، حجم مایع یا مذابی که در هر مقطع (دایره‌ای، مربعی و...) جریان دارد در واحد زمان مقدار

ثابتی است به عبارت دیگر:

$$Q = \frac{V}{t} = \text{مقداری ثابت} \quad \text{رابطه (۷-۱۵)}$$

که در آن :

$$Q : \text{دبی مایع یا مذاب بر حسب مترمکعب بر ثانیه} \left( \frac{m^3}{s} \right)$$

$$V : \text{حجم مذاب یا مایع بر حسب مترمکعب} (m^3)$$

t : زمان عبور حجم مذاب V بر حسب ثانیه (s)

حجم (V) را می‌توان به صورت حاصلضرب مساحت سطح مقطع (A) در طول مقطع (L) بیان کرد بنابراین

$$\left. \begin{array}{l} V = A.L \\ A = \frac{V}{t} \end{array} \right\} Q = \frac{AL}{t} \Rightarrow Q = A \cdot \frac{L}{t}$$

خواهیم داشت :  
رابطه (۷-۱۶)

نسبت  $\frac{L}{t}$  برابر است با فاصله طولی طی شده در واحد زمان توسط مذاب که برابر با سرعت خطی مذاب یا مایع

$$\left. \begin{array}{l} \frac{L}{t} = V \\ Q = A \cdot \frac{L}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = A \cdot V$$

است، بنابراین داریم :  
رابطه (۷-۱۷)  
که در آن :

V : سرعت خطی مایع یا مذاب بر حسب متر بر ثانیه

A : مساحت سطح مقطعی که مذاب با سرعت V از آن عبور می‌کند بر حسب مترمربع

با توجه به مسائل ذکر شده و قانون تداوم در یک سیستم بسته برای دو نقطه مختلف از سیستمی که مذاب از

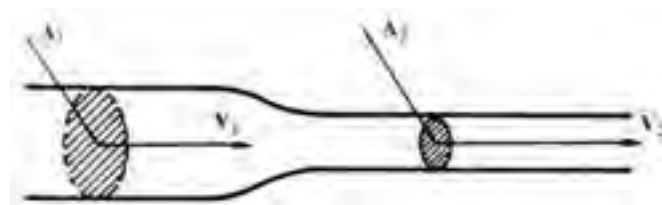
آن عبور می‌کند دبی (Q) جریان ثابت است بنابراین :

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 \quad \text{رابطه (۷-۱۸)}$$

با توجه به اینکه در یک سیستم بسته، دبی جریان ثابت است، بنابراین با توجه به رابطه دبی که حاصلضرب

سطح مقطع (A) در سرعت جریان (V) است، سطح مقطع با سرعت جریان مایع رابطه عکس دارد. به عبارت

دیگر هرچه قدر سطح مقطع کاهش یابد، سرعت جریان مایع یا سیال افزایش می‌یابد.



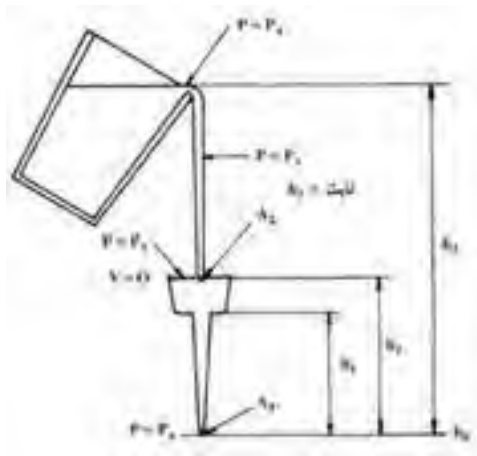
شکل ۷-۴- سرعت سیلان مایع در یک کانال با سطوح مقاطع غیریکنواخت

با استفاده از قوانین تریچلی و تداوم می‌توان با توجه به ارتفاع ریختن مذاب، سرعت پر شدن قالب و در نتیجه

زمان ریختن بار را محاسبه نمود. مطابق شکل ۷-۵ کتاب به طور شماتیک پاتیل و راهگاه بارریز در نظر گرفته

می‌شود. فرض می‌شود مقدار مذابی که از پاتیل خارج می‌شود برابر مقدار مذاب خروجی از انتهای راهگاه بارریز

است.



شکل ۵-۷- میزان ریزش مذاب از لبه پاتیل در ارتباط با جریان مذاب از انتهای تحتانی راهگاه بارریز

با توجه به قانون تریچلی سرعت مذاب خروجی از راهگاه بارریز برابر است با :

$$V_o = \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_p} \quad \text{رابطه (۷-۱۹)}$$

که در آن  $V_o$  سرعت خروج مذاب از انتهای راهگاه بارریز و  $h_p$  ارتفاع راهگاه بارریز است. برای محاسبه مقدار مذاب خروجی از راهگاه بارریز کافی است که سرعت خروج مذاب از انتهای راهگاه بارریز را در سطح مقطع آن ضرب کنید (براساس قانون تداوم)، بنابراین خواهیم داشت :

$$Q_o = V_o A_o = \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_p} \times A_p \quad \text{رابطه (۷-۲۰)}$$

که در آن :

$$Q_o : \text{دبی مذاب از انتهای راهگاه بارریز برحسب مترمکعب برثانیه} \left( \frac{m^3}{s} \right)$$

$$h_p : \text{ارتفاع راهگاه بارریز برحسب متر (m)}$$

$$A_o : \text{سطح مقطع خروج مذاب از انتهای راهگاه بارریز برحسب مترمربع (m^2)}$$

برای اینکه ارتفاع مذاب در راهگاه بارریز همیشه ثابت و برابر  $h_p$  باشد، لازم است که همیشه سیستم راهگاہی از مذاب پر نگه داشته شود. در این حالت که ارتفاع مذاب در راهگاه بارریز ثابت است دبی (جریان مذاب) در تمام سطوح مقاطع یکسان خواهد بود (براساس قانون تداوم)، به عبارت دیگر خواهیم داشت :

$$Q_o = Q_p \quad \text{رابطه (۷-۲۱)}$$

$$Q_p = V_p \cdot A_p$$

که در آن :

$$Q_p : \text{دبی جریان مذاب هنگام ورود به حوضچه بارریز}$$

$$V_p : \text{سرعت ورود مذاب به حوضچه بارریز}$$

$$A_p : \text{سطح مقطع مذاب هنگام ورود به حوضچه بارریز}$$

از طرفی براساس قانون تریچلی داریم :

$$V_p = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}}$$

$h_s - h_p$  ارتفاع مذاب از پاتیل سطح فوقانی حوضچه بارریز

$$V_p = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_s - h_p}}$$

در نتیجه خواهیم داشت :

$$Q_o = Q_p = V_p A_p = \sqrt{2g \sqrt{h_s - h_p}} \cdot A_p$$

با قرار دادن معادل  $Q_o$  خواهیم داشت :

$$Q_o = \sqrt{2g \cdot \sqrt{h_p}} \times A_o = \sqrt{2g \sqrt{h_s - h_p}} \times A_p = Q_p$$

$$\Rightarrow \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_p} \times A_o = \sqrt{2g} \sqrt{h_s - h_p} \times A_p$$

طرفین رابطه را بر  $\sqrt{h_s - h_p}$  تقسیم می کنیم

$$\Rightarrow \sqrt{h_p} \times A_o = \sqrt{h_s - h_p} \times A_p$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{h_p}}{\sqrt{h_s - h_p}} \times A_o = \frac{\sqrt{h_s - h_p}}{\sqrt{h_s - h_p}} \times A_p \Rightarrow \frac{\sqrt{h_p}}{\sqrt{h_s - h_p}} \times A_o = A_p$$

$$\Rightarrow A_p = A_o \sqrt{\frac{h_p}{h_s - h_p}} \quad \text{رابطه (۷-۲۲)}$$

که در آن  $h_s - h_p$  برابر فاصله بین دهانه پاتیل تا سطح فوقانی حوضچه بارریز است.

در شکل ۷-۵ فشار در تمام سطوح صفر (انتهای راهگاه بارریز) سطح ۲ (ورودی به حوضچه بارریز) و سطح ۳

(دهانه پاتیل) مساوی و برابر فشار اتمسفر است چون در ارتباط با هوا است.

#### ۷-۴ - قانون پاسکال :

براساس این قانون داخل ظروف مرتبط مانند قالب پر از مذاب، فشار در همه نقاط ظرف که دارای ارتفاع یکسان

یا به عبارت دیگر روی یک سطح افقی قرار دارند، یکسان است.

از طرف دیگر فشار در هر نقطه از مایع برابر است با فاصله آن نقطه تا سطح آزاد مایع ضربدر وزن مخصوص

مایع (جرم حجمی ضربدر شتاب ثقل) به اضافه فشار خارجی که بر مایع اعمال می شود. معمولاً فشار خارجی روی

مایع فشار اتمسفر است، بنابراین رابطه به صورت زیر می باشد :

$$P = P_a + \rho \cdot g \cdot h \quad \text{رابطه (۷-۲۳)}$$

که در آن :

$P$  : فشار در هر نقطه از یک سطح افقی با ارتفاع یکسان بر حسب نیوتن برمتر مربع  $\left(\frac{N}{m^2}\right)$

$$P_a : \text{فشار اتمسفر بر حسب نیوتن بر مترمربع} \left( \frac{N}{m^2} \right)$$

$$P : \text{چگالی مذاب بر حسب کیلوگرم بر مترمکعب} \left( \frac{kg}{m^3} \right)$$

$$h : \text{ارتفاع یا فاصله عمودی نقطه تا سطح آزاد مایع بر حسب متر (m)}$$

با توجه به اینکه در تمام نقاط قالب فشار هوای خارجی برابر فشار اتمسفر است، بنابراین فشار مطلق که بر یک

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

نقطه در درون مایع در تمام جهات وارد می شود برابر است با :  $P = \rho \cdot g \cdot h$

اگر یک قالب را مطابق شکل ۶-۷ در نظر بگیریم فشار هیدرواستاتیکی وارد بر هر نقطه درون مذاب در بعضی

نقاط قالب و راهگاه بر حسب ارتفاع مذاب نشان داده شده است. فشار در هر نقطه از قالب که در ارتفاع دلخواه  $h$

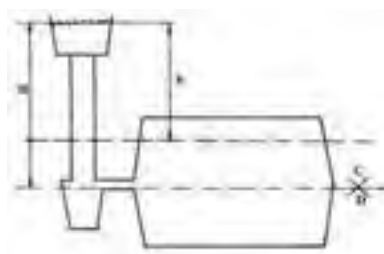
نسبت به سطح آزاد مذاب قرار دارد برابر است با :

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

بر همین اساس با توجه به اینکه فاصله عمودی سطح جدایش تا سطح آزاد مذاب برابر  $H$  است فشار وارد بر

هر نقطه در مذاب در سطح جدایش برابر است با :

$$P = \rho g H$$



شکل ۶-۷- نمایش شماتیکی قطعه ریختگی / راهگاههایی که از فلز مذاب پرگردیده‌اند.

### ۵-۷- جریان آرام و اغتشاشی مایع (مذاب) :

جریان هر مایعی درون یک کانال می تواند به دو صورت آرام یا اغتشاشی انجام شود. جریان آرام، جریانی است

که سرعت آن در یک کانال از دیواره کانال تا مرکز آن به تدریج افزایش یابد.

براین اساس می توان سرعت جریان مذاب در دیواره های راهگاه به علت اصطکاک با دیواره راهگاه بسیار کم در

نظر گرفت، در صورتی که در مرکز سطح مقطع راهگاه این سرعت حداکثر مقدار خود است در این صورت لایه های

مایع در حال جریان باید با سرعت های متفاوتی روی یکدیگر لغزش کنند در حقیقت چنین جریانی از مایع با

حداقل اصطکاک انجام می شود.

در صورتی که سرعت متوسط مایع افزایش یابد از یک سرعت معین به بالا افزایش لایه های مایع روی یکدیگر از

مقدار استحکام برشی مایع تجاوز نمی‌کند. در این حالت جریان آرام و در یک جهت مایع ادامه نمی‌یابد و جریان مایع به صورت چند جهتی و در نتیجه به صورت اغتشاشی ادامه خواهد یافت. کیفیت جریان مایع از لحاظ آرام بودن یا ناآرام بودن (اغتشاشی) توسط عدد بدون بُعد رینولدز،  $R_e$  مطابق ذیل مشخص می‌شود.

$$R_e = \rho \cdot D \cdot V \cdot \frac{1}{\eta} \quad \text{رابطه (۷-۲۴)}$$

که در آن :

$R_e$  : عدد رینولدز بدون واحد

$\rho$  : جرم مخصوص مایع بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب  $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$

$D$  : قطر کانال عبور مایع بر حسب متر (m)

$V$  : سرعت جریان مایع بر حسب متر بر ثانیه  $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

$\eta$  : ویسکوزیته (چسبندگی) دینامیکی بر حسب کیلوگرم بر (متر  $\times$  ثانیه)  $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m.s}}\right)$

برای مقاطع کانال‌های غیردایره  $D$  ، قطر معادل است که از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times 4}{\text{محیط مقطع}} \quad \text{رابطه (۷-۲۵)}$$

معمولاً در ریخته‌گری برای اینکه به قطعات سالم و بدون تخلخل گازی و ذرات سرباره‌ای دست پیدا کنیم باید

سیستم راهگاهی طوری طراحی شود که جریان مذاب آرام و با حداقل آشفتگی باشد. شکل ۷-۷-الف

بر اساس آزمایشات انجام شده اگر عدد رینولدز از ۳۰۰۰ کمتر باشد جریان سیال کاملاً آرام و بدون حرکت

اغتشاشی و به صورت لایه‌های موازی انجام می‌گیرد. در صورتی که عدد رینولدز بیشتر از ۳۰۰۰ باشد، تلاطم و

اغتشاش شروع می‌شود. اگر در ریخته‌گری عدد رینولدز در حد آرام در نظر گرفته شود سرعت خطی مذاب و قطر

راهباره‌ها به اندازه‌ای کوچک خواهد بود که عملاً ریخته‌گری غیرممکن است.

تمرین ۷-۱ مذابی از فولاد آرام ( $R_e = 2000$ ) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاہی با مقطع دایره به قطر ۵ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن  $0.05$  پواز و چگالی آن  $7/8 \text{ g/cm}^3$  باشد سرعت خطی مذاب را به دست آورید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۱ مذابی از فولاد آرام ( $R_e = 1800$ ) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاہی با مقطع دایره به قطر ۳ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن  $0.04$  پواز و چگالی آن  $7/8 \text{ g/cm}^3$  باشد سرعت خطی مذاب را محاسبه کنید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:

داده‌ها	خواسته
$D = 3 \text{ cm}$	$V = ?$
$R_e = 1800$	
$\eta = 0.04 \left( \frac{\text{g}}{\text{cm.s}} \right)$	
$\rho = 7/8 \text{ g/cm}^3$	

مرحله (۲) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D}$$

مرحله (۳) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه فوق

$$V = \frac{0.04 \times 1800}{7/8 \times 3} \Rightarrow V = 3.077 \text{ cm/s}$$

تمرین ۷-۲ مذابی از چدن با جریانی نیمه آرام ( $R_e = 2500$ ) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاہی با مقطع مربع به ضلع ۲ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن  $0.048$  پواز و چگالی آن  $7/5 \text{ g/cm}^3$  باشد سرعت خطی مذاب را حساب کنید.

حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۲ مذابی از چدن با جریانی نیمه آرام ( $R_e = 3000$ ) در راهگاه اصلی یک سیستم راهگاہی با مقطع مربع به ضلع ۲ cm در جریان است. در صورتی که ویسکوزیته آن  $0.038$  پواز و چگالی آن  $7/6 \text{ g/cm}^3$  باشد سرعت خطی مذاب را حساب کنید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها:



خواسته	داده‌ها
V = ?	a = ۲ cm (R <sub>e</sub> = ۳۰۰۰)
	$\eta = ۰/۰۳۸ \frac{\text{g}}{\text{cm.s}}$
	$\rho = ۷/۶ \frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$

مرحله ۲) نوشتن رابطه برای حل مسأله

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع} \times ۴}{\text{محیط مقطع}} \text{ قطر مؤثر}$$

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D_e}$$

مرحله ۳) محاسبه قطر مؤثر

$$\text{مساحت مقطع} = a \times a = ۲ \times ۲ = ۴ \text{ cm}^۲$$

$$\text{محیط مقطع} = ۴ \times a = ۴ \times ۲ = ۸ \text{ cm}$$

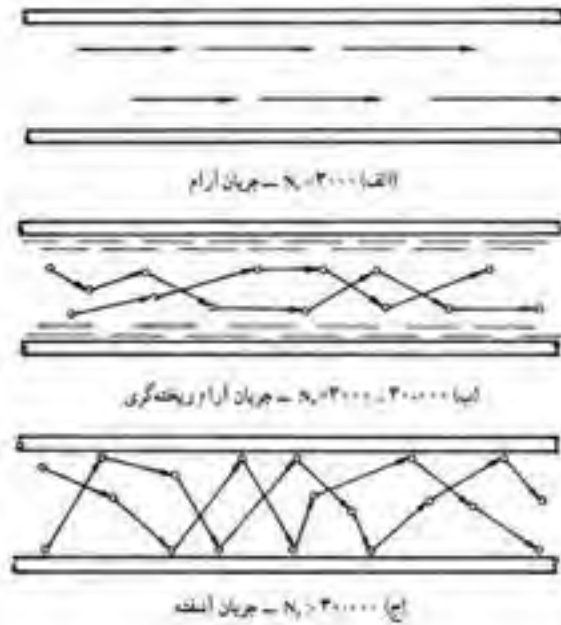
$$D_e = \frac{۴ \times ۴}{۸} = \frac{۱۶}{۸} \Rightarrow D_e = ۲ \text{ cm}$$

مرحله ۴) جای‌گذاری مقادیر داده‌ها و محاسبه

سرعت خطی

$$V = \frac{۰/۰۳۸ \times ۳۰۰۰}{۷/۶ \times ۲} \Rightarrow V = ۷/۵ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

از نظر ریخته‌گری و همچنین تفاوت زیاد بین دمای مذاب و قالب مشخص شده که اگر عدد رینولدز کمتر از ۳۰۰۰ باشد، در فصل مشترک مذاب و قالب یک لایه نسبتاً غیرآشفته و آرام به وجود می‌آید. براساس مطالعات انجام شده این جریان غیر مضر است و امکان داخل شدن هوا کاهش می‌یابد، چنین حالتی را جریان آرام سطحی با جریان آرام ریخته‌گری گویند شکل ۷-۷-ب. در حالی که عدد رینولدز بیشتر از ۳۰۰۰ شود جریان کاملاً آشفته و قطعات ناسالم با مک‌های گازی و آخال ایجاد می‌شود. شکل ۷-۷-ج.



شکل ۷-۷- رابطه میان عدد رینولدز و میزان آشفتگی جریان مذاب

#### ۷-۶- اصول عملی محاسبات سیستم راهگاهی : (طراحی و محاسبه مقطع تنگه)

اصول طراحی سیستم راهگاهی معمولاً بر محاسبه سطح مقطع تنگه استوار است. تنگه، کوچک‌ترین سطح مقطع در یک سیستم راهگاهی می‌باشد که با توجه به قانون تداوم و ثابت بودن دبی جریان معمولاً سرعت خطی مذاب در این مقطع از تمام مقاطع سیستم راهگاهی بیشتر است. در صورتی که سرعت جریان مذاب در تنگه از حد معینی کمتر باشد قبل از اینکه مذاب بتواند قالب را پر نماید ممکن است در اجزا سیستم راهگاهی و قالب منجمد شود و منجر به ناقص شدن قطعه شود. از طرف دیگر اگر سرعت جریان مذاب در تنگه از یک حد معینی افزایش پیدا کند جریان به صورت ناآرام شده که همین مسئله سبب جذب گاز در مذاب و ایجاد سرباره خواهد شد. بنابراین محاسبه سطح مقطع تنگه بسیار مهم است، که از این قسمت به آن پرداخته می‌شود. حجم مذابی که (V) با سرعت V از تنگه‌ای به مقطع  $A_C$  در مدت زمان t می‌گذرد برابر است با :

$$V = A_C \cdot v \cdot t \quad \text{رابطه (۷-۲۶)}$$

از طرفی مطابق قانون چگالی می‌توان نوشت :

$$\frac{\rho}{1} = \frac{m}{v} \Rightarrow \rho \times v = m \times 1$$

طرفین رابطه به  $\rho$  تقسیم می‌کنیم

$$\frac{\rho \times v}{\rho} = \frac{m \times 1}{\rho} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

حال با جای گذاری در رابطه فوق خواهیم داشت :

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{m}{\rho} \\ V &= A_c \cdot v \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m}{\rho} = \frac{A_c \cdot v \cdot t}{1} \Rightarrow m = \rho \cdot A_c \cdot v \cdot t$$

طرفین رابطه را بر  $\rho \cdot v \cdot t$  تقسیم می کنیم

$$\frac{m}{\rho \cdot v \cdot t} = \frac{\rho \cdot A_c \cdot v \cdot t}{\rho \cdot v \cdot t} \Rightarrow \boxed{A_c = \frac{m}{\rho \cdot v \cdot t}}$$

رابطه (۷-۲۷)

که در آن :

$A_c$  : سطح مقطع تنگه بر حسب سانتی متر مربع ( $\text{cm}^2$ )

$m$  : جرم مذاب بر حسب گرم (g)

$\rho$  : چگالی مذاب بر حسب گرم بر سانتی متر مکعب ( $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ )

$V$  : سرعت مذاب بر حسب سانتی متر بر ثانیه ( $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ )

$t$  : زمان عبور مذاب (بارریزی) بر حسب ثانیه (s)

با توجه به این رابطه برای به دست آوردن سطح مقطع تنگه باید سرعت مذاب و زمان بارریزی را داشته باشیم.

### ۷-۷- تعیین سرعت خطی مذاب :

سرعت خطی مذاب در حالت واقعی از سرعت تئوری به دست آمده از قانون تریچلی کمتر است. علت این مسئله اصطکاک بین ذرات (اتمها) مذاب و اصطکاک مذاب با دیواره قالب است. همچنین شکل کانالها و اجزاء سیستم راهگاهی، محل تقاطع آنها، وجود فیلتر مذاب، وجود گازها و هوا در قالب، باعث کاهش سرعت مذاب در سیستم راهگاهی می شود. در عمل رابطه بین سرعت تئوری و سرعت واقعی مذاب به صورت زیر بیان می شود :

$$V = \mu \cdot v \text{ تئوری} = \mu \sqrt{2gh} \text{ واقعی} \quad \text{رابطه (۷-۲۸)}$$

که در این رابطه  $\mu$  ضریبی بدون واحد است که به عنوان ضریب تلفات، ضریب تخلیه یا ضریب ریختگی نامیده می شود. نحوه به دست آوردن این ضریب به این صورت است که ابتدا دبی واقعی مذاب با توجه به حجم محفظه قالب ( $V$ ) و زمان بارریزی ( $t$ ) به دست آورده می شود، سپس دبی واقعی بر دبی تئوری حاصل از قانون تریچلی تقسیم می شود، و ضریب  $\mu$  به دست می آید.

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{V(\text{حجم محفظه قالب})}{t(\text{زمان بارریزی})} \text{ (دبی واقعی)} \\ Q &= A \sqrt{2gh} \text{ (دبی تئوری)} \end{aligned} \right\} \mu = \frac{Q \text{ واقعی}}{Q \text{ تئوری}} = \frac{\frac{V}{t}}{\frac{A \sqrt{2gh}}{1}} \quad \text{دور در دور و نزدیک در نزدیک}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{V \times 1}{A.t.\sqrt{2gh}} \Rightarrow \mu = \frac{V}{At\sqrt{2gh}} \quad \text{رابطه (۷-۲۹)}$$

که در آن :

$h$  : ارتفاع بار یا ارتفاع استاتیکی مذاب

$A$  : سطح مقطع تنگه

این ضریب ( $\mu$ ) در ریخته‌گری بسیار مهم است. زیرا در صورتی که این ضریب از یک حد معین بیشتر شود چون دبی واقعی مذاب افزایش می‌یابد بنابراین سبب ایجاد جریان آرام مذاب و در نهایت سبب ورود مک‌گازی و سرباره بر مذاب و در نتیجه تولید قطعه ناسالم می‌شود. از طرف دیگر، اگر ضریب  $\mu$  از یک حدی کمتر باشد، دبی واقعی مذاب کاهش یافته در نتیجه سبب طولانی شدن زمان پر شدن قالب و در نتیجه امکان انجماد زودرس مذاب در سیستم راهگامی و قالب پیش می‌آید که می‌تواند سبب معیوب شدن قطعه ریختگی شود. ضرایب ریختگی تقریبی برای آلیاژهای مختلف در جدول ۷-۱ ذکر شده است.

جدول ۷-۱- حدود تقریبی ضریب ریختگی برای آلیاژهای مختلف

آلیاژ	ضریب ریختگی ( $\mu$ )
چدن‌ها	۰/۲۷-۰/۵۵
فولادها	۰/۳-۰/۴۵
فلزات و آلیاژهای غیرآهنی	۰/۶-۰/۷

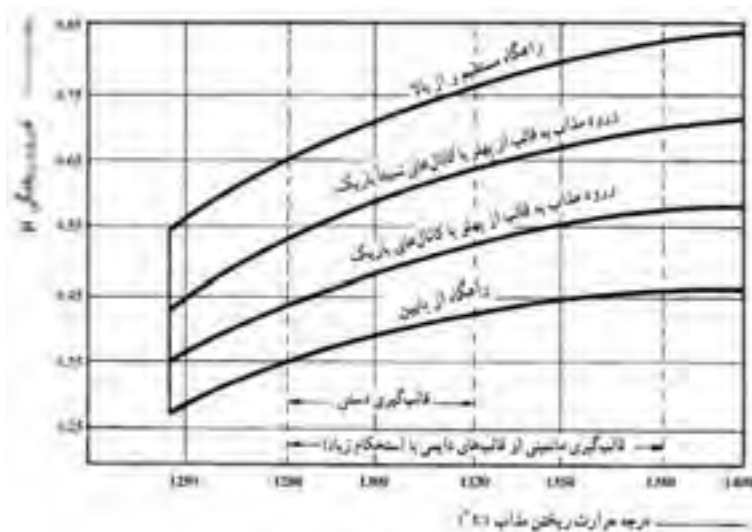
عوامل دیگری همچون نحوه ریختن مذاب و درجه حرارت ریخته‌گری نیز در تعیین ضریب ریختگی مؤثر هستند که در جدول ۷-۲ و شکل ۷-۸ نشان داده شده است.

مطابق جدول ۷-۲ ضریب  $\mu$  برای فولادهای ریختگی هنگامی از سیستم راهگامی ساده به طرف معمولی و متوسط و در نهایت درهم و پیچیده می‌رویم، کاهش می‌یابد یعنی هرچه قدر سیستم راهگامی پیچیده تر می‌شود دبی داخل مذاب کمتر خواهد شد، چون موانع بر سر حرکت مذاب زیاد است.

جدول ۷-۲- ضریب  $\mu$  برای فولادهای ریختگی نسبت به نوع سیستم راهگامی

نوع سیستم راهگامی	ضریب ریختگی ( $\mu$ )
ساده (شامل یک یا دو کانال در سطح جدایش)	۰/۴-۰/۵
معمولی و متوسط (با راهگاه‌های پله‌ای یا انشعابی)	۰/۳-۰/۴
درهم و پیچیده (شامل صافی‌ها، تغذیه‌ها، راهگاه‌های گردابی و غیره)	۰/۲۵-۰/۳

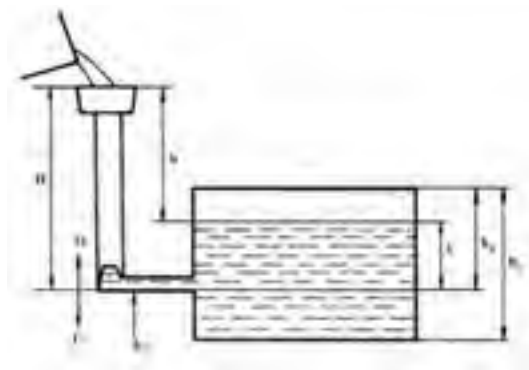
با توجه به شکل ۷-۸ مشخص می‌شود که هرچه درجه حرارت ریختن مذاب در چدن افزایش می‌یابد ضریب  $\mu$  افزایش می‌یابد که علت آن افزایش دبی واقعی به سمت افزایش سیالیت مذاب است.



شکل ۷-۸- تعیین ضریب ریختگی چدن برحسب درجه حرارت ریختن و نوع سیستم راهگاهی

با توجه به قانون تریچلی، سرعت واقعی مذاب خارج شده از تنگه، به ارتفاع ( $h$ ) که مذاب تحت آن به درون قالب ریخته می‌شود، بستگی دارد. با توجه به اینکه در محاسبات سیستم راهگاهی دبی ثابت در نظر گرفته می‌شود، بنابراین سرعت مذاب و در نتیجه ارتفاع ( $h$ ) ثابت در نظر گرفته می‌شود. این حالت زمانی امکان پذیر است که تمام محفظه قالب در درجه پایین باشد تا ارتفاع مذاب ( $h$ ) که برابر ارتفاع درجه بالایی است ثابت بماند. اما در همه قطعات قالب ریخته‌گری به این گونه نمی‌باشد و همواره قسمتی از محفظه قالب در درجه بالایی می‌باشد

شکل ۷-۹.



شکل ۷-۹- نمایش شماتیکی یا قالب در برش

در این حالت با توجه به شکل ۹-۷ تا زمانی که قسمت پایین محفظه قالب پر نشده سرعت مذاب از تنگه  $A_C$  ثابت است اما زمانی که سطح مذاب از سطح جدایش قالب بالاتر رفت با ادامه مذاب ریزی با توجه به اینکه فاصله بین سطح مذاب در حوضچه بارریز و سطح مذاب داخل قالب در حال کاهش است، سرعت مذاب در تنگه  $A_C$  به تدریج کاهش می‌یابد. در چنین حالتی سرعت لحظه‌ای مذاب را در تنگه می‌توان از رابطه زیر به دست آورد :

$$V = \mu \sqrt{2g(H-x)} \quad \text{رابطه (۷-۳۰)}$$

که در آن :

$V$  : سرعت لحظه‌ای مذاب

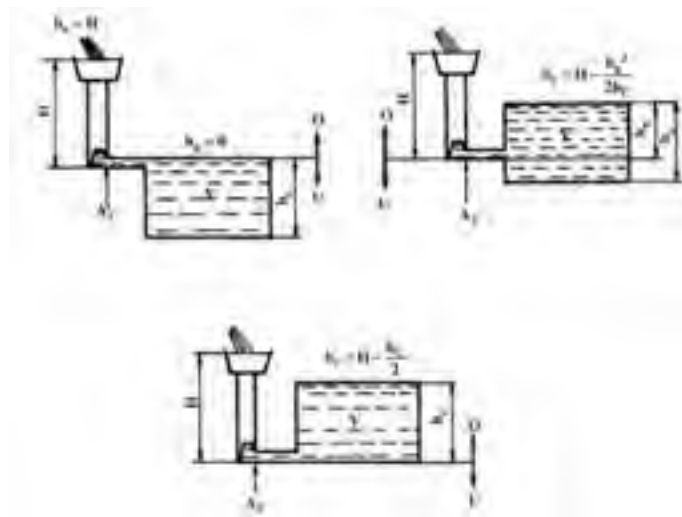
$\mu$  : ضریب ریختگی

$H$  : ارتفاع سطح مذاب از حوضچه بارریز تا تنگه  $A_C$  (سطح جدایش)

$X$  : فاصله لحظه‌ای سطح مذاب از سطح جدایش (تنگه  $A_C$ )

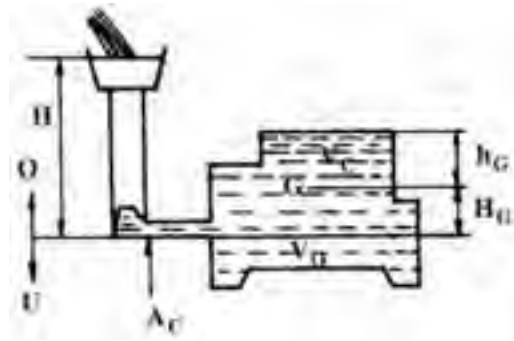
$H-X$  : ارتفاع لحظه‌ای سطح مذاب درون محفظه قالب تا سطح مذاب در حوضچه بارریز

با توجه به اینکه ارتفاع مذاب در حوضچه بارریز تا سطح مذاب درون محفظه قالب به تدریج در حال کاهش است، سرعت مذاب در تنگه ثابت نخواهد ماند بنابراین در هر لحظه این ارتفاع تغییر یافته و سرعت مذاب کاهش خواهد یافت. بنابراین با توجه به اینکه ارتفاع لحظه‌ای تغییر می‌کند می‌توان متوسط ارتفاع‌های لحظه‌ای را که مقدار ثابتی خواهد بود ( $h_e$ ) در نظر گرفت و با قرار دادن در رابطه تریچلی سرعت مؤثر و ثابتی به دست آورد. در شکل ۱۰-۷ ارتفاع مؤثر  $h_e$  برای قطعات ریختگی با سطح مقطع یکنواخت با توجه به مشخصات قطعه و شرایط ریخته‌گری نشان داده شده است.



شکل ۱۰-۷- تعیین ارتفاع مؤثر در حالت‌های مختلف از تعبیه راهگاه

در حالتی شکل ۷-۱۰ سطح مقطع افقی قطعات ریختگی در قسمت‌های مختلف ارتفاع قطعه متفاوت باشد. ارتفاع مؤثر به ارتفاع ثقل قسمت فوقانی قالب بستگی دارد.



شکل ۷-۱۱- تعیین ارتفاع مؤثر در حالت کلی

در چنین حالتی ارتفاع مؤثر به صورت زیر محاسبه می‌شود :

مطابق آنچه که در قبل گفته شد، ارتفاع مؤثر برای قسمت پایینی قالب ارتفاع سطح مذاب در حوضچه بارریز تا تنگه یعنی  $H$  (ارتفاع استاتیکی مذاب) می‌باشد. اما در قسمت بالایی قالب ثابت شده است که ارتفاع مؤثر (ارتفاع متوسط ثابت) برابر ارتفاع مرکز ثقل قسمت بالایی قالب تا سطح بالایی قطعه ( $h_G$ ) می‌باشد. با توجه به نسبت حجم قسمت بالایی قالب ( $V_C$ ) و قسمت پایینی قالب ( $V_D$ ) به حجم کل محفظه قالب خواهیم داشت :

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times h_G + \frac{V_D}{V} \times H$$

از طرف دیگر داریم :  $V_D = V - V_C$  و  $h_G = H - H_G$  که در آن  $H_G$  ارتفاع مرکز ثقل قسمت بالایی قالب تا سطح جدایش قالب است. لذا خواهیم داشت :

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times (H - H_G) + \frac{V - V_C}{V} \times H$$

$$h_e = \frac{V_C}{V} \times H - \frac{V_C}{V} \times H_G + \left( \frac{V}{V} - \frac{V_C}{V} \right) \times H$$

$$h_e = \frac{V_C}{V} H - \frac{V_C}{V} H_G + \left( 1 - \frac{V_C}{V} \right) H$$

$$h_e = \frac{V_C}{V} H - \frac{V_C}{V} H_G + H - \frac{V_C}{V} H$$

$$h_e = H - \frac{V_C}{V} H_G$$

رابطه (۷-۳۱)

که در آن :

$h_e$ : ارتفاع مؤثر (متوسط ارتفاع‌های لحظه‌ای سطح مذاب در حوضچه بارریز تا سطح مذاب درون قالب)

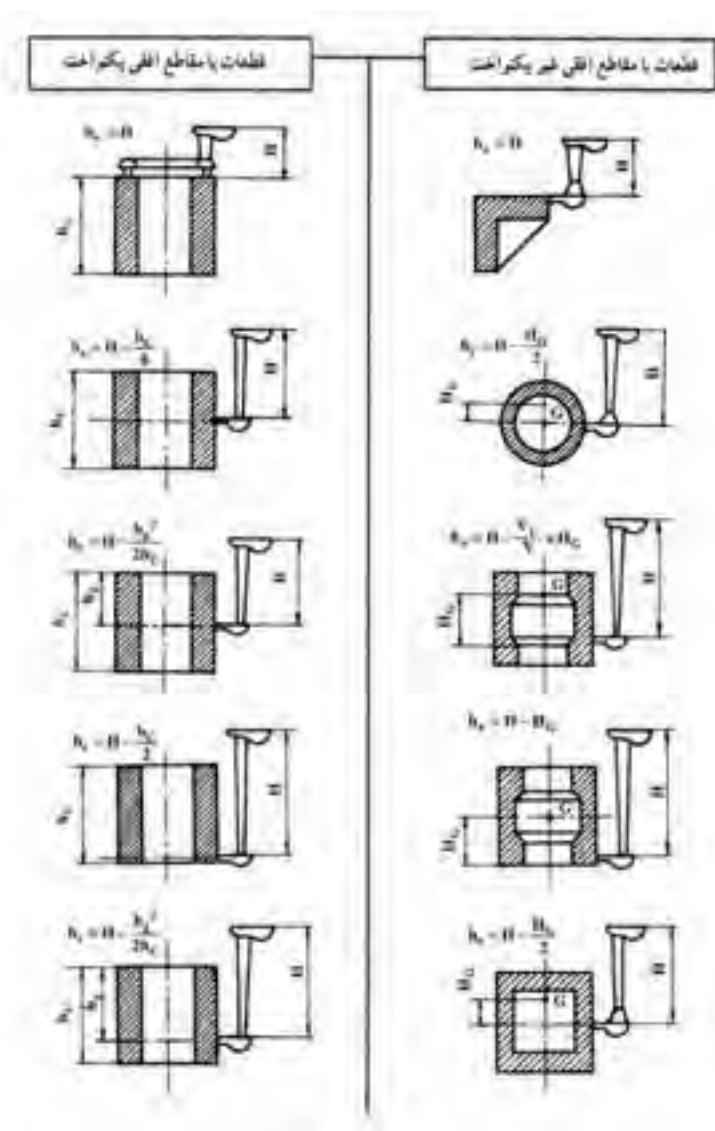
$H$ : ارتفاع مذاب در حوضچه بارریز تا سطح جدایش

$V_C$ : حجم قسمت بالایی محفظه قالب

$V$ : حجم کل محفظه قالب

$H_G$ : مرکز ثقل قسمت بالایی قالب

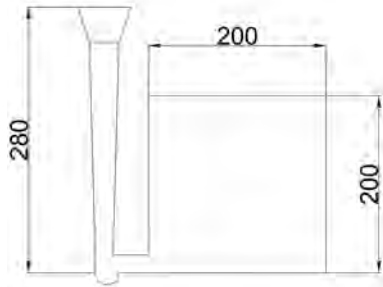
رابطه محاسبه مرکز ثقل چند قطعه متداول در شکل ۱۲-۷ نشان داده شده است.



شکل ۱۲-۷- روابط مربوط به ارتفاع مؤثر برای چند نوع شکل ساده و متداول



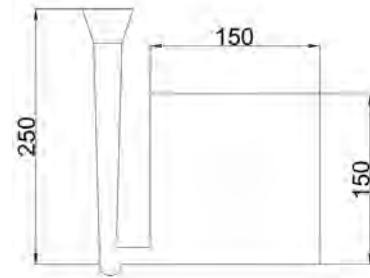
تمرین ۳-۷ قطعه مکعبی به ضلع ۲۰ cm به طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۲۸ cm و راهباره در قسمت پایین (کف مکعب) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را حساب کنید.



شکل (۷-۱۴)

حل (توسط هنرجو):

مثال ۳-۷ قطعه مکعبی شکل به ضلع ۱۵ cm به طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۲۵ cm و راهباره در قسمت پایین (کف مکعب) تعبیه شده باشد، ارتفاع مؤثر را به دست آورید.



شکل (۷-۱۳)

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته
$a=15\text{cm}$	$h_e=?$
$H=25\text{cm}$	

مرحله ۲) نوشتن رابطه مورد نیاز

$$h_e = H - \frac{V_c}{V} H_G$$

مرحله ۳) تعیین  $H_G$  و  $V_c$  و  $h_c$



با توجه به این که راهباره در قسمت پایین مکعب واقع شده لذا  $h_c = 15\text{cm}$ ، از طرف دیگر چون قطعه مکعبی شکل است و متقارن می‌باشد بنابراین:

$$H_G = \frac{a}{2} = \frac{15}{2} = 7.5\text{cm}$$

با توجه به این که راهگاه از پایین است لذا خواهیم داشت :

$$V_c = V = \text{مکعب} = 15 \times 15 \times 15 = V_c = V = 3375 \text{ cm}^3$$

مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده‌ها در رابطه و محاسبه  $h_e$  :

$$h_e = 25 - \frac{3375}{3375} \times 7 / 5$$

$$h_e = 25 - 7 / 5 \Rightarrow h_e = 17 / 5 \text{ cm}$$

تمرین ۴-۷ در صورتی که در تمرین قبل، ضریب ریختگی ۰/۶ باشد، سرعت مؤثر مذاب را حساب کنید. حل (توسط هنرجو):

مثال ۴-۷ در صورتی که در مثال قبل، ضریب ریختگی ۰/۴ باشد، سرعت مؤثر مذاب را به دست آورید.

حل: مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته
$\mu = 0 / 4$ $h_e = 17 / 5 \text{ cm}$ $g = 10 \text{ m/s}^2$	$V = ?$ مؤثر

مرحله ۲) تبدیل واحد. واحد شتاب ثقل را از  $m$  به  $cm$

تبدیل می کنیم

$$g = 10 \text{ m/s}^2 = 10 \times 100 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow g = 1000 \text{ cm/s}^2$$

مرحله ۳) نوشتن رابطه مربوط به حل مسأله

$$V = \mu \sqrt{2gh_e}$$

$$V = 0 / 4 \sqrt{2 \times 1000 \times 17 / 5} \Rightarrow V = 74 / 8 \text{ cm/s}$$

## ۲-۲-۷- تعیین زمان بارریزی :

زمان بارریزی معمولاً به صورت تجربی به دست می آید و در حقیقت مدت زمان معینی است که اگر تحت آن محفظه قالب از مذاب پر شود قطعه سالم از لحاظ کیفیت تولید می شود که اگر زمان بارریزی از آن زمان بیشتر یا کمتر باشد قطعه دارای عیب و نقص تولید خواهد شد. برای این منظور روابط تجربی با توجه به نوع قالب و آلیاژ ریختگی وجود دارد که در جداول ۳-۷ و ۴-۷ و ۵-۷ برای قالب ماسه ای و تعدادی از آلیاژهای متداول روابط تجربی زمان بارریزی آمده است.

با تعیین زمان بارریزی مطابق جدول ۷-۳ می‌توان با توجه به روابط قبلی مساحت تنگه  $A_c$  را به دست آورد.

$$\left. \begin{aligned} A_c &= \frac{m}{\rho \cdot t \cdot v} \\ V &= \mu \sqrt{rgh_e} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_c = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{rgh_e}} \quad \text{رابطه (۷-۳۲)}$$

که در آن :

$m$  : جرم مذاب بر حسب گرم

$\rho$  : چگالی مذاب بر حسب گرم بر سانتی‌متر مکعب

$t$  : زمان بارریزی بر حسب ثانیه

$g$  : شتاب ثقل برابر ۹۸۱ سانتی‌متر بر مجذور ثانیه

$h_e$  : ارتفاع مؤثر بر حسب سانتی‌متر

$A_c$  : سطح مقطع تنگه بر حسب سانتی‌متر مربع

حال برای فلزات آهنی در صورتی که جرم مذاب بر حسب کیلوگرم و زمان بارریزی ( $t$ ) بر حسب ثانیه انتخاب

شوند. با در نظر گرفتن چگالی تقریبی  $\gamma \frac{gr}{cm^3}$  رابطه به شکل زیر خواهد بود :

$$A_c = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{rgh_e}}$$

$$m = 1000 \text{ gr}$$

$$\rho = \gamma \frac{gr}{cm^3}$$

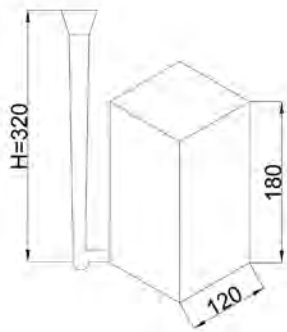
$$g = 981 \frac{cm}{s^2}$$

$$A_c = \frac{1000m}{\rho t \mu \sqrt{rg} \times \sqrt{h_e}}$$

صورت و مخرج به ۱۰۰۰ تقسیم می‌شود

$$A_c = \frac{\frac{1000m}{1000}}{\frac{\gamma \sqrt{rg}}{1000} t \mu \sqrt{h_e}} = \frac{m}{\gamma \sqrt{rg} t \mu \sqrt{h_e}}$$

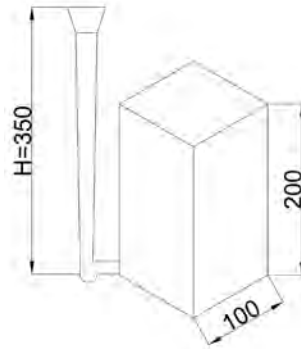
تمرین ۷-۵ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به جرم  $12\text{ kg}$  با قاعده مربعی به ضلع  $12\text{ cm}$  و ارتفاع  $18\text{ cm}$  در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب  $32\text{ cm}$  و راهبار در قسمت پایین (کف مکعب مستطیل) تعبیه شده باشد و زمان بارریزی  $18\text{ s}$  و چگالی  $7\text{ g/cm}^3$  باشد. سطح مقطع تنگه را محاسبه کنید. ( $\mu = 0/38$ )



شکل (۷-۱۶)

حل (توسط هنجرجو):

مثال ۷-۵ قطعه‌ای مکعب مستطیل شکل به جرم  $10\text{ kg}$  با قاعده مربعی به ضلع  $10\text{ cm}$  و ارتفاع  $20\text{ cm}$  در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب  $35\text{ cm}$  و راهبار در قسمت پایین (کف مکعب مستطیل) تعبیه شده باشد و زمان بارریزی  $20\text{ s}$  و چگالی  $7\text{ g/cm}^3$  باشد. سطح مقطع تنگه را محاسبه کنید. ( $\mu = 0/45$ )



شکل (۷-۱۵)

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
$m = 10\text{ kg}$	
$a = 10\text{ cm}$	
$H = 35\text{ cm}$	
$t = 20\text{ s}$	$h_e = ?$
$h_c = 20\text{ cm}$	$A_c = ?$
$\rho = 7\text{ g/cm}^3$	
$\mu = 0/45$	
$g = 10\text{ m/s}^2$	

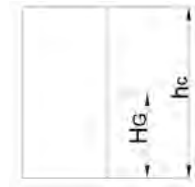
مرحله (۲) نوشتن رابطه مورد نیاز برای حل مسأله

$$h_e = H - \frac{V_c}{V} H_G$$

$$A_c = \frac{m}{\rho \cdot t \cdot \mu \sqrt{2gh_e}}$$

مرحله ۳) به دست آوردن  $h_e$ :

با توجه به این که راهباره از کف است  $h_c = 20 \text{ cm}$  و  $V_c = V$  از طرف دیگر با توجه به این که قطعه به شکل متقارن است.



شکل (۱۷-۷)

$$H_G = \frac{1}{2} h_c = \frac{1}{2} \times 20$$

$$H_G = 10 \text{ cm}$$

$$h_e = 35 - \frac{V_c}{V} \times 10 = 35 - (1 \times 10)$$

$$h_e = 35 - 10 \Rightarrow h_e = 25 \text{ cm}$$

مرحله ۴) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه  $A_c$  برای به دست آوردن مساحت مقطع.

$$m = 10 \text{ kg} = 10 \times 1000 \Rightarrow m = 10000 \text{ gr}$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10 \times 100 \Rightarrow g = 1000 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$A_c = \frac{10000}{7 \times 10 \times 0.45 \sqrt{2 \times 1000 \times 25}} = \frac{10000}{7043.761}$$

$$A_c = 1/42 \text{ cm}^2$$

تمرین ۶-۷ در یک سیستم راهگاهی برای چدن ریزی سطح مقطع تنگه  $4 \text{ cm}^2$  و جرم قطعه ریختگی  $74 \text{ kg}$  می باشد در صورتی که زمان بارریزی  $20 \text{ s}$  و ضریب ریختگی  $0.4$  باشد مطلوبست:

الف - ارتفاع مؤثر بر حسب سانتی متر

ب - سرعت واقعی مذاب در تنگه بر حسب سانتی متر بر ثانیه

مثال ۶-۷ در یک سیستم راهگاهی برای چدن ریزی سطح مقطع تنگه  $5 \text{ cm}^2$  و جرم قطعه ریختگی  $84 \text{ kg}$  می باشد در صورتی که زمان بارریزی  $24 \text{ s}$  و ضریب ریختگی  $0.5$  باشد مطلوبست:

الف - ارتفاع مؤثر ( $h_e$ ) بر حسب سانتی متر

ب - سرعت واقعی مذاب در تنگه بر حسب سانتی متر بر ثانیه

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته‌ها
$m = ۸۴ \text{ kg}$	
$t = ۲۴ \text{ s}$	
$A_C = ۵ \text{ cm}^۲$	$h_e = ?$
$\mu = ۰/۵$	$V = ?$
$\rho = ۷ \frac{\text{g}}{\text{cm}^۳}$	
$g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$	

مرحله (۲) تبدیل واحد.

$$m = ۸۴ \text{ kg} = ۸۴ \times (\text{kg}) = ۸۴ \times ۱۰۰۰ \text{ gr} \Rightarrow m = ۸۴۰۰۰ \text{ gr}$$

$$g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^۲} = ۱۰ \left( \frac{\text{m}}{\text{s}^۲} \right) = ۱۰ \times (۱۰۰ \frac{\text{cm}}{\text{s}^۲}) \Rightarrow g = ۱۰۰۰ \frac{\text{cm}}{\text{s}^۲}$$

مرحله (۳) نوشتن روابط لازم برای حل مسأله

$$A_C = \frac{m}{\rho t \mu \sqrt{2gh_e}}$$

$$V = \mu \sqrt{2gh_e}$$

مرحله (۴) محاسبه  $h_e$

$$\frac{۵}{۱} = \frac{۸۴۰۰۰ \times ۱}{۷ \times ۲۴ \times ۰/۵ \sqrt{۲ \times ۱۰۰۰ \times h_e}}$$

طرفین و وسطین انجام می‌دهیم

$$۵ \times ۷ \times ۲۴ \times ۰/۵ \sqrt{۲ \times ۱۰۰۰ \times h_e} = ۸۴۰۰۰ \times ۱$$

$$۴۲۰ \sqrt{۲۰۰۰ h_e} = ۸۴۰۰۰$$

طرفین رابطه را بر ۴۲۰ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{۴۲۰ \sqrt{۲۰۰۰ h_e}}{۴۲۰} = \frac{۸۴۰۰۰}{۴۲۰}$$

طرفین رابطه را به توان ۲ می‌رسانیم

$$\left( \sqrt{۲۰۰۰ h_e} \right)^۲ = (۲۰۰)^۲$$

$$۲۰۰۰ h_e = ۴۰۰۰۰$$

حل (توسط هنجرجو):

طرفین تقسیم بر ضریب مجهول

$$\frac{2000 h_e}{2000} = \frac{40000}{2000} \Rightarrow h_e = 20 \text{ cm}$$

مرحله ۵) محاسبه سرعت

$$V = 0.5 \times \sqrt{2 \times 1000 \times 20}$$

$$V = 0.5 \times \sqrt{40000} \Rightarrow V = 0.5 \times 200 \Rightarrow V = 100 \text{ cm/s}$$

تمرین ۷-۷ فولاد مذاب در یک کانال با قطر مستطیل شکل به طول و عرض ۳ و ۲ سانتی متر به طور نیمه آرام  $R_e = 1200$  حرکت می کند. در صورتی که ویسکوزیته مذاب  $0.07$  کیلوگرم بر مترثانیه و جرم مخصوص آن  $7000$  کیلوگرم بر سانتی متر مکعب باشد سرعت مذاب در این کانال بر حسب سانتی متر بر ثانیه حساب کنید. حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۷ فولاد مذاب در یک کانال با قطر مؤثر  $1/2 \text{ cm}$  به طور نیمه آرام  $R_e = 1200$  حرکت می کند. در صورتی که ویسکوزیته مذاب  $0.07$  پواز و جرم مخصوص آن  $7 \text{ g/cm}^3$  باشد سرعت مذاب در این کانال بر حسب سانتی متر بر ثانیه حساب کنید.

حل: مرحله ۱) داده ها و خواسته ها

داده ها	خواسته
$D_e = 1/2 \text{ cm}$ $R_e = 1200$ $\eta = 0.07 \text{ gr/cm.s}$ $\rho = 7 \text{ g/cm}^3$	$V = ?$

مرحله ۲) نوشتن رابطه

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D_e}$$

مرحله ۳) جای گذاری مقادیر داده ها در رابطه

$$V = \frac{0.07 \times 1200}{7 \times 1/2} \Rightarrow V = 100 \text{ cm/s}$$

تمرین ۷-۸ مطلوبست تعیین نسبت سرعت جریان مذاب در دو کانال با مقاطع یکنواخت و یکسان و همتراز، یکی با مقطع مستطیل به ابعاد  $40 \times 12$  میلی‌متر و دیگری با مقطع دایره جرم مخصوص، ویسکوزیته در هر دو کانال برابر و حرکت آرام و بدون اغتشاش می‌باشد. ( $\pi = 3$ )  
 حل: (توسط هنرجو)

مثال ۷-۸ مطلوبست تعیین نسبت سرعت‌های جریان مذاب در دو کانال با مقاطع یکنواخت و یکسان و همتراز، یکی با مقطع مستطیل به ابعاد  $48 \times 15$  میلی‌متر و دیگری با مقطع دایره، جرم مخصوص، ویسکوزیته در هر دو کانال برابر و حرکت آرام و بدون اغتشاش می‌باشد. ( $\pi = 3$ )

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده	خواسته
$A_1 = A_2$	$\frac{V_1}{V_2} = ?$

مرحله (۲) نوشتن رابطه سرعت در کانال

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot D_e}$$

برای مقاطع غیردایره‌ای  $D_e = \frac{4 \times \text{مساحت مقطع}}{\text{محیط مقطع}}$

مرحله (۳) محاسبه قطر مؤثر کانال با مقطع مستطیل

$$\text{مساحت مقطع مستطیل} = 48 \times 15 = 720 \text{ mm}^2$$

$$\text{محیط مقطع مستطیل} = (48 + 15) \times 2 = 126 \text{ mm}$$

$$D_e = \frac{4 \times 720}{126} \Rightarrow D_e = 22.86 \text{ mm}$$

مرحله (۴) محاسبه سرعت در کانال مستطیل

$$V_1 = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot 22.86}$$

مرحله (۵) محاسبه قطر کانال دایره‌ای با سطح مقطع

برابر کانال با سطح مقطع مستطیل

$$\text{مساحت دایره} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \text{مساحت مستطیل}$$



$$48 \times 15 = 3 \times \frac{D^r}{4} \Rightarrow 720 = 3 \times \frac{D^r}{4}$$

$$720 \times 4 = 3D^r \Rightarrow 2880 = 3D^r$$

$$\Rightarrow D^r = \frac{2880}{3} \Rightarrow D^r = 960$$

$$\Rightarrow \boxed{D = 30/98 \text{ mm}}$$

مرحله ۶) محاسبه سرعت در کانال با مقطع دایره

$$V_r = \frac{\eta R_e}{\rho \times 30/98}$$

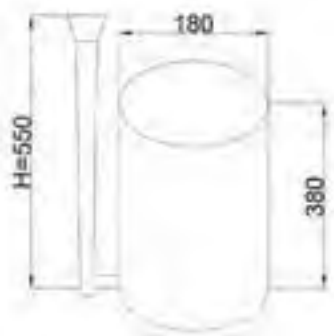
مرحله ۷) نسبت سرعت در کانال با مقطع مستطیلی به

کانال با مقطع دایره‌ای

$$\frac{V_1}{V_r} = \frac{\frac{\eta R_e}{\rho \times 22/68}}{\frac{\eta R_e}{\rho \times 30/98}} = \frac{\cancel{\eta R_e} \times \rho \times 30/98}{\cancel{\eta R_e} \rho \times 22/68}$$

$$\frac{V_1}{V_r} = 1/355$$

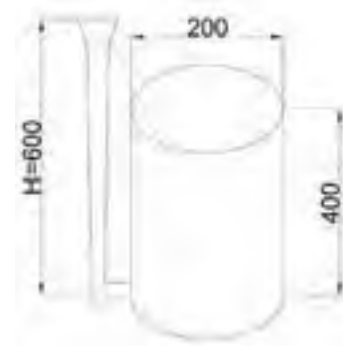
تمرین ۷-۹ قطعه‌ای استوانه شکل به قطر ۱۸ cm و ارتفاع ۳۸ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۵۵ cm و راهبار در قسمت پایین (کف استوانه) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.



شکل (۷-۱۹)

حل (توسط هنرجو):

مثال ۷-۹ قطعه‌ای استوانه شکل به قطر ۲۰ cm و ارتفاع ۴۰ cm به‌طور عمودی قالبگیری شده است در صورتی که ارتفاع استاتیکی مذاب ۶۰ cm و راهبار در قسمت پایین (کف استوانه) تعبیه شده باشد ارتفاع مؤثر را به‌دست آورید.



شکل (۷-۱۸)

حل:

مرحله ۱) داده‌ها و خواسته‌ها

داده‌ها	خواسته
$D = 20 \text{ cm}$ $h_c = 40 \text{ cm}$ $H = 60 \text{ cm}$	$h_e = ?$

مرحله ۲) نوشتن رابطه مربوطه :

$$H_G = \frac{h_c}{\rho}$$

$$h_e = H - \frac{V_c}{V} H_G$$

مرحله ۳) به دست آوردن  $H_G$

$$H_G = \frac{h_c}{\rho} = \frac{40}{\rho} \Rightarrow H_G = 20 \text{ cm}$$

مرحله ۴) محاسبه  $h_e$  با استفاده از رابطه.

با توجه به این که راه‌بار در پایین‌ترین قسمت قطعه است حجم قسمت بالایی قطعه (بالتر از تنگه) برابر است با حجم کل قطعه یعنی  $V_c = V$  بنابراین خواهیم داشت :

$$h_e = 60 - \frac{V_c}{V} \times 20$$

$$h_e = 60 - 20 \Rightarrow \boxed{h_e = 40 \text{ cm}}$$

تمرین ۷-۱۰ مذابی از آلومینیم با جریان آرام ( $R_e = 2500$ ) در راه‌گاه اصلی یک سیستم راه‌گاهی با مقطع مستطیل شکل به ابعاد ۴ و ۵ سانتی‌متر جاری شده است با توجه به این که گرانروی دینامیکی (ویسکوزیته) و چگالی مذاب آلومینیم به ترتیب برابر  $\rho = 2460 \text{ kg/m}^3$  و  $\eta = 0.004 \text{ kg/ms}$  می‌باشد. سرعت خطی مذاب را بر حسب  $\text{m/s}$  و  $\text{cm/s}$  به دست

مثال ۷-۱۰ مذابی از آلومینیم با جریان آرام ( $R_e = 2000$ ) در راه‌گاه اصلی یک سیستم راه‌گاهی با مقطع مستطیل شکل به ابعاد ۲ و ۳ سانتی‌متر جاری شده است با توجه به این که گرانروی دینامیکی (ویسکوزیته) و چگالی مذاب آلومینیم به ترتیب برابر  $\rho = 2450 \text{ kg/m}^3$  و  $\eta = 0.003 \text{ kg/ms}$  می‌باشد. سرعت خطی مذاب را بر حسب  $\text{m/s}$  و  $\text{cm/s}$  به دست

آورید.

حل:

مرحله (۱) داده‌ها و خواسته‌ها

خواسته‌ها	داده‌ها
$D_e = ?$ $V = ? (m/s), (cm/s)$	مقطع سیستم = $3 \times 2 \text{ cm}$ راهگاہی $R_e = 2000$ $\eta = 0.003 \text{ kg/m.s}$ $\rho = 2450 \text{ kg/m}^3$

مرحله (۲) رابطه‌های مورد نیاز برای حل مسأله نوشته می‌شود.

$$D_e = \frac{\text{مساحت مقطع}}{\text{محیط مقطع}} \times 4$$

$$V = \frac{\eta \cdot R_e}{\rho \cdot R_e}$$

مرحله (۳) محاسبه قطر مؤثر

$$\text{مساحت مستطیل} = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}^2$$

$$\text{محیط مستطیل} = (2 + 3) \times 2 = 10 \text{ cm}$$

$$D_e = \frac{4 \times 6}{10} = \frac{24}{10} = 2.4 \text{ cm} = 2.4 \times \left( \frac{1}{100} \text{ m} \right)$$

$$D_e = 0.024 \text{ m}$$

مرحله (۴) محاسبه سرعت  $V$

$$V = \frac{0.003 \times 2000}{2450 \times 0.024} = \frac{6}{58.8} = 0.1 \text{ m/s}$$

$$V = 0.1 (100 \text{ cm/s}) = 10 \text{ cm/s}$$

آورید.

حل (توسط هنرجو):

