بسم الله الرحمن الرحیم

محاسبات فنی (۱)

رشته‌های ساخت و تولید ـ نقشه‌کشی عمومی (صنعتی) ـ صنایع فلزی ـ مکانیک خودرو ـ صنایع چوب و کاغذ

زمینهٔ صنعت

شاخهٔ آموزش فنی و حرفه‌ای

شمارهٔ درس ۱۵۲۵

عنوان و نام پدیدآور	: محاسبات فنی (۱) رشته‌های ساخت و تولید ... [کتاب‌های درسی] ۱۵۲۵ ... / مؤلف امیربهادر بهادران؛ برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش؛ سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.
مشخصات ظاهری	:۱۵۶ص
فروست	: شاخه آموزش فنی و حرفه‌ای؛ شمارهٔ درس ۱۵۲۵
شابک	: ۹۷۸-۹۶۴-۰۵-۲۳۲۵-۴
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا
موضوع	: مکانیک ـ مهندسی
شناسهٔ افزوده	: بهادران، امیربهادر، ۱۳۵۶ ـ
شناسهٔ افزوده	: سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش.
رده‌بندی کنگره	: TJ ۱۴۵/م۳۳ ۱۳۹۱
رده‌بندی دیویی	: ۳۷۳ ک ۱۵۲۵ ۱۳۹۰
شمارهٔ کتابشناسی ملی	: ۲۷۱۴۶۷۴

۱۳۹۴

همکاران محترم و دانش‌آموزان عزیز :

پیشنهادات و نظرات خود را دربارهٔ محتوای این کتاب بـه نشانی تهران ـ صندوق پستی شمارهٔ ۴۸۷۴/۱۵ دفتر تألیف‌کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش، ارسال فرمایند.

پیام‌نگار (ایمیل) info@tvoccd.sch.ir

وب‌گاه (وب‌سایت) www.tvoccd.sch.ir

وزارت آموزش و پرورش

سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت برتألیف : **دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی‌وحرفه‌ای و کاردانش**

نام کتاب : **محاسبات فنی (۱) ـ ۳۵۶**

مؤلف : **امیربهادر بهادران**

اعضای کمیسیون تخصصی : **غلامحسن پایگانه، محمد مهرزادگان، سیدحسن سیدتقی‌زاده، حسن عبداللهزاده، محمدسعید کافی**

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع : **اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی**

تهران : خیابان ایرانشهر شمالی ــ ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش(شهید موسوی)

تلفـن : ۹ــ۸۸۸۳۱۱۶۱ ، دورنگـار : ۸۸۳۰۹۲۶۶ ،کد پستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹

وب سایت : www.chap.sch.ir

مدیر امور فنی و چاپ : **لیدا نیک روش**

رسام فنی : **سید مرتضی میرمجیدی**

طراح جلد : **جواد صفری**

صفحه‌آرا : **آذر روستایی فیروزآباد**

حروفچین : **سیّده‌فاطمه طباطبایی**

مصحح : **حسین قاسم‌پوراقدم، رضا جعفری**

امور آماده سازی خبر : **فاطمه پزشکی**

امور فنی رایانه‌ای : **مریم دهقان‌زاده، سیّده‌شیوا شیخ‌الاسلامی**

ناشر : **شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران : تهران ــ کیلومتر۱۷جادهٔ مخصوص کرج ــ خیابان۶۱ (دارو پخش)**

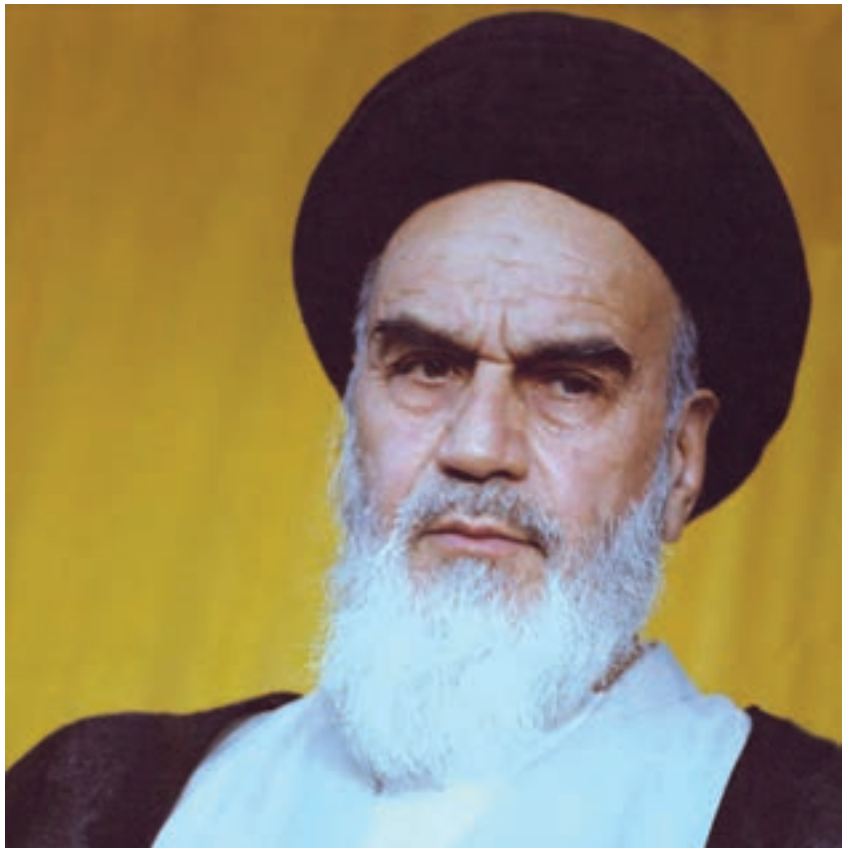
تلفـن : ۵ــ۴۴۹۸۵۱۶۱ ، دورنگـار : ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی : ۱۳۹ــ ۳۷۵۱۵

چاپخانه : **شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»**

سال انتشارونوبت چاپ : **چاپ چهارم ۱۳۹۴**

حقّ چاپ محفوظ است.

شابک ۴ـ۲۳۲۵ـ۰۵ـ۹۶۴ـ۹۷۸ ISBN 978_964_05_2325_4



هر کاری را که انسان باورش این است که نسبت به آن کار ضعیف است، نمی‌تواند آن کار را انجام بدهد. ... هر کشوری که اعتقادش این باشد که نمی‌تواند خودش صنعتی را ایجاد کند این ملت محکوم به این است که تا آخر نتواند، و این اساس نقشه‌هایی بوده است که برای ملل ضعیف دنیا قدرت‌های بزرگ کشیده‌اند.

امام خمینی (قدس سره‌الشریف)

فهرست

عنوان	صفحه
فصل اول : محاسبات طول	۱
فصل دوم : محاسبات حرکت	۵۱
فصل سوم : انتقال حرکت به‌وسیله چرخ تسمه	۶۹
فصل چهارم : محاسبات سطح	۸۰
فصل پنجم : محاسبات حجم	۱۰۰
فصل ششم : محاسبات جرم و وزن	۱۱۲
پاسخ تمرین‌ها	۱۳۱
پیوست‌ها	۱۴۳
منابع	۱۵۶

پیشگفتار

سپاس خداوند بی‌نهایت را که دنیا را با علم بیکرانش آفریده و برای هر آفرینشش علمی نهاده تا مخلوقاتش با به‌کارگیری آن در ادامه راه زندگیشان به رشد و تعالی برسند. سپاس خداوندی را که راه‌های کشف علم، را سخاوتمندانه در اختیار بشر قرار داده تا مسیر سعادت و آرامش را بیابند.

علوم ریاضی و فیزیک جزء علوم پایه هستند که در کلیه علوم مهندسی کاربرد دارند و بدون تسلط به این علوم دستیابی به تخصص در سایر علوم امکان‌پذیر نیست.

کتاب محاسبات فنی با به‌کارگیری روابط ریاضی و فیزیک در حل محاسبات مکانیک سعی بر این دارد که دید فنی هنرجویان رشته مکانیک را افزایش دهد. در این کتاب سعی شده پس از ارائه روابط ریاضی، مثلثاتی و فیزیک، مسائل کاربردی آنها نیز مورد بررسی قرار گیرد تا فارغ‌التحصیلان توانایی انجام محاسبات فنی پایه را در صنایع مختلف به دست آورند.

در این کتاب مسائل واقعی‌تر و بدون وابستگی به دانش تخصصی بیان شده تا انگیزه و علاقه هنرجویان به یادگیری روابط ریاضی افزایش یابد. مسائل ارائه‌شده در این کتاب به گونه‌ای است که هنرجو در طول زندگی با آن برخورد داشته و نسبت به آن ناآشنا نیست و تمام کوشش بر این بوده تا مسائل کتاب جامع و در عین حال آسان باشد تا در نهایت جاذبه کتاب برای هنرجو افزایش یابد.

هر چند که در طراحی مسائل این کتاب از شکل‌های واقعی استفاده شده ولی هنرآموزان محترم در طراحی سؤال‌ها و آزمون‌ها مجبور به تهیه شکل واقعی نیستند و کافی است که از شکل دوبعدی و یا سه‌بعدی ترسیمی برای ارزیابی هنرجو استفاده شود.

امید است که هنرجو پس از حل مسائل کتاب به کلیه اجسام پیرامونش به دید محاسباتی نگاه کند و نقش روابط ریاضی و فیزیک را در پیدایش و ساخت آن جسم درک کند.

فصل اول : محاسبات طول

یکاهای اندازه‌گیری طول

مقیاس

تولرانس

محاسبه محیط

تقسیمات طولی

یکاهای اندازه‌گیری زاویه

محاسبه روابط مثلث

محاسبه طول گسترده

هدف‌های رفتاری : پس از فراگیری این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ یکاهای اندازه‌گیری طول را بیان کند.

۲ــ یکاهای اندازه‌گیری طول را به یکدیگر تبدیل کند.

۳ــ یکاهای انگلیسی طول را به یکاهای سیستم SI تبدیل کند.

۴ــ محاسبات مقیاس را انجام دهد.

۵ــ مقدار مقیاس یک نقشه ترسیمی را محاسبه کند.

۶ــ مقدار تولرانس را شرح دهد.

۷ــ مقدار تولرانس اندازه را محاسبه کند.

۸ــ اندازه محیط اشکال هندسی را محاسبه کند.

۹ــ طول یک قطعه را به قسمت‌های مساوی تقسیم کند.

۱۰ــ اجزای یکای زاویه را به یکدیگر تبدیل کند.

۱۱ــ رابطهٔ فیثاغورس را شرح دهد.

۱۲ــ رابطهٔ فیثاغورس را در محاسبه اضلاع مثلث به‌کار برد.

۱۳ــ روابط مثلثاتی را بیان کند.

۱۴ــ طول ضلع و زاویهٔ مثلث را به کمک روابط مثلثاتی محاسبه کند.

۱۵ــ روابط مثلثاتی را در حل مسائل فنی به کار برد.

۱۶ــ طول گسترده قطعات صنعتی خم‌شده را محاسبه کند.

۱۷ــ لایهٔ خنثی را شرح دهد.

۱۸ــ طول گستردهٔ قطعات صنعتی را محاسبه کند.

یکاهای اندازه‌گیری طول

اندازه‌گیری : همهٔ انسان‌ها از ابتدا خواهان این بودند که توانایی‌ها و دارایی‌هایشان قابل اندازه‌گیری باشد، بنابراین فرایند اندازه‌گیری و سنجش از اهمیت زیادی برخوردار بود و هر فردی دلش می‌خواست ویژگی‌ها و نتیجهٔ کار خود را با معیاری اندازه‌گیری کند.

اندازه‌گیری فرایندی است که اندازهٔ ویژگی‌های یک کمیت را مشخص می‌کند، به‌طور مثال ویژگی‌هایی مانند طول، جرم، و زمان که آنها را با یکای اندازه‌گیری استاندارد، مانند متر، کیلوگرم، و ثانیه اندازه‌گیری می‌کنند.

امروزه قوانین و نظریه‌های فیزیک و شیمی به‌صورت معادلات ریاضی بیان می‌شوند. برای فهم درستی این رابطه‌های ریاضی نیاز به آزمودن این قوانین در دنیای واقعی داریم، بنابراین، اندازه‌گیری مهارتی است که میان نظریه علمی و دنیای واقعی ارتباط برقرار می‌کند و این ارتباط دوطرفه است.

یکاهای سیستم SI : یکی از جنبه‌های مشترک بین همه اندازه‌گیری‌ها وجود یک یکای اندازه‌گیری است. یکا مقیاسی است جهت اندازه‌گیری کمیت‌ها بدین معنا که، کمیت مورد نظر چند برابر کمیتی است از همان جنس، که به عنوان مقیاس انتخاب شده است، این مقیاس را یکای آن کمیت می‌نامند. دانشمندان برای آنکه رقم‌های حاصل از اندازه‌گیری‌های مختلف یک کمیت با هم مقایسه‌پذیر باشند، در گردهمایی‌های بین‌المللی توافق کرده‌اند که برای هر کمیت یکای معینی تعریف کنند. یکای هر کمیت باید به گونه‌ای انتخاب شود که در شرایط فیزیکی تعیین‌شده تغییر نکند و در دسترس باشد. مجموعه یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکای SI یا سیستم بین‌المللی می‌نامند.

◄ ***کمیت اصلی :*** آن دسته از کمیت‌هایی را که یکاهای آنها به‌طور مستقل تعریف شده‌اند کمیت اصلی و یکاهای آنها را یکاهای اصلی می‌نامند. کلیه کمیت‌های اصلی در جدول ۱ــ۱ آمده است.

◄ ***کمیت فرعی :*** کمیتی است که به یک یا چند کمیت اصلی وابسته است و از ترکیب چند یکا تشکیل شده است، مانند یکای سرعت که متر بر ثانیه ($\frac{m}{s}$) است و به عنوان کمّیتی برحسب طول و زمان به حساب می‌آید.

کمیت‌های اصلی سیستم SI

جدول ۱ــ۱ــ کمیت‌های اصلی در سیستم SI

کمیت‌های اصلی SI	یکا	نماد
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
شدت جریان الکتریکی	آمپر	A
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
شدت نور	کاندلا	cd

پیشوندهای یکاهای SI (ضرایب) : برای نشان دادن کوچک‌ترها (اجزاء) و بزرگ‌ترها (اضعاف) از هر یکا، از پیشوندهای جدول ۲ــ۱ استفاده می‌شود که این پیشوندها در جلوی یکای اصلی قرار می‌گیرند.

جدول ۲ــ۱ــ پیشوندهای یکاهای سیستم SI

نماد	پیشوند	ضریب
T	ترا	$۱۰^{۱۲} = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰$
G	گیگا	$۱۰^{۹} = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰$
M	مگا	$۱۰^{۶} = ۱۰۰۰۰۰۰$
k	کیلو	$۱۰^{۳} = ۱۰۰۰$
h	هکتو	$۱۰^{۲} = ۱۰۰$
da	دکا	$۱۰^{۱} = ۱۰$
d	دسی	$۱۰^{-۱} = ۰/۱$
c	سانتی	$۱۰^{-۲} = ۰/۰۱$
m	میلی	$۱۰^{-۳} = ۰/۰۰۱$
μ	میکرو	$۱۰^{-۶} = ۰/۰۰۰۰۰۱$
n	نانو	$۱۰^{-۹} = ۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۱$
p	پیکو	$۱۰^{-۱۲} = ۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱$
f	فمتو	$۱۰^{-۱۵} = ۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱$
a	آتو	$۱۰^{-۱۸} = ۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱$

یکای طول : یکای طول در سیستم بین‌المللی SI برابر متر است. در سال ۱۷۹۱ م، $\frac{۱}{۴۰۰۰۰۰۰۰}$ طول نصف‌النهار کرهٔ زمین که از پاریس می‌گذشت به عنوان متر شناخته شد. درسال ۱۷۹۹ م منشور پلاتین با مقطع مستطیل و در سال ۱۸۸۹ منشوری با مقطع X (شکل ۱ــ۱) از جنس آلیاژ پلاتین ایریدیم به نام متر مبنا ساخته شد. این میله در مقابل تغییرات دما کمتر حساس بود. این استاندارد متر، نمونه بین‌المللی متر نامیده شد و هنوز در موزهٔ سور فرانسه نگهداری می‌شود.

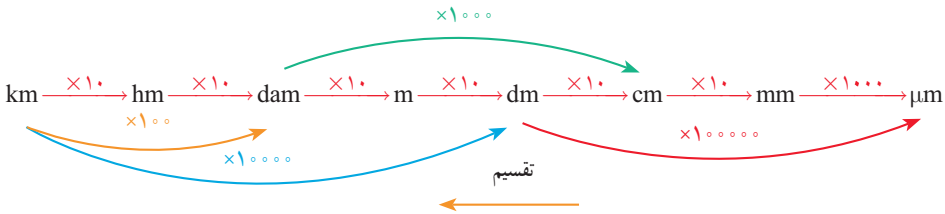
شکل ۱ــ۱

در سال ۱۹۶۰ م، یک متر ۱۶۵۰۷۶۳/۷۳ برابر طول موج نور قرمزــ نارنجی گسیل‌شده از گاز کریپتون ۸۶، تعریف شد. البته این تعریف هم دیری نپایید که جای خود را به تعریف جدید متر داد :

یک متر طول مسیری است که نور در خلأ در زمان کوتاه $\frac{۱}{۲۹۹۷۹۲۴۵۸}$ ثانیه طی می‌کند.

تبدیل یکای طول

روش اول : در این روش می‌توان از نمودار زیر استفاده کرد.



توجه : در نمودار بالا برای تبدیل یکاهای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس نمودار استفاده می‌شود.

تمرین نمونه ۱

الف) $۲/۶\text{cm} = ?\mu\text{m}$

$۲/۶\text{cm} \xrightarrow{\times ۱۰^{۴}} ۲/۶\times ۱۰^{۴}\mu\text{m}$

ب) $۸۲۰۴/۶\text{mm} = ?\text{hm}$

$۸۲۰۴/۶\text{mm} \xrightarrow{\div ۱۰^{۵}} ۸/۲۰۴۶\times ۱۰^{-۲}\text{hm}$

مطالعه آزاد

روش دوم : برای تبدیل اجزاء و اضعاف یکاها می‌توان از روش زیر که یک روش بسیار ساده است استفاده کرد :

۱ــ ابتدا مقدار پیشوندها را مشخص کنید.

۲ــ مقدار را به زبان ریاضی یا نماد علمی بنویسید.

۳ــ توان مقدار سمت راست را قرینه کنید.

۴ــ مقدار قرینه‌شده را با مقدار توان سمت چپ جمع کنید.

۵ــ عدد توان‌دار به‌دست آمده ضریب تبدیل نهایی خواهد بود.

دو مثال زیر نمونه‌ای از تبدیل یکا به روش فوق است :

$۲۵\text{mm} = ?\text{dam}$	$۱۲۵\text{dam} = ?\mu\text{m}$
$m = ۱۰^{-۳}$, $da = ۱۰^{۱}$	$da = ۱۰^{۱}$, $\mu = ۱۰^{-۶}$
$۱۰^{-۳-۱} = ۱۰^{-۴}$	$۱۰^{۱+۶} = ۱۰^{۷}$
$۲۵\text{mm} \xrightarrow{\times ۱۰^{-۴}} ۲۵\times ۱۰^{-۴}\text{dam}$	$۱۲۵\text{dam} \xrightarrow{\times ۱۰^{۷}} ۱۲۵\times ۱۰^{۷}\mu\text{m}$

همان‌طور که مشاهده می‌شود برای تبدیل مقادیر سمت چپ به سمت راست مقدار عدد را در ضریب تبدیل روی فلش ضرب می‌کنیم.

یکاهای اندازه‌گیری طول در کشورهای انگلیسی‌زبان : یکاهای اندازه‌گیری طول در کشورهای انگلیس و امریکا فوت است. هر فوت ۱۲ اینچ و هر اینچ ۲۵/۴ میلی‌متر است.

در یکاهای انگلیسی اینچ (inch) را با in، فوت (foot) را با ft، یارد (yard) را با yd و مایل (mile) را با mi نشان می‌دهند.

$$\text{mi} \underset{\div}{\overset{\times ۱۷۶۰}{\rightleftarrows}} \text{yd} \underset{\div}{\overset{\times ۳}{\rightleftarrows}} \text{ft} \underset{\div}{\overset{\times ۱۲}{\rightleftarrows}} \text{in} \underset{\div}{\overset{\times ۲۵/۴}{\rightleftarrows}} \text{mm}$$

تمرین نمونه ۲

الف) $۲\frac{۱}{۸}\text{in} = ?\,\text{mm}$

$$۲\frac{۱}{۸}\text{in} = \frac{۲\times۸+۱}{۸}\text{in} = \frac{۱۷}{۸}\text{in} \xrightarrow{\times ۲۵/۴} ۵۳/۹۷۵\,\text{mm}$$

ب) $۲/۸\text{mi} = ?\text{m}$

$$۲/۸\text{mi} \xrightarrow{\times ۱۶۰۹/۳۴۴} ۴۵۰۶/۱۶۳۲\,\text{m}$$

ج) $۲۸\frac{۵}{۸}\text{in} = \ldots\ldots\ldots\text{ft}$

$$\frac{۲۸\times۸+۵}{۸} = \frac{۲۲۹}{۸} = ۲۸/۶۲۵\text{in} \xrightarrow{\div ۱۲} ۲/۳۸\,\text{ft}$$

ارزشیابی پایانی

۱ــ اندازه‌های زیر را برحسب یکای خواسته‌شده به دست آورید.

یکای موردنظر	ضریب تبدیل	اندازه	یکای موردنظر	ضریب تبدیل	اندازه
..... m	.....	۱۴ km	..... m	.....	۱۲۰ cm
..... m	.....	۴۲۰ µm	..... m	.....	۲۴۰ mm
..... m	.....	۲۳ dam	..... m	.....	۱۷/۵ dm
..... m	.....	۱۴/۷ cm	..... m	.....	۲۰ hm
..... cm	.....	۱۴ dm	..... cm	.....	۱۶/۵ mm
..... cm	.....	۲/۴ m	..... cm	.....	۰/۴ m
..... dm	.....	۱۴۵ mm	..... dm	.....	۳/۰۲۱ m
..... dm	.....	۲۸/۹ hm	..... dm	.....	۶/۲ km
..... mm	.....	۱۲۴ µm	..... mm	.....	۱۹/۶ cm
..... mm	.....	۰/۰۴ dm	..... mm	.....	۳/۵۱ dm
..... µm	.....	۲/۱ dm	..... µm	.....	۲/۰۸ mm
..... µm	.....	۵/۱۵ cm	..... µm	.....	۰/۰۲ km

۲ــ اندازه‌های اینچی زیر را برحسب یکاهای موردنظر در سیستم بین‌المللی SI به‌دست آورید.

یکای موردنظر	ضریب تبدیل	اندازه	یکای موردنظر	ضریب تبدیل	اندازه
..... mm	.....	$5\frac{1}{4}$ in	..... m	.....	$\frac{1}{4}$ in
..... cm	.....	$2\frac{5}{8}$ in	..... cm	.....	$\frac{7}{8}$ in
..... m	.....	$3\frac{5}{16}$ in	..... mm	.....	$\frac{3}{16}$ in
..... cm	.....	$4\frac{1}{2}$ in	..... cm	.....	$\frac{1}{2}$ in

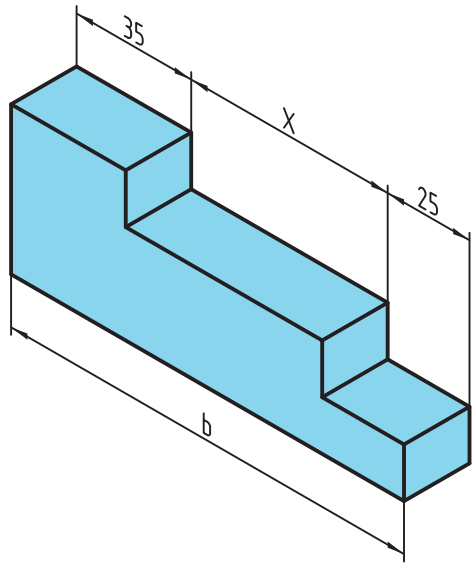
۳ــ اندازه‌های زیر را به یکاهای انگلیسی موردنظر تبدیل کنید.

یکای موردنظر	ضریب تبدیل	اندازه	یکای موردنظر	ضریب تبدیل	اندازه
..... yd	.....	۱۲۰ m	..... in	.....	۱۲/۵ cm
..... mi	.....	۲۱۵۰ m	..... in	.....	۲۱۰ mm
..... ft	.....	۲/۳ m	..... in	.....	۴۵/۳ m

۴ــ اندازه‌های زیر را برحسب یکای خواسته‌شده به دست آورید.

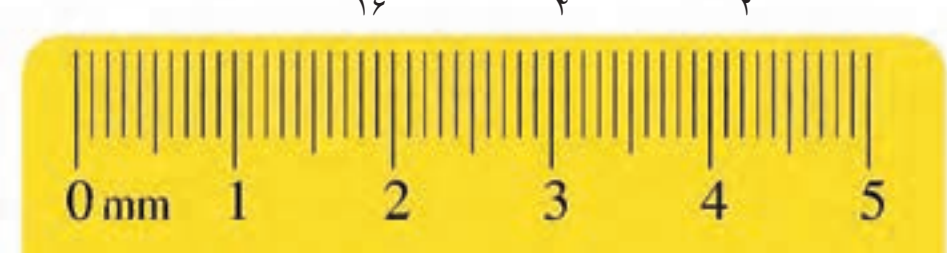
یکای موردنظر	ضریب تبدیل	اندازه	یکای موردنظر	ضریب تبدیل	اندازه
..... in	.....	۵/۴۲ ft	..... ft	.....	$8\frac{1}{2}$ in
..... ft	.....	۲/۸۶ mi	..... in	.....	۳/۷ mi
..... yd	.....	۲۱/۶ ft	..... in	.....	۲/۲۵ yd

۵ــ در شکل زیر مقدار $b = ۱۲۰\ mm$ است مقدار X را برحسب متر، سانتی‌متر، میلی‌متر و اینچ به‌دست آورید.



۶ــ بر روی خط‌کش زیر محل تقریبی اندازه‌های خواسته‌شده را مشخص کنید.

$$A = ۱in \quad , \quad B = \frac{۹}{۱۶}in \quad , \quad C = ۱\frac{۳}{۴}in \quad , \quad D = ۱\frac{۱}{۲}in$$



۷ــ در نمودارهای زیر مقدار ضرایب لازم را درون مستطیل بنویسید.

الف) $km \xrightarrow{\square} dam \xrightarrow{\square} dm \xrightarrow{\square} mm$

ب) $\mu m \xrightarrow{\square} cm \xrightarrow{\square} hm \xrightarrow{\square} km$

مقیاس

مقیاس ارتباط بین اندازه‌های ترسیمی با اندازه‌های حقیقی، در دنیای واقعی را مشخص می‌کند. انتخاب مقیاس از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مقیاس در حقیقت توصیف یک نسبت است. به‌عبارتی نسبت اندازه ترسیمی به اندازه حقیقی را مقیاس می‌نامند.

$$\text{مقیاس (SC.)} = \frac{\text{اندازه ترسیمی}}{\text{اندازه حقیقی}}$$

در نقشه‌کشی قطعات صنعتی همیشه نمی‌توان آنها را با ابعاد حقیقی روی کاغذ ترسیم کرد. برای ابعاد بزرگ‌تر از اندازه کاغذ، آنها را با مقیاس کاهنده ترسیم می‌کنند (کوچک‌تر از مقیاس ۱ :۱) و برای ابعاد خیلی کوچک آنها را با مقیاس افزاینده (بزرگ‌تر از ۱ :۱) ترسیم می‌کنند (جدول ۳ــ۱).

جدول ۳ــ۱

مقیاس < ۱	مقیاس ۱ :۱	مقیاس > ۱
طول ترسیمی کوچک‌تر از طول حقیقی	طول ترسیمی برابر با طول حقیقی	طول ترسیمی بزرگ‌تر از طول حقیقی

نکته

نقشهٔ قطعه‌کار با هر مقیاسی که ترسیم شود اندازه‌گذاری آن برحسب ابعاد حقیقی قطعه انجام می‌شود.

در صنعت مکانیک معمولاً نقشه به اندازه واقعی یا مقیاس ۱ :۱ ترسیم می‌شود، و در صنعت الکترونیک نقشه معمولاً بزرگ‌تر از اندازه واقعی ترسیم می‌شود (مثلاً ۱۰ برابر بزرگ‌تر) که در این صورت مقیاس نقشه ۱ :۱۰ خواهد بود. در نقشه‌های ساختمانی نقشه کوچک‌تر از اندازه واقعی است که اکثراً مقیاس نقشه، عددی کسری است که صورت آن یک و مخرج آن عددی صحیح است و نشان می‌دهد که نقشه به همان نسبت کوچک شده است.

به‌طور مثال مقیاس ۱:۱۰۰ نشان می‌دهد هر یک سانتی‌متر از نقشه معادل ۱۰۰ سانتی‌متر در اندازه واقعی است.

مقیاس‌های افزاینده و کاهنده استاندارد شده برابر نمودار زیر است :

تمرین نمونه ۱ : تابلو راهنما به طول ۴/۲ متر با مقیاس ۱:۲۰ ترسیم شده است. اندازهٔ ترسیمی آن در نقشه چند میلی‌متر خواهد بود؟ (شکل ۲ــ۱)

شکل ۲ــ۱

$$\text{مقیاس (SC.)} = \frac{\text{اندازهٔ ترسیمی}}{\text{اندازهٔ حقیقی}}$$

$$\text{اندازهٔ ترسیمی} = \text{اندازهٔ حقیقی} \times \text{مقیاس}$$

$$\text{اندازهٔ ترسیمی} = ۴۲۰۰\ \text{mm} \times \frac{۱}{۲۰} = ۲۱۰\ \text{mm}$$

تمرین نمونه ۲ : مقدار ترسیمی اندازه‌های حقیقی جدول ۴ــ۱ را به دست آورید.

جدول ۴ــ۱

اندازه‌های حقیقی	مقیاس	مقیاس × اندازه حقیقی = اندازه ترسیمی
۳۴۵	۱: ۵	$۳۴۵\times\frac{۱}{۵}=۶۹$
۲۲٫۴	۲: ۱	$۲۲/۴\times\frac{۲}{۱}=۴۴/۸$
۱۸۵	۱: ۲٫۵	$۱۸۵\times\frac{۱}{۲/۵}=۷۴$
۶۶٫۷۵	۵: ۱	$۶۶/۷۵\times\frac{۵}{۱}=۳۳۳/۷۵$
۳	۱۰: ۱	$۳\times\frac{۱۰}{۱}=۳۰$
۸۴	۱: ۱۰	$۸۴\times\frac{۱}{۱۰}=۸/۴$

تمرین نمونه ۳ : برای طراحی اجزای سازندهٔ یک ساعت مچی عقربه‌ای، از یک نقشه با مقیاس ۱ : ۵۰ استفاده شده است. در صورتی‌که اندازهٔ حقیقی قطر بیرونی یک چرخ‌دنده آن که با فناوری مدرن ساخته می‌شود ۴ میلی‌متر باشد برای ترسیم آن از چه اندازه‌ای باید استفاده کرد؟ (شکل ۳ــ۱)

$$\text{مقیاس (SC.)} = \frac{\text{اندازهٔ ترسیمی}}{\text{اندازهٔ حقیقی}}$$

$$\frac{۵۰}{۱} = \frac{\text{اندازهٔ ترسیمی}}{۴}$$

$$\text{اندازهٔ ترسیمی} = ۴ \times ۵۰ = ۲۰۰ \text{ mm}$$

شکل ۳ــ۱

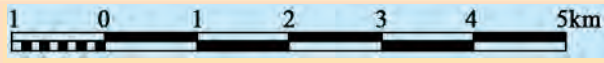
مطالعه آزاد

روش‌های استفاده از مقیاس در نقشه‌های جغرافیایی

مقیاس ساده : به صورت کلی $\frac{۱}{n \times ۱۰۰۰}$ است و در کشورهایی که دارای سیستم SI هستند مورد استفاده قرار می‌گیرد و معین‌کننده این است که ۱mm روی نقشه مساوی n متر روی زمین است. به طور مثال $\frac{۱}{۲۵۰۰۰}$ یعنی ۱mm روی نقشه مطابق ۲۵ متر روی زمین است.

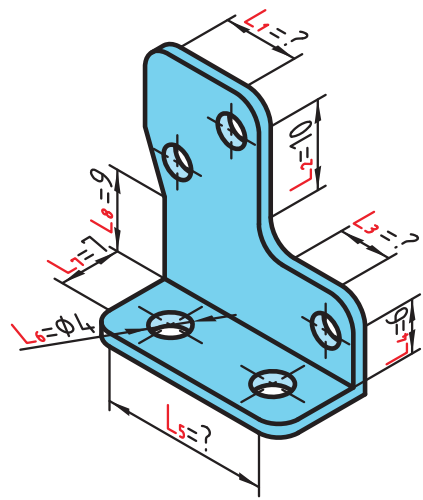
مقیاس مرکب : در کشورهایی که سیستم غیر SI دارند مانند امریکا و انگلیس از این مقیاس استفاده می‌کنند، مثلاً $\frac{۲\,in}{۵\,mi}$ یعنی ۲ اینچ روی نقشه مطابق ۵ مایل روی زمین است.

مقیاس خطی : خطی که به قسمت‌های مساوی تقسیم شده و هر قسمت آن طول معینی را روی نقشه نشان می‌دهد.



ارزشیابی پایانی

۱ــ در شکل زیر مقادیر مورد نظر را با مقیاس ۳:۱ به‌دست آورید.



	اندازه واقعی	اندازه ترسیمی
L_1	؟	۲۵/۵
L_2	۱۰	؟
L_3	؟	۱۶/۵
L_4	۶	؟
L_5	؟	۶۳
L_6	۴	؟
L_7	۷	؟
L_8	۹	؟

۲ــ اندازهٔ ترسیمی برای اندازه‌های واقعی زیر را با مقیاس ۴:۱ به‌دست آورید.

اندازهٔ ترسیمی	اندازهٔ واقعی
.....	۱۲/۶ cm
.....	۰/۰۴۵ m
.....	۸/۵ mm
.....	۲۴/۳ mm

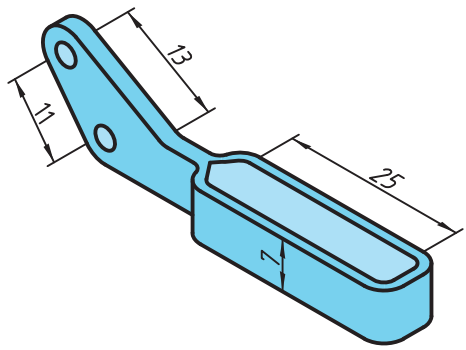
۳ــ جدول زیر را با توجه به مقیاس ۱ : ۲/۵ کامل کنید.

اندازهٔ ترسیمی	اندازهٔ واقعی
۱۱/۲ cm	.....
.....	۲۳۲ mm
۰/۱۳۶ m	.....
.....	۱۱۵ mm

۴ــ جدول زیر را کامل کنید.

مقیاس	اندازهٔ واقعی	اندازهٔ ترسیمی
۱ : ۸	؟	۱۴/۵ mm
؟	۲/۵ cm	۱۰ cm
۳ : ۱	۶/۳ mm	؟

۵ــ اندازه‌های داده شده برای شکل زیر مقادیر واقعی آنهاست. درصورتی‌که بخواهیم این نقشه را با مقیاس ۵ : ۱ ترسیم کنیم، مقادیر اندازه‌های ترسیمی را به‌دست آورید.



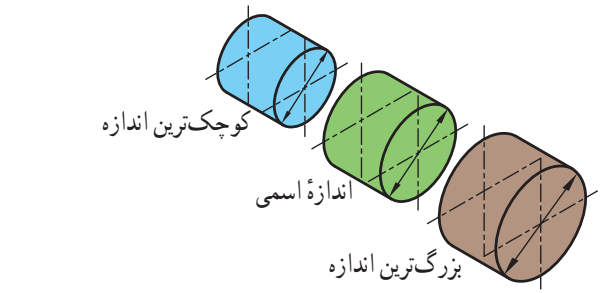
تولرانس (رواداری)

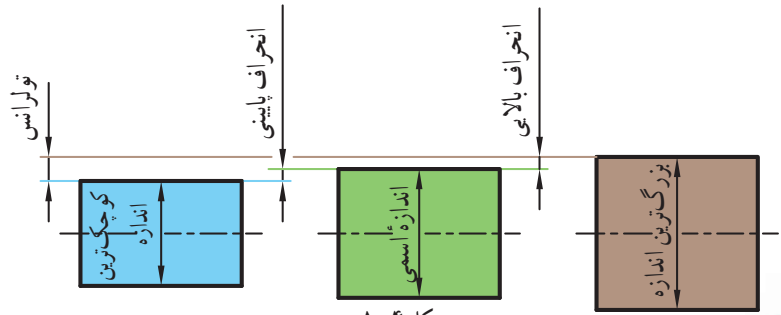
در تولید قطعات صنعتی به‌دست آوردن اندازه دقیق اسمی[1] به‌دلیل وجود خطاهای ابزارهای تولید، امری کاملاً محال است. تولیدکنندگان سعی می‌کنند که اندازه‌های تولیدی به اندازه‌های اسمی برسد، از این رو طراح مقدار خطای مجاز اندازه را در نقشه ذکر می‌کند که به آن تولرانس می‌گویند (شکل ۴ــ۱).

این خطاها را در نقشه به صورت عدد کنار اندازهٔ اسمی می‌نویسند، طوری که انحراف بالایی را بدون نماد در بالا و انحراف پایینی را بدون نماد در پایین اندازهٔ اسمی می‌نویسند. مقدار تولرانس تفاوت میان انحراف بالایی و انحراف پایینی است و با نماد T نمایش داده می‌شود.

کوچک‌ترین اندازه − بزرگ‌ترین اندازه = T (تولرانس)

انحراف پایینی − انحراف بالایی = T





شکل ۴ــ۱

نکته

اندازهٔ اسمی: اندازه‌ای است که مورد نظر طراح است مانند ∅۲۲ یا ∅۱۶/۵.

انحراف بالایی + اندازهٔ اسمی = بزرگ‌ترین اندازه

انحراف پایینی + اندازهٔ اسمی = کوچک‌ترین اندازه

۱ــ اندازه‌ای که در نقشه نوشته می‌شود.

به‌طور نمونه در $25^{+0/3}_{-0/2}$ مقدار ۰/۳ را انحراف بالایی، ۰/۲− را انحراف پایینی می‌گویند و مقدار تولرانس از روابط زیر به‌دست می‌آید.

و یا $T =$ بزرگ‌ترین اندازه − کوچک‌ترین اندازه $= 25/3 - 24/8 = 0/5$

$T =$ انحراف بالایی − انحراف پایینی $= +0/3 - (-0/2) = 0/5$

تمرین نمونه۱ : در یک کارخانه تعدادی پایه میز ساخته شده است. برای این پایه‌ها باید لوله مونتاژی به منظور تنظیم ارتفاع میز ساخته شود تا با جابه‌جایی آن در پایه مقدار ارتفاع میز تغییر کند. اگر طراح قطر لوله تغییر ارتفاع را $18^{+0/5}_{-0/2}$ در نظر بگیرد مقادیر بزرگ‌ترین اندازه، کوچک‌ترین اندازه و تولرانس را به‌دست آورید (شکل ۵ــ۱).

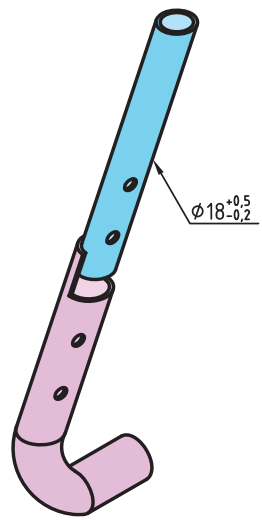
اندازه اسمی $18^{\text{انحراف بالایی } +0/5}_{\text{انحراف پایینی } -0/2}$

بزرگ‌ترین اندازه $18\text{mm} + (+0/5\text{mm}) = 18/5\ \text{mm}$

کوچک‌ترین اندازه $18\text{mm} + (-0/2\text{mm}) = 17/8\ \text{mm}$

کوچک‌ترین اندازه − بزرگ‌ترین اندازه = تولرانس $18/5 - 17/8 = 0/7$

راه حل دیگر : انحراف پایینی − انحراف بالایی = تولرانس $+0/5 - (-0/2) = 0/7$



شکل ۵ــ۱

تمرین نمونه ۲ : انحراف‌های اندازهٔ ∅۵۳mm عبارت‌اند از +۱۲۰μm و +۳۲μm بزرگ‌ترین اندازه و کوچک‌ترین اندازه و تولرانس آن را به دست آورید.

$+۳۲\mu m = +۰/۰۳۲\,mm \quad , \quad +۱۲۰\mu m = +۰/۱۲۰\,mm$

بزرگ‌ترین اندازه = $۵۳ + ۰/۱۲۰ = ۵۳/۱۲۰\ mm$

کوچک‌ترین اندازه = $۵۳ + ۰/۰۳۲ = ۵۳/۰۳۲\ mm$

تولرانس = $+۰/۱۲۰\,mm - (+۰/۰۳۲\,mm) = ۰/۰۸۸\,mm$

ارزشیابی پایانی

۱ــ در اندازه‌های زیر مقادیر بزرگ‌ترین اندازه، کوچک‌ترین اندازه و تولرانس را به‌دست آورید.

الف) $53^{+0/14}_{-0/05}$ ب) $12^{+0/185}_{+0/024}$ ج) $12^{+0/5}_{0}$ د) $36^{\circ}_{-0/35}$ هـ) $20^{-0/4}_{-0/9}$

۲ــ انحراف‌های اندازه ۲۱∅ عبارت از $+140\,\mu m$ و $-15\,\mu m$ است. بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اندازه و تولرانس آن را به دست آورید.

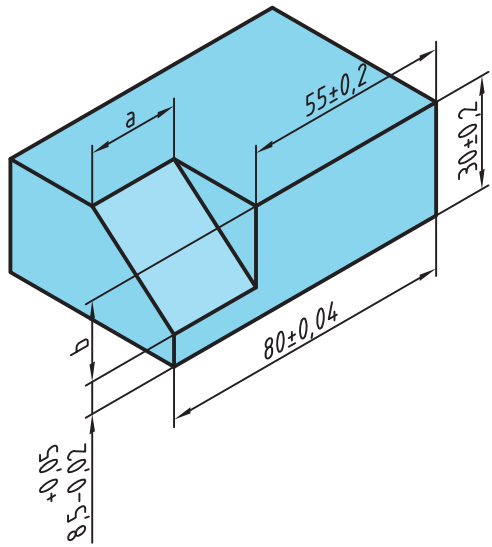
۳ــ یک فرمان کنترل با اندازهٔ اسمی ۲۵ ∅ دارای کوچک‌ترین اندازه ۲۴/۷۵mm و بزرگ‌ترین اندازه ۲۵/۱۵ mm است. موارد زیر را به دست آورید :

الف) انحراف بالایی

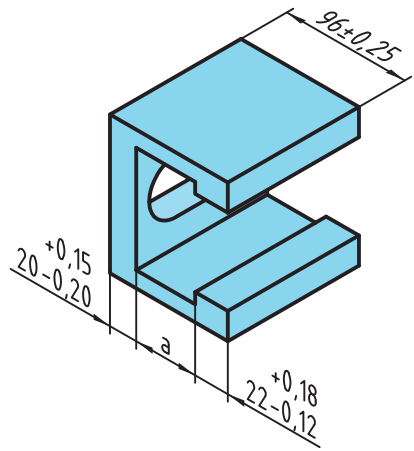
ب) انحراف پایینی

ج) مقدار تولرانس

۴ــ مقادیر بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اندازه و تولرانس را برای اندازه‌های a وb به دست آورید.



۵ــ بزرگ‌ترین اندازهٔ a را در قطعهٔ صنعتی زیر به‌دست آورید.



محاسبه محیط

تمامی شکل‌های هندسی دارای محیط‌اند که دانستن آن برای انجام طراحی و تولید دقیق ضروری است.

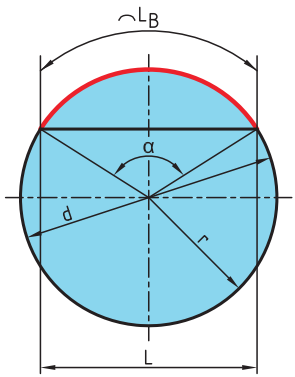
به طول پیرامون اشکال هندسی محیط گفته می‌شود.

هر قطعهٔ صنعتی می‌تواند از یک یا چند شکل هندسی تشکیل شده باشد. برای محاسبهٔ محیط قطعه ابتدا باید آن را به اجزای ساده‌تر که دارای روش‌های محاسبهٔ ساده‌تری هستند تقسیم کرد. در پایان با جمع کردن محیط اجزای تقسیم‌شده می‌توان محیط کل قطعه را به‌دست آورد.

در محاسبه اندازهٔ محیط شکل‌های دوبعدی، کافی است طول بیرونی پیرامون شکل را به‌دست آورد.

در شکل‌های چندضلعی مجموع طول اضلاع مقدار محیط است.

محاسبهٔ محیط دایره، طول قوس دایره (شکل ۶ــ۱)



شکل ۶ــ۱

$$U = \pi \times d$$

$$L_B = \frac{\pi \times d \times \alpha}{۳۶۰}$$

U = محیط

L_B = طول قوس قطاع یا قطعه دایره

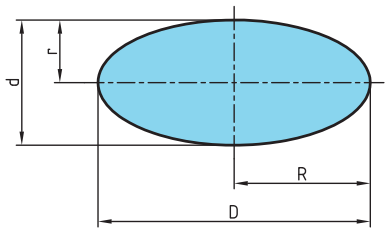
α = زاویه مرکزی مقابل به کمان (درجه)

d = قطر دایره

r = شعاع دایره ($d = ۲r$)

L = طول وتر دایره (محاسبه این طول در صفحه ۸۹ گفته خواهد شد.)

محاسبه محیط بیضی (شکل ۷ــ۱)



شکل ۷ــ۱

$$U \approx \pi \times \frac{D + d}{۲}$$

$$U \approx \pi \times \sqrt{۲ \times (R^۲ + r^۲)}$$

با دقت بیشتر

U = محیط

D = قطر بزرگ بیضی

R = شعاع بزرگ بیضی

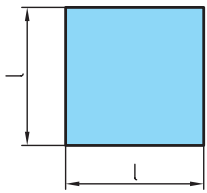
d = قطر کوچک بیضی

r = شعاع کوچک بیضی

محیط اشکال هندسی

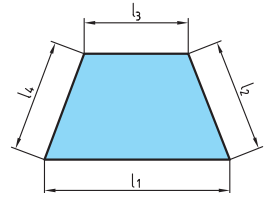
U= محیط l = طول ضلع b= عرض n= تعداد اضلاع

مربع



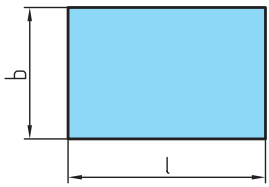
$U = ۴ \times l$

ذوزنقه



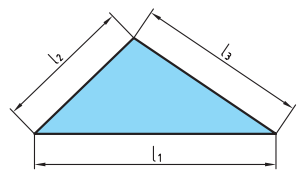
$U = l_۱ + l_۲ + l_۳ + l_۴$

مستطیل



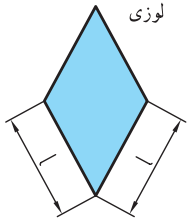
$U = ۲ \times (l + b)$

مثلث



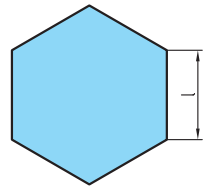
$U = l_۱ + l_۲ + l_۳$

لوزی



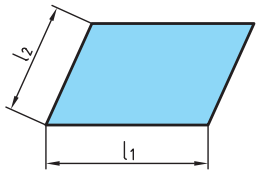
$U = ۴ \times l$

چندضلعی منتظم



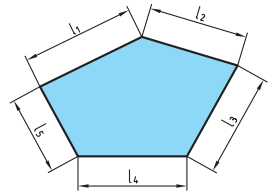
$U = n \times l$

متوازی‌الاضلاع



$U = ۲ \times (l_۱ + l_۲)$

چندضلعی غیرمنتظم

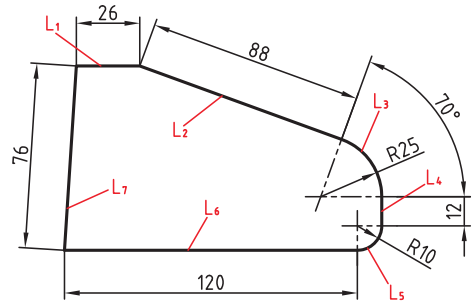


$U = l_۱ + l_۲ + l_۳ + l_۴ + l_۵$

نکته

به‌طور کلی در اشکال هندسی محیط برابر مجموع اندازهٔ ضلع‌های پیرامون آن شکل است.

تمرین نمونه ۱ : برای ساخت باله‌های هواپیمای شکل ۸ــ۱ از ورقه آلومینیمی استفاده شده است. طول محیط باله‌های افقی انتهایی هواپیما توسط یک ربات با لیزر بریده می‌شود، طول مسیر برش‌کاری را به‌دست آورید. (اندازه‌های نقشه بر حسب سانتی‌متر است.)



شکل ۸ــ۱

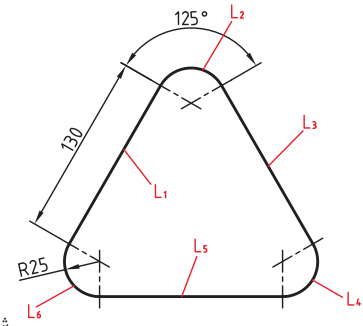
$$L_۵ = \frac{\pi \times ۲۰}{۴} = ۱۵/۷\,cm \qquad L_۳ = \frac{\pi \times d \times \alpha}{۳۶۰} = \frac{۳/۱۴ \times ۵۰ \times ۷۰}{۳۶۰} = ۳۰/۵۲\,cm$$

$$L = L_۱ + L_۲ + L_۳ + L_۴ + L_۵ + L_۶ + L_۷$$

$$L = ۲۶ + ۸۸ + ۳۰/۵۲ + ۱۲ + ۱۵/۷ + ۱۲۰ + ۷۶$$

$$L = ۳۶۸/۲۲\,cm$$

تمرین نمونه ۲ : برای ساختن میز شکل ۹ــ۱، از شیشه برش داده‌شدهٔ زیر استفاده شده است. طول مسیر برش (محیط) را به‌دست آورید. (اندازه‌های نقشه بر حسب سانتی‌متر است.)



شکل ۹ــ۱

$$L_۱ = L_۳ = L_۵ = ۱۳۰\,cm$$

$$L_۲ = L_۴ = L_۶ = L_B = \frac{\pi \times d \times \alpha}{۳۶۰} = \frac{۳/۱۴ \times ۵۰ \times ۱۲۵}{۳۶۰} = ۵۴/۵۱\,cm$$

$$L = L_۱ + L_۲ + L_۳ + L_۴ + L_۵ + L_۶ = ۳ \times L_۱ + ۳ \times L_۲ = (۳ \times ۱۳۰) + (۳ \times ۵۴/۵۱)$$
$$= ۵۵۳/۵۳\,cm$$

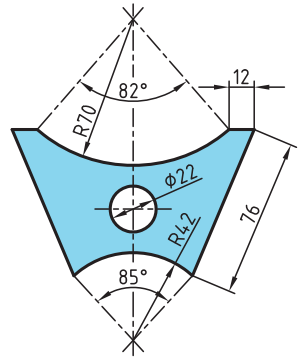
ارزشیابی پایانی

۱ــ محیط دایره‌ای ۹۴/۵ میلی‌متر است، قطر آن را به دست آورید.

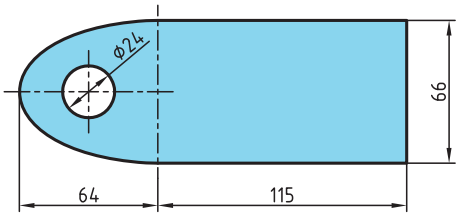
۲ــ در دیسک ترمز روبه‌رو تعداد ۱۲ عدد پیچ بر روی دایره‌ای به قطر ۱۶ سانتی‌متر بسته‌شده است. فاصله بین مرکز سوراخ‌های متوالی (L_B) را برحسب میلی‌متر حساب کنید.

۳ــ محیط داخلی و خارجی قطعات مطابق شکل زیر را به‌دست آورید.

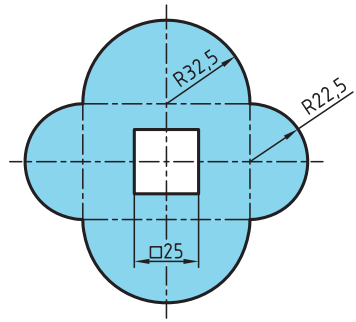
الف)



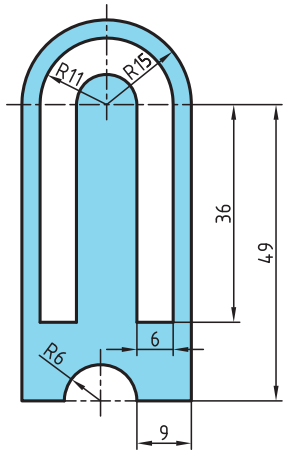
ب)



ج)

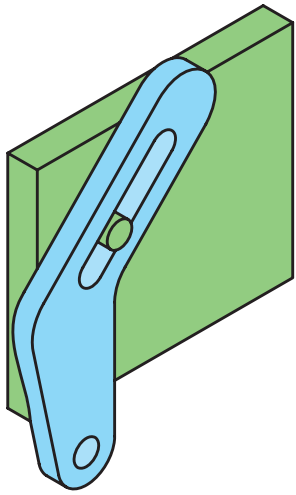


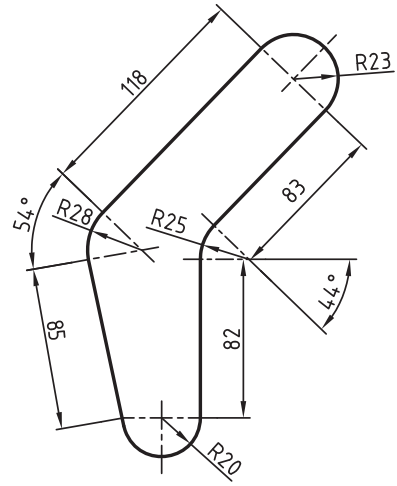
د)



۴ــ در آلاچیق مطابق شــکل با قطر ۲/۳ m طول قسمت نرده‌کاری‌شده را به‌دست آورید.

۵ــ قطعه‌ای مطابق شکل با روش برش لیزر از ورق آلومینیمی ساخته شده است. طول مسیر برش را حساب کنید.

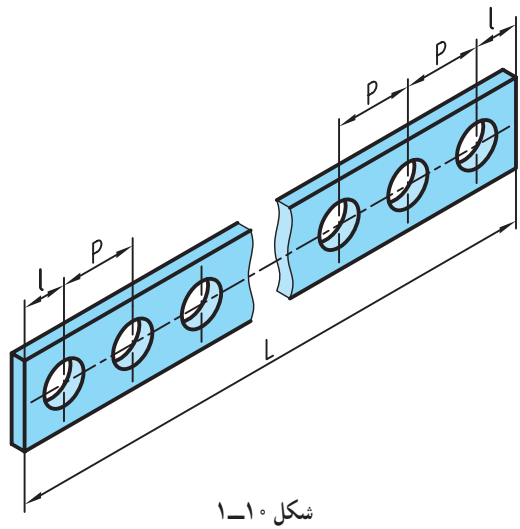




۶ــ در شکل زیر اندازه محیط استخر به طول l= ۸/۴ m و عرض b=۵/۲ m را به‌دست آورید و در صورتی‌که بخواهیم از کاشی‌های ۴۰cm × ۴۰cm برای کاشی‌کاری دور استخر استفاده کنیم، چه تعداد کاشی لازم است؟

تقسیمات طولی

در تولید قطعات صنعتی فاصله‌های بین اجزای یک قطعه از اهمیت بالایی برخوردار است و دقت تولید قطعات را در هنگام ساخت بالا می‌برد. از این جهت محاسبه طول مساوی بین اجزای مشابه و یا تقسیم یک قطعه به اجزای مساوی برای انجام عملیات خاص مورد توجه است. برای محاسبه طول تقسیمات مساوی از رابطه زیر استفاده می‌شود (شکل ۱۰ــ۱).



شکل ۱۰ــ۱

$$P = \frac{L - 2l}{n - 1}$$

L = طول قطعه‌کار

l = طول لبه قطعه‌کار تا مرکز اولین سوراخ

P = فاصله بین مرکز دو سوراخ متوالی (گام)

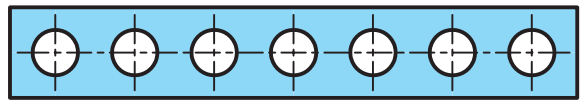
n = تعداد سوراخ

نکته

۱ــ همان‌طور که مشاهده می‌شود تعداد سوراخ‌ها از تعداد فاصله بین سوراخ‌ها، یکی بیشتر است.

۲ــ در تولید قطعه بالا حتماً باید $r < \frac{P}{2}$ (شعاع سوراخ) باشد.

تمرین نمونه ۱ : در روی تسمه‌ای مطابق شکل ۱۱ــ۱ در صورتی که ۷ سوراخ ایجاد شود و l=۱۰ و L=۱۴۰۰ میلی‌متر باشد فاصله بین مرکز سوراخ‌ها را به‌دست آورید.



شکل ۱۱ــ ۱

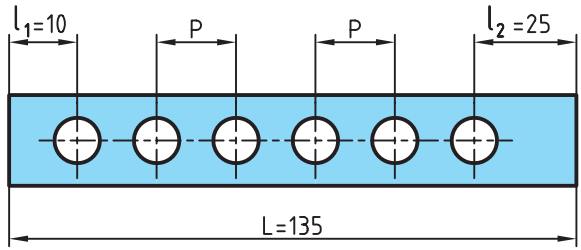
$$P = \frac{L - ۲l}{n - ۱}$$

$$P = \frac{۱۴۰۰ - (۲ \times ۱۰)}{۷ - ۱} = \frac{۱۳۸۰}{۶} = ۲۳۰ \text{ mm}$$

تذکر : در صورتی‌که فاصله مرکز سوراخ‌های ابتدایی و انتهایی از لبه قطعه‌کار با هم مساوی نباشند رابطه ذکرشده به صورت زیر است :

$$P = \frac{L - (l_۱ + l_۲)}{n - ۱}$$

تمرین نمونه ۲ : در شکل ۱۲ــ۱ فاصله برابر بین سوراخ‌ها چقدر خواهد بود؟



شکل ۱۲ــ۱

$$P = \frac{L - (l_۱ + l_۲)}{n - ۱} \longrightarrow P = \frac{۱۳۵ - (۱۰ + ۲۵)}{۶ - ۱} = \frac{۱۰۰}{۵} = ۲۰ \text{ mm}$$

تمرین نمونه ۳ : در ماشین خاکبرداری شکل ۱۳ــ۱ طول بیل خاکبرداری مطابق زیر است. در صورتی‌که پهنای هر دندانه ۱۴cm باشد فاصله بین هر دندانه را به‌دست آورید.

شکل ۱۳ــ۱

پهنای دندانه $b=۱۴\ cm$

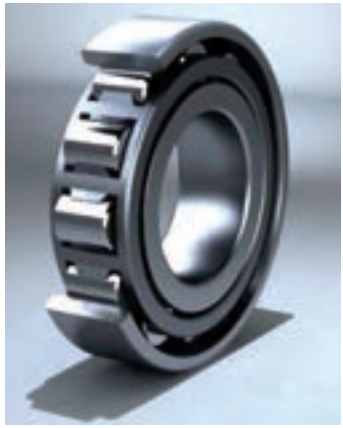
تعداد دندانه $n = ۷$

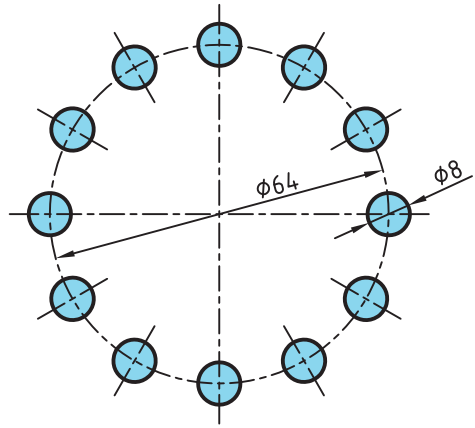
پهنای کل دندانه‌ها $l = n\times b=۷\times ۱۴=۹۸\ cm$

فاصلهٔ بین دندانه‌ها $P=\frac{L-l}{n-۱}=\frac{۲۶۰-۹۸}{۷-۱}=۲۷\ cm$

ارزشیابی پایانی

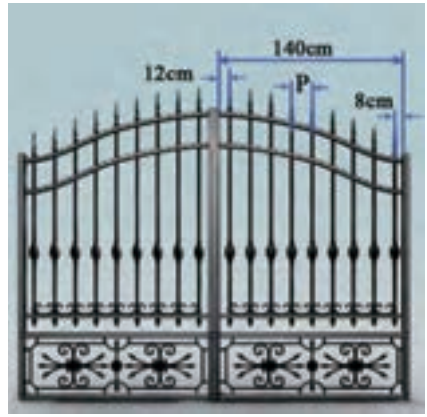
۱ــ در طراحی یک رولبرینگ از ۱۲ استوانه با قطر ۸ میلی‌متر استفاده شده است. در صورتی‌که قطر قفسه استوانه‌ها ۶۴ میلی‌متر باشد، فاصله بین مرکز استوانه‌ها چقدر است؟





۲ــ برای دسترسی به مخزن شکل زیر به یک نردبان به طول ۳/۵ متر نیاز است. در صورتی‌که مرکز پله اولی و آخری از دو سر نردبان هریک ۳۵ سانتی‌متر باشد و فاصله مرکز هر پله از پله بعدی ۲۰ سانتی‌متر باشد تعداد پله‌ها را به‌دست آورید.

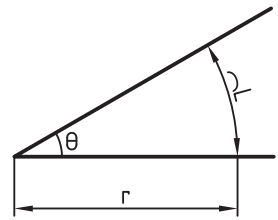
۳ــ در صورتی که اندازه‌ها در ساخت یک در آهنی مطابق شکل باشد فاصلهٔ بین مرکز میله‌ها را به دست آورید.



۴ــ در طراحی ساختمان زیر ۱۰ پنجره با پهنای هر پنجره ۱/۴متر در نظر گرفته شده است، در صورتی‌که فاصلهٔ اولین و آخرین پنجره از لبه ساختمان با فاصله بین پنجره‌ها یکی باشد فاصله بین پنجره‌ها را به‌دست آورید.

یکای اندازه‌گیری زاویه

زاویه یا گوشه یکی از مفاهیم هندسی است و به ناحیه‌ای از صفحه گفته می‌شود که بین دو نیم‌خط که سر مشترک دارند محصور شده است. به سر مشترک این دو نیم‌خط رأس زاویه یا گوشه می‌گویند (شکل ۱۴ــ۱).



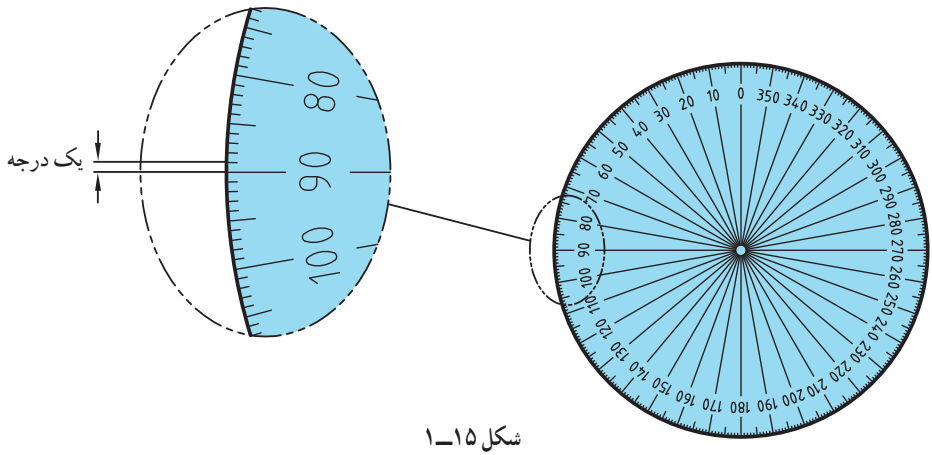
شکل ۱۴ــ۱

یکاهای اصلی برای اندازه‌گیری زاویه : درجه، رادیان و گراد است.

توجه : برای نمایش درجه از علامت (°) استفاده می‌شود.

درجه : اگر محیط یک دایره دلخواه را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم و هر قسمت را به مرکز دایره وصل کنیم، اندازه زاویه حاصل را یک درجه می‌نامند (شکل ۱۵ــ۱).

$$\text{یک درجه} = \text{زاویه مرکزی مقابل به } \frac{\text{محیط دایره}}{۳۶۰}$$



شکل ۱۵ــ۱

همان‌گونه که می‌دانید معمولاً هر یکا دارای اجزائی است. درجه نیز به عنوان یکای اندازه‌گیری دارای اجزائی مانند دقیقه (′) و ثانیه (″) است.

هر دقیقه برابر $\frac{۱}{۶۰}$ درجه است.

$$۱\text{ دقیقه} = ۱' = \frac{۱}{۶۰} \times ۱^\circ$$

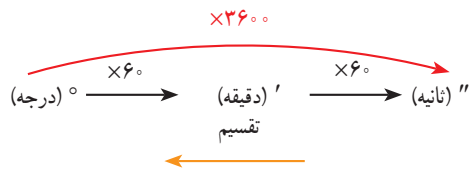
هر ثانیه برابر $\frac{۱}{۶۰}$ دقیقه یا $\frac{۱}{۳۶۰۰}$ درجه است.

$$۱\text{ ثانیه} = ۱'' = \frac{۱}{۶۰} \times ۱' = \frac{۱}{۳۶۰۰} \times ۱^\circ$$

به عبارتی :

$$۱^\circ = ۶۰' = ۳۶۰۰''$$

تبدیل اجزای زاویه :



توجه : در نمودار بالا برای تبدیل یکای کوچک‌تر به بزرگ‌تر، از عمل تقسیم و در جهت عکس نمودار استفاده می‌شود.

تمرین نمونه ۱ : مقدار زاویه ″۳۵ و ′۴۲ و °۲ را برحسب الف) درجه، ب) دقیقه و ج) ثانیه حساب کنید.

ب)

$$\begin{array}{rl} & ۱۶۲/۵۸۳' \\ + & ۴۲' \\ + & ۲^\circ = ۲ \times ۶۰ = ۱۲۰' \\ \hline = & ۳۵'' = ۳۵ \div ۶۰ = ۰/۵۸۳' \end{array}$$

الف)

$$\begin{array}{rl} & ۲/۷۰۹۷^\circ \\ + & ۴۲' = ۴۲ \div ۶۰ = ۰/۷^\circ \\ + & ۲^\circ \\ \hline = & ۳۵'' = ۳۵ \div ۳۶۰۰ = ۰/۰۰۹۷^\circ \end{array}$$

ج)

$$\begin{array}{rl} & ۹۷۵۵'' \\ + & ۴۲' = ۴۲ \times ۶۰ = ۲۵۲۰'' \\ + & ۲^\circ = ۲ \times ۳۶۰۰ = ۷۲۰۰'' \\ \hline = & ۳۵'' \end{array}$$

ارزشیابی پایانی

۱ــ مقدار زاویه‌های زیر را برحسب دقیقه به‌دست آورید.

الف) $۶۲/۸۶^\circ$ ب) $۴۸۲۱''$ ج) $۴۲^\circ , ۲۷''$

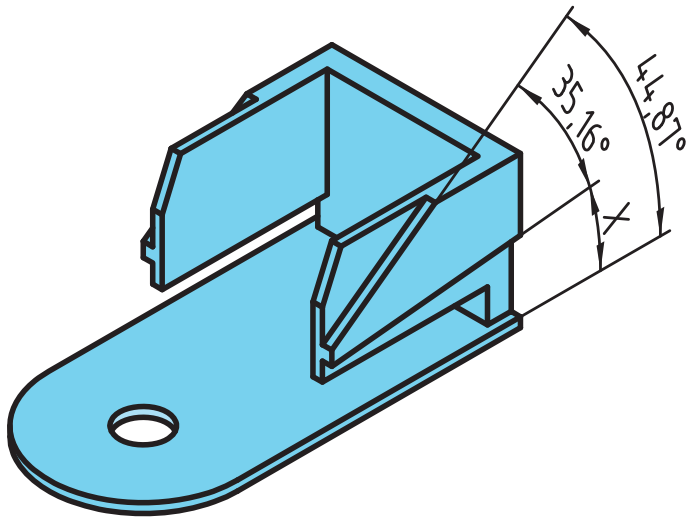
۲ــ مقادیر خواسته‌شده را برحسب درجه به‌دست آورید.

الف) $۳۴^\circ , ۱۲' , ۴۸''$ ب) $۲۲' , ۳۵''$ ج) $۱۴^\circ , ۵۲''$

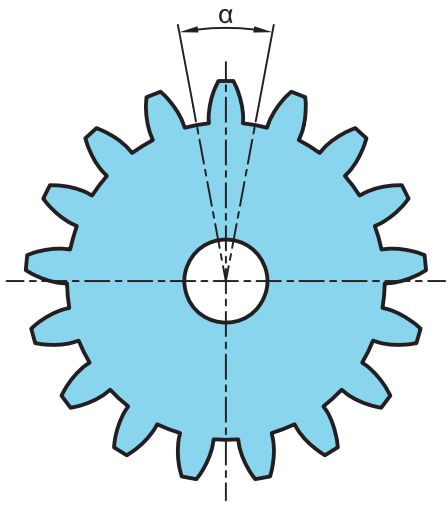
۳ــ مقادیر خواسته‌شده زیر را بر حسب درجه و دقیقه و ثانیه به‌دست آورید.

A	B	A+B	A−B
$۵۲^\circ , ۴۵' , ۲۰''$	$۳۸^\circ , ۲۱' , ۴۶''$		
$۴^\circ , ۲۵' , ۴۴''$	$۲^\circ , ۴۵''$		

۴ــ در قطعه زیر مقدار X را برحسب درجه و دقیقه و ثانیه به‌دست آورید.



۵ــ چرخ‌دندهٔ زیر ۱۷ دندانه دارد. زاویهٔ α را برحسب موارد خواسته شده به‌دست آورید.



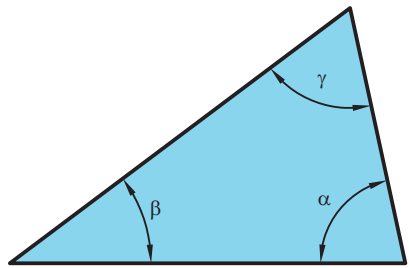
الف) درجه

ب) دقیقه

ج) ثانیه

د) درجه و دقیقه

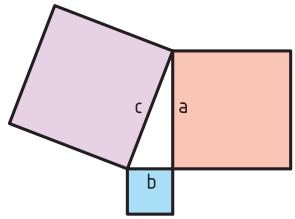
۶ــ در مثلث مطابق شکل زاویه γ را برحسب درجه و دقیقه به‌دست آورید.



$\beta = ۳۶^\circ$ $\alpha = ۷۶^\circ, ۱۱'$

محاسبه روابط مثلث

قضیه فیثاغورس : در مثلث قائم‌الزاویه مطابق شکل ۱۶ــ۱ می‌توان نوشت :



شکل ۱۶ــ۱

$$c^2 = a^2 + b^2$$

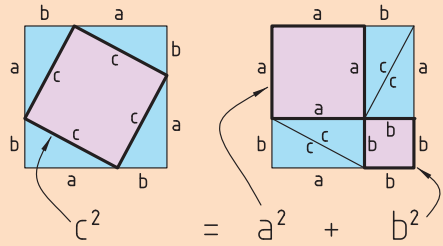
a , b = اضلاع مجاور به زاویهٔ قائمه c = ضلع مقابل به زاویهٔ قائمه (وتر)

این قضیه به ما توضیح می‌دهد که جمع مساحت‌های دو مربع ساخته شده روی دو ضلع قائم یک مثلث قائم‌الزاویه با مساحت مربع ساخته شده روی وتر برابر است.

در یک مثلث قائم‌الزاویه مجموع مربعات دو ضلع قائم با مربع وتر برابر است.

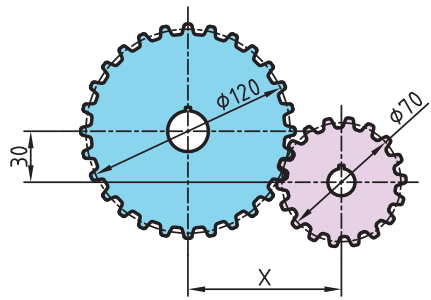
مطالعه آزاد

اثبات قضیه فیثاغورس : هر دو شکل مربعی هستند به ضلع (a+b). در شکل سمت چپ چهار مثلث قائم‌الزاویه برابر (مثلث‌های آبی) دور مربع ساخته شده بر روی وتر (مربع صورتی) وجود دارد. با چند جابه‌جایی در شکل سمت چپ به شکل سمت راست می‌رسیم. در شکل سمت راست همان چهار مثلث قبلی آبی‌رنگ وجود دارند ولی مربع صورتی‌رنگ با اضلاع c به دو مربع یکی با ضلع a و دیگری با ضلع b تبدیل شده است، که همان قضیهٔ فیثاغورس را نشان می‌دهد.



مساحت مربع با اضلاع b + مساحت مربع با اضلاع a = مساحت مربع با اضلاع c

تمرین نمونه ۱ : در چرخ‌دنده‌های شکل ۱۷ــ۱ مقدار X را به‌دست آورید.



شکل ۱۷ــ۱

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{120}{2} = 60\,mm \qquad r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{70}{2} = 35\,mm$$

$$c = r_1 + r_2 = 60 + 35 = 95\,mm$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow 95^2 = 30^2 + x^2 \rightarrow \sqrt{95^2 - 30^2} = 90/14\,mm$$

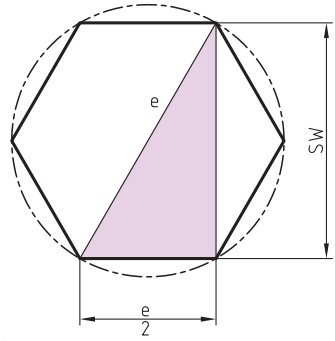
نکته

فاصلهٔ محوری بین دو چرخ‌دنده مجموع شعاع‌های دایرهٔ گام دو چرخ‌دنده است.

تمرین نمونه ۲ : در یک مهره شش‌گوش (مطابق شکل ۱۸ــ۱).

الف) رابطه‌ای بین اندازه آچارخور (sw) و اندازه گوش تا گوش (e) را به‌دست آورید.

ب) اگر طول ضلع آن ۱۵ میلی‌متر باشد اندازه آچارخور و گوش تا گوش آن چند میلی‌متر است؟

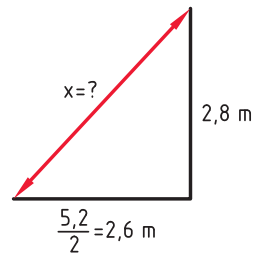


شکل ۱۸ــ۱

الف) $e^{۲}=sw^{۲}+(\frac{e}{۲})^{۲}\rightarrow sw^{۲}=e^{۲}-\frac{e^{۲}}{۴}=\frac{۴e^{۲}-e^{۲}}{۴}=\frac{۳e^{۲}}{۴}\rightarrow sw=\frac{\sqrt{۳}}{۲}e$

ب) $\frac{e}{۲}=۱۵\,mm\rightarrow e=۲\times۱۵=۳۰\,mm \quad , \quad sw=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۳۰=۲۵/۹۸\,mm\simeq۲۶\,mm$

تمرین نمونه۳ : در طراحی یک شیروانی، مطابق شکل ۱۹ــ۱، طول وتر هر شیروانی را برحسب سانتی‌متر به‌دست آورید.



شکل ۱۹ــ۱

$c^{۲}=a^{۲}+b^{۲}\rightarrow x^{۲}=۲/۶^{۲}+۲/۸^{۲}=۱۴/۶$

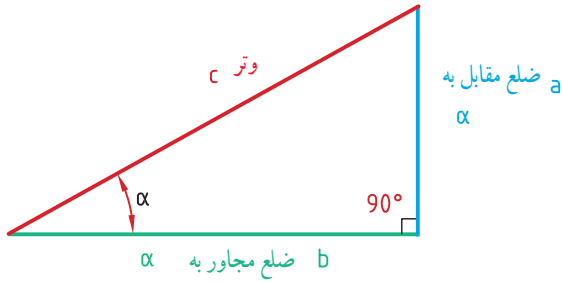
$x=\sqrt{۱۴/۶}\rightarrow x=۳/۸۲m\xrightarrow{\times۱۰۰}x=۳۸۲\,cm$

روابط مثلثاتی : برای تعریف توابع مثلثاتی از یک مثلث قائم‌الزاویه استفاده می‌کنیم (شکل ۲۰ــ۱).

c = وتر

a = ضلع مقابل به زاویه α

b = ضلع مجاور به زاویه α



شکل ۲۰ــ۱

در مثلث شکل ۲۰ــ۱

$$\text{سینوس } \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \alpha}{\text{وتر}} \rightarrow \sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\text{کسینوس } \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{وتر}} \rightarrow \cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\text{تانژانت } \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \alpha}{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha} \rightarrow \tan\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\text{کتانژانت } \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{ضلع مقابل زاویه } \alpha} \rightarrow \cot\alpha = \frac{b}{a}$$

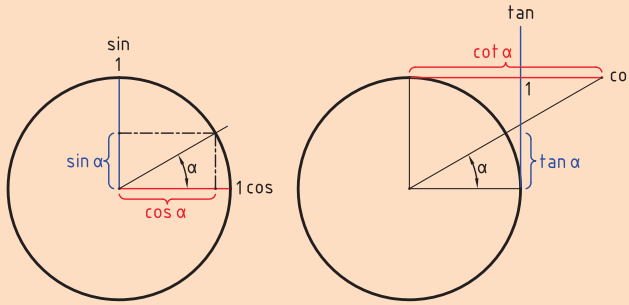
مطالعه آزاد

نتایج مهم

۱ــ برای هر زاویه‌ای نسبت اضلاع معین وجود دارد.

۲ــ برای هر نسبت، زاویه مشخصی وجود دارد.

۳ــ مقادیر روابط مثلثاتی بر روی دایره واحد مطابق شکل زیر است.



نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های معین

جدول ۵ــ۱

	۰	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۹۰°
sin	۰	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	۱
cos	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	۰
tan	۰	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$	∞
cot	∞	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۰

نکته

در صورتی که مقدار نسبت مثلثاتی معلوم باشد به کمک جداول مثلثاتی در قسمت ضمائم، می‌توان مقدار زاویهٔ α موردنظر را به‌دست آورد.

مطالعه آزاد

تابع‌های وارون مثلثاتی

در ریاضیات توابعی هستند که مقدار نسبت مثلثاتی را به مقدار زاویه تبدیل می‌کنند. این توابع را با لفظ آرک (arc) به‌صورت پیشوند قبل از نام توابع مثلثاتی به‌کار می‌برند. به‌طور مثال arc sin را آرک سینوس می‌گویند.

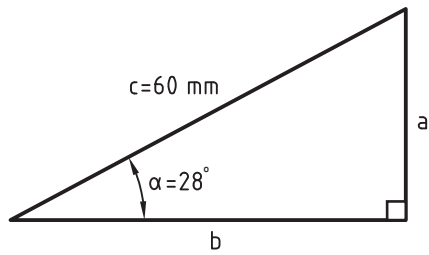
$$x = \sin\alpha \rightarrow \alpha = \arcsin x$$
$$x = \cos\alpha \rightarrow \alpha = \arccos x$$
$$x = \tan\alpha \rightarrow \alpha = \arctan x$$
$$x = \cot\alpha \rightarrow \alpha = \operatorname{arccot} x$$

تمرین نمونه ۱ : برای زاویه‌های زیر نسبت‌های مثلثاتی را در جدول ۶ــ۱ کامل کنید.

جدول ۶ــ۱

زاویه	نسبت مثلثاتی			
α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$	$\cot\alpha$
10°	۰/۱۷۳۶	۰/۹۸۴۸	۰/۱۷۶۳	۵/۶۷۱۳
$33^\circ 40'$	۰/۵۵۴۴	۰/۸۳۲۳	۰/۶۶۶۱	۱/۵۰۱۳
$42/7^\circ$	۰/۶۷۸۱	۰/۷۳۴۹	۰/۹۲۲۷	۱/۰۸۳۶
$12^\circ 20'$	۰/۲۱۳۶	۰/۹۷۶۹	۰/۲۱۸۶	۴/۵۷۳۶

تمرین نمونه ۲ : اندازه ضلع a و b را در مثلث شکل ۲۱ــ۱ به‌دست آورید.

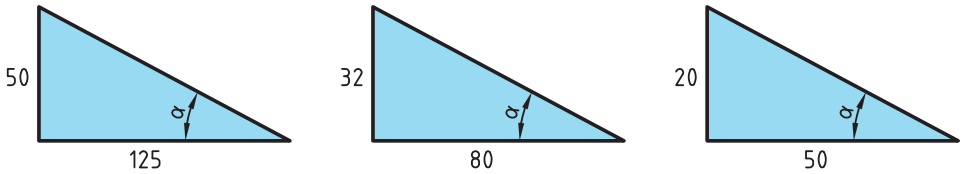


شکل ۲۱ــ۱

$$\sin\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \alpha}{\text{وتر}} \rightarrow \sin 28^\circ = \frac{a}{60} \rightarrow a = 60 \times \sin 28^\circ = 60 \times 0/469 = 28/14 \text{ mm}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{وتر}} \rightarrow \cos 28^\circ = \frac{b}{60} \rightarrow b = 60 \times \cos 28^\circ = 60 \times 0/882 = 52/92 \text{ mm}$$

تمرین نمونه ۳ : در هر یک از مثلث‌های شکل ۲۲ــ۱ مقدار زاویه α را حساب کنید.



شکل ۲۲ــ۱

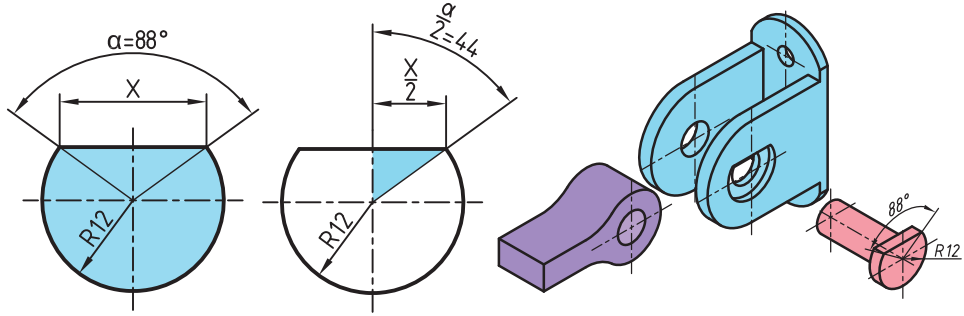
$$(۱)\ \tan\alpha = \frac{۵۰}{۱۲۵} = ۰/۴ \Rightarrow \alpha = ۲۱/۸۰^\circ \quad \text{یا} \quad ۲۱^\circ, ۴۸'$$

$$(۲)\ \tan\alpha = \frac{۳۲}{۸۰} = ۰/۴ \Rightarrow \alpha = ۲۱/۸۰^\circ \quad \text{یا} \quad ۲۱^\circ, ۴۸'$$

$$(۳)\ \tan\alpha = \frac{۲۰}{۵۰} = ۰/۴ \Rightarrow \alpha = ۲۱/۸۰^\circ \quad \text{یا} \quad ۲۱^\circ, ۴۸'$$

نتیجهٔ مهم : اگر نسبت اضلاع با هم برابر باشند با وجود تغییر اندازهٔ اضلاع، زوایا برابر می‌شوند.

تمرین نمونه ۴ : در پین شکل ۲۳ــ۱ اندازه X را به‌دست آورید.



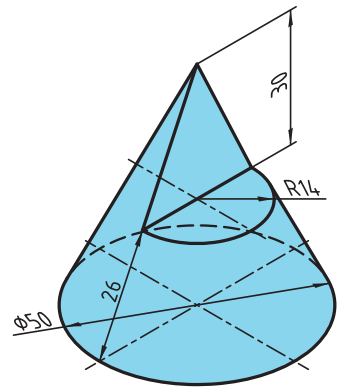
شکل ۲۳ــ۱

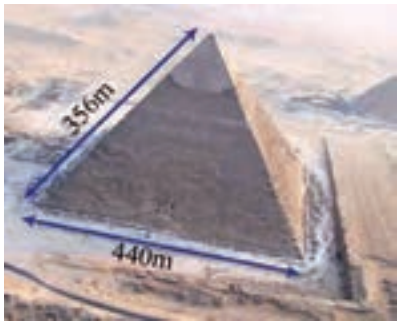
$$\sin\frac{\alpha}{۲} = \frac{x/۲}{r} \rightarrow \sin\frac{۸۸^\circ}{۲} = \frac{x/۲}{۱۲} \rightarrow \frac{x}{۲} = ۱۲\times\sin ۴۴^\circ \rightarrow \frac{x}{۲} = ۱۲\times ۰/۶۹۴ \rightarrow$$

$$\frac{x}{۲} = ۸/۳۲۸ \rightarrow x = ۱۶/۶۵۶\ \text{mm}$$

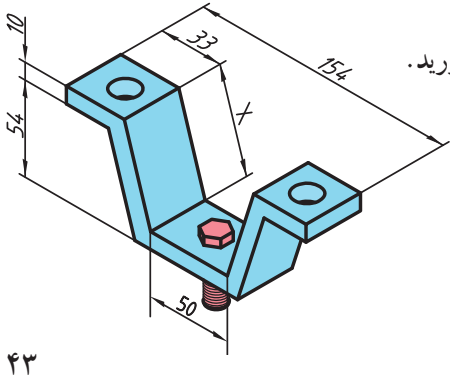
ارزشیابی پایانی

۱ــ در مخروط برش‌خورده زیر مقدار ارتفاع مخروط کامل و ناقص را به کمک رابطه فیثاغورس به دست آورید.



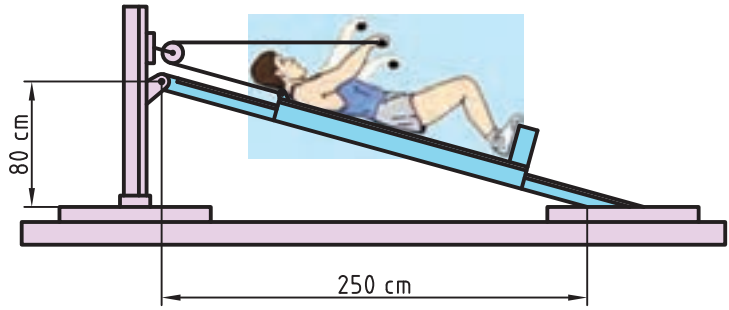


۲ــ در شکل روبه‌رو قاعده هرم یک مربع به ضلع ۴۴۰ متر و طول یال آن ۳۵۶ متر است ارتفاع هرم را به‌دست آورید.



۳ــ در قطعه زیر مقدار X را به دست آورید.

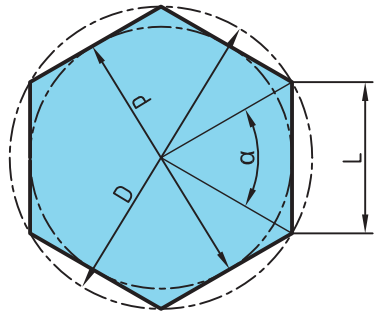
۴ــ در دستگاه بدنسازی زیر میز دستگاه با کشیدن سیم جابه‌جا می‌شود. طول میز دستگاه و زاویه آن را نسبت به زمین به‌دست آورید.



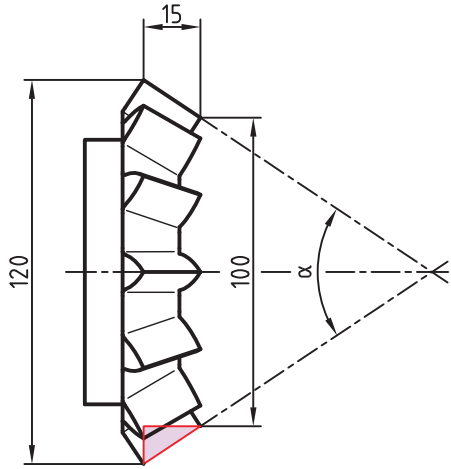
۵ــ در شکل زیر طول پایه میز را حساب کنید. (گوشه‌های بالایی و پایینی میز در یک امتداد می‌باشند)

۶ــ در شکل زیر قطر چرخ ۳۲ سانتی‌متر است فاصله دسته فرقون را تا زمین به‌دست آورید.

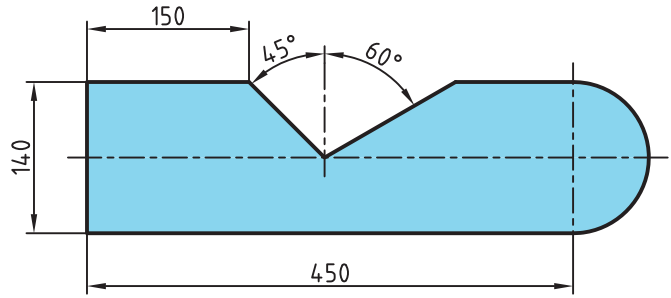
۷ــ روابط مورد نیاز برای محاسبه طول ضلع (L) و قطر دایره محاطی (d) را برحسب D با استفاده از روابط مثلثاتی به‌دست آورید.



۸ــ در چرخ‌دنده مخروطی مطابق شکل زیر مقدار زاویه α را مشخص کنید.



۹ــ محیط بیرونی قطعه شکل زیر را به دست آورید.

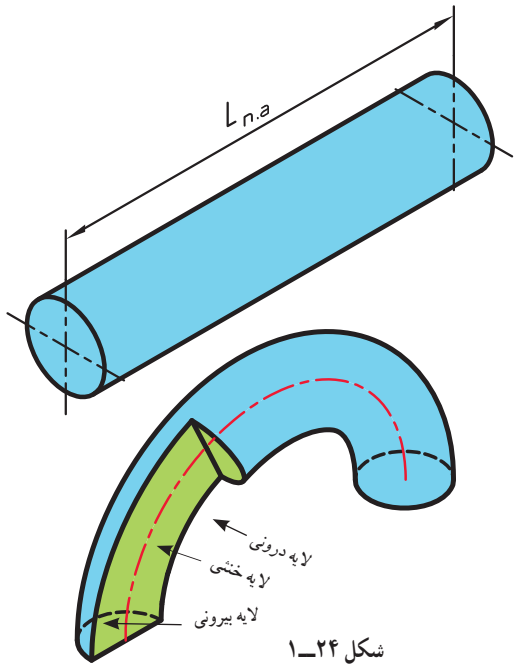


محاسبه طول گسترده

در تولید اکثر قطعات صنعتی استفاده از خم و قوس امری اجتناب‌ناپذیر است. در صورتی که از خم کردن قطعه برای تولید استفاده شود دانستن طول اولیه آن ضروری است. پیش از خم‌کاری طول قطعه در تمام لایه‌های جسم برابر است. در صورتی‌که قطعه‌ای خم‌کاری شود لایه بیرونی قطعه کشیده شده و طول آن افزایش می‌یابد و لایه‌های درونی قطعه فشرده شده و طول آن کاهش می‌یابد. بین لایه‌های بیرونی و درونی قطعه، لایه‌ای وجود دارد که در آن کشیدگی و فشردگی اتفاق نمی‌افتد و طول قطعه بدون تغییر می‌ماند. این طول را طول گسترده یا طول لایهٔ خنثی($L_{N.a}$)[1] می‌نامند.

طول لایهٔ خنثی = طول گسترده

تهیه قطعه اولیه نیاز به دانستن طول گسترده قطعه است. اگر طول قطعهٔ اولیه از لایهٔ بیرونی محاسبه شود قطعه پس از تولید اضافه اندازه خواهد داشت. برعکس اگر طول قطعه اولیه از لایه درونی فشرده‌شده، تهیه شود طول قطعه پس از خم‌کاری کاهش اندازه خواهد داشت. به همین منظور محاسبه طول گسترده از روی لایهٔ خنثی ضروری است تا تولید نهایی درست و بی‌خطا باشد (شکل ۲۴ــ۱).



شکل ۲۴ــ۱

نکته

در قطعاتی که سطح مقطع آنها متقارن است این لایه خنثی بر روی محور تقارن است.

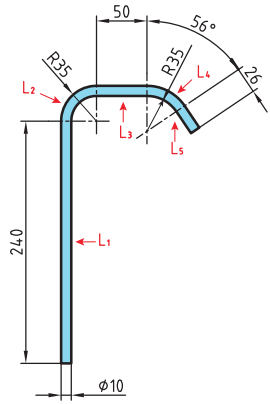
1ــ Natural Axis Length

همان‌طور که در شکل دیده می‌شود سطح بیرونی قطعه پس از خم‌شدن دارای شعاع بیشتری نسبت به مرکز قطعه است و در نتیجه طولش بزرگ‌تر از سایر لایه‌ها و سطح درونی قطعه دارای شعاع کوچک‌تر و در نتیجه طولش کوچک‌تر از سایر لایه‌ها می‌شود.

نکته

برای محاسبه طول لایه خنثی در قطعات قوس‌دار ابتدا قطر لایه خنثی[1] ($d_{N.A}$) محاسبه می‌شود.

تمرین نمونه ۱ : برای ساخت یک چراغ مطالعه، مطابق شکل ۲۵ــ۱، لوله‌ای را خم‌کاری می‌کنیم. چه مقدار لوله خام لازم است تا پس از خم‌کاری طبق نقشه شکل زیر به‌دست آید؟



شکل ۲۵ــ۱

$$L_{۱} = ۲۴۰\,mm$$

$$d_{N.A} = ۲(R - \frac{d}{۲}) = ۲(۳۵ - \frac{۱۰}{۲}) = ۶۰\,mm$$

$$L_{۲} = \frac{\pi \times d_{N.A}}{۴} = \frac{۳/۱۴ \times ۶۰}{۴} = ۴۷/۱\,mm$$

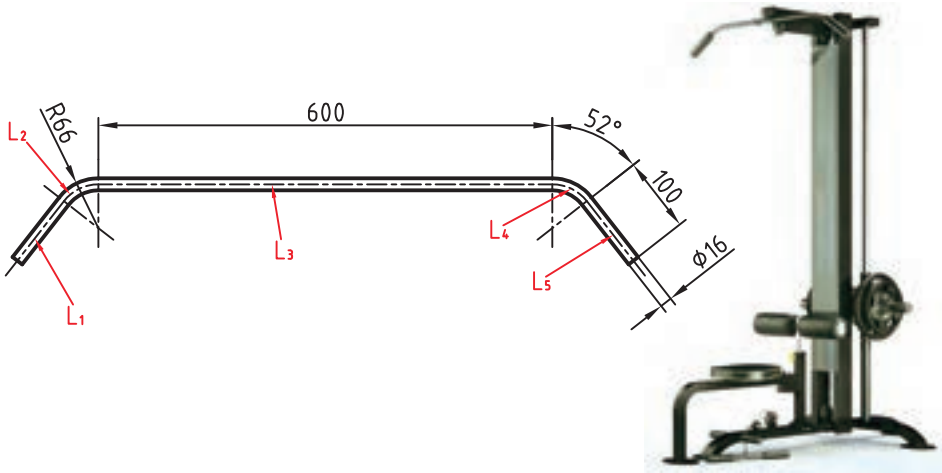
$$L_{۳} = ۵۰\,mm \rightarrow d_{N.A} = ۲(R + \frac{d}{۲}) = ۲(۳۵ + \frac{۱۰}{۲}) = ۸۰\,mm$$

$$L_{۴} = \frac{\pi \times d_{N.A} \times \alpha}{۳۶۰} = \frac{۳/۱۴ \times ۸۰ \times ۵۶}{۳۶۰} = ۳۹ \qquad L_{۵} = ۲۶\,mm$$

$$L_{N.A} = L_{۱} + L_{۲} + L_{۳} + L_{۴} + L_{۵} \rightarrow L_{N.A} = ۲۴۰ + ۴۷/۱ + ۵۰ + ۳۹ + ۲۶ = ۴۰۲/۱\,mm$$

1ــ Natural Axis diameter

تمرین نمونه ۲ : در یک دستگاه بدن‌سازی برای تقویت عضله‌های سرشانه از میله‌ای مطابق شکل ۲۶ــ۱ استفاده شده است. طول گسترده اولیه آن را پیش از خم‌کاری محاسبه کنید.



شکل ۲۶ــ۱

$$L_{۱} = L_{۵} = ۱۰۰\,mm \qquad L_{۳} = ۶۰۰\,mm$$

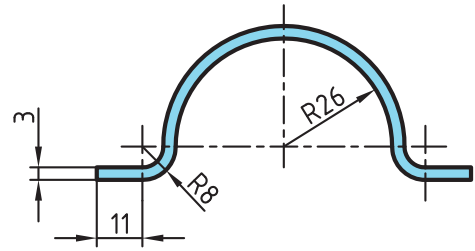
$$d_{N.A} = ۲(R - \frac{d}{۲}) = ۲(۶۶ - \frac{۱۶}{۲}) = ۱۱۶\,mm$$

$$L_{۲} = L_{۴} = \frac{\pi \times d \times \alpha}{۳۶۰} = \frac{۳/۱۴ \times ۱۱۶ \times ۵۲}{۳۶۰} = ۵۲/۶۱\,mm$$

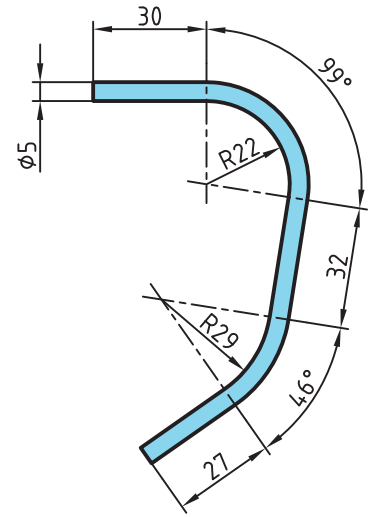
$$L_{N.A} = L_{۱} + L_{۲} + L_{۳} + L_{۴} + L_{۵} = ۱۰۰ + ۵۲/۶۱ + ۶۰۰ + ۵۲/۶۱ + ۱۰۰ = ۹۰۵/۲۲\,mm$$

ارزشیابی پایانی

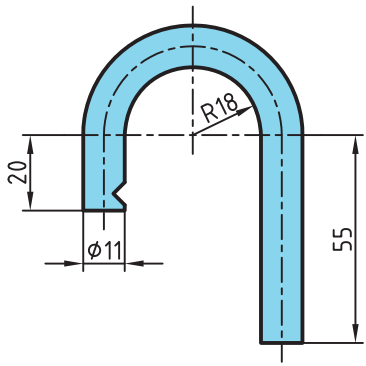
۱ــ برای بستن لوله از بست مطابق شکل استفاده شده است. در صورتی‌که بخواهیم تعداد ۱۰۰ تا از این بست تولید کنیم و پهنای تیغهٔ برش ۲ میلی‌متر باشد مقدار طول اولیه را به‌دست آورید.



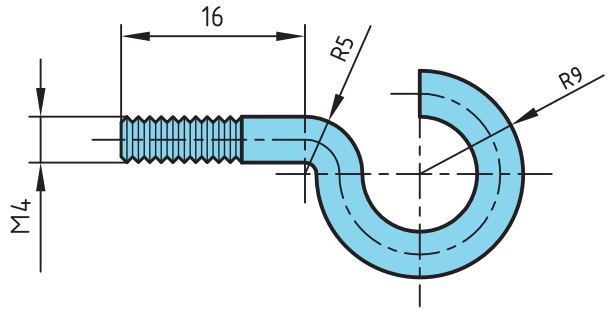
۲ــ در موتورسیکلت زیر از یک حفاظ آهنی استفاده شده است مقدار طول گسترده این حفاظ را به‌دست آورید. (اندازه‌های نقشه برحسب سانتی‌متر است)



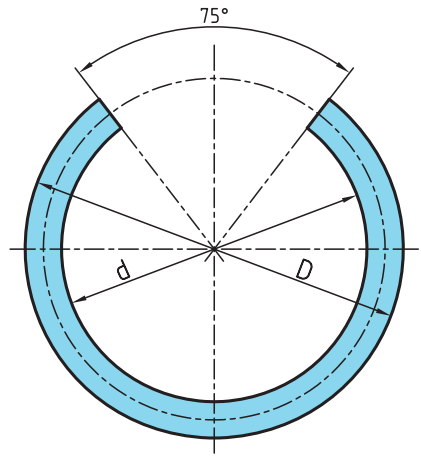
۳ــ در قفل شکل زیر مقدار طول اولیه میله قفل‌شونده را به دست آورید.



۴ــ در پیچ آویز زیر طول گسترده اولیه را به دست آورید.



۵ــ از میله گردی به قطر ۱۲ میلی‌متر و طول ۳۴۰ میلی‌متر حلقه‌ای مطابق شکل زیر ساخته خواهد شد. قطر خارجی و داخلی حلقه را به‌دست آورید.



فصل دوم: محاسبات حرکت

یکاهای اندازه‌گیری زمان

حرکت

حرکت دایره ای

هدف‌های رفتاری : پس از فراگیری این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ یکای اندازه‌گیری زمان را بیان کند.

۲ــ تبدیلات مربوط به یکای اندازه‌گیری زمان را انجام دهد.

۳ــ تفاوت حرکت مستقیم و دایره‌ای یکنواخت را بیان کند.

۴ــ حرکت را تعریف کند.

۵ــ سرعت را تعریف کند.

۶ــ روابط سرعت خطی یکنواخت را بیان کند.

۷ــ یکای سرعت در سیستم SI را شرح دهد.

۸ــ تبدیلات مربوط به یکاهای سرعت را انجام دهد.

۹ــ سرعت یک محرک را محاسبه کند.

۱۰ــ زمان لازم برای مسافت پیموده شدهٔ یک جسم محرک را محاسبه کند.

۱۱ــ مسافت پیموده‌شده یک جسم محرک را محاسبه کند.

۱۲ــ حرکت دورانی یکنواخت را شرح دهد.

۱۳ــ سرعت محیطی یک جسم دوار را محاسبه کند.

یکای اندازه‌گیری زمان

یکای زمان در سیستم SI، ثانیه است و آن را با نماد s یا sec نشان می‌دهند. ثانیه مدت زمانی است که اتم سزیم ـ ۱۳۳ در حالت پایه ۹۱۹۲۶۳۱۷۷۰ بار نوسان می‌کند.

مطالعه آزاد

کوتاه‌ترین زمان

محققان با استفاده از فناوری زمان‌سنجی بسیار کوتاه، پالس‌هایی از پرتوهای لیزری نزدیک به مادون قرمز را به اتم خنثی نئون تاباندند. اتم‌ها به صورت همزمان تحت تأثیر پرتوهای فرابنفش شدیدی به مدت ۱۸۰ آتوثانیه ($۱۰^{-۱۸}$ s) قرار گرفتند و الکترون‌ها را از مدارهای اتمی خود آزاد کردند. سپس زمان خروج الکترون‌های برانگیخته از اتم ثبت شد. دانشمندان دریافتند الکترون‌ها در مدارهای اتمی متفاوت که به صورت همزمان برانگیخته شده‌اند اتم را در زمانی کوتاه اما قابل محاسبه و برابر ۲۰ آتوثانیه ($۱۰^{-۱۸}$s) ترک می‌کنند.

یک آتوثانیه برابر یک میلیارد میلیاردم یک ثانیه است.

دانشمندان بر این باورند دورهٔ زمانی ۲۰ آتوثانیه‌ای برای خروج الکترون‌ها کوتاه‌ترین مدت زمانی است که تا به حال به صورت مستقیم اندازه‌گیری شده است.

یک محدوده زمانی به نام «ابعاد پلانک» وجود دارد که حتی آتوثانیه نیز در برابر آن مانند میلیون‌ها سال است. زمان پلانک یعنی کوچک‌ترین یکا زمانی که معنای فیزیکی دارد، این مقدار کوچک‌تر از یک تریلیون تریلیونم آتوثانیه است. دوره زمانی‌ای که تصور آن کاملاً ناممکن است.

همان‌طور که ذکر شد ثانیه یکای اصلی زمان در سیستم SI است. یکاهای دیگر مانند دقیقه، ساعت، و روز به صورت ضریب‌هایی از این ثانیه‌اند.

۱ دقیقه ۶۰ ثانیه است و آن را با min نشان می‌دهند.

$1\,min = 60\,s$

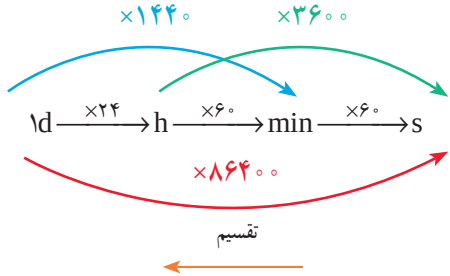
۱ ساعت ۶۰ دقیقه است و آن را با h نشان می‌دهند.

$1h=60min=3600s$

۱ شبانه روز ۲۴ ساعت است و آن را با d نمایش می‌دهند. بنابراین :

$1d=24h=1440min=86400s$

تبدیل اجزای زمان



توجه : برای تبدیل یکاهای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس نمودار استفاده می‌شود.

تمرین نمونه ۱ : زمان ۴ ساعت و ۱۸ دقیقه و ۱۲ ثانیه را برحسب یکاهای زیر به‌دست آورید.

الف) چند ثانیه ب) چند دقیقه ج) چند ساعت

ب)

$$\begin{aligned} 4h &= 4\times60=240min \\ +\ 18min & \\ +\ 12s &= 12\div60=0/2min \\ \hline =\ 258/2min & \end{aligned}$$

الف)

$$\begin{aligned} 4h &= 4\times3600=14400s \\ +\ 18min &= 18\times60=1080s \\ +\ 12s & \\ \hline =\ 15492s & \end{aligned}$$

ج)

$$\begin{aligned} 4h & \\ +\ 18min &= 18\div60=0/3h \\ +\ 12s &= 12\div3600=0/0033h \\ \hline =\ 4/3033h & \end{aligned}$$

ارزشیابی پایانی

۱ــ زمان‌های داده شده را برحسب ساعت بنویسید.

۱h , ۳۸ min	.....
۵h , ۲۰ min , ۳۶ s	.....
۴۶ min	.....
۶۱۲۰ s	.....

۲ــ زمان‌های جدول زیر را برحسب دقیقه به‌دست آورید.

۱h , ۲ min , ۳۷ s	.....
۳۰ min , ۲۵ s	.....
۱۰h , ۳۲ min	.....
۲۶۲۰ s	.....

۳ــ یک دستگاه CNC فرز در هر ۳ ساعت و ۲۲ دقیقه و ۴۵ ثانیه تعداد ۲۶ قطعه تولید می‌کند زمان ساخت یک قطعه را بر حسب دقیقه و ثانیه به‌دست آورید.

۴ــ مقادیر خواسته شده زیر را به‌دست آورید.

A	B	A+B	A−B
۳h , ۳۲ min , ۴۰ s	۱h , ۱۲ min , ۵۳ s		
۷h , ۵ min , ۳۴ s	۲h , ۴۲ min , ۸ s		

۵ــ دوچرخه‌سواری در یک پیست یک دور را در زمان متوسط ۱/۴۸ min طی می‌کند. مقدار زمان لازم برای طی ۱۲ دور را بر حسب دقیقه و ثانیه به‌دست آورید.

۶ــ در شکل‌های زیر اختلاف زمان بین ساعت‌ها را برحسب موارد زیر به‌دست آورید.

الف) برحسب ساعت، دقیقه و ثانیه

ب) برحسب دقیقه

ج) برحسب ثانیه

ب)

الف)

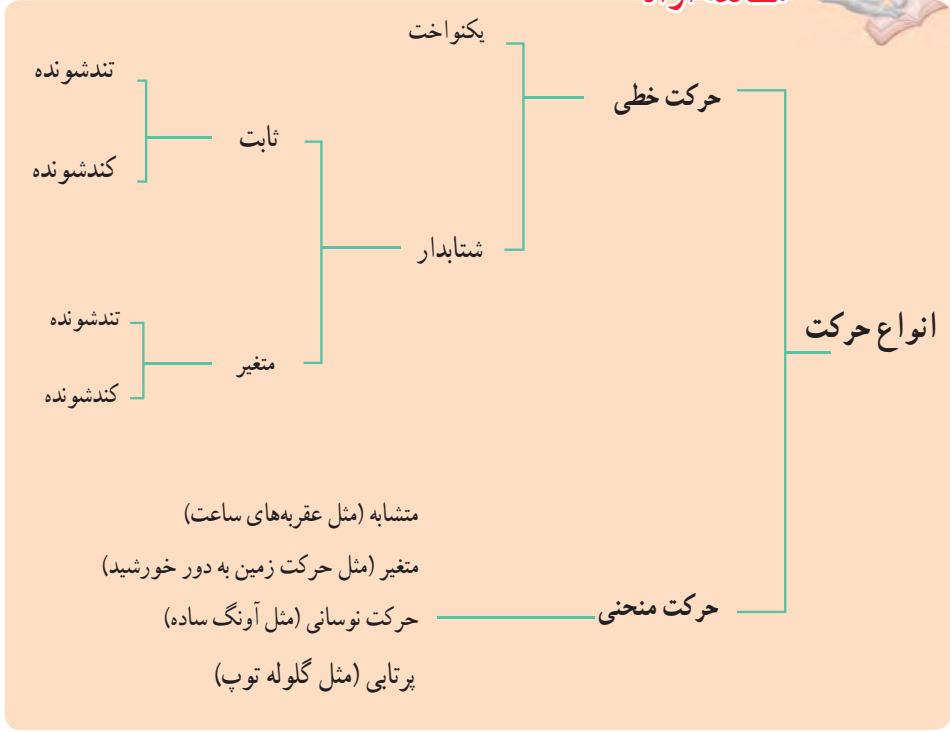
حرکت

حرکت یکی از آشناترین پدیده‌ها برای بشر از بدو تولد است، انسان از بدو تولد چشم به دنیایی می‌گشاید که حرکت لازمه آن و اجتناب از آن ناممکن است. اولین چیزی که حس می‌کند حرکت صورت و دستان کسانی است که انتظار ورودش به جهانی نو را می‌کشند. اجسام بسیاری در اطراف ما در حال حرکت‌اند. اجسامی به بزرگی کهکشان‌ها و اجسام بسیار کوچکی مانند ذره‌های گرد و غبار. حتی اجسامی که به نظر ساکن می‌آیند اتم‌های آن پیوسته در حال ارتعاش و حرکت‌اند.

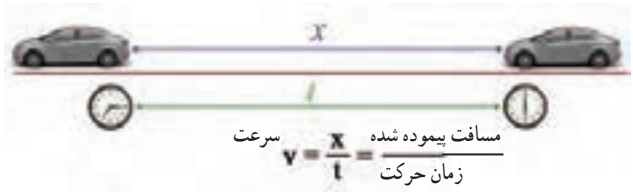
حرکت عملی است که با آن جسمی از مکانی به مکانی دیگر عبور می‌کند.

به عبارت دیگر هرگاه محل استقرار جسم تغییر کند، می‌گوییم آن جسم حرکت کرده است.
حرکت انواع مختلفی دارد که می‌توان با مقایسه جهت و سرعت حرکت‌های مختلف، آنها را از هم تفکیک کرد.

مطالعه آزاد



سرعت : سرعت عامل مهمی برای سنجش و ارزیابی حرکت است. در حقیقت مقدار سرعت و تغییر آن است که نوع حرکت را مشخص می‌کند. سرعت از تقسیم مسافت پیموده شده بر زمان حرکت به‌دست می‌آید (شکل ۱ــ۲).



شکل ۱ــ۲

حرکت خطی یکنواخت : در حرکت خطی یکنواخت مقدار سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای با هم برابر است و به حرکتی گفته می‌شود که در آن همواره سرعت متحرک دارای اندازه و جهت ثابت است. در این حرکت، جابه‌جایی متحرک در زمان‌های مساوی باهم برابر است.

$$\text{سرعت} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{\text{زمان حرکت}}$$

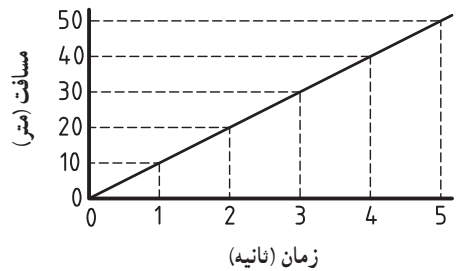
$$v = \frac{x}{t}$$

v = سرعت $(\frac{m}{s})$

x = مسافت پیموده شده (m)

t = زمان (s)

شیب نمودار مکان نسبت به زمان در حرکت خطی یکنواخت همواره ثابت است و مقدار آن برابر با سرعت متحرک می‌باشد (شکل ۲ــ۲).



شکل ۲ــ۲

یکای سرعت در سیستم SI

یکای سرعت در سیستم SI متر بر ثانیه ($\frac{m}{s}$) است و آن سرعت متحرکی است که در هر ثانیه مسافتی برابر یک متر را طی می‌کند.

سرعت می‌تواند دارای یکاهای دیگری نیز باشد. به‌طور مثال یکاهای سرعت برحسب نیاز در جدول ۱ــ۲ ارائه شده است.

جدول ۱ــ۲ یکاهای سرعت در سیستم SI

$\frac{km}{h}$	وسایل نقلیه
$\frac{m}{s}$	سرعت محیطی، سرعت صوت، سرعت برش در سنگ‌زنی
$\frac{mm}{min}$	سرعت پیشروی در وسایل براده‌برداری مثل فرزکاری، سنگ‌زنی
$\frac{m}{min}$	سرعت برش در تراش‌کاری، صفحه تراش، فرزکاری، سوراخ‌کاری، سرعت در جرثقیل‌ها
$\frac{cm}{s}$	سرعت نوار در نوارهای صدا و مغناطیسی

تبدیل یکاهای سرعت

$\frac{m}{s} \underset{\div}{\overset{\times ۳/۶}{\longleftrightarrow}} \frac{km}{h}$ $\quad$ $\frac{m}{s} \underset{\div}{\overset{\times ۳۶۰۰}{\longleftrightarrow}} \frac{m}{h}$ $\quad$ $\frac{m}{s} \underset{\div}{\overset{\times ۶۰}{\longleftrightarrow}} \frac{m}{min}$

مطالعه آزاد

برای تبدیل یکاهای کسری به یکدیگر ابتدا ضرایب تبدیل در صورت و مخرج را به طور جداگانه نوشته و از حاصل تقسیم آنها مقدار نهایی ضریب تبدیل را به‌دست می‌آوریم.

به‌طور مثال :

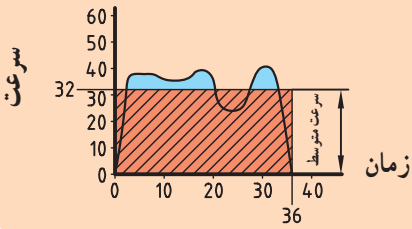
$$\frac{m}{s} \times \frac{\frac{۱}{۱۰۰۰}}{\frac{۱}{۳۶۰۰}} \rightarrow \frac{km}{h} \rightarrow \frac{m}{s} \times \frac{۳۶۰۰}{۱۰۰۰} \rightarrow \frac{km}{h} \rightarrow \frac{m}{s} \xrightarrow{\times ۳/۶} \frac{km}{h}$$

$$\frac{m}{s} \times \frac{۱}{\frac{۱}{۶۰}} \rightarrow \frac{m}{min} \rightarrow \frac{m}{s} \xrightarrow{\times ۶۰} \frac{m}{min}$$

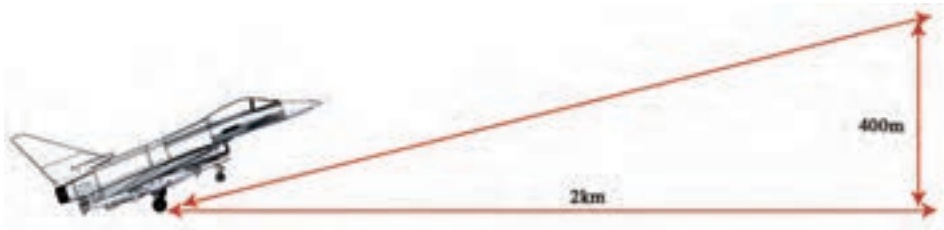
مطالعه آزاد

سرعت خطی غیر یکنواخت

طبق قوانین نیوتن برای حفظ سرعت ثابت باید برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسم صفر باشد تا جسم بتواند با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهد که این معمولاً به دلیل تغییر شرایط محیطی جسم امکان پذیر نیست. به‌طور مثال سرعت باد یکی از مهمترین عوامل بیرونی در حرکت اتومبیل است که تأثیر مستقیمی بر روی حرکت خودرو می‌گذارد و همچنین در صورتی‌که مخلوط مواد تشکیل دهنده آسفالت کف جاده در طول مسیر یکنواخت نباشد ضرایب اصطکاک در طول مسیر متفاوت بوده و بر روی نیروی مقاوم اصطکاک و در نتیجه سرعت اتومبیل تأثیر گذار است. از این جهت اغلب حرکت‌ها دارای سرعت غیر یکنواخت است. در نتیجه سرعت میانگین یا متوسط در محاسبه مورد استفاده قرار می‌گیرد.



تمرین نمونه ۱ : در صورتی‌که هواپیمای جنگی زیر در طول ۲ کیلومتر به اندازهٔ ۴۰۰ متر اوج بگیرد و کل این فاصله را در زمان ۱۷ ثانیه بپیماید سرعت هواپیما را برحسب $\frac{km}{h}$ حساب کنید (شکل ۳ــ۲).



شکل ۳ــ۲

$2km = 2000m$

$x = \sqrt{400^2 + 2000^2} \simeq 2040m$

$v = \frac{x}{t} = \frac{2040}{17} = 120\frac{m}{s} \xrightarrow{\times 3/6} 432\frac{km}{h}$

تمرین نمونه ۲ : اتومبیلی با سرعت ثابت ۶۰ کیلومتر بر ساعت در حرکت است . مسافتی را که این اتومبیل در زمان ۱۴۰ ثانیه طی می‌کند چند متر است؟

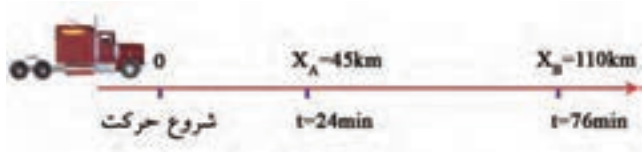
$$۶۰\frac{km}{h}\xrightarrow{\div ۳/۶}۱۶/۶۶\frac{m}{s}$$

$$v=\frac{x}{t}\rightarrow x=v.t\rightarrow x=۱۶/۶۶\times ۱۴۰=۲۳۳۲/۴\,m$$

تمرین نمونه ۳ : شناگری طول یک استخر ۵۵ متری را در ۴۵ ثانیه طی می‌کند. سرعت شناگر چند $\frac{m}{s}$ است؟

$$v=\frac{x}{t}\rightarrow v=\frac{۵۵}{۴۵}=۱/۲۲\frac{m}{s}$$

تمرین نمونه ۴ : کامیونی با سرعت ثابت از نقطهٔ O شروع به حرکت می‌کند. در صورتی‌که در فاصلهٔ ۴۵ کیلومتری از شروع حرکت ۲۴ دقیقه گذشته باشد و در فاصلهٔ ۱۱۰ کیلومتری از مبدأ حرکت، زمان ۷۶ min سپری شده باشد، سرعت در فاصله بین OA و AB را حساب کنید (شکل ۴ــ۲).



شکل ۴ــ۲

سرعت بین مکان O و A

$$X_{OA}=۴۵km \qquad t_{OA}=۲۴min=۰/۴\,h$$

$$v_{OA}=\frac{x}{t}=\frac{۴۵}{۰/۴}=۱۱۲/۵\frac{km}{h}$$

سرعت بین مکان A و B

$$X_{AB}=۱۱۰-۴۵=۶۵km \qquad t_{AB}=۷۶-۲۴=۵۲min=۰/۸۶۶\,h$$

$$v_{AB}=\frac{x}{t}=\frac{۶۵}{۰/۸۶۶}=۷۵\frac{km}{h}$$

ارزشیابی پایانی

۱ــ در تله‌کابین شکل زیر در صورتی‌که کابین‌ها با سرعت ثابت ۳ متر بر ثانیه حرکت کنند و مسیر حرکت این کابین‌ها ۲۱۰۰ متر باشد موارد زیر را محاسبه کنید.

الف) مدت زمان رسیدن کابین‌ها به بالای کوه را برحسب دقیقه به‌دست آورید.

ب) در صورتی‌که زاویه کابل‌ها با سطح افق ۵۰ درجه باشد سرعت افقی چند $\frac{m}{s}$ است؟

ج) سرعت عمودی این کابین‌ها چند $\frac{m}{s}$ است؟

۲ــ سرعت آسانسور ساختمانی ۱۰۸ متر بر دقیقه است در زمان ۹ ثانیه چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

۳ــ جک هیدرولیکی تعمیرگاهی در زمان ۹ ثانیه اتومبیلی را به ارتفاع ۱/۶ متر بالا می‌برد. سرعت پیستون آن را بر حسب متر بر دقیقه به دست آورید.

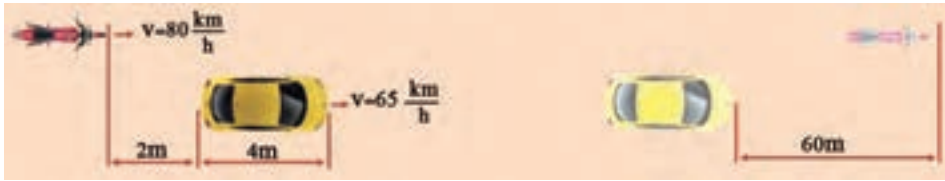
۴ــ دو موتورسوار با سرعت ثابت، همزمان از یک مسیر عبور می‌کنند. در صورتی‌که موتور سوار A با سرعت $۱۲\frac{km}{h}$ و موتورسوار B با سرعت $۲۰\frac{km}{h}$ به حرکت خود ادامه دهند، مطلوب است :

الف) مسافتی که موتور سوار A پس از ۱ ساعت و ۸ دقیقه و ۲۵ ثانیه می‌پیماید چند متر است؟

ب) مسافتی که موتور سوار B پس از ۴۵ دقیقه و ۱۲ ثانیه می‌پیماید چند متر است؟

ج) پس از ۱ ساعت و ۲۵ دقیقه و ۵۰ ثانیه فاصله بین این دو موتورسوار چند متر است؟

۵ــ موتورسواری می‌خواهد از اتومبیلی سبقت بگیرد. حساب کنید در چه زمانی موتورسوار ۶۰ متر جلوتر از اتومبیل قرار خواهد گرفت.



حرکت دایره‌ای

دوران : تعداد دوران یعنی یک جسم در واحد زمان چند بار حول محور خود می‌گردد. یکای تعداد دوران $\frac{۱}{s}$ یا $\frac{۱}{min}$ است. $\frac{۱}{s}$ نشان‌دهنده یک دور در هر ثانیه و $\frac{۱}{min}$ نشان‌دهنده یک دور در هر دقیقه است.

سرعت محیطی : وقتی جسمی حول یک محور می‌چرخد هر نقطه از آن دارای سرعت محیطی است، که سرعت محیطی آن بسته به فاصله آن از مرکز دوران متفاوت است.

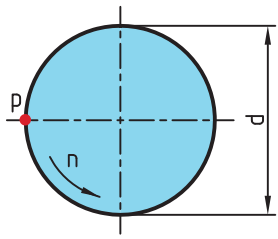
اگر نقطه‌ای مانند p روی دایره‌ای به قطر d حرکت یکنواختی کند، سرعت محیطی آن مقدار مسافتی خواهد بود که نقطه p در واحد زمان طی می‌کند. و مقدار آن از رابطه زیر به‌دست می‌آید (شکل ۵ــ۲).

$$v = \pi \times d \times n$$

v= سرعت محیطی $(\frac{m}{s})$

d= قطر دوران (m)

n= تعداد دوران $(\frac{۱}{s})$

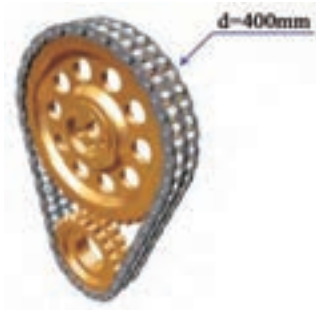


شکل ۵ــ۲

رابطهٔ فوق نشان می‌دهد که سرعت محیطی نقاط مختلف یک جسم دوار به قطر و تعداد دوران آن بستگی دارد، به نحوی که با ثابت ماندن تعداد دوران، نقطه‌ای که به محور چرخش نزدیک‌تر است سرعت محیطی کمتر و نقطه‌ای که از محور چرخش دورتر است دارای سرعت محیطی بیشتری خواهد بود.

توجه : گفتنی است واحد سرعت محیطی در مواردی نیز بر حسب متر بر دقیقه $(\frac{m}{min})$ بیان می‌شود.

تمرین نمونه ۱ : در شکل ۶ــ۲ چرخ زنجیری به قطر $d = ۴۰۰\ mm$ در هر دقیقه ۶۰۰ دور می‌زند، سرعت زنجیر را بر حسب $\frac{m}{s}$ به‌دست آورید. (سرعت زنجیر با سرعت محیطی چرخ زنجیر برابر است).

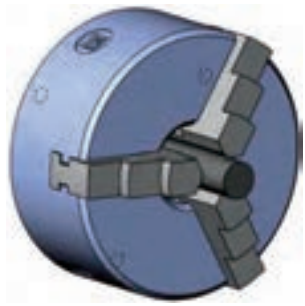


شکل ۶ــ۲

$$n = ۶۰۰\frac{۱}{min} = ۶۰۰ \div ۶۰ = ۱۰\frac{۱}{s} \quad , \quad d = ۴۰۰mm = ۰/۴m$$

$$v = \pi \times d \times n \qquad v = ۳/۱۴ \times ۰/۴ \times ۱۰ = ۱۲/۵۶\frac{m}{s}$$

تمرین نمونه ۲ : در سه نظام شکل ۷ــ۲ قطر قطعه کار ۱۸ میلی‌متر و قطر سه نظام ۲۸ سانتی‌متر است سرعت محیطی قطعه‌کار و سه نظام را در صورتی‌که تعداد دوران ۳۵۵ دور بر دقیقه باشد برحسب $\frac{m}{min}$ و $\frac{m}{s}$ به‌دست آورید.



شکل ۷ــ۲

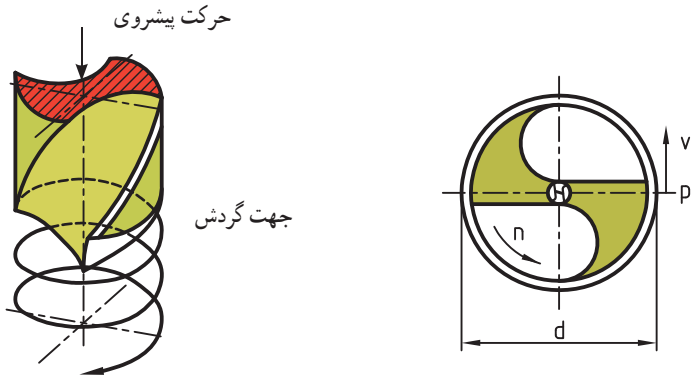
قطر سه نظام $D = ۲۸cm = ۰/۲۸m$, **قطر قطعه** $d = ۱۸mm = ۰/۰۱۸m$

$$v = \pi \times d \times n$$

سرعت محیطی قطعه کار $v = ۳/۱۴ \times ۰/۰۱۸ \times ۳۵۵ = ۲۰/۰۶\frac{m}{min} \xrightarrow{\div ۶۰} ۰/۳۳۴\frac{m}{s}$

سرعت محیطی سه نظام $v = ۳/۱۴ \times ۰/۲۸ \times ۳۵۵ = ۳۱۲/۱۱۶\frac{m}{min} \xrightarrow{\div ۶۰} ۵/۲۰\frac{m}{s}$

سرعت برش : سرعت برش، سرعتی است که با آن عمل براده برداری انجام می‌گیرد. واحد سرعت برش در سوراخ‌کاری متر بر دقیقه $\frac{m}{min}$ و در سنگ‌زنی $\frac{m}{s}$ است (شکل ۸ــ۲).



شکل ۸ــ۲

مطالعه آزاد

سرعت برش در تراشکاری طول مسیر طی شده به‌وسیلهٔ نوک رنده در زمان یک دقیقه است.

به عبارت دیگر طول براده ایجاد شده در یک دقیقه را سرعت برش می‌گویند.

تعیین سرعت برش مناسب به عوامل متعددی از قبیل جنس قطعه کار، جنس ابزار، سطح مقطع براده، مواد خنک‌کننده و نوع ساختمان ماشین بستگی دارد. در صنعت تراشکاری مقدار سرعت برش بر اساس این عوامل انتخاب شده و با توجه به فرمول سرعت برش، مقدار دور سه نظام را مشخص می‌کند.

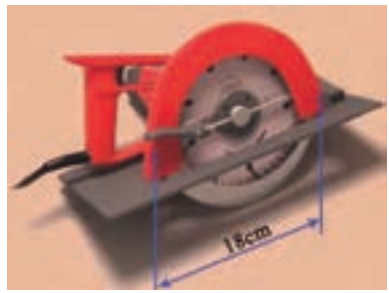
تمرین نمونه ۳ : سوراخی به قطر ۱۲ میلی‌متر توسط مته‌ای ایجاد می‌شود، در صورتی‌که سرعت برش $۳۲ \frac{m}{min}$ باشد تعداد دوران مته را حساب کنید.

$$d = ۱۲mm = ۰/۰۱۲ \qquad v = ۳۲ \frac{m}{min}$$

$$v = \pi \times d \times n \rightarrow ۳۲ = ۳/۱۴ \times ۰/۰۱۲ \times n \rightarrow n = \frac{۳۲}{۳/۱۴ \times ۰/۰۱۲} = ۸۴۹/۲۵ \approx ۸۵۰ \frac{۱}{min}$$

ارزشیابی پایانی

۱ــ در دستگاه برش زیر در صورتی‌که سرعت برش دستگاه $۸\frac{m}{s}$ باشد و قطر تیغه برش ۱۸ سانتی‌متر باشد تعداد دوران تیغه را به‌دست آورید.

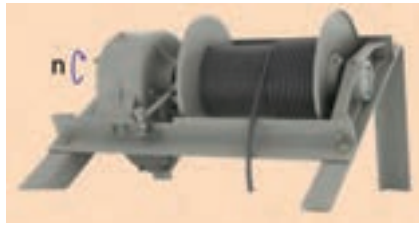


۲ــ در ساعت مطابق شکل زیر در صورتی‌که طول عقربه ثانیه‌شمار آن از محور دوران ۱۲cm باشد و ثانیه شمار حرکت پیوسته و بدون مکث داشته باشد سرعت محیطی نوک عقربه چند $\frac{mm}{h}$ است؟

۳ــ اگر در یک جرثقیل سقفی مطابق شکل قطر قرقره دستگاه ۲۵۰ mm باشد حساب کنید :

الف) با تعداد دوران $۱۸\frac{۱}{\text{min}}$ کابل فلزی با چه سرعتی بالا می‌رود؟

ب) اگر سرعت لازم برای کابل $۵۵\frac{\text{m}}{\text{min}}$ باشد تعداد دوران قرقره چقدر خواهد بود؟



۴ــ تراکتور مطابق شکل زیر با سرعت ۴۵ km/h در حال حرکت است در صورتی‌که قطرچرخ جلو ۸۵ cm و قطر چرخ عقب ۱/۴ m باشد تعداد دوران هر چرخ را بر حسب دور بر دقیقه به‌دست آورید.

۵ــ در یک شهر بازی موتورسواری بر روی دیوار مرگ هنرنمایی می‌کند. در صورتی‌که قطر این دیواره ۱۱ متر باشد و موتورسوار در هر دقیقه ۲۳ دور بزند موارد زیر را حساب کنید :

الف) سرعت موتورسوار چند کیلومتر بر ساعت است؟

ب) در صورتی‌که قطر چرخ‌های موتور ۶۸ سانتی‌متر باشد تعداد دوران چرخ‌ها را برحسب دور بر دقیقه به دست آورید.

فصل سوم : انتقال حرکت به وسیله چرخ تسمه

انتقال حرکت به‌وسیلهٔ تسمه تخت

انتقال حرکت با تسمه های ذوزنقه ای

هدف‌های رفتاری : پس از فراگیری این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ انتقال حرکت در چرخ‌تسمه را شرح دهد.

۲ــ روابط انتقال حرکت در چرخ‌تسمه‌ها را شرح دهد.

۳ــ ارتباط قطر چرخ‌تسمه را با تعداد دوران چرخ‌تسمه بیان کند.

۴ــ تفاوت چرخ‌تسمه تخت و ذوزنقه‌ای را بیان کند.

۵ــ قطر مؤثر در چرخ‌تسمه ذوزنقه‌ای را محاسبه کند.

۶ــ تفاوت چرخ‌تسمه‌های ساده و مرکب را بیان کند.

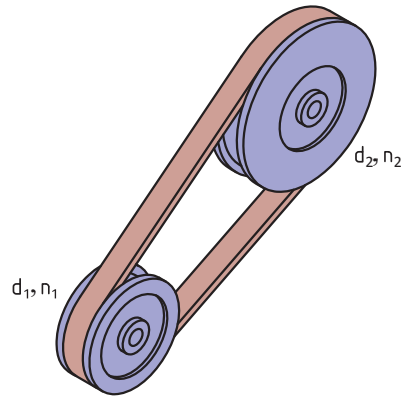
۷ــ نسبت انتقال را در چرخ‌تسمه ساده محاسبه کند.

۸ــ نسبت انتقال را در چرخ‌تسمه مرکب محاسبه کند.

انتقال حرکت به‌وسیلهٔ تسمه تخت

از تسمه و چرخ تسمه‌ها برای انتقال حرکت از یک محور محرک به یک محور متحرک که فاصله زیادی از هم داشته و نیروی انتقالی محدودی دارند، استفاده می‌شود. این نوع انتقال حرکت ارزان است و از طریق اصطکاک بین تسمه و چرخ تسمه‌ها به دست می‌آید. انتقال، تغییر تعداد دور و گشتاور از ویژگی‌های این چرخ‌هاست.

نسبت انتقال حرکت ساده : اگر دو چرخ تسمه محرک و متحرک با تسمه‌ای بدون لغزش به همدیگر مرتبط شوند دوران و گشتاور از چرخ محرک به متحرک منتقل شده و بسته به تغییر قطر دو چرخ ، دوران و گشتاور در چرخ متحرک تغییر می‌کند وخواسته‌های طراحی برآورده می‌شود. در این انتقال حرکت، سرعت محیطی چرخ محرک، چرخ متحرک و تسمه مساوی است و محاسبات آن طبق فرمول زیر است : (شکل ۱ــ۳)



شکل ۱ــ۳

n_1 = دوران چرخ محرک

n_2 = دوران چرخ متحرک

d_1 = قطر چرخ محرک

d_2 = قطر چرخ متحرک

$$v_1 = v_2$$

$$\pi \times n_1 \times d_1 = \pi \times n_2 \times d_2$$

$$n_1 \times d_1 = n_2 \times d_2$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

در روابط بالا نسبت دور چرخ محرک به چرخ متحرک را نسبت انتقال می‌نامند و آن‌را با i نشان می‌دهند.

$$\text{نسبت انتقال حرکت} = \frac{\text{تعداد دوران چرخ محرک}}{\text{تعداد دوران چرخ متحرک}} \rightarrow i = \frac{n_1}{n_2}$$

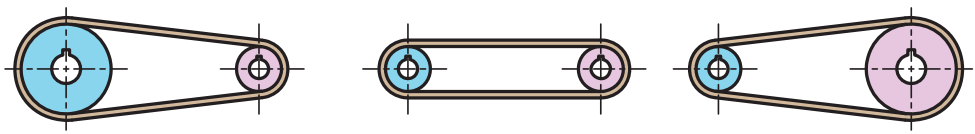
$$\text{نسبت انتقال حرکت} = \frac{\text{قطر چرخ متحرک}}{\text{قطر چرخ محرک}} \rightarrow i = \frac{d_2}{d_1}$$

نکته

در فرمول بالا نسبت انتقال به دلیل یکی بودن یکای صورت و مخرج کسر بدون یکاست.

در محاسبه نسبت انتقال حرکت باید مقدار کسر ساده شود تا مخرج کسر عدد یک شود. مقدار نسبت انتقال بین محور محرک و متحرک نشان می‌دهد، که تعداد دوران محور متحرک کم، زیاد و یا بدون تغییر می‌گردد. جدول زیر این تغییرات را نشان می‌دهد (شکل ۲ــ۳).

$i>1$	$i=1$	$i<1$
دوران چرخ متحرک کم می‌شود	دوران تغییر نمی‌کند	دوران چرخ متحرک زیاد می‌شود

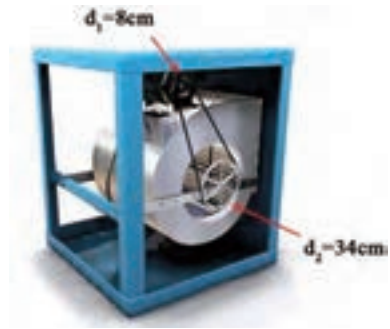


شکل ۲ــ۳

نکته

هر گاه دو چرخ تسمه با یکدیگر مرتبط باشند چرخ کوچک‌تر دوران بیشتری دارد.

تمرین نمونه ۱ : اگر تعداد دوران الکترو موتور ۱۴۲۵ دور در دقیقه باشد و قطر چرخ تسمه (پولی) روی محور موتور و پروانه مطابق شکل ۳ــ۳ باشد.



شکل ۳ــ۳

الف) نسبت انتقال حرکت را به‌دست آورید.

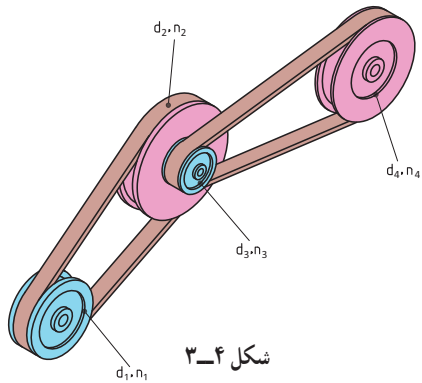
ب) تعداد دوران پروانه کولر را به‌دست آورید.

$$n_1 = ۱۴۲۵ \frac{۱}{min} \qquad d_1 = ۸cm \qquad d_۲ = ۳۴cm$$

الف) $i = \frac{d_۲}{d_1} = \frac{۳۴}{۸} = ۴/۲۵$

ب) $i = \frac{n_1}{n_۲} \rightarrow ۴/۲۵ = \frac{۱۴۲۵}{n_۲} \rightarrow n_۲ = \frac{۱۴۲۵}{۴/۲۵} = ۳۳۵/۳ \frac{۱}{min}$

نسبت انتقال حرکت به‌وسیله چرخ تسمه مرکب : انتقال حرکت مرکب از دو نسبت انتقال حرکت ساده تشکیل می‌شود (شکل ۴ــ۳) :



شکل ۴ــ۳

d_1 و d_3 = قطر چرخ‌های محرک
d_2 و d_4 = قطر چرخ‌های متحرک
n_a = تعداد دوران اولین چرخ محرک
i_1 = نسبت انتقال بین چرخ تسمه ۱ و ۲
i_2 = نسبت انتقال بین چرخ تسمه ۳ و ۴

n_1 و n_3 = تعداد دوران چرخ‌های محرک
n_2 و n_4 = تعداد دوران چرخ‌های متحرک
n_e = تعداد دوران آخرین چرخ متحرک
i = نسبت انتقال کلی

$$i = i_1 \times i_2$$

$$i_1 = \frac{d_2}{d_1} \quad , \quad i_2 = \frac{d_4}{d_3} \rightarrow i = \frac{d_2 \times d_4}{d_1 \times d_3}$$

$$i_1 = \frac{n_1}{n_2} \quad , \quad i_2 = \frac{n_3}{n_4} \rightarrow i = \frac{n_1 \times n_3}{n_2 \times n_4}$$

با توجه به اینکه چرخ تسمه ۲ و ۳ هم‌محور هستند و هر دو با تعداد دوران برابر می‌چرخند می‌توان آنها را از صورت و مخرج حذف کرد، بنابراین :

$$i = \frac{n_1}{n_4}$$

اگر تعداد دوران اولین محور محرک را با n_a و آخرین محور متحرک را با n_e نشان دهیم، بنابراین :

$$i = \frac{n_a}{n_e} = \frac{\text{تعداد دوران محور محرک اولی}}{\text{تعداد دوران محور متحرک آخری}}$$

از مساوی بودن رابطه نسبت انتقال با تعداد دورها و قطرها نتیجه می‌شود :

$$i = \frac{n_a}{n_e} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{d_2 \times d_4}{d_1 \times d_3}$$

انتقال حرکت با تسمه‌های ذوزنقه‌ای

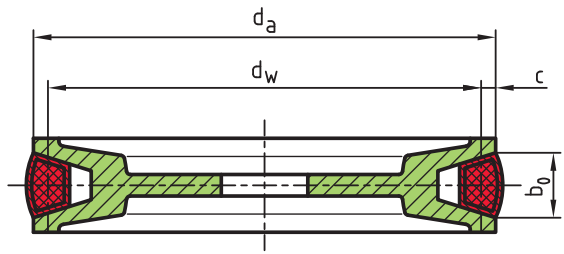
محاسبه انتقال حرکت با تسمه‌های با مقطع ذوزنقه‌ای نیز مانند تسمه‌های تخت است، با این تفاوت که در چرخ تسمه‌های ذوزنقه‌ای، به جای قطر خارجی (d)، قطر مؤثر (d_w) را در رابطهٔ مربوطه قرار می‌دهیم :

d_a = قطر خارجی چرخ تسمه

d_w = قطر مؤثر چرخ تسمه

c = فاصله قطر مؤثر تا قطر خارجی چرخ تسمه

b_o = پهنای بالایی تسمه



شکل ۵ــ۳

برای به‌دست آوردن قطر مؤثر، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم :

$$d_w = d_a - 2c$$

مقدار c به پهنای تسمه b_o بستگی دارد و مقدار آن را می‌توان از جدول ۱ــ۳ به‌دست آورد.

جدول ۱ــ۳

اندازه‌ها به mm	DIN ۲۲۱۵ تسمه معمولی								DIN ۷۷۵۳ تسمه باریک				
پهنای تسمه b_o	۵	۶	۱۰	۱۳	۱۷	۲۲	۳۲	۴۰	۹/۷	۱۲/۷	۱۶/۳	۱۸/۶	۲۲
c	۱/۳	۱/۶	۲	۲/۸	۳/۵	۴/۸	۸/۱	۱۲	۲	۲/۸	۳/۵	۴	۴/۸

با توجه به مقدار d_w روابط انتقال حرکت در چرخ تسمه‌های ذوزنقه‌ای به صورت زیر است.

$$n_1 \times d_{w_1} = n_2 \times d_{w_2}$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} \qquad i = \frac{d_{w_2}}{d_{w_1}}$$

تمرین نمونه ۲ : قطرمؤثر چرخ تسمه محرک ۱۲۸ میلی‌متر و تعداد دوران آن ۶۰۰ دور بر دقیقه است. مطلوب است :

الف) قطر مؤثر چرخ متحرک اگر تعداد دوران آن ۴۰۰ دور بر دقیقه باشد.

ب) نسبت انتقال

ج) قطر خارجی چرخ محرک و متحرک در صورتی‌که پهنای بالای تسمه b_o=۱۳ mm باشد.

(اگر b_o=۱۳ mm باشد طبق جدول ۱ــ۳ c = ۲/۸ mm خواهد بود)

الف) $n_1 \times d_{w_1} = n_2 \times d_{w_2} \rightarrow d_{w_2} = \frac{n_1 \times d_{w_1}}{n_2} = \frac{۶۰۰ \times ۱۲۸}{۴۰۰} = ۱۹۲ \text{ mm}$

ب) $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{۶۰۰}{۴۰۰} = ۱/۵$ $\qquad i = \frac{d_{w_2}}{d_{w_1}} = \frac{۱۹۲}{۱۲۸} = ۱/۵$

ج) $d_{a_1} = d_{w_1} + ۲c = ۱۲۸ + (۲ \times ۲/۸) = ۱۳۳/۶ \text{ mm}$

$d_{a_2} = d_{w_2} + ۲c = ۱۹۲ + (۲ \times ۲/۸) = ۱۹۷/۶ \text{ mm}$

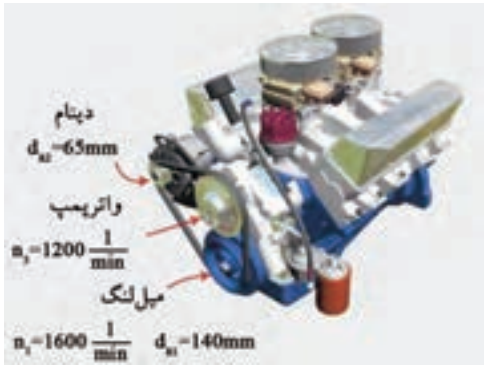
ارزشیابی پایانی

۱ــ در یک موتور ماشین حرکت دورانی محور دینام و واترپمپ با یک چرخ تسمه از محور میل لنگ موتور تأمین می‌شود. اگر پهنای تسمه ۱۲/۷ میلی‌متر باشد مطلوب است :

الف) قطر مؤثر چرخ تسمه واترپمپ

ب) تعداد دوران دینام

ج) سرعت تسمه



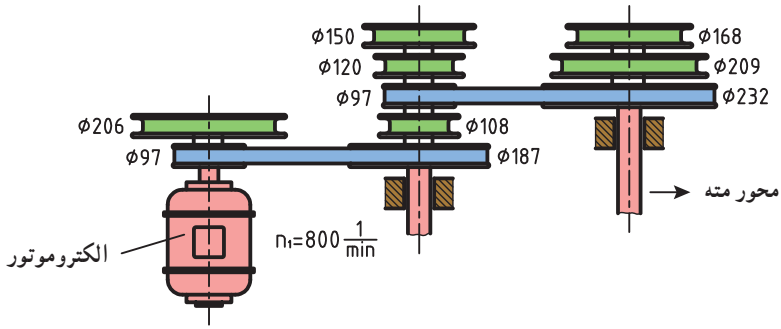
۲ــ در یک دستگاه چرخ خیاطی در صورتی‌که تعداد دوران چرخ محرک ۳۶ دور بر دقیقه باشد تعداد دوران چرخ متحرک را بر حسب دور بر ثانیه به دست آورید.

۳ــ در دستگاه انتقال حرکت ماشین مته مطابق شکل از تسمه نرمال استفاده شده است. اگر پهنای تسمه ۱۷ میلی‌متر و قطر خارجی چرخ تسمه‌ها مطابق شکل باشد، مطلوب است :

الف) تعداد مراحل دور دستگاه

ب) حداقل تعداد دور محور مته

ج) حداکثر تعداد دور محور مته



۴ــ در جدول زیر مقادیر خواسته شده را به‌دست آورید.

	الف	ب	ج
$d_1(mm)$	۱۱۲	۴۵۰	۲۴۰
$d_2(mm)$	۶۷۲	۱۸۰	؟
$d_3(mm)$	۱۲۰	۲۲۴	۱۴۵
$d_4(mm)$	۲۴۰	؟	۱۱۶
$n_1(\frac{1}{min})$	۱۴۴۰	۲۸۰	۳۱۵
$n_4(\frac{1}{min})$	؟	۱۴۰۰	؟
i	؟	؟	۰/۶

۵ــ در جدول زیر مقادیر خواسته شده را به‌دست آورید.

	الف	ب	ج
d_1	۱۸۰	۲۵۰	۱۱۲
d_2	۳۱۵	۵۰	؟
$n_1(\frac{1}{min})$	۸۰۰	؟	؟
$n_2(\frac{1}{min})$	؟	۱۴۰۰	۵۶۰
i	؟	؟	۲/۵

فصل چهارم: محاسبات سطح

یکای اندازه‌گیری سطح
محاسبه سطوح اَشکال گوشه‌دار
محاسبه سطوح اَشکال قوسی‌دار
محاسبه مساحت اَشکال مرکب
محاسبه دور ریز سطوح

هدف‌های رفتاری : پس از فراگیری این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ تفاوت سطح با طول را بیان کند.

۲ــ یکای اندازه‌گیری سطح را در سیستم SI توضیح دهد.

۳ــ یکاهای اندازه‌گیری سطح را به یکدیگر تبدیل کند.

۴ــ مساحت اشکال هندسی گوشه‌دار را محاسبه کند.

۵ــ مساحت اشکال هندسی قوس‌دار را محاسبه کند.

۶ــ مساحت اشکال هندسی مرکب را محاسبه کند.

۷ــ درصد دورریز سطحی یک قطعه را محاسبه کند.

یکای اندازه‌گیری سطح

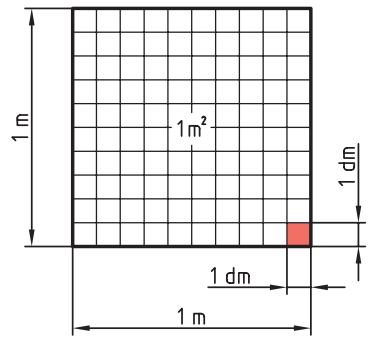
یکای اندازه‌گیری سطح در سیستم SI مترمربع و آن سطح مربعی است که طول ضلع آن ۱ متر است.

$$1m \times 1m = 1m^2$$

$$10dm \times 10dm = 10^2 dm^2$$

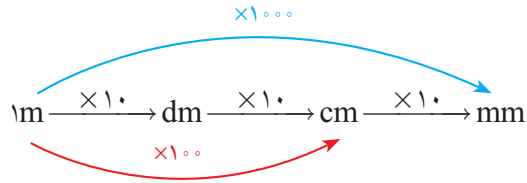
$$100cm \times 100cm = 100^2 cm^2$$

$$1000mm \times 1000mm = 1000^2 mm^2$$

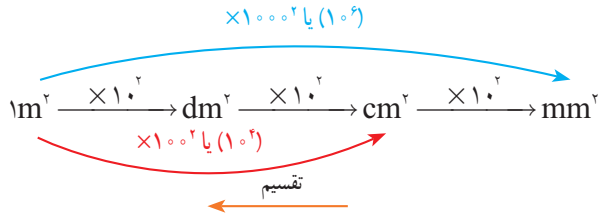


شکل ۱ــ۴

همان‌طور که در فصل اول اشاره کردیم برای تبدیل یکاهای طول از نمودار زیر استفاده می‌کنیم :



چون در یکای سطح توان ۲ داریم هر ضریب که در تبدیل یکای طول داشتیم نیز به توان ۲ می‌رسد. به همین منظور نمودار بالا به نمودار زیر تبدیل می‌شود.



توجه : در نمودار بالا برای تبدیل یکای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس نمودار استفاده می‌شود.

به عبارت دیگر :

$$1m^2 = 10^2 dm^2 = 100^2 cm^2 = 1000^2 mm^2$$

اگر بخواهیم ضرایب را به توانی از ده تبدیل کنیم، عبارت فوق به صورت زیر تبدیل می‌شود :

$$1m^2 = 10^2 dm^2 = 10^4 cm^2 = 10^6 mm^2$$

تمرین نمونه ۱ : اندازه‌های داده شده زیر را بر حسب واحدهای خواسته شده به‌دست آورید.

الف) $9\,mm^2 = ... cm^2$ جواب: $9mm^2 \xrightarrow{\div 10^2} 0/09\,cm^2$

ب) $11m^2 = ... cm^2$ جواب: $11m^2 \xrightarrow{\times 10^4} 11\times 10^4 = 110000 cm^2$

ج) $25/4\,dm^2 = ... mm^2$ جواب: $25/4dm^2 \xrightarrow{\times 10^4} 25/4\times 10^4 = 254000 mm^2$

ارزشیابی پایانی

۱ــ اندازه‌های زیر را به یکاهای خواسته شده تبدیل کنید.

۸/۵ mm^2	..... dm^2	۰/۶۵ mm^2	..... m^2
۲۵۱۰ dm^2	..... m^2	۲۵۳ dm^2	..... cm^2
۱/۴۵ cm^2	..... dm^2	۹۵ cm^2	..... m^2

۲ــ حاصل مساحت‌های زیر را بر حسب یکای خواسته شده به‌دست آورید.

الف) $۳۳/۴۵\,dm^2 + ۰/۴۵\,m^2 + ۵۰/۲\,cm^2 = ...\,dm^2$

ب) $۱۱۰\,cm^2 + ۴m^2 - ۲۰\,dm^2 = ...\,mm^2$

ج) $۶۲\,m^2 - ۱۱۰۰\,mm^2 + ۱۲\,cm^2 - ۴۰\,dm^2 = ...\,cm^2$

۳ــ مقادیر زیر را به یکای مورد نظر تبدیل کنید.

الف) به دسی‌مترمربع

$۱۱/۲۵\,cm^2, ۲/۸۷\,m^2, ۱۴/۷۵\,mm^2$

ب) به سانتی‌متر مربع

$۲۹/۹\,dm^2, ۰/۷۸۶\,m^2, ۲۲/۷۵\,mm^2$

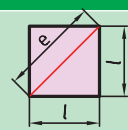
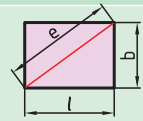
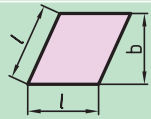
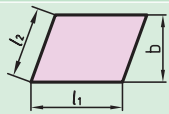
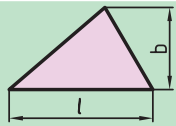
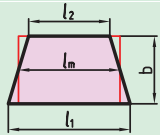
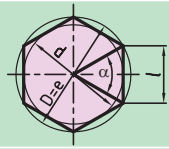
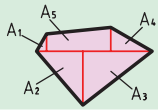
محاسبه سطوح اَشکال گوشه‌دار

برای محاسبه سطوح اشکال گوشه‌دار از علائم اختصاری جدول ۱ــ۴ استفاده می‌شود و روابط آنها در جدول ۲ــ۴ ارائه شده است.

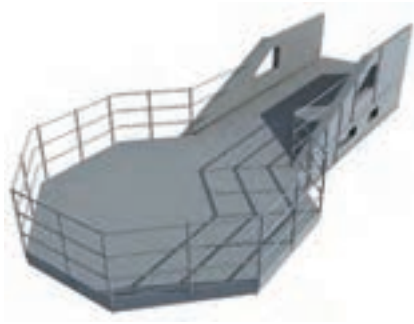
جدول ۱ــ۴. علائم اختصاری

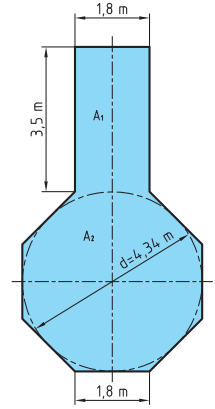
A	مساحت	e	قطر	b	عرض
l	طول	D	قطر دایره محیطی در چندضلعی منتظم	d	قطر دایره محاطی در چندضلعی منتظم
l_m	طول متوسط	n	تعداد اضلاع	α	زاویه مرکزی

جدول ۲ــ۴

		مساحت	
مربع		$A = l \times l = l^2$	$e = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2} \times l = 1/414l$
مستطیل		$A = l \times b$	$e = \sqrt{l^2 + b^2}$
لوزی		$A = l \times b$	
متوازی‌الاضلاع		$A = l_1 \times b$	
مثلث		$A = \frac{l \times b}{2}$	در مثلث متساوی‌الاضلاع $b = \sqrt{3} \times \frac{l}{2} \approx 0/866 \times l$
ذوزنقه		$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \times b$ $A = l_m \times b$	$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$
چند ضلعی منتظم		$A = n \times A_1 = \frac{n \times l \times d}{4}$	$l = D \times \sin(\frac{180^\circ}{n})$ $d = \sqrt{D^2 - l^2}$
سطوح مرکب		$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$	

تمرین نمونه ۱ : در یک سکوی فلزی مطابق شکل ۲ــ۴ مساحت کف سکو را حساب کنید.





شکل ۲ــ۴

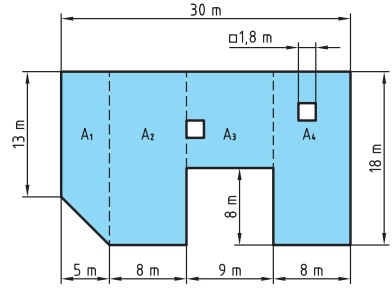
مساحت مستطیل $A_۱ = l \times b = ۳/۵ \times ۱/۸ = ۶/۳ \, m^۲$

مساحت هشت ضلعی $A_۲ = \frac{n \times l \times d}{۴} = \frac{۸ \times ۱/۸ \times ۴/۳۴}{۴} = ۱۵/۶۲۴ m^۲$

$A = A_۱ + A_۲ = ۶/۳ + ۱۵/۶۲۴ = ۲۱/۹۲۴ \, m^۲$

تمرین نمونه ۲ : برای سقف ساختمانی مطابق شکل ۳ــ۴ چند متر مربع ایزوگام لازم است؟

شکل ۳ــ۴



$A_۱ = \frac{l_۱ + l_۲}{۲} \times b = \frac{۱۳ + ۱۸}{۲} \times ۵ = ۷۷/۵ \, m^۲$

$A_۲ = A_۴ = l \times b = ۱۸ \times ۸ = ۱۴۴ \, m^۲$

$A_۳ = l \times b = ۱۰ \times ۹ = ۹۰ \, m^۲$

$A_۵ = l \times l = ۱/۸ \times ۱/۸ = ۳/۲۴ \, m^۲$ مساحت نورگیر

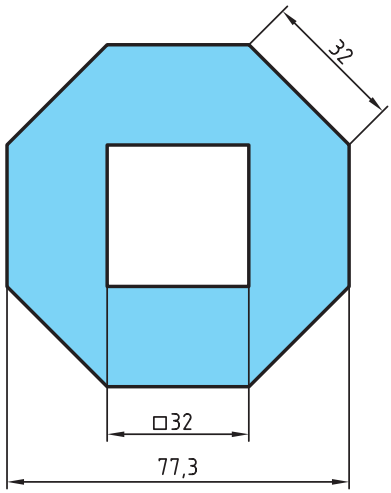
$A = A_۱ + A_۲ + A_۳ + A_۴ - ۲A_۵ = ۷۷/۵ + ۱۴۴ + ۹۰ + ۱۴۴ - ۲ \times ۳/۲۴ = ۴۴۹/۰۲ \, m^۲$

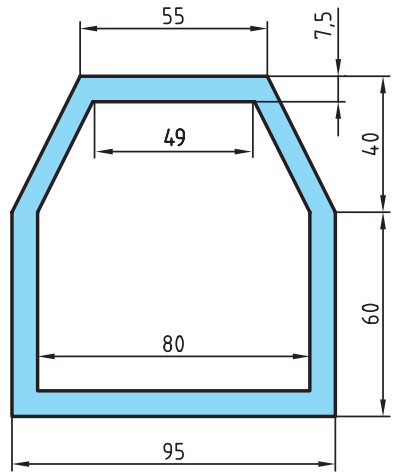
مساحت ایزوگام شده

ارزشیابی پایانی

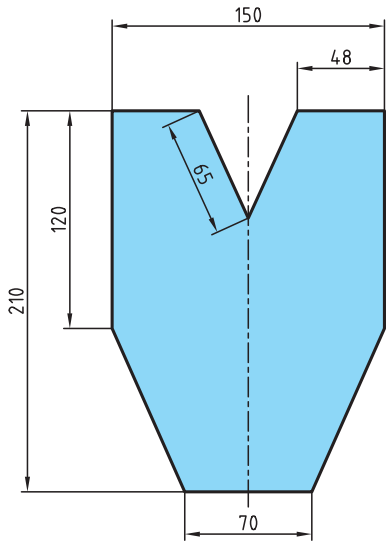
۱ــ محیط مربعی ۱۴۴ میلی‌متر است مساحت آن را به‌دست آورید.

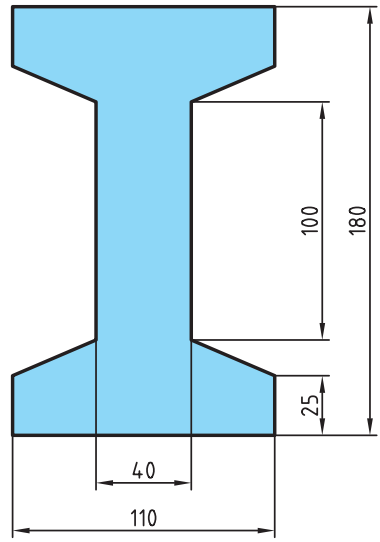
۲ــ مساحت مقطع مطابق شکل را برحسب mm^2 و cm^2 به‌دست آورید.



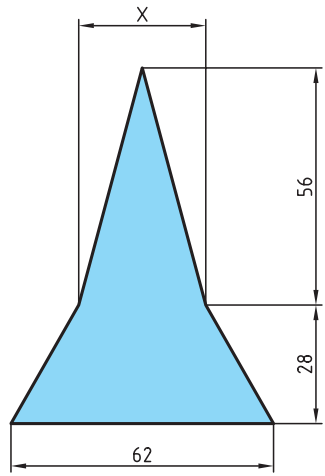


۳ــ مساحت قطعه زیر را برحسب mm^2 به‌دست آورید.





۴ــ مساحت مقطع قطعهٔ زیر $۲۱۲۸\ mm^۲$ است. اندازه X را به دست آورید.



۵ــ مساحت مثلثی $۵۴۰\ mm^۲$ است مطلوب است :

الف) اگر طول قاعده آن ۲۴mm باشد ارتفاع آن چقدر است؟

ب) اگر ارتفاع آن ۳۰mm باشد اندازه قاعده آن چقدر خواهد بود؟

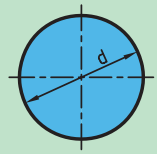
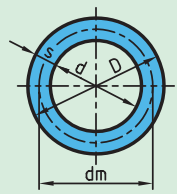
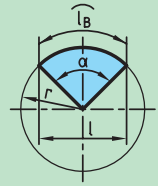
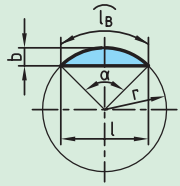
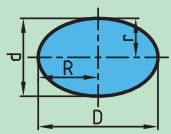
محاسبه سطوح اشکال قوس‌دار

برای محاسبه سطوح اشکال قوس‌دار از علائم اختصاری مطابق جدول ۳ـ۴ استفاده می‌شود و روابط آن در جدول ۴ـ۴ ارائه شده است.

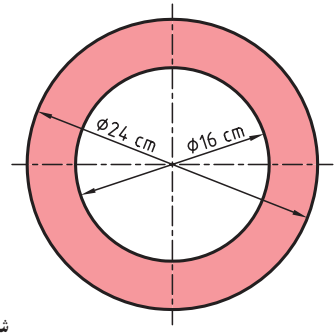
جدول ۳ـ۴

D	قطر بزرگ	l	طول وتر
d	قطر کوچک	l_B	طول قوس
R	شعاع بزرگ	d_m	قطر متوسط در تاج دایره
r	شعاع کوچک	s	عرض تاج دایره

جدول ۴ـ۴

مساحت			
دایره		$A=\frac{\pi\times d^2}{4}$ $A=\pi\times r^2$	$d=\sqrt{\frac{4\times A}{\pi}}$
تاج دایره		$A=\frac{\pi\times D^2}{4}-\frac{\pi\times d^2}{4}$ $A=\frac{\pi}{4}\times(D^2\times d^2)$ $A=\pi\times d_m\times s$	$d_m=\frac{D+d}{2}$ $S=\frac{D-d}{2}$
قطاع دایره		$A=\frac{l_B\times r}{2}$ $A=\frac{\pi\times r^2\times\alpha}{360^\circ}$	$l_B=\frac{\pi\times r\times\alpha}{180^\circ}$
قطعه دایره		$A=\frac{l_B\times r-l\times(r-b)}{2}$ $A=\frac{\pi\times r^2\times\alpha}{360^\circ}-\frac{l\times(r-b)}{2}$ $A\approx\frac{2}{3}\times l\times b$	$b=r(1-\cos\frac{\alpha}{2})$ $l=2\times r\times\sin\frac{\alpha}{2}$
بیضی		$A=\frac{\pi\times D\times d}{4}$	

تمرین نمونه ۱ : فیلتر هوای یک خودرو مطابق شـکل ۴ـ۴ است. مساحت مقطع این فیلتر هوا را برای طراحی محفظه آن به‌دست آورید.

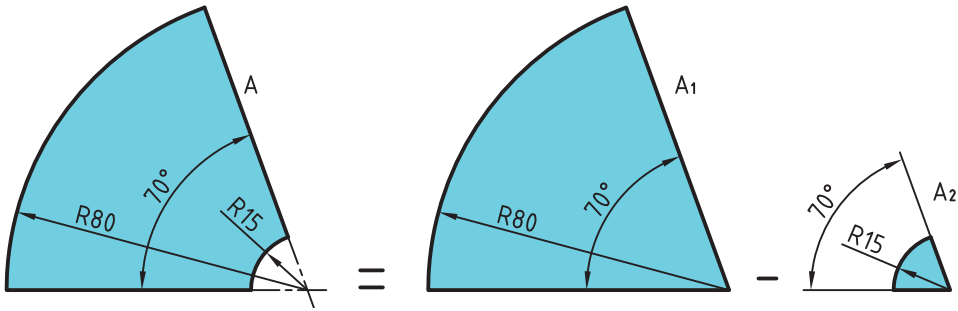


شکل ۴ـ۴

$D = ۲۴\,cm \qquad d = ۱۶\,cm$

$$A = \frac{\pi}{۴} \times (D^{۲} - d^{۲}) = \frac{\pi}{۴} \times (۲۴^{۲} - ۱۶^{۲}) = ۲۵۱/۲\,cm^{۲}$$

تمرین نمونه ۲ : مساحت ورق به‌کار رفته در قطعه مطابق شکل ۵ـ۴ را به‌دست آورید.



شکل ۵ـ۴

$r_{۱} = ۸۰\,mm \qquad r_{۲} = ۱۵\,mm \qquad \alpha = ۷۰^{\circ}$

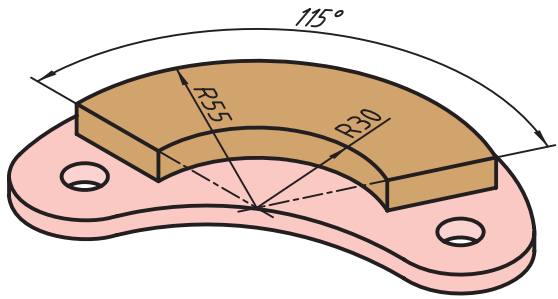
$$A = A_{۱} - A_{۲} = \frac{\pi \times r_{۱}^{۲} \times \alpha}{۳۶۰^{\circ}} - \frac{\pi \times r_{۲}^{۲} \times \alpha}{۳۶۰^{\circ}} =$$

$$A = \frac{\pi \times ۸۰^{۲} \times ۷۰}{۳۶۰^{\circ}} - \frac{\pi \times ۱۵^{۲} \times ۷۰}{۳۶۰^{\circ}} = ۳۹۰۷/۵ - ۱۳۷/۴ = ۳۷۷۰/۱\,mm^{۲}$$

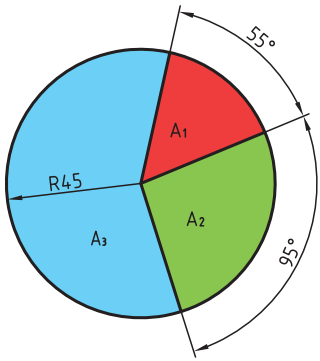
ارزشیابی پایانی

۱ــ مساحت مقطع پیستونی مطابق شکل $۷۵۳۹/۱۴ mm^۲$ است قطر آن چند میلی‌متر است؟

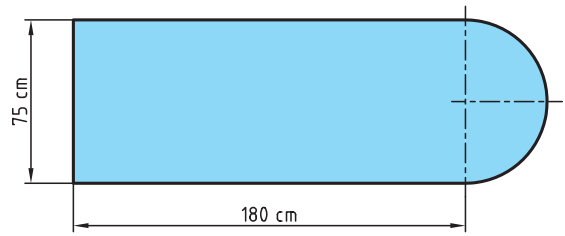
۲ــ سطح لنت مطابق شکل را به دست آورید.



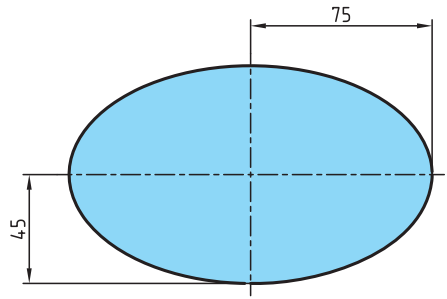
۳ــ در شکل روبه‌رو مساحت هر قطاع رنگی را به‌دست آورده و حساب کنید سطح هر قطاع چند درصد از مساحت کل دایره است.



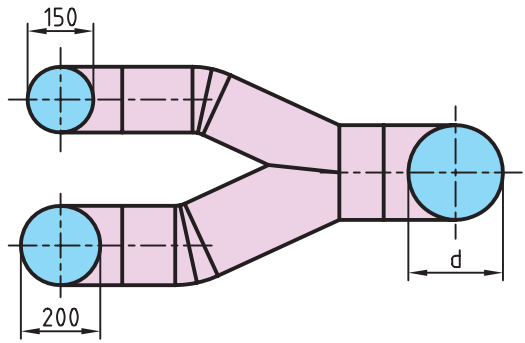
۴ــ مساحت سطح میز کامپیوتر زیر را به‌دست آورید.



۵ــ برای تولید آینه موتورسیکلت مطابق تصویر زیر چند mm^2 شیشه لازم است؟



۶ــ در کانال شکل زیر سطح مقطع کانال ورودی با کانال‌های خروجی برابر است. مقدار d را به‌دست آورید.



محاسبه مساحت اَشکال مرکب

سطوحی که از چندین شکل هندسی مشخص تشکیل شده‌اند را سطوح مرکب می‌نامند.

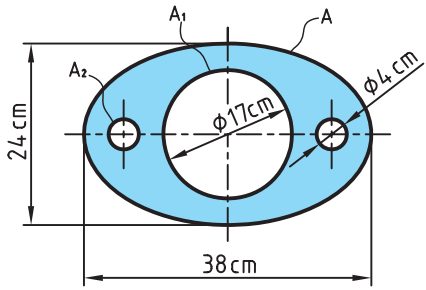
برای محاسبه مساحت اَشکال مرکب به ترتیب زیر عمل می‌کنیم :

الف) سطح شکل مرکب را به اشکال هندسی معین تجزیه می‌کنیم.

ب) مساحت هر یک از اشکال هندسی را به‌دست می‌آوریم.

ج) با جمع مساحت اشکال هندسی تجزیه شده مساحت شکل مرکب را به‌دست می‌آوریم. (در این جمع، سطوح سوراخ شده را از مساحت کل کم می‌کنیم).

تمرین نمونه ۱ : برای تولید صفحه جلویی ۸۰۰ بلندگو مطابق شکل ۶ــ۴ چند m^2 ورق لازم است؟



شکل ۶ــ۴

شکل بالا مثال یک سطح مرکب است که در آن از مساحت یک ورق بیضی‌شکل سه دایره با قطرهای مختلف بریده شده است.

$$A=\frac{\pi\times D\times d}{۴}=\frac{۳/۱۴\times ۳۸\times ۲۴}{۴}=۷۱۵/۹۲\,cm^2$$

$$A_1=\frac{\pi\times d^2}{۴}=\frac{۳/۱۴\times ۱۷^2}{۴}=۲۲۶/۸۶\,cm^2 \qquad A_2=\frac{\pi\times d^2}{۴}=\frac{۳/۱۴\times ۴^2}{۴}=۱۲/۵۶\,cm^2$$

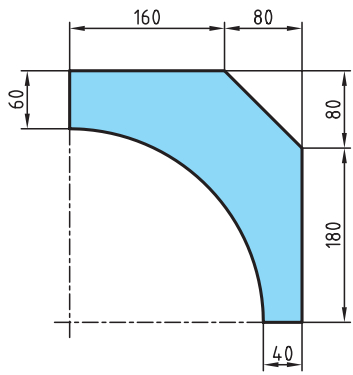
$$\text{مساحت قطعه}=A-A_1-A_2-A_2=A-A_1-۲A_2=۷۱۵/۹۲-۲۲۶/۸۶-۲\times ۱۲/۵۶$$
$$=۴۶۳/۹۴\,cm^2$$

$$\text{مساحت قطعه}=۴۶۳/۹۴\,cm^2 \xrightarrow{\times ۱۰^{-۴}} ۰/۰۴۶۳۹۴\,m^2$$

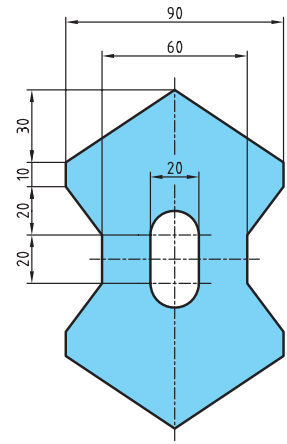
برای تولید ۸۰۰ بلندگو $۰/۰۴۶۳۹۴\times ۸۰۰=۳۷/۱۱۵۲\,m^2$

ارزشیابی پایانی

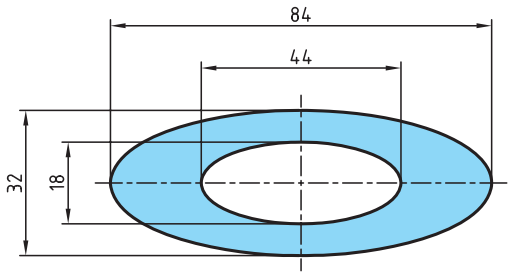
۱ــ مساحت قطعات مطابق شکل را به‌دست آورید.



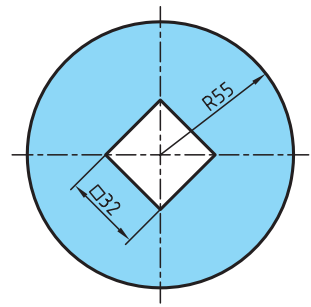
ب)



الف)

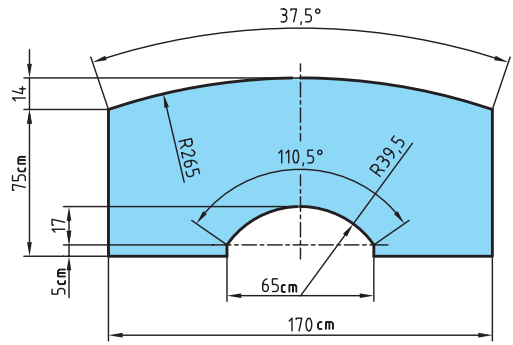


د)



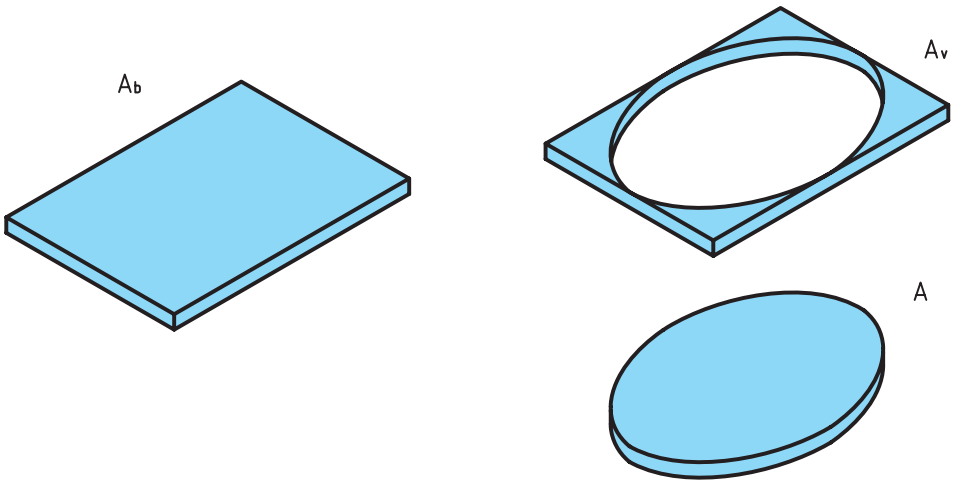
ج)

۲ــ مساحت سطح میزی مطابق شکل زیر را به‌دست آورید.



محاسبه دورریز سطوح

برای محاسبه دورریز سطوح کافی است سطح قطعه ساخته شده را از سطح ورق اولیه کم کنیم (شکل ۷ــ۴).



شکل ۷ــ۴

سطح دورریز + سطح قطعه ساخته شده = سطح ورق اولیه

$$A_b = A + A_v$$

مقدار درصد دورریز سطحی ($A_V\%$) را می‌توان در دوحالت محاسبه کرد :

الف) درصد دورریز ($A_V\%$) بر اساس سطح ورق اولیه :

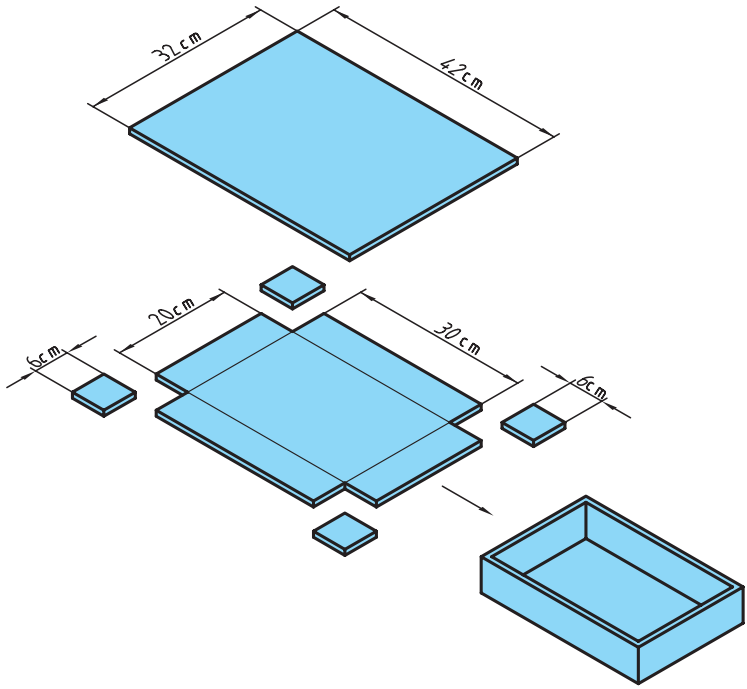
$$\text{درصد دورریز برحسب قطعه اولیه} = \frac{A_v}{A_b} \times ۱۰۰$$

ب) درصد دورریز ($A_V\%$) بر اساس سطح قطعه ساخته شده :

$$\text{درصد دورریز برحسب قطعه ساخته شده} = \frac{A_v}{A} \times ۱۰۰$$

تمرین نمونه ۱ : در شکل ۸ــ۴ برای ساخت یک جعبه درباز فلزی نیاز است، ورق فلزی به ابعاد زیر را برش داده و از محل مورد نظر خم کنیم. درصد دورریز را در دو حالت زیر به‌دست آورید.

الف) بر حسب قطعه اولیه　　ب) بر حسب قطعه ساخته شده



شکل ۸ــ۴

$$A_b = b \times l = ۴۲ \times ۳۲ = ۱۳۴۴\ cm^۲$$

۴ ورق ۶ × ۶ از گوشه‌های ورق اولیه دورریز است و بعد از برش از ورق اولیه جدا می‌شود.

$$A_v = ۴ \times (۶ \times ۶) = ۱۴۴\ cm^۲$$

$$A_b = A + A_v \rightarrow A = A_b - A_v = ۱۳۴۴ - ۱۴۴ = ۱۲۰۰\ cm^۲$$

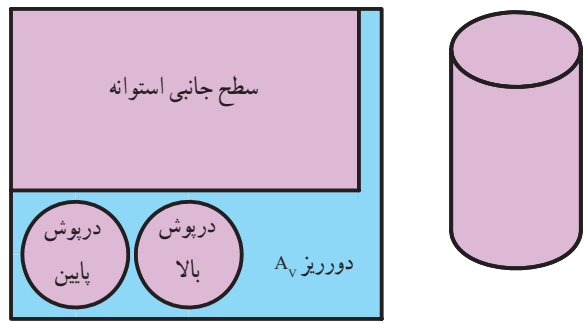
الف) $\%A_v = \frac{A_v}{A_b} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴۴}{۱۳۴۴} \times ۱۰۰ = \%۱۰/۷\ A_b$　　درصد دورریز بر حسب قطعه اولیه

ب) $\%A_v = \frac{A_v}{A} \times ۱۰۰ = \frac{۱۴۴}{۱۲۰۰} \times ۱۰۰ = \%۱۲\ A$　　درصد دورریز برحسب قطعه ساخته شده

تمرین نمونه۲ : اگر سطح استوانه‌ای مطابق شکل $۶۱/۲۳\ cm^۲$ باشد (مجموع مساحت‌های درپوش بالا، درپوش پایین و سطح جانبی). مقدار سطح ورق اولیه برای ساخت آن‌را در حالت‌های زیر به‌دست آورید (شکل ۹ــ۴).

الف) دورریز ۲۵٪ سطح قطعه ساخته شده باشد.

ب) دورریز ۱۸٪ سطح ورق اولیه باشد.



شکل۹ــ۴

الف)

$$A_v = ٪۲۵ \times A$$

$$A_v = \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۶۱/۲۳ = ۱۵/۳$$

$$A_b = A + A_v = ۶۱/۲۳ + ۱۵/۳ = ۷۶/۵۳\ cm^۲$$

ب)

$$A_b = A + A_v$$

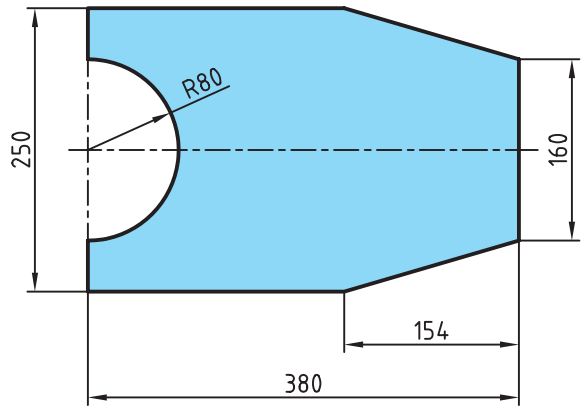
$$A_b = A + ٪۱۸ \times A_b$$

$$A = A_b - \frac{۱۸}{۱۰۰} A_b$$

$$A = ۰/۸۲ A_b \rightarrow A_b = \frac{A}{۰/۸۲} = \frac{۶۱/۲۳}{۰/۸۲} = ۷۴/۶۷\ cm^۲$$

ارزشیابی پایانی

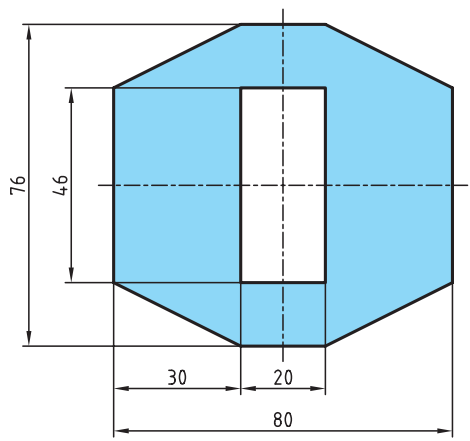
۱ــ در ساخت قطعه شکل زیر در صورتی‌که مقدار دورریز ۲۲ درصد سطح ورق اولیه باشد، مقدار سطح ورق اولیه را به‌دست آورید.



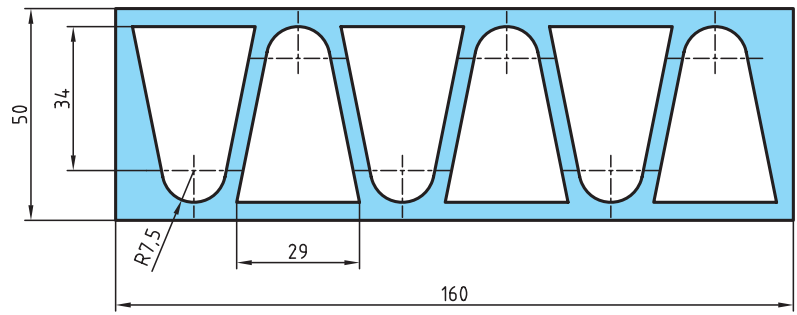
۲ــ سطح ورق اولیه برای ساخت قطعه مطابق شکل زیر را به دست آورید.

الف) در صورتی‌که مقدار دورریز ۲۱ درصد سطح قطعه ساخته شده باشد.

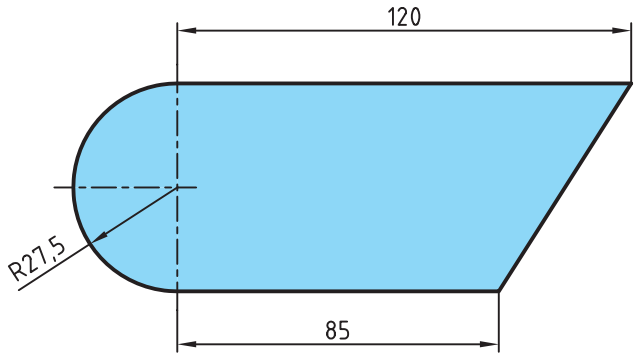
ب) در صورتی‌که مقدار دورریز ۱۷ درصد سطح ورق اولیه باشد.



۳ــ در شکل زیر مقدار درصد دورریز را بر مبنای سطح قطعه اولیه به‌دست آورید.



۴ــ اگر بخواهیم از قطعهٔ شکل زیر به تعداد ۱۲ عدد بر روی ورقی به عرض ۶۰ میلی‌متر بسازیم طول ورق اولیه را برای این تعداد در صورتی‌که مقدار دورریز ۱۵ درصد سطح کل قطعات ساخته شده باشد، به‌دست آورید.



فصل پنجم : محاسبات حجم

یکاهای اندازه‌گیری حجم

محاسبه احجام هندسی

هدف‌های رفتاری : پس از فراگیری این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ تفاوت حجم و سطح را شرح دهد.

۲ــ یکای اندازه‌گیری حجم را در سیستم SI توضیح دهد.

۳ــ یکاهای اندازه‌گیری حجم را به یکدیگر تبدیل کند.

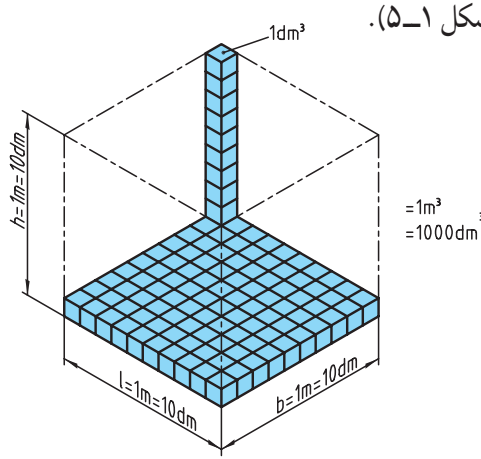
۴ــ حجم احجام هندسی را محاسبه کند.

۵ــ حجم احجام هندسی مرکب را محاسبه کند.

۶ــ تفاوت احجام هندسی ناقص و کامل را بیان کند.

یکاهای اندازه‌گیری حجم

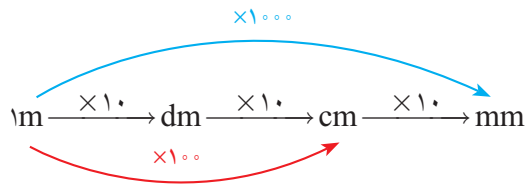
یکای اندازه‌گیری حجم در سیستم SI مترمکعب و آن عبارت است از حجم مکعبی که طول، عرض و ارتفاع آن ۱ متر باشد (شکل ۱ــ۵).



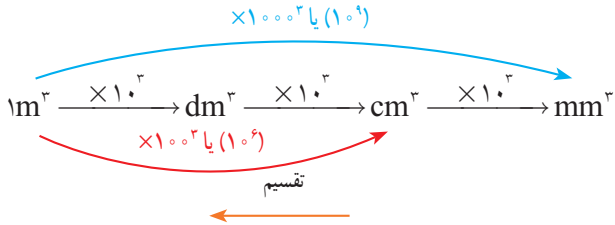
شکل ۱ــ۵

$$1m \times 1m \times 1m = 1m^3$$

همان‌طور که در فصل اول اشاره کردیم برای تبدیل یکاهای طول از نمودار زیر استفاده می‌کنیم :



چون یکای اندازه‌گیری حجم توان ۳ دارد هر ضریبی که در تبدیل یکای طول داشتیم نیز به توان ۳ می‌رسد و نمودار تبدیل یکا در اندازه‌گیری حجم به صورت زیر می‌شود :



توجه : در نمودار بالا برای تبدیل یکاهای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس نمودار استفاده می‌شود.

به‌طور مثال در نمودار صفحه قبل برای تبدیل متر به میلی‌متر $m \xrightarrow{\times ۱۰۰۰} mm$ است، در حالی‌که برای تبدیل یکای حجم این ضریب به توان ۳ می‌رسد و خواهیم داشت،

$$m^۳ \xrightarrow{\times ۱۰۰۰^۳} mm^۳$$

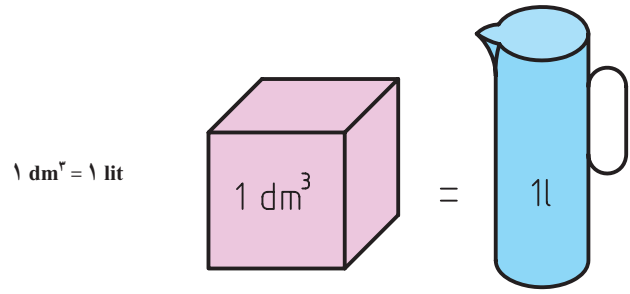
بنابراین :

$$۱m^۳ = ۱۰^۳ dm^۳ = ۱۰۰^۳ cm^۳ = ۱۰۰۰^۳ mm^۳$$

اگر بخواهیم ضرایب را به حالت توانی از ده تبدیل کنیم نمودار بالا به صورت زیر تبدیل می‌شود :

$$۱m^۳ = ۱۰^۳ dm^۳ = ۱۰^۶ cm^۳ = ۱۰^۹ mm^۳$$

یکای اندازه‌گیری مایعات : یکای اصلی حجم مایعات در سیستم SI متر مکعب است و یکای کوچک‌تر آن دسی‌متر مکعب که لیتر نامیده می‌شود با حرف (l) نشان داده می‌شود و یک لیتر معادل حجم ظرفی به شکل مکعب که هر ضلع آن یک دسی‌متر است (شکل ۲ــ۵).



شکل ۲ــ۵

همچنین یکاهای کوچک‌تر اندازه‌گیری حجم مایعات یک میلی‌لیتر یا یک سی‌سی (cc) است که برابر یک سانتی‌مترمکعب است.

$$۱l = ۱dm^۳ = ۱۰۰۰ cm^۳ = ۱۰۰۰ ml = ۱۰۰۰ cc$$

ارزشیابی پایانی

۱ــ اندازه‌های زیر را به یکاهای خواسته شده تبدیل کنید.

۲/۵ m^3	..... cm^3	۵۲۳۰ mm^3	..... m^3
۲۴۰ dm^3	..... mm^3	۲۱/۵ dm^3	..... cm^3
۱۵/۶۲ cm^3	..... mm^3	۸۴ cm^3	..... m^3
۰/۲۵۶ m^3	..... dm^3	۱۸۰۵ mm^3	..... dm^3

۲ــ حاصل حجم‌های زیر را بر حسب یکای خواسته شده به‌دست آورید.

الف) $۴۲۸۱۰۰\,mm^3 + ۰/۰۰۳۵\,m^3 + ۲۷۰۸/۲\,cm^3 = ...\,dm^3$

ب) $۲۱\,cm^3 + ۰/۰۰۴۸m^3 - ۴/۶\,dm^3 = ...\,mm^3$

ج) $۰/۰۰۱۶m^3 - ۱۹۲۰۰\,mm^3 + ۲۲\,cm^3 - ۰/۱۸\,dm^3 = ...\,cm^3$

۳ــ مقادیر زیر را به یکای مورد نظر تبدیل کنید.

الف) به دسی‌مترمکعب

$۸۴۰/۲۵\,cm^3, ۱/۲۸۲m^3, ۴۰۵/۱۲\,mm^3$

ب) به سانتی‌مترمکعب

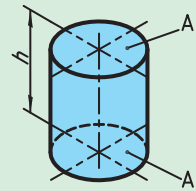
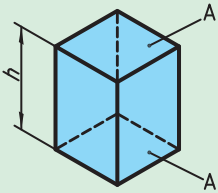
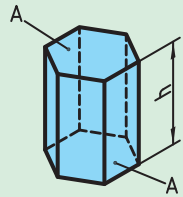
$۰/۸۹۰dm^3, ۰/۰۶۵m^3, ۱۴۴۵\,mm^3$

محاسبه احجام هندسی

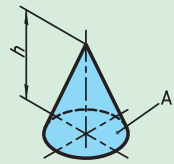
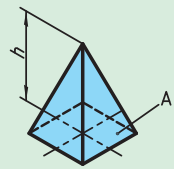
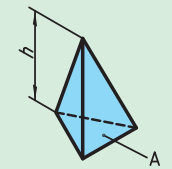
جدول ۱ــ۵

سطح قاعده پایینی	A_1	حجم	V
سطح قاعده بالایی	A_2	ارتفاع	H , h
سطح جانبی	A_M	سطح قاعده	A
		سطح کل	A_O

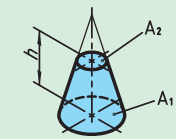
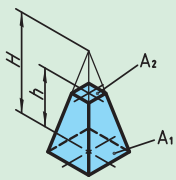
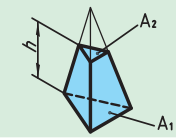
جدول ۲ــ۵

احجام		
حجم		
ارتفاع × مساحت قاعده = حجم V=A×h		استوانه
		منشور چهار ضلعی
		منشور شش ضلعی

ادامهٔ جدول ۲ــ۵

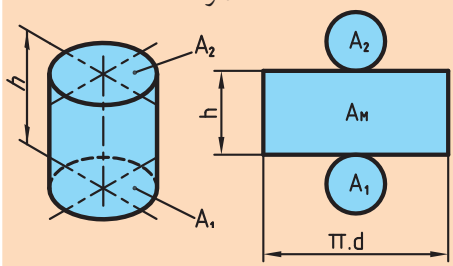
احجام		حجم
مخروط		$\text{حجم} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده}}{۳}$ $V = \frac{A \times h}{۳}$
هرم چهار ضلعی		
هرم سه ضلعی		

جدول ۳ــ۵

احجام ناقص		
	حجم	
	= حجم هرم ناقص حجم قطعه بریده شده ــ حجم هرم کامل $V = \frac{A_۱ \times H}{۳} - \frac{A_۲ \times (H-h)}{۳}$ یا $V = \frac{h}{۳}(A_۱ + A_۲ + \sqrt{A_۱ \times A_۲})$	حجم مخروط ناقص $V = \frac{\pi \times h}{۱۲}(D^۲ + d^۲ + D \times d)$
		
		

مساحت جانبی احجام دوار

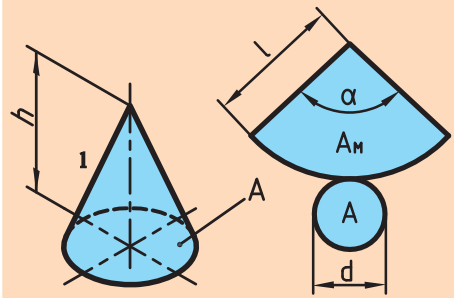
استوانه



ارتفاع × محیط قاعده = سطح جانبی استوانه

$$A_M = u \times h$$
$$A_M = \pi \times d \times h$$
$$A_O = A_1 + A_M + A_2$$

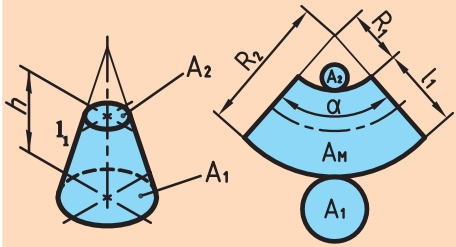
مخروط کامل



مساحت قطاع دایره = سطح جانبی مخروط

$$A_M = \frac{l^2 \times \pi \times \alpha}{360^\circ}$$
$$A_O = A + A_M$$
$$l = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2}$$
$$\alpha = \frac{180 \times d}{l}$$

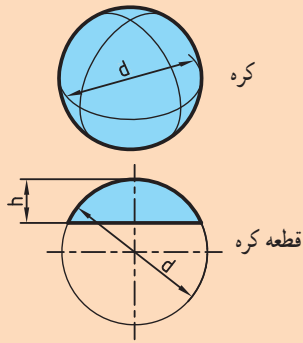
مخروط ناقص



مساحت قطاع تاج دایره = سطح جانبی مخروط ناقص

$$A_M = \frac{(R_2^2 - R_1^2) \times \pi \times \alpha}{360^\circ}$$

کره



$$l_1 = \sqrt{\left(\frac{D-d}{2}\right)^2 + h^2}$$
$$A_O = A_1 + A_M + A_2$$
$$A_O = \pi \times d^2$$

$$A_O = \pi \times d \times h$$

جدول ۴ــ ۵

حجم کره و قطعه کره	
کره	$V=\frac{\pi\times d^{3}}{6}$
قطعه کره	$V=\pi\times h^{2}(\frac{d}{2}-\frac{h}{3})$

جدول ۵ــ ۵

احجام مرکب	
$V=V_{1}+V_{2}-V_{3}$	

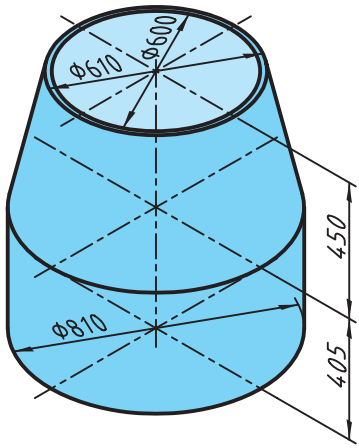
تمرین نمونه ۱ : ابعاد داخلی لیوانی مطابق شکل ۳ــ۵ است. اگر لیوان پر از آب باشد حجم آب چند لیتر است.

شکل ۳ــ۵

$$V=\frac{\pi\times h}{12}(D^{2}+d^{2}+D\times d)$$

$$V=\frac{\pi\times 11}{12}(7^{2}+4^{2}+7\times 4)=267/68\,cm^{3}\xrightarrow{\div 1000}0/26768\,lit$$

تمرین نمونه ۲ : در دستگاه آماده ساز بتون مطابق شکل ۴ـ۵، ابعاد مخزن همزن بتون داده شده است. حجم این مخزن را بر حسب لیتر حساب کنید.



شکل ۴ـ۵

ضخامت ورق طبق شکل 5 mm می‌باشد.

$$D = ۸۱۰ - (۲\times۵) = ۸۰۰\,mm = ۸۰\,cm$$
$$d = ۶۱۰ - (۲\times۵) = ۶۰۰\,mm = ۶۰\,cm$$

حجم استوانه :

$$h = ۴۰۵ - ۵ = ۴۰۰\,mm = ۴۰\,cm$$
$$V = A\times h = \pi\times\frac{d^{۲}}{۴}\times h = ۳/۱۴\times\frac{۸۰^{۲}}{۴}\times۴۰ = ۲۰۰۹۶۰\,cm^{۳} \xrightarrow{\div ۱۰۰۰} ۲۰۰/۹۶\,lit$$

حجم مخروط ناقص :

$$V = \frac{\pi\times h}{۱۲}(D^{۲}+d^{۲}+D\times d) = \frac{\pi\times۴۵}{۱۲}(۸۰^{۲}+۶۰^{۲}+۸۰+۶۰) = ۱۷۴۲۷۰\,cm^{۲} \xrightarrow{\div ۱۰۰۰} ۱۷۴/۲۷\,lit$$

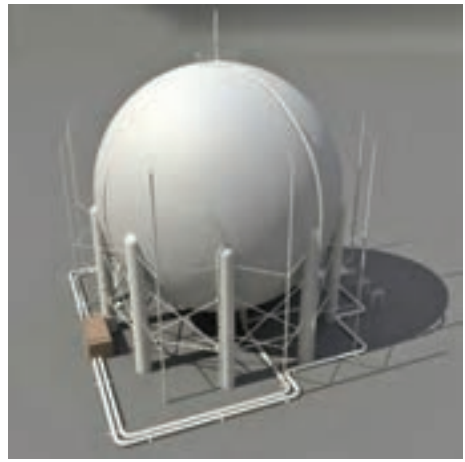
حجم کل مخزن :

حجم قسمت مخروط ناقص + حجم قسمت استوانه = حجم کل مخزن

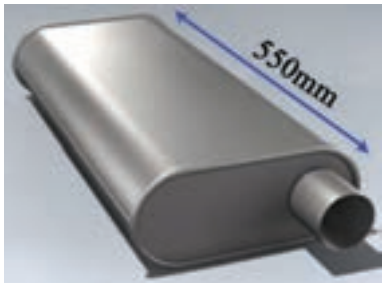
حجم کل مخزن = $۲۰۰/۹۶ + ۱۷۴/۲۷ = ۳۷۵/۲۳\,lit$

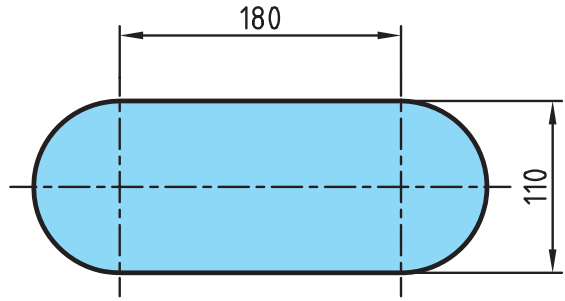
ارزشیابی پایانی

۱ــ قطر داخلی مخزن اکسیژن شکل زیر ۶/۵ m است. حجم مخزن را برحسب مترمکعب و لیتر به‌دست آورید.



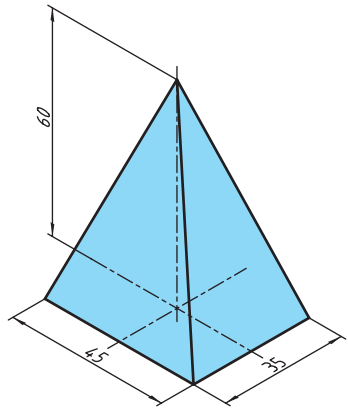
۲ــ مخزن اگزوز یک خودرو مطابق شکل زیر است. حجم آن‌را برحسب لیتر حساب کنید.



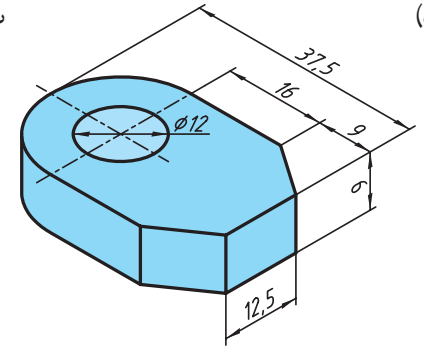


۳ــ حجم قطعات زیر را به‌دست آورید :

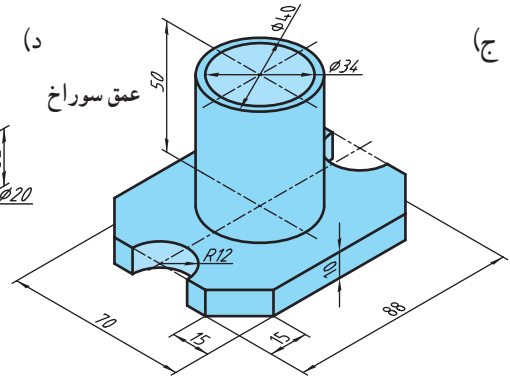
الف)



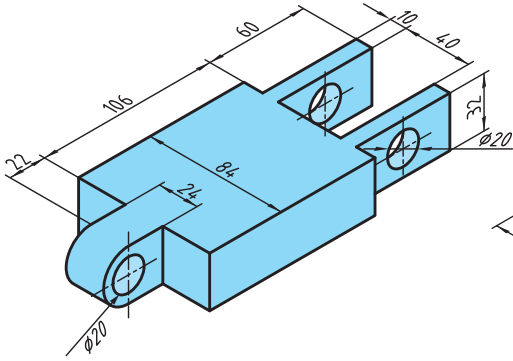
ب)



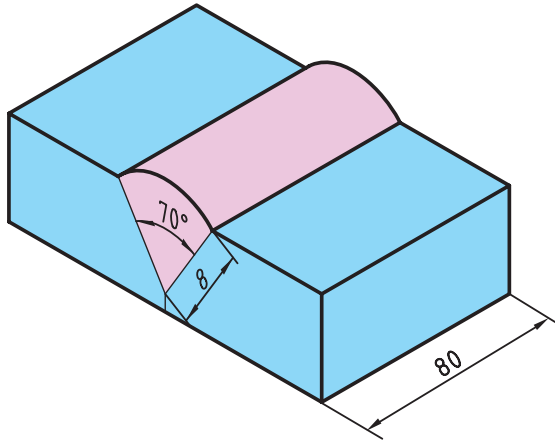
ج)



د)



۴ــ برای جوشکاری قطعه مطابق شکل از الکترودهای با قطر ۳ میلی‌متر و طول ۴۰۰ میلی‌متر استفاده می‌شود در صورتی‌که از هر الکترود ۴۰ میلی‌متر آن به علت کوتاه شدن غیرقابل استفاده باشد تعداد الکترود لازم را به دست آورید.



فصل ششم: محاسبات جرم و وزن

جرم

وزن

هدف‌های رفتاری : پس از فراگیری این فصل از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ جرم را تعریف کند.

۲ــ یکای جرم در سیستم SI را بیان کند.

۳ــ یکاهای اندازه‌گیری جرم را به یکدیگر تبدیل کند.

۴ــ جرم حجمی را تعریف کند.

۵ــ جرم قطعات را محاسبه کند.

۶ــ جرم پروفیل‌ها و مفتول‌ها را به کمک جدول محاسبه کند.

۷ــ جرم ورق‌ها را به کمک جدول محاسبه کند.

۸ــ نیروی وزن را تعریف کند.

۹ــ تفاوت وزن و جرم را شرح دهد.

۱۰ــ یکای نیروی وزن در سیستم SI را بیان کند.

۱۱ــ یکاهای اندازه‌گیری وزن را به یکدیگر تبدیل کند.

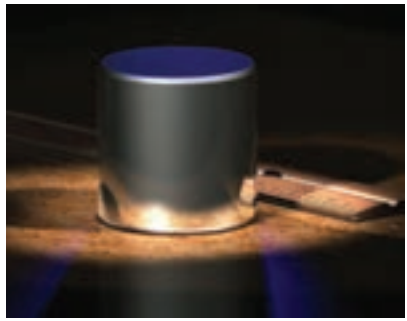
۱۲ــ مقدار نیروی وزن جسم را محاسبه کند.

جرم

یکای اندازه‌گیری جرم : یکای جرم در سیستم SI کیلوگرم است و آن را با نماد kg نشان می‌دهند.

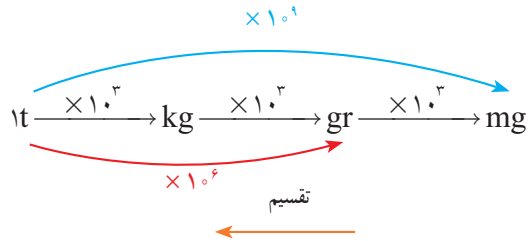
یک کیلوگرم، جرم قطعه‌ای استوانه‌ای‌شکل به قطر و ارتفاع ۳۹/۱۷ میلی‌متر از آلیاژ پلاتین ـ ایریدیم (Pt–Ir) که ۹۰٪ پلاتین و ۱۰٪ آن ایریدیم است و در سازمان اوزان و مقادیر بین‌المللی، واقع در موزه سور فرانسه، نگهداری می شود (شکل ۱ــ۶).

توجه : جرم ماده، مقدار مادهٔ تشکیل دهنده یک جسم است و هر چه تعداد ذره‌های سازندهٔ یک جسم بیشتر باشد جرم جسم نیز بیشتر می‌شود.



شکل ۱ــ۶

تبدیل یکاهای جرم



توجه : برای تبدیل یکاهای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس نمودار استفاده می‌کنیم.

بنابراین نمودار بالا را می‌توان به شکل زیر نوشت :

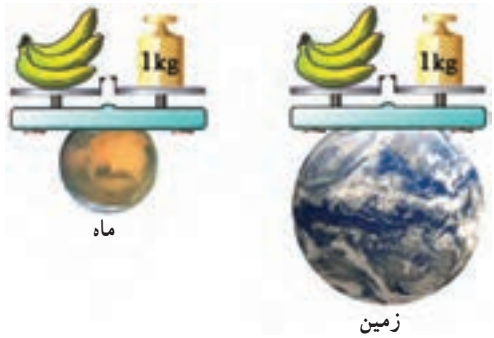
$$1t = 10^{3}\,kg = 10^{6}\,gr = 10^{9}\,mg$$

اندازه‌گیری جرم : برای اندازه‌گیری جرم یک جسم از ترازو استفاده می‌شود. به این منظور قطعه موردنظر را در یک کفه و وزنه را در طرف دیگر ترازو قرار می‌دهیم. در صورتی که جرم جسم و وزنه با هم برابر باشند دو کفه روبه‌روی هم قرار می‌گیرند و اندازه جرم معادل مقدار وزنه است (شکل ۲ــ۶).

شکل ۲ــ۶

نکته

اندازه‌گیری جرم دو جسم به نیروی جاذبه زمین بستگی ندارد و جرم هر جسم در تمام جهان یکسان است (شکل ۳ــ۶).



شکل ۳ــ۶

جرم حجمی : ذرات تشکیل دهنده مواد مختلف به یک اندازه متراکم نیستند، بلکه با توجه به نوع ماده می‌توانند با تراکم زیادتر و یا کمتر نزدیک هم قرار بگیرند و جسم مورد نظر را به وجود آورند. بنابراین جرم حجم معینی از مواد مختلف نیز با هم متفاوت است.

جرم واحد حجم از هر ماده را جرم حجمی (جرم مخصوص) آن ماده می‌گویند.

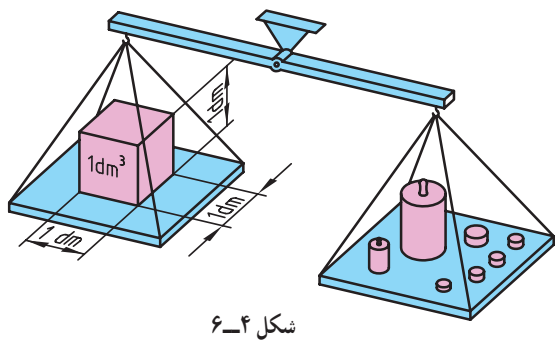
توجه : تغییرات دما سبب تغییر حجم جسم می‌شود. بنابراین، با تغییر دما جرم حجمی یک ماده تغییر می‌کند. از این رو جرم حجمی اغلب مواد را در دمای 25° سانتی‌گراد معین می‌کنند. مقدار جرم حجمی مستقل از شتاب گرانشی است.

$$\text{جرم مخصوص} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \rightarrow \rho = \frac{m}{V}$$

$\rho =$ جرم مخصوص $(\frac{kg}{m^3})$ $\quad m =$ جرم (kg) $\quad V =$ حجم (m^3)

یکای جرم حجمی در سیستم SI کیلوگرم بر مترمکعب $(\frac{kg}{m^3})$ است، ولی می‌توان آن را برحسب $\frac{t}{m^3}$ ، $\frac{kg}{lit}$ ، $(\frac{kg}{dm^3})$ ، $\frac{gr}{cm^3}$ ، $\frac{mg}{mm^3}$ بیان کرد.

به عنوان مثال جرم مخصوص فولاد $۷/۸۵ \frac{kg}{dm^3}$ است (شکل ۴ــ۶).



شکل ۴ــ۶

جدول ۱ــ۶ــ جرم حجمی مواد

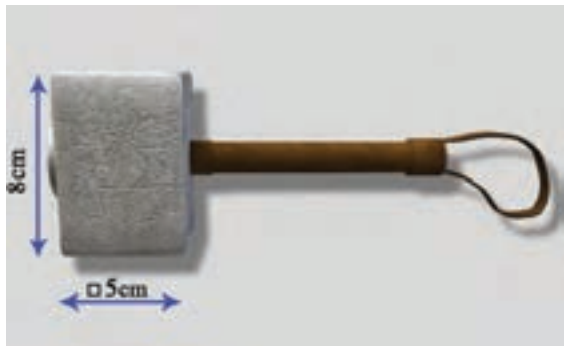
آلومینیم	$۲/۷ \frac{kg}{dm^۳}$	مس	$۸/۹ \frac{kg}{dm^۳}$
آب	$۱ \frac{kg}{dm^۳}$	فولاد	$۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳}$
چدن	$۷/۲۵ \frac{kg}{dm^۳}$	سرب	$۱۱/۳۵ \frac{kg}{dm^۳}$
برنج	$۸/۵ \frac{kg}{dm^۳}$	قلع	$۷/۳ \frac{kg}{dm^۳}$

محاسبه جرم

با استفاده از جرم مخصوص و حجم اجسام، جرم آنها را می‌توان محاسبه کرد.

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \times V$$

تمرین نمونه ۱ : جرم چکش فولادی زیر با جرم حجمی $۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳}$ را به‌دست آورید.



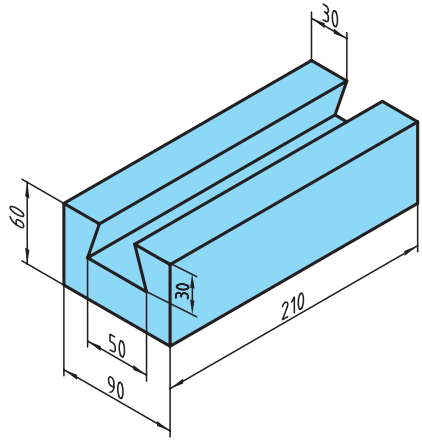
شکل ۵ــ۶

$A = l \times l = ۵ \times ۵ = ۲۵ \, cm^۲$

$V = A \times h = ۲۵ \times ۸ = ۲۰۰ \, cm^۳ \xrightarrow{\div ۱۰۰۰} ۰/۲ \, lit$ یا $۰/۲ dm^۳$

$m = \rho \times V = ۷/۸۵ \times ۰/۲ = ۱/۵۷ \, kg$

تمرین نمونه ۲ : جرم قطعه‌ای چدنی به طول ۲۱۰ میلی‌متر، مطابق شکل، با جرم حجمی $(P = ۷/۲۵ \frac{kg}{lit})$ چند کیلوگرم است (شکل ۶ــ۶) ؟



شکل ۶ــ۶

$$A_۱ = l \times b = ۹cm \times ۶cm = ۵۴\,cm^۲$$

$$A_۲ = \frac{l_۱ + l_۲}{۲} \times b = \frac{۵+۳}{۲} \times ۳ = ۱۲\,cm^۲$$

$$A = A_۱ - A_۲ = ۵۴ - ۱۲ = ۴۲\,cm^۲$$

$$V = A \times h = ۴۲ \times ۲۱ = ۸۸۲\,cm^۳ \xrightarrow{\div ۱۰۰۰} ۰/۸۸۲\,lit$$

$$m = \rho \times V = ۷/۲۵ \times ۰/۸۸۲ = ۶/۳۹۴\,kg$$

محاسبه جرم قطعات صنعتی به کمک جدول : در صنعت معمولاً جرم واحد طول میله‌ها، پروفیل‌ها، لوله‌ها، سیم‌ها و جرم سطحی ورق‌ها را در جدول‌های ویژه‌ای ارائه می‌دهند که به کمک این جدول‌ها می‌توان جرم قطعه را محاسبه کرد.

برای محاسبه جرم یک میله یا پروفیل و ... با طول مشخص، ابتدا مقدار جرم آن را در طول ۱ متر از جدول به‌دست می‌آوریم، سپس این عدد را در طول قطعه مورد نظر ضرب می‌کنیم.

طول قطعه × جرم واحد طول = جرم قطعه (پروفیل، میله، لوله، سیم)

$$m = m' \times l$$

m = جرم قطعه (kg) $\quad$ m' = جرم واحد طول $(\frac{kg}{m})$ $\quad$ l = طول قطعه (m)

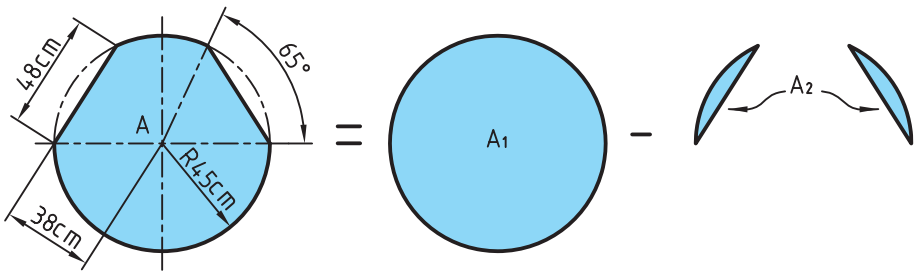
اگر قطعهٔ یک ورق باشد، کافی است جرم یک مترمربع آن را از جدول با توجه به ضخامت ورق به‌دست آوریم و در مقدار مساحت ورق ضرب کنیم :

مساحت قطعه × جرم واحد سطح = جرم ورق

$$m = m'' \times A$$

m = جرم قطعه (kg) $\quad m''$ = جرم واحد سطح $(\frac{kg}{m^2})$ $\quad A$ = سطح قطعه (m^2)

تمرین نمونه ۳ : به کمک جدول جرم ورقی به ابعاد زیر از جنس آلومینیم را با ضخامت ۰/۶ به‌دست آورید (شکل ۷ــ۶).



شکل ۷ــ۶

طبق جدول ۵ ضمائم، جرم هر مترمربع از ورق آلومینیم با ضخامت ۰/۶ mm برابر با ۱/۶۲ کیلوگرم بر مترمربع است. برای به‌دست آوردن مساحت ورق بالا مقدار دو قطعه برش خورده را از مساحت دایره کامل کم می کنیم.

مساحت دایره قبل از برش ⟵

$$A_1 = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{3/14 \times 0/9^2}{4} = 0/6358\ m^2$$

$$A_2 = \frac{\pi \times r^2 \times \alpha}{360^\circ} - \frac{l \times (r-b)}{2} = \frac{3/14 \times 0/45^2 \times 65}{360} - \frac{0/48 \times (0/45 - 0/07)}{2}$$

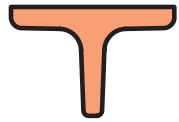
مساحت قطعه برش خورده ⟵

$$A_2 = 0/115 - 0/0912 = 0/0238\ m^2$$

مساحت بعد از برش $A = A_1 - 2A_2 = 0/6358 - 2 \times 0/0238 = 0/5882\ m^2$

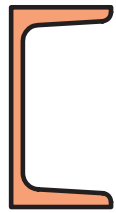
$$m = m'' \times A = 1/62 \times 0/5882 = 0/9529\ kg$$

تمرین نمونه ۴ :الف) جرم ۳ متر سپری فولادی با جرم طولی $m' = ۳/۶۴ \frac{kg}{m}$ و ابعاد ۵/۵×۶۰×۳۰ میلی‌متر را به‌دست آورید (شکل ۸ــ۶).



شکل ۸ــ۶

ب) جرم ۴/۵ متر ناودانی فولادی با جرم طولی $m' = ۱۰/۶ \frac{kg}{m}$ و ابعاد ۵۰×۱۰۰ میلی‌متر را به‌دست آورید (شکل ۹ــ۶).



شکل ۹ــ۶

ج) جرم ۲/۸ متر از نبشی فولادی با جرم طولی $m' = ۲/۴۲ \frac{kg}{m}$ و ابعاد ۴×۴۰×۴۰ میلی‌متر را به‌دست آورید (شکل ۱۰ــ۶).

شکل ۱۰ــ۶

الف) سپری $m = m' \times l = ۳/۶۴ \times ۳ = ۱۰/۹۲ \, kg$

ب) ناودانی $m = m' \times l = ۱۰/۶ \times ۴/۵ = ۴۷/۷ \, kg$

ج) نبشی $m = m' \times l = ۲/۴۲ \times ۲/۸ = ۶/۷۷۶ \, kg$

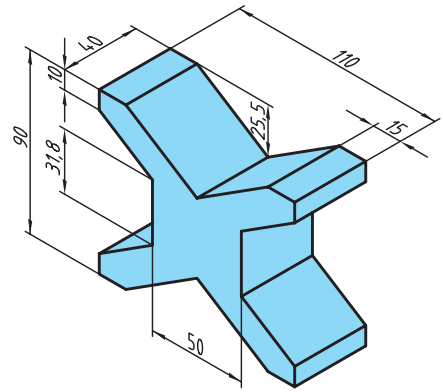
ارزشیابی پایانی

۱ــ جرم‌های داده شده را بر حسب یکای خواسته شده به‌دست آورید.

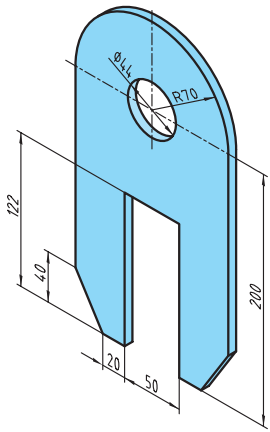
..... kg	۱۵۷ gr
..... kg	۴/۲ t
..... kg	۶۵۲۸۴ mg

..... mg	۵۲ kg
..... gr	۲۸۵۰ kg
..... kg	۸۴۳۵۲ gr

۲ــ جرم قطعه آلومینیمی با جرم مخصوص $۲/۷ \frac{kg}{dm^۳}$ مطابق شکل زیر چند گرم است؟



۳ــ قطعه مسی شکل روبه‌رو از ورقی با ضخامت ۰/۳۵ میلی‌متر ساخته شده است در صورتی‌که جرم هر متر مربع این ورق مسی ۳/۱۱kg باشد جرم ۱۵۰ عدد از این قطعه را برحسب کیلوگرم به‌دست آورید.



۴ــ در تریلر با تانکر استوانه‌ای حمل گازوئیل مطابق شکل زیر طول تانکر ۱۲ متر و قطر آن ۲/۸۵ متر است. اگر در ساخت آن از ورق فولادی به ضخامت ۳/۵ میلی‌متر استفاده شده باشد : (توجه : ابتدا و انتهای مخزن را تخت درنظر بگیرید.)

$(m'' = ۲۷/۵ \frac{kg}{m^۲})$

الف) جرم تانکر خالی

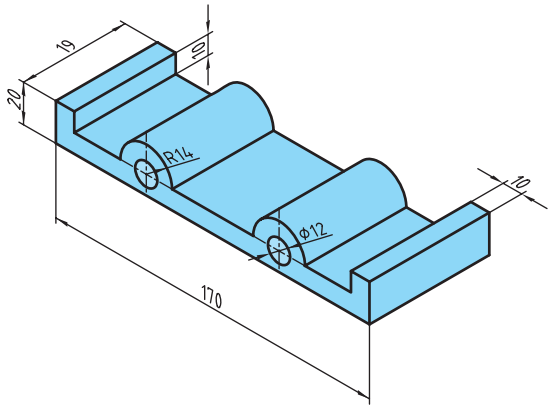
ب) حجم تانکر بر حسب لیتر

ج) اگر تانکر پر باشد، جرم گازوئیل را بر حسب کیلوگرم به دست‌آورید.

$\rho = ۰/۸۵ \frac{kg}{dm^۳}$ (گازوئیل)

د) اگر از تانکر برای حمل روغن موتور با جرم حجمی $۰/۹ \frac{kg}{dm^۳}$ استفاده شود چقدر نسبت به گازوئیل افزایش جرم خواهد داشت؟

۵ــ جرم قطعه چدنی مطابق شکل با جرم حجمی $۷/۲۵ \frac{kg}{dm^۳}$ چند گرم است؟



وزن

وزن، برآیندی از مجموعه نیروهای وارد شده بر جرم جسم است. تمامی اجسام به نسبت جرم و فاصله‌ای که نسبت به هم دارند با نیرویی به طرف همدیگر کشیده می‌شوند. این نیروها می‌تواند شامل نیروهای جاذبه زمین، جاذبه خورشید، ماه و اجرام آسمانی باشد. برآیند این نیروها همان نیروی جاذبه زمین یا وزن جسم است (شکل ۱۱ــ۶).

شکل ۱۱ــ۶

مقدار نیروی جاذبه زمین به جرم جسم و فاصله‌اش از زمین بستگی دارد. بنابراین اگر جرم جسم بیشتر باشد این نیرو نیز بیشتر می‌شود و هر چه فاصله‌اش از سطح زمین بیشتر باشد این نیرو کمتر می‌شود . بدیهی است که مقدار نیروی وارد شده از زمین خیلی بیشتر از سایر نیروهاست تا بتواند برآیند آن به سمت مرکز زمین باشد و حاصل آن نیروی جاذبه به سمت زمین است.

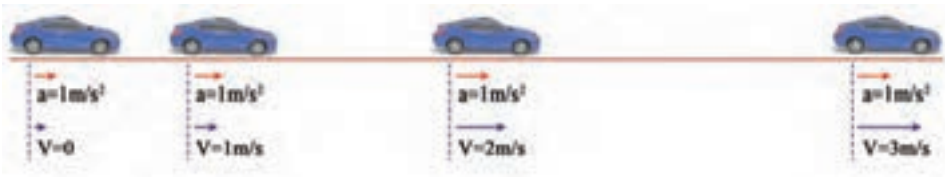
مقدار نیرویی که از طرف زمین بر جرم جسم وارد می شود را وزن جسم می‌گویند.

یکای نیرو : یکای نیرو در سیستم SI نیوتن است که آن را با N نشان می‌دهند.

یک نیوتن : مقدار نیرویی است که به جسمی به جرم یک کیلوگرم شتابی معادل $۱\ \frac{m}{s^۲}$ می‌دهد (شکل ۱۲ــ۶).

شکل ۱۲ــ۶

$۱\ \frac{m}{s^۲}$: شتابی است که در هر ثانیه به سرعت جسم $۱\ \frac{m}{s}$ اضافه شود (شکل ۱۳ــ۶).



شکل ۱۳ــ۶

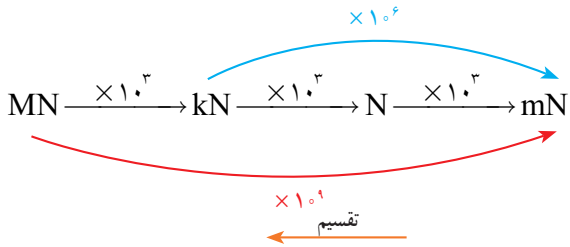
محاسبه نیرو

شتاب جسم × جرم جسم = نیروی وارد بر جسم

$$F = m \times a$$

a = شتاب جسم $(\frac{m}{s^۲})$ $\quad m$ = جرم جسم (kg) $\quad F$ = نیرو (N)

تبدیل یکاهای اندازه‌گیری وزن



توجه : برای تبدیل یکاهای کوچک‌تر به بزرگ‌تر از عمل تقسیم و در جهت عکس نمودار استفاده می‌شود.

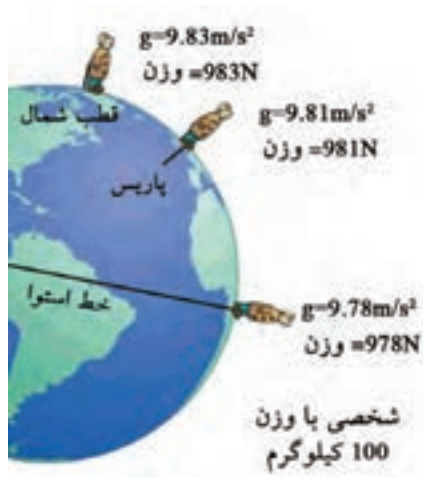
به عبارت دیگر :

$$۱\ MN = ۱۰^{۳}\ kN = ۱۰^{۶}\ N = ۱۰^{۹}\ mN$$

محاسبه وزن : مقدار وزن هر جسمی به جرم و شتاب ثقل محل استقرار آن بستگی دارد.

شتاب اجسام در حال سقوط را شتاب ثقل زمین می‌نامند.

شتاب ثقل زمین در نقاط مختلف متفاوت است . شتاب ثقل زمین در پاریس $۹/۸۱\ m/s^{۲}$، در منطقه استوا $۹/۷۸\ m/s^{۲}$ و در نواحی قطبی $۹/۸۳\ m/s^{۲}$ است. از این جهت وزن در نقاط مختلف کره زمین متفاوت است. به عنوان مثال وزن شخصی به جرم ۱۰۰ کیلوگرم در پاریس ۹۸۱ N، در منطقه استوا ۹۷۸ N و در نواحی قطبی ۹۸۳ N است (شکل ۱۴ــ۶).



شکل ۱۴ــ۶

شتاب ثقل در کره‌های مختلف نیز متفاوت است. شتاب ثقل درکره ماه $۱/۶۲\ m/s^{۲}$، در سیاره مشتری $۲۴/۹۱\ m/s^{۲}$ و در خورشید $۲۷۰\ m/s^{۲}$ است (شکل ۱۵ــ۶).

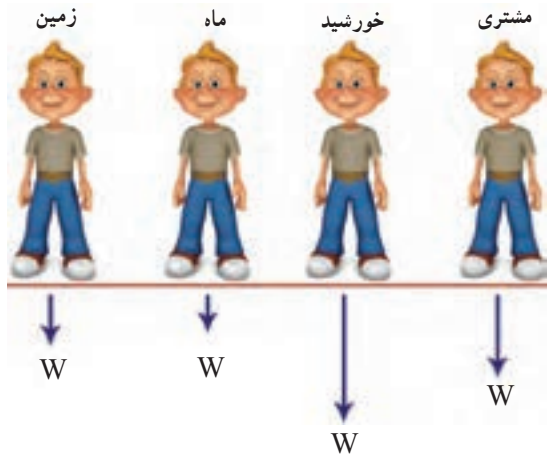
در حل مسائل فنی مقدار شتاب ثقل زمین را معادل شتاب ثقل در عرض جغرافیایی 45° (پاریس) در نظر می‌گیرند.

$$g = ۹/۸۱ \frac{m}{s^۲}$$

وزن = جرم جسم × شتاب ثقل

$$W = m \times g$$

g = شتاب ثقل $(\frac{m}{s^۲})$ $\quad m$ = جرم جسم (kg) $\quad W$ = وزن (N)



مشتری	خورشید	ماه	زمین
$m = ۶۳/۵ kg$	$m = ۶۳/۵ kg$	$m = ۶۳/۵ kg$	$m = ۶۳/۵ kg$
$g = ۲۴/۹۱ \frac{m}{s^۲}$	$g = ۲۷۰ \frac{m}{s^۲}$	$g = ۱/۶۲ \frac{m}{s^۲}$	$g = ۹/۸۱ \frac{m}{s^۲}$
$W = ۱۵۸۲ N$	$W = ۱۷۱۴۵ N$	$W = ۱۰۳ N$	$W = ۶۲۳ N$

شکل ۱۵ــ۶

وزن بر حسب حجم و جرم حجمی

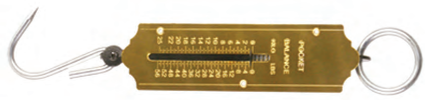
$$m = \rho \times V$$

$$W = m \times g \rightarrow W = \rho \times V \times g$$

V = حجم جسم $(dm^۳)$ یا (lit) $\quad \rho$ = جرم حجمی $(\frac{kg}{dm^۳})$ یا $(\frac{kg}{lit})$

اندازه‌گیری وزن

از آنجایی که وزن به نیروی جاذبه بستگی دارد نمی‌توان آن را با ترازوی شاهین‌دار اندازه گرفت و برای اندازه‌گیری از ترازوی فنردار استفاده می‌شود (شکل ۱۶ــ۶).



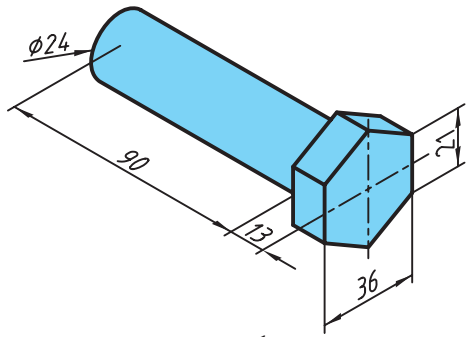
شکل ۱۶ــ۶

به طور مثال، وزن جسمی به جرم یک کیلوگرم در کرهٔ زمین و ماه مطابق زیر محاسبه می‌گردد.

وزن در کرهٔ زمین $W = m \times g = ۱kg \times ۹/۸۱ \frac{m}{s^۲} = ۹/۸۱ N$

وزن در کرهٔ ماه $W = m \times g = ۱kg \times ۱/۶۲ \frac{m}{s^۲} = ۱/۶۲ N$

تمرین نمونه ۱ : وزن قطعه فولادی مطابق شکل ۱۷ــ۶ را به‌دست آورید.



شکل ۱۷ــ۶

$\rho = ۷/۸۵ \frac{kg}{dm^۳}$ ⟵ از جدول

محاسبه حجم شش گوش آچارخور

$A_۱ = \frac{n \times l \times d}{۴} = \frac{۶ \times ۲/۱ \times ۳/۶}{۴} = ۱۱/۳۴ cm^۲$

$V_۱ = A_۱ \times h = ۱۱/۳۴ \times ۱/۳ = ۱۴/۷۴ cm^۳$

محاسبه حجم میله استوانه‌ای

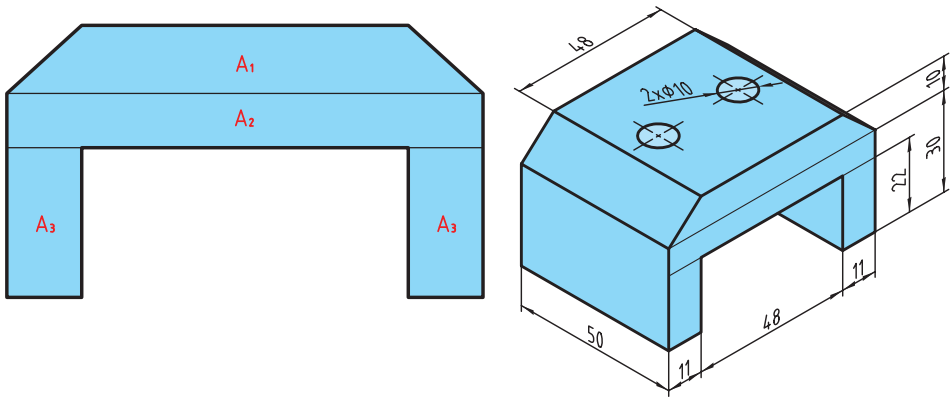
$A_۲ = \frac{\pi \times d^۲}{۴} = \frac{۳/۱۴ \times ۲/۴^۲}{۴} = ۴/۵۲ cm^۲$

$V_۲ = A_۲ \times h_۲ = ۴/۵۲ \times ۹ = ۴۰/۶۸ cm^۳$

$V = V_۱ + V_۲ = ۱۴/۷۴ + ۴۰/۶۸ = ۵۵/۴۲ cm^۳ \xrightarrow{\div ۱۰^۳} ۰/۰۵۵۴۲ dm^۳$

$W = \rho \times V \times g = ۷/۸۵ \times ۰/۰۵۵۴۲ \times ۹/۸۱ = ۴/۲۶ N$

تمرین نمونه ۲ : وزن ۱۲۰۰ عدد قطعه شکل ۱۸ــ۶ از جنس آلومینیوم با جرم حجمی $\rho = ۲/۷ \frac{kg}{dm^۳}$ را به‌دست آورید.



شکل ۱۸ــ۶

در شکل فوق ابتدا مساحت مقطع قطعه را به‌دست آورده سپس در طول قطعه ضرب نموده و در پایان حجم دو سوراخ را از حجم کل قطعه کم می‌کنیم.

$$A_۱ = \frac{l_۱ + l_۲}{۲} \times b = \frac{۴۸ + ۷۰}{۲} \times ۱۰ = ۵۹۰\ mm^۲,\ A_۲ = l \times b = ۷۰ \times ۸ = ۵۶۰\ mm^۲$$

$$A_۳ = l \times b = ۲۲ \times ۱۱ = ۲۴۲\ cm^۲$$

$$A = A_۱ + A_۲ + ۲ \times A_۳ = ۵۹۰ + ۵۶۰ + ۲ \times ۲۴۲ = ۱۶۳۴\ mm^۲$$

حجم قطعه بدون سوراخ $V_۱ = A \times h = ۱۶۳۴ \times ۵۰ = ۸۱۷۰۰\ mm^۳$

حجم سوراخ $V_۲ = A \times h = \frac{\pi \times d^۲}{۴} \times h = \frac{۳/۱۴ \times ۱۰^۲}{۴} \times ۱۸ = ۱۴۱۳\ mm^۳$

حجم قطعه نهایی $V = V_۱ - ۲ \times V_۲ = ۸۱۷۰۰ - ۲ \times ۱۴۱۳ = ۷۸۸۷۴\ mm^۳ \xrightarrow{\times ۱۰^{-۶}} ۰/۰۷۸۸۷۴\ dm^۳$

وزن یک قطعه ← $W = \rho \times V \times g = ۲/۷ \times ۰/۰۷۸۸۷۴\ dm^۳ \times ۹/۸۱ \approx ۲/۰۸۹\ N$

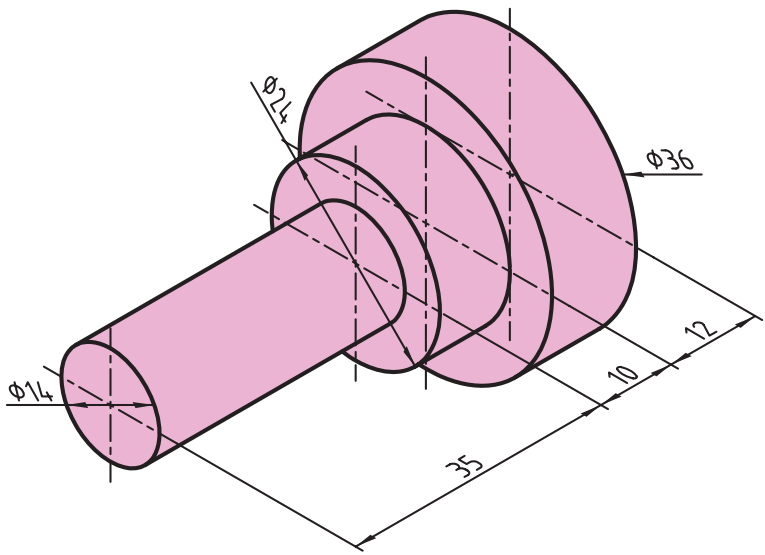
وزن ۱۲۰۰ عدد ← $W = ۱۲۰۰ \times ۲/۰۸۹ = ۲۵۰۶/۸\ N$

ارزشیابی پایانی

۱ــ مقدار نیروی داده شده را بر حسب موارد خواسته شده به‌دست آورید.

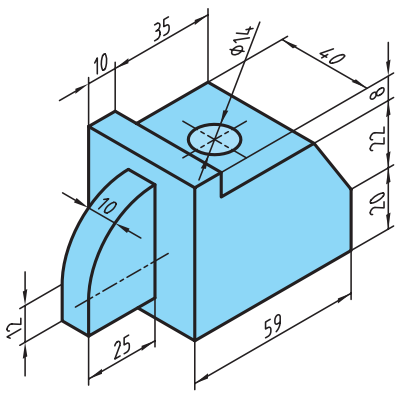
۱۵۵۰ N	..... kN	۲۱۱۵۰ kN	..... MN
۱۲۶۰ N	..... MN	۳۷۵ MN	..... N
۳۸۰ kN	..... MN	۴۲۰ MN	..... kN

۲ــ وزن قطعهٔ زیر از جنس آلومینیم با جرم حجمی $\rho = ۲/۷ \frac{kg}{dm^۳}$ را به‌دست آورید.

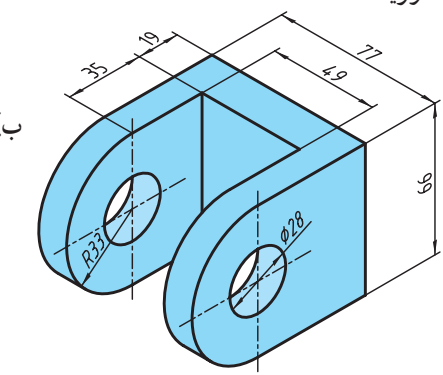


۳ــ وزن قطعات مسی مطابق شکل با جرم حجمی $\rho = ۸/۹ \frac{kg}{dm^۳}$ را به‌دست آورید.

الف)



ب)



۴ــ یک جرثقیل به جرم $m = ۶/۸ t$ برای کار به نقاط مختلف دنیا منتقل می‌شود. اگر جرم راننده $m = ۸۵ kg$ باشد، وزن این جرثقیل با راننده را در نقاط زیر به‌دست آورید.

الف) در منطقه استوا $۹/۷۸ \frac{m}{s^۲}$

ب) در نواحی قطبی $۹/۸۳ \frac{m}{s^۲}$

۵ــ بشکه‌ای مطابق شکل، اگر خالی باشد ۱۱ کیلوگرم جرم دارد. پس از اینکه مقداری نفت با جرم حجمی $\rho = ۰/۸۵ \frac{kg}{dm^۳}$ درون این بشکه بریزیم وزن آن به ۲۵۰۰N می‌رسد، این مقدار نفت تا چه ارتفاعی درون بشکه بالا می‌آید؟

پاسخ تمرین‌ها

۸ــ۱

یکای مورد نظر	یکای مورد نظر
۱۴۰۰۰ m	۱/۲ m
$۴/۲\times۱۰^{-۴}$ m	۰/۲۴ m
۲۳۰ m	۱/۷۵ m
۰/۱۴۷ m	۲۰۰۰ cm
۱۴۰ cm	۱/۶۵ cm
۲۴۰ cm	۴۰ cm
۱/۴۵ dm	۳۰/۲۱ dm
۲۸۹۰۰ dm	۶۲۰۰۰ dm
۰/۱۲۴ mm	۱۹۶ mm
۴ mm	۳۵۱ mm
۲۱۰۰۰۰ μm	۲۰۸۰ μm
۵۱۵۰۰ μm	۲×۱۰^{۷} μm

۹ــ۲

یکای مورد نظر	یکای مورد نظر
۱۳۳/۳۵ mm	۰/۰۰۶۳۵ m
۶/۶۶۷۵ cm	۲/۲۲۲۵ cm
۰/۰۸۴۱۳ m	۴/۷۶۲۵ mm
۱۱/۴۳ cm	۱/۲۷ cm

۹ــ۳

یکای مورد نظر	یکای مورد نظر
۱۳۱/۲۳۴ yd	۴/۹۲۲ in
۱/۳۳۶ mi	۸/۲۶۸ in
۷/۵۴۶ ft	۱۷۸۳/۴۶۵ in

۹ــ۴

یکای مورد نظر	یکای مورد نظر
۶۵/۰۴ in	۰/۷۰۸ ft
۱۵۱۰۰/۷۹ ft	۲۳۴۴۳۲ in
۷/۲ yd	۸۱ in

۱۰ــ۵

b = ۶۰ mm , b = ۶ cm , b = ۰/۰۶ m

۱۵ــ۱

	اندازهٔ واقعی	اندازهٔ ترسیمی
$L_۱$	۸/۵	۲۵/۵
$L_۲$	۱۰	۳۰
$L_۳$	۵/۵	۱۶/۵
$L_۴$	۶	۱۸
$L_۵$	۲۱	۶۳
$L_۶$	۴	۱۲
$L_۷$	۷	۲۱
$L_۸$	۹	۲۷

۱۵ــ۲

۱۲/۶ cm	۵۰/۴
۰/۰۴۵ m	۰/۱۸
۸/۵ mm	۳۴
۲۴/۳ mm	۹۷/۲

۱۶ــ۳

اندازهٔ واقعی	اندازهٔ ترسیمی
۲۸ cm	۱۱/۲ cm
۲۳۲ mm	۹۲/۸ mm
۰/۳۴ m	۰/۱۳۶ m
۱۱۵ mm	۴۶ mm

۱۶ــ۴

مقیاس	اندازهٔ واقعی	اندازهٔ ترسیمی
۱: ۸	۱۱۶ mm	۱۴/۵ mm
۴: ۱	۲/۵ cm	۱۰ cm
۳: ۱	۶/۳ mm	۱۸/۹ mm

۱۶ــ۵

اندازهٔ ترسیمی	اندازهٔ واقعی
۶۵ mm	۱۳ mm
۱۲۵ mm	۲۵ mm
۳۵ mm	۷ mm
۵۵ mm	۱۱ mm

۲۰ــ۱

	کوچک‌ترین اندازه	بزرگ‌ترین اندازه	تولرانس T
الف	۵۲/۹۵	۵۳/۱۴	۰/۱۹
ب	۱۲/۰۲۴	۱۲/۱۸۵	۰/۱۶۱
ج	۱۲	۱۲/۵	۰/۵
د	۳۵/۶۵	۳۶	۰/۳۵
ه	۱۹/۱	۱۹/۶	۰/۵

۲۰ــ۲

بزرگ‌ترین اندازه = ۲۱/۱۴ ، کوچک‌ترین اندازه = ۲۰/۹۸۵ ، T=۰/۱۵۵

۲۰ــ۳

الف ــ ۰/۱۵+ ب ــ ۰/۲۵− ج ــ ۰/۴

۲۱ــ۴

بزرگ‌ترین اندازه a = ۲۵/۲۴ و کوچک‌ترین اندازه a = ۲۴/۷۶ ، T=۰/۴۸

بزرگ‌ترین اندازه b = ۲۱/۷۲ و کوچک‌ترین اندازه b = ۲۱/۲۵ ، T=۰/۴۷

۲۱ــ۵

بزرگ‌ترین اندازه a = ۵۴/۵۷

۲۵ــ۱

D = ۳۰/۰۹ mm

۲۵ــ۲

L_B = ۴۱/۸۶ mm

۲۵ــ۳

الف ــ محیط خارجی = ۳۳۸/۴۰۷ mm , محیط داخلی = ۶۹/۰۸ mm

ب ــ محیط خارجی = ۴۴۸/۲۹ mm , محیط داخلی = ۷۵/۳۶ mm

ج ــ محیط خارجی = ۳۴۵/۴ mm , محیط داخلی = ۱۰۰ mm

د ــ محیط خارجی = ۱۸۱/۹۴ mm , محیط داخلی = ۲۰۶/۲۴ mm

۲۶ــ۴

۵/۰۱۵۲ m یا ۵۰۱/۵۲ cm = طول قسمت نرده کاری نشده

۲۶ــ۵

۵۴۸/۵۷ mm = طول مسیر برش

۲۶ــ۶

۲۷/۲ m = محیط ، ۷۲ = تعداد کاشی

۳۰ــ۱

فاصله بین مرکز استوانه‌های متوالی = ۱۶/۷۴ mm

۳۰ــ۲

$n = ۱۵$

۳۱ــ۳

$p = ۱۵$ cm

۳۱ــ۴

فاصله بین پنجره‌ها = ۷۲/۷۲ cm

۳۴ــ۱

الف ــ $۳۷۷۱/۵۹'$ ب ــ $۸۰/۳۵'$ ج ــ $۲۵۲۰/۴۵'$

۳۴ــ۲

الف ــ $۳۴/۲۱۳^\circ$ ب ــ $۰/۳۷۶۳^\circ$ ج ــ $۱۴/۰۱۴^\circ$

۳۴ــ۳

$A+B = ۹۱^\circ, ۷', ۶''$ $A-B = ۱۴^\circ, ۲۳', ۳۴''$

$A+B = ۶^\circ, ۲۶', ۲۹''$ $A-B = ۲^\circ, ۲۴', ۵۹''$

۳۴ــ۴

$x = ۹^\circ, ۴۲', ۳۶''$

۳۴ــ۵

الف ــ $۲۱/۱۷۶^\circ$ ب ــ $۱۲۷۰/۵۶'$ ج ــ $۷۶۲۳۳/۶''$ د ــ $۱۰/۵۶'$ و ۲۱°

۳۵ــ۶

$\gamma = ۶۷^{\circ}, ۴۹'$

۴۳ــ۱

ارتفاع مخروط کامل = ۵۳/۴۴ mm و ارتفاع مخروط ناقص = ۲۳/۴۴ mm

۴۳ــ۲

ارتفاع هرم = ۱۷۳/۰۲۱ m

۴۳ــ۳

$X = ۵۷/۲۴ \text{ mm}$

۴۴ــ۴

$\alpha = ۱۷^{\circ}, ۴۴', ۲۴''$ و طول میز دستگاه = ۲۶۲/۴۹ cm

۴۴ــ۵

$X = ۸۴۸/۵۳ \text{ mm}$

۴۴ــ۶

فاصله دسته فرقون تا زمین = ۵۵/۳۳ cm

۴۵ــ۷

$$L = D\sin\frac{\alpha}{۲} \quad , \quad d = D\cos\frac{\alpha}{۲}$$

۴۵ــ۸

$\alpha = ۶۷/۳۸^{\circ}$ و یا $\alpha = ۶۷^{\circ}, ۲۲', ۴۸''$

۴۵ــ۹

محیط بیرونی = ۱۳۰۷/۵۵ mm

۴۹ــ۱

۱۰۰ عدد $L_{N.A} = ۱۳۰۷۵\ mm$

۴۹ــ۲

$L_{N.A} = ۱۵۶/۵۸\ cm$

۵۰ــ۳

$L_{N.A} = ۱۴۸/۷۹\ mm$

۵۰ــ۴

$L_{N.A} = ۵۳/۶۸\ mm$

۵۰ــ۵

$D = ۱۴۲/۷\ mm$ و $d = ۱۳۰/۷\ mm$

۵۵ــ۳

۴۷/۸ s و ۷ min = زمان ساخت یک قطعه

۵۶ــ۵

۴۵/۶ s و ۱۷ min = زمان لازم برای طی کردن ۱۲ دور

۵۶ــ۶

الف ــ ۱۳ s و ۳۰ min و 5h ب ــ ۳۳۰/۲۱۶ min ج ــ ۱۹۸۱۳ s

۶۲ــ۱

الف ــ $t = ۱۱/۶۶\ min$ ب ــ $V_x = ۱/۹۲ \frac{m}{s}$ ج ــ $V_y = ۲/۲۹ \frac{m}{s}$

۶۲ــ۲

$h = ۱۶/۲\ m$

۶۳ــ۳

$$V = ۱۰/۶۶ \frac{m}{min}$$

۶۳ــ۴

الف ــ ۱۳۶۶۹/۶۵ m　　ب ــ ۱۵۰۵۱/۶ m　　ج ــ ۱۱۴۳۳ m

۶۳ــ۵

$$t = ۱۵/۸۲ \ s$$

۶۷ــ۱

$$n = ۱۴/۱۵ \frac{۱}{s}$$

۶۷ــ۲

$$V = ۴۵۲۱۶ \frac{mm}{h}$$

۶۸ــ۳

الف ــ ۱۴/۱۳ $\frac{m}{min}$　　ب ــ ۷۰ $\frac{۱}{min}$

۶۸ــ۴

الف ــ ۲۸۱ $\frac{۱}{min}$ = دوران چرخ جلو　ب ــ ۱۷۰/۶ $\frac{۱}{min}$ = دوران چرخ عقب

۶۸ــ۵

الف ــ ۴۷/۶۷ $\frac{km}{h}$　　ب ــ ۳۷۲/۰۶ $\frac{۱}{min}$

۷۷ــ۱

الف ــ $d_{w۳}$ = ۱۷۹/۲ mm　　ب ــ ۳۶۲۰/۲۱ $\frac{۱}{min}$　　ج ــ ۶۷۵/۲۲ $\frac{m}{min}$

۷۷ــ۲

دوران چرخ متحرک = ۳/۶ $\frac{۱}{s}$

۷۸ــ۳

الف ــ ۶ ب ــ $۱۶۰ \frac{۱}{min}$ ج ــ $۱۴۰۳/۵ \frac{۱}{min}$

۷۸ــ۴

الف ــ $n_۴ = ۱۲۰ \frac{۱}{min}$ $i = ۱۲$

ب ــ $d_۴ = ۱۱۲ mm$ $i = ۰/۲$

ج ــ $n_۴ = ۵۲۵ \frac{۱}{min}$ و $d_۲ = ۱۸۰ mm$

۷۹ــ۵

الف ــ $n_۲ = ۴۵۷/۱۴ \frac{۱}{min}$ و $i = ۱/۷۵$

ب ــ $n_۱ = ۲۸۰ \frac{۱}{min}$ و $i = ۰/۲$

ج ــ $n_۱ = ۱۴۰۰ \frac{۱}{min}$ و $d_۲ = ۲۸۰ mm$

۸۴ــ۲

الف ــ $۷۹/۹۵۲۵ dm^۲$ ب ــ $۳۸۱۱۰۰۰ mm^۲$ ج ــ $۶۱۶۰۰۱ cm^۲$

۸۴ــ۳

الف ــ $۰/۰۰۱۴۷۵ dm^۲$ و $۲۸۷ dm^۲$ و $۰/۱۱۲۵ dm^۲$

ب ــ $۰/۲۲۷۵ cm^۲$ و $۷۸۶۰ cm^۲$ و $۲۹۹۰ cm^۲$

۸۷ــ۱

$A = ۱۲۹۶ mm^۲$

۸۷ــ۲

$۲۴۰۳/۷۵ mm^۲$ و $۲۴/۰۳۷۵ cm^۲$ ــ $۳۹۲۳/۱۹ mm^۲$ و $۳۹/۲۳۱۹ cm^۲$

۸۷ــ۳

۲۶۳۰۳/۷۵ mm^2 ـ ۱۱۷۵۰ mm^2

۸۸ـ۴

$X = ۳۰ mm$

۸۸ـ۵

الف ـ $L = ۴۵ mm$ ب ـ $b = ۳۶ mm$

۹۱ـ۱

$D = ۹۸ mm$

۹۱ـ۲

$A = ۲۱۳۱/۴۹ mm^2$

۹۱ـ۳

$A_۱ = ۹۷۱/۴۳ mm^2$ و $\%A_۱ = \%۱۵/۲۷$

$A_۲ = ۱۶۷۷/۹۳ mm^2$ و $\%A_۲ = \%۲۶/۳۸$

$A_۳ = ۳۷۰۹/۱۲ mm^2$ و $\%A_۳ = \%۵۸/۳۳$

۹۲ـ۴

$A = ۱۵۷۰۷/۸۱ cm^2$

۹۲ـ۵

$A = ۱۰۵۹۷/۵ mm^2$

۹۲ـ۶

$d = ۲۵۰ mm$

۹۴ـ۱

الف ـ $A = ۷۹۸۶ mm^2$ ب ـ $A = ۲۷۸۰۰ mm^2$

$A = ۸۴۷۴/۵\ mm^۲$ ـ ج $A = ۱۴۸۸/۳۵\ mm^۲$ ـ د

۹۴ـ۲

$A = ۱۳۲۸۶/۹\ cm^۲$

۹۸ـ۱

$A_b = ۱۰۰۰۲۸/۲۱\ mm^۲$

۹۸ـ۲

الف ـ $A_b = ۵۱۵۴/۶\ mm^۲$ ب ـ $A_b = ۵۱۳۲/۵۳\ mm^۲$

۹۹ـ۳

$\%A_v = \%\ ۳۷/۲۸$

۹۹ـ۴

$L = ۱۵۶۹/۷۱\ mm$

۱۰۴ـ۲

الف ـ $۶/۶۳۶۳\ dm^۳$ ب ـ $۲۲۱۰۰۰\ mm^۳$ ج ـ $۱۴۲۲/۸\ cm^۳$

۱۰۴ـ۳

الف ـ $۰/۰۰۰۴۰۵۱۲\ dm^۳$ و $۱۲۸۲\ dm^۳$ و $۰/۸۴۰۲۵\ dm^۳$

ب ـ $۱/۴۴۵\ cm^۳$ و $۶۵۰۰۰\ cm^۳$ و $۸۹۰\ cm^۳$

۱۱۰ـ۱

$V = ۱۴۳/۷۲\ m^۳$ و $V = ۱۴۳۷۲۰\ dm^۳$ یا lit

۱۱۰ـ۲

$V = ۱۶/۱۱\ dm^۳$ یا lit

۱۱۱ــ۳

الف ــ $V = ۶۳۰۹/۲\ mm^۳$ ب ــ $V = ۳۱۵۰۰\ mm^۳$

ج ــ $V = ۷۰۰۰۵/۴\ mm^۳$ د ــ $V = ۳۳۶۰۵۴/۰۸\ mm^۳$

۱۱۱ــ۴

$N = ۱/۲۲$

۱۲۱ــ۲

$m = ۵۱۹\ gr$

۱۲۱ــ۳

$m = ۱۲/۶۳\ kg$

۱۲۲ــ۴

الف ــ $m = ۲۹۵۳/۱۷\ kg$ ب ــ $m = ۷۶۱۰۰\ lit$

ج ــ $m = ۶۴۶۸۵\ kg$ د ــ $m = ۳۸۰۵\ kg$

۱۲۲ــ۵

$m = ۳۱۵/۳۵\ gr$

۱۲۹ــ۲

$W = ۰/۵۸۵۷\ N$

۱۳۰ــ۳

الف ــ $W = ۱۶/۷۵۲\ N$ ب ــ $W = ۸/۵۲۱\ N$

۱۳۰ــ۴

الف ــ $W = ۶۷۳۳۵/۳\ N$ ب ــ $W = ۶۷۶۷۹/۵۵\ N$

۱۳۰ــ۵

$h = ۸۶/۴۹\ cm$

جدول ۱ــ روابط ریاضی

محاسبات

مثال جبری	مثال عددی	اصول
$\frac{۵}{a}-\frac{۳}{a}+\frac{۷}{a}=\frac{۵-۳+۷}{a}=\frac{۹}{a}$	$\frac{۵}{۸}+\frac{۲}{۸}-\frac{۱}{۸}=\frac{۵+۲-۱}{۸}$ $=\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}$	برای جمع و تفریق کسرهای هم‌مخرج صورت کسر را با هم جمع و یا از هم تفریق کرده و مخرج را بدون تغییر می‌نویسند.
$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=$ مخرج مشترک $=b\times d$ $=\frac{a\times d}{b\times d}+\frac{c\times b}{b\times d}$ $=\frac{a\times d+c\times b}{b\times d}$	$\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۳}-\frac{۳}{۴}=$ ۱۲= مخرج مشترک $=\frac{۱\times۶}{۲\times۶}+\frac{۲\times۴}{۳\times۴}-\frac{۳\times۳}{۴\times۳}$ $=\frac{۶}{۱۲}+\frac{۸}{۱۲}-\frac{۹}{۱۲}=\frac{۵}{۱۲}$	برای جمع و تفریق کسرهای غیر هم‌مخرج باید ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک را تعیین کرد. کوچک‌ترین مخرج مشترک عددی است که بر تمام مخرج کسرها قابل تقسیم باشد. صورت و مخرج هر کسر را در خارج قسمت مخرج مشترک بر مخرج کسر مربوطه باید ضرب کرد. سپس عمل جمع و تفریق کسر را انجام داد.
$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$	$\frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{۷}=\frac{۳\times۲}{۵\times۷}=\frac{۶}{۳۵}$	برای ضرب یک کسر در کسر دیگر باید صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را در هم ضرب کرد.
$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\times d}{b\times c}$	$\frac{۳}{۴}\div\frac{۳}{۵}=\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۳}{۵}}=\frac{۳\times۵}{۴\times۳}$ $=\frac{۵}{۴}=۱\frac{۱}{۴}$	برای تقسیم یک کسر به کسر دیگر باید کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب کرد.

اصول علائم

$a\times x=ax$ $(-a)\times(-x)=ax$	$۲\times۵=۱۰$ $(-۲)\times(-۵)=۱۰$	هر گاه دو فاکتور علائم یکسان داشته باشند حاصل‌ضرب آنها مثبت است.
$a\times(-x)=-ax$ $(-a)\times x=-ax$	$۳\times(-۸)=-۲۴$ $(-۳)\times۸=-۲۴$	هر گاه دو فاکتور علائم مخالف داشته باشند حاصل‌ضرب آنها منفی است.
$\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$ $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$	$\frac{۱۵}{۳}=۱۵\div۳=۵$ $\frac{-۱۵}{-۳}=(-۱۵)\div(-۳)=۵$	هر گاه مخرج و صورت یا مقسوم و مقسوم علیه علائم یکسان داشته باشند حاصل قسمت علامت مثبت دارد.
$\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$ $\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b}$	$\frac{۱۵}{-۳}=۱۵\div(-۳)=-۵$ $\frac{-۱۵}{۳}=(-۱۵)\div۳=-۵$	هرگاه مخرج و صورت یا مقسوم و مقسوم علیه علامت مخالف داشته باشند حاصل قسمت علامت منفی دارد.

جدول ۱ــ روابط ریاضی (ادامه)

اصول علائم

مثال جبری	مثال عددی	اصول
$۴a\times b-c\times ۳d$ $=۴ab-۳cd$	$۸\times ۴-۱۸\times ۳=۳۲-۵۴=-۲۲$ $\frac{۱۶}{۴}+\frac{۲۰}{۵}-\frac{۱۸}{۳}=۴+۴-۶=۲$	عمل ضرب (× و ÷) باید قبل از عمل جمع (+ و ــ) انجام گیرد.

محاسبه پرانتز

$a+(b-c)$ $=a+b-c$	$۱۶+(۹-۵)$ $=۱۶+۹-۵=۲۰$	پرانتزهایی را که قبل از آنها علامت جمع قرار دارد را می‌توان حذف کرد. علائم اعداد بدون تغییر باقی می‌ماند.
$a-(b-c)$ $=a-b+c$	$۱۶-(۹-۵)$ $=۱۶-۹+۵=۱۲$	پرانتزهایی که قبل از آنها علامت منفی قرار دارد فقط وقتی می‌توان حذف کرد که علائم همه اعداد داخل پرانتز را تغییر داد.
$a\times(b+c)$ $=ab+ac$	$۷\times(۴+۵)$ $=۷\times۴+۷\times۵=۶۳$	عبارت پرانتز در یک فاکتور ضرب می‌شود، در این حالت هر عامل در فاکتور ضرب می‌شود.
$(a+b)\times(c-d)$ $=ac-ad+bc-bd$	$(۳+۵)\times(۱۰-۷)$ $=۳\times۱۰+۳\times(-۷)+۵\times۱۰$ $+۵\times(-۷)$ $=۳۰-۲۱+۵۰-۳۵=۲۴$	عبارت پرانتز در یک عبارت پرانتز دیگر ضرب می‌شود، در این حالت هر عامل یک پرانتز در عوامل پرانتز دیگر ضرب می‌شود.
$(a+b)\div c=a\div c+b\div c$ $\frac{a-b}{b}=\frac{a}{b}-۱$	$(۱۶-۴)\div ۴$ $=۱۶\div ۴-۴\div ۴$ $=۴-۱=۳$	عبارت پرانتز بر یک مقدار (عدد، حروف، عبارت پرانتز) تقسیم می‌شود. در این حالت هر عامل پرانتز بر مقدار فوق تقسیم می‌شود.
$\frac{a+b}{۲}\times h=(a+b)\times\frac{h}{۲}$	$\frac{۳+۴}{۲}=(۳+۴)\div ۲$	خط تقسیم به صورت پرانتز عبارت صورت و مخرج را در بر می‌گیرد.
$a\times(۳x-۵x)-b\times(۱۲y-۲y)$ $=a\times(-۲x)-b\times۱۰y$ $=-۲ax-۱۰by$	$۸\times(۳-۲)+۴\times(۱۶-۵)$ $=۸\times۱+۴\times۱۱$ $=۸+۴۴=۵۲$	در محاسبات ضرب و جمع باید ابتدا محاسبات پرانتز انجام و سپس عمل جمع اجرا شود.

به توان رساندن

$x^۴\times x^۲=x\times x\times x\times x\times x\times x$ $=x^۶$ یا $x^۴\times x^۲=x^{(۴+۲)}=x^۶$	$۳^۲\times ۳^۳=۳\times ۳\times ۳\times ۳\times ۳$ $=۳^۵$ یا $۳^۲\times ۳^۳=۳^{(۲+۳)}=۳^۵$	توان‌هایی که با پایه یکسان در هم ضرب می‌شود، باید نماها را با هم جمع و پایه را ثابت نگه‌داشت.

جدول ۱ــ روابط ریاضی (ادامه)

به توان رساندن

مثال جبری	مثال عددی	اصول
$\frac{m^{۲}}{m^{۳}}=\frac{m\times m}{m\times m\times m}=\frac{۱}{m}=m^{-۱}$ یا $m^{۲}\div m^{۳}=m^{(۲-۳)}=m^{-۱}$	$\frac{۴^{۳}}{۴^{۲}}=\frac{۴\times ۴\times ۴}{۴\times ۴}=۴$ یا $۴^{۳}\div ۴^{۲}=۴^{(۳-۲)}=۴^{۱}=۴$	توان‌هایی که با پایه یکسان بر هم تقسیم می‌شود باید نماها را از هم کسر کرده و پایه را ثابت نگه‌داشت.
$a\times ۱۰^{۲}=a\times ۱۰۰=۱۰۰a$ یا $b\times ۱۰^{-۱}=b\times\frac{۱}{۱۰}=۰/۱b$	$۶\times ۱۰^{۳}=۶\times ۱۰۰۰=۶۰۰۰$ یا $۷\times ۱۰^{-۲}=۷\times\frac{۱}{۱۰۰}=۰/۰۷$	اگر فاکتور در یک توان ضرب می‌شود باید ابتدا توان محاسبه شود. محاسبه توان قبل از عمل ضرب صورت می‌گیرد.
$(m+n)^{۰}=۱$	$\frac{۱۰^{۴}}{۱۰^{۴}}=۱۰^{(۴-۴)}=۱۰^{۰}=۱$	هر توان با نمای صفر برابر یک است.

تبدیلات ریشه گرفتن

$\sqrt[۳]{a\times b}=\sqrt[۳]{a}\times\sqrt[۳]{b}$	$\sqrt{۹\times ۱۶}=\sqrt{۱۴۴}=۱۲$ یا $\sqrt{۹\times ۱۶}=\sqrt{۹}\times\sqrt{۱۶}=۳\times ۴$ $=۱۲$	هرگاه زیر ریشه یک حاصل‌ضرب باشد می‌توان ریشه را از حاصل‌ضرب اعداد و یا ضرب حاصل ریشه‌ها به دست آورد.
$\sqrt[۳]{a-b}=\sqrt[۳]{(a-b)}$	$\sqrt{۹+۱۶}=\sqrt{۲۵}=۵$ $\sqrt{۵^{۲}-۴^{۲}}=\sqrt{۲۵-۱۶}=\sqrt{۹}$ $=۳$	هرگاه زیر ریشه حاصل جمع و یا حاصل تفریق باشد باید فقط از حاصل آنها ریشه گرفت.
$\sqrt{a}=a^{\frac{۱}{۲}}$	$\sqrt[۳]{۲۷}=۲۷^{\frac{۱}{۳}}=۳^{۳\frac{۱}{۳}}=۳$	ریشه گرفتن را به صورت توان هم می‌توان نوشت.

تغییر شکل معادله‌ها

$y-c=d$ $y-c+c=d+c$ $y=d+c$	$y-۵=۹$ $y-۵+۵=۹+۵$ $y=۹+۵=۱۴$	با افزودن عدد یکسان به دو طرف معادله عدد مجهول در سمت راست ظاهر می‌شود.
$x+a=b$ $x+a-a=b-a$ $x=b-a$	$x+۷=۱۸$ $x+۷-۷=۱۸-۷$ $x=۱۱$	با تفریق عدد یکسان از دو طرف معادله عدد مجهول در سمت راست ظاهر می‌شود.
$a\times x=b$ $\frac{a\times x}{a}=\frac{b}{a}$ $x=\frac{b}{a}$	$۶\times x=۲۳$ $\frac{۶\times x}{۶}=\frac{۲۳}{۶}$ $x=\frac{۲۳}{۶}=۳\frac{۵}{۶}$	با تقسیم دو طرف معادله بر عدد یکسان عدد مجهول معادله به دست می‌آید.

جدول ۱ــ روابط ریاضی (ادامه)

تغییر شکل معادله‌ها

مثال جبری	مثال عددی	اصول
$\frac{y}{c}=d$ $\frac{y\times c}{c}=d\times c$ $y=d\times c$	$\frac{y}{۳}=۷$ $\frac{y\times ۳}{۳}=۷\times ۳$ $y=۲۱$	با ضرب کردن دو طرف معادله در عدد یکسان عدد مجهول معادله به دست می‌آید.
$\sqrt{x}=a+b$ $(\sqrt{x})^{۲}=(a+b)^{۲}$ $x=a^{۲}+۲ab+b^{۲}$	$\sqrt{x}=۴$ $(\sqrt{x})^{۲}=۴^{۲}$ $x=۱۶$	با به توان رساندن دو طرف معادله عدد مجهول معادله به دست می‌آید.
$x^{۲}=a+b$ $\sqrt{(x)^{۲}}=\sqrt{a+b}$ $x=\pm\sqrt{a+b}$	$x^{۲}=۳۶$ $\sqrt{x^{۲}}=\sqrt{۳۶}$ $x=\pm۶$	با ریشه گرفتن دو طرف معادله عدد مجهول معادله به دست می‌آید.

توان‌های ده

مقادیر بزرگ‌تر از عدد یک با توان مثبت نشان داده می‌شود. مقادیر کوچکتر از عدد یک، با توان منفی نشان داده می‌شود.

مقدار	۰/۰۰۱	۰/۰۱	۰/۱	۱	۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰
توان ده	$۱۰^{-۳}$	$۱۰^{-۲}$	$۱۰^{-۱}$	$۱۰^{۰}$	$۱۰^{۱}$	$۱۰^{۲}$	$۱۰^{۳}$	$۱۰^{۴}$	$۱۰^{۵}$	$۱۰^{۶}$

مثال : تبدیل اعداد به حاصل‌ضرب توان ده.

$۴۳۰۰=۴/۳\times ۱۰۰۰=۴/۳\times ۱۰^{۳}$

$۱۴۶۳۸=۱/۴۶۳۸\times ۱۰۰۰۰=۱/۴۶۳۸\times ۱۰^{۴}$

$۰/۰۷=\frac{۷}{۱۰۰}=۷\times ۱۰^{-۲}$

جدول ۲ــ ضرایب محاسبه طول ضلع، قطر دایره محاطی و مساحت چند ضلعی‌های منتظم با فرض D = ۱

علائم اختصاری						
n = تعداد اضلاع	۳	۴	۵	۶	۸	۱۰	۱۲
a = زاویه مرکزی مقابل به یک ضلع	۱۲۰°	۹۰°	۷۲°	۶۰°	۴۵°	۳۶°	۳۰°
l = طول ضلع	۰/۸۶۶	۰/۷۰۷	۰/۵۸۸	۰/۵۰۰	۰/۳۸۳	۰/۳۰۹	۰/۲۵۹
d = قطر دایره محاطی	۰/۵۰۰	۰/۷۰۷	۰/۸۰۹	۰/۸۶۶	۰/۹۲۴	۰/۹۵۱۱	۰/۹۶۶
A = مساحت	۰/۳۲۵	۰/۵۰۰	۰/۵۹۴	۰/۶۵۰	۰/۷۰۷	۰/۷۳۵	۰/۷۵۰

D = قطر دایره محیطی

جدول ۳ــ جرم پاره‌ای از مواد برحسب کیلوگرم

نام ماده	جرم ماده	نام ماده	جرم ماده
اتم هیدروژن	$۱/۶۷ \times ۱۰^{-۲۷}$	اتومبیل شخصی	$۱/۵ \times ۱۰^{۳}$
یک لیتر هوا (در صفر درجه سانتی‌گراد)	$۱/۲۹ \times ۱۰^{-۳}$	کره زمین	$۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴}$
یک لیتر آب (در ۴°C)	۱/۰۰۰	کره خورشید	$۱/۹۹ \times ۱۰^{۳۰}$

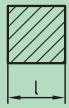
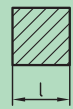
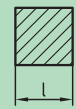
جدول ۴ــ جرم مخصوص پاره‌ای از مواد

جرم مخصوص مایعات $\frac{kg}{dm^3}$		جرم مخصوص جامدات $\frac{kg}{dm^3}$				جرم مخصوص گازها $\frac{kg}{m^3}$	
ماده	جرم مخصوص	ماده	جرم مخصوص	ماده	جرم مخصوص	ماده	جرم مخصوص
آب (۴°C)	۱	چوب آبنوس	۱/۲۶	چدن خاکستری	۷/۲۵	هوا	۱۱/۲۹
نفت	۰/۸۵	آلیاژهای منیزیم	۱/۸	برنج	۸/۵	اکسیژن	۱/۴۳
بنزین	۰/۷۲	آلومینیم	۲/۷	مس	۸/۹	استیلن	۱/۱۷۱
گازوئیل	۰/۸۵	روی	۷/۱۳	فولاد	۷/۸۵	هیدروژن	۰/۰۹
روغن موتور	۰/۹	قلع	۷/۳	سرب	۱۱/۳۵	ازت	۱/۲۵

جدول ۵ ــ جرم یک متر مربع پاره‌ای از ورق‌ها برحسب کیلوگرم

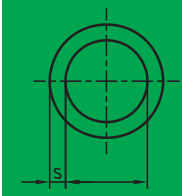
ورق‌های فولادی	s(mm)	0.18	0.2	0.22	0.24	0.28	0.32	0.38	0.44	0.5	0.56
مثال :	m(kg/m²)	0.41	1.57	1.73	1.88	2.20	2.51	2.98	3.46	3.93	4.40
s 15 mm ≙ ? kg/m²	s(mm)	0.63	0.75	0.88	1	1.13	1.25	1.38	1.5	1.75	2.0
حل :	m(kg/m²)	4.95	5.88	6.91	7.85	8.87	9.81	10.8	11.8	13.7	15.7
s 10 mm ≙ 78.60kg/m²	s(mm)	2.25	2.5	2.75	3	3.5	4	4.5	4.75	5	5.5
s 5 mm ≙ 39.30kg/m²	m(kg/m²)	17.7	19.6	21.6	23.6	27.5	31.4	35.3	37.3	39.3	43.2
s 15 mm ≙ 117.90kg/m²	s(mm)	6	6.5	7	8	9	10	11	12	18	14
	m(kg/m²)	47.2	51.1	55	62.9	70.7	78.6	86.5	94.3	10.2	110
ورق‌های آج‌دار فولادی	s(mm)	3	$3^{1/2}$	4	$4^{1/2}$	5	6	7	8	9	10
بدون در نظر گرفتن نوع آج	m(kg/m²)	28	32	38	42	46	54	62	70	78	86
ورق‌های روی	s(mm)	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60
	m(kg/m²)	1.08	1.44	1.80	2.15	2.51	2.87	3.23	3.59	3.95	4.31
	s(mm)	0.65	0.70	0.75	0.80	0.90	1.0	1.2	1.5	1.8	2.0
	m(kg/m²)	4.67	5.03	5.38	5.74	6.46	7.18	8.62	10.8	12.9	14.4
ورق‌های سرب	s(mm)	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.5	2.0
	m(kg/m²)	3.42	4.56	5.70	6.84	7.98	9.12	10.2	11.4	17.1	22.8
ورق‌های مس	s(mm)	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.6
	m(kg/m²)	0.89	1.33	1.78	2.22	2.67	3.11	3.56	4.0	4.45	5.34
	s(mm)	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5
	m(kg/m²)	6.23	7.12	8.01	8.9	10.7	12.6	14.2	16.0	17.8	22.2
ورق‌های برنج	s(mm)	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.6
	m(kg/m²)	0.85	1.27	1.7	2.12	2.55	2.97	3.4	3.82	4.25	5.1
	s(mm)	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5
	m(kg/m²)	5.95	6.8	7.65	8.5	10.2	11.9	13.6	15.3	17.0	21.2
ورق‌های آلومینیم	s(mm)	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
	m(kg/m²)	0.54	0.68	0.81	0.95	1.08	1.35	1.62	1.89	2.16	2.48
	s(mm)	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
	m(kg/m²)	2.7	3.3	3.8	4.4	4.9	5.4	6.8	8.1	10.8	13.5

جدول ۶ ــ جرم یک متر از میله‌های گرد، چهارگوش و شش‌گوش فولادی برحسب kg

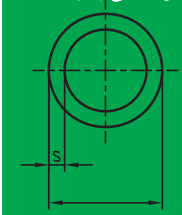
d *L* SW	1...35			d *L* SW	36...70			d *L* SW	71...105		
											
1	0.006	0.008	0.007	36	7.99	10.2	8.81	71	31.1	39.6	34.3
2	0.025	0.031	0.027	37	8.44	10.7	9.3	72	32.0	40.7	35.2
3	0.056	0.071	0.061	38	8.90	11.3	9.81	73	32.9	41.8	36.2
4	0.099	0.126	0.109	39	9.38	11.9	10.3	74	33.8	43.0	37.2
5	**0.154**	**0.196**	**0.170**	40	**9.86**	**12.6**	**10.9**	75	**34.7**	**44.2**	**38.2**
6	0.222	0.283	0.245	41	10.4	13.2	11.4	76	35.6	45.3	39.2
7	0.302	0.385	0.333	42	10.9	13.9	12.0	77	36.5	46.5	40.3
8	0.395	0.502	0.435	43	11.4	14.5	12.6	78	37.5	47.8	41.4
9	0.499	0.636	0.551	44	11.9	15.2	13.2	79	38.5	49.0	42.4
10	**0.617**	**0.785**	**0.680**	45	**12.5**	**15.9**	**13.8**	80	**39.5**	**50.2**	**43.5**
11	0.746	0.950	0.823	46	13.0	16.6	14.4	81	40.5	51.5	44.6
12	0.888	1.13	0.979	47	13.6	17.3	15.1	82	41.5	52.8	45.7
13	1.04	1.33	1.15	48	14.2	18.1	15.7	83	42.5	54.1	46.8
14	1.21	1.54	1.33	49	14.8	18.8	16.3	84	43.5	55.4	48.0
15	**1.39**	**1.77**	**1.53**	50	**15.4**	**19.6**	**17.0**	85	**44.5**	**56.7**	**49.1**
16	1.58	2.01	1.74	51	16.0	20.4	17.7	86	45.6	58.1	50.3
17	1.78	2.27	1.96	52	16.7	21.2	18.4	87	46.7	59.4	51.5
18	2.00	2.54	2.20	53	17.3	22.1	19.1	88	47.7	60.8	52.6
19	2.23	2.83	2.45	54	18.0	22.9	19.8	89	48.8	62.2	53.8
20	**2.47**	**3.14**	**2.72**	55	**18.7**	**23.7**	**20.6**	90	**49.9**	**63.6**	**55.1**
21	2.72	3.46	3.00	56	19.3	24.6	21.3	91	51.1	65.0	56.3
22	2.98	3.80	3.29	57	20.0	25.5	22.1	92	52.2	66.4	57.5
23	3.26	4.15	3.60	58	20.7	26.4	22.9	93	53.3	67.9	58.8
24	3.55	4.52	3.92	59	21.5	27.3	23.7	94	54.5	69.4	60.1
25	**3.85**	**4.91**	**4.25**	60	**22.2**	**28.3**	**24.5**	95	**55.6**	**70.8**	**61.4**
26	4.17	5.31	4.60	61	22.9	29.2	25.3	96	56.8	72.3	62.7
27	4.50	5.72	4.96	62	23.7	30.2	26.1	97	58.0	73.9	64.0
28	4.83	6.15	5.33	63	24.5	31.2	27.0	98	59.2	75.4	65.3
29	5.19	6.60	5.72	64	25.3	32.2	27.8	99	60.4	77.0	66.6
30	**5.55**	**7.07**	**6.12**	65	**26.0**	**33.2**	**28.7**	100	**61.7**	**78.5**	**68.0**
31	5.92	7.55	6.53	66	26.9	34.2	29.6	101	62.8	80.0	69.3
32	6.31	8.04	6.96	67	27.7	35.2	30.5	102	64.2	81.6	70.6
33	6.71	8.55	7.40	68	28.5	36.3	31.4	103	65.5	83.2	72.0
34	7.13	9.07	7.86	69	29.4	37.4	32.4	104	66.7	84.9	73.5
35	**7.55**	**9.62**	**8.33**	70	**30.2**	**38.5**	**33.3**	105	**68.0**	**86.5**	**75.0**

جدول ۷ــ جرم یک متر از لوله‌های فولادی برحسب kg

لوله‌های معمولی	قطر آبدهی لوله برحسب اینچ	1/8"	1/4"	3/8"	1/2"	3/4"	1"	1 1/4"
	قطر آبدهی لوله برحسب میلی‌متر	6	8	10	15	20	25	32
	تعداد دندانه در هر اینچ	28	19	19	14	14	11	11
	قطر خارجی لوله	10	13.25	16.75	21.25	26.75	33.5	42.25
	ضخامت جداره	2	2.25	2.25	2.75	2.4	2.9	3.1
	جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$	0.395	0.610	0.805	1.25	1.44	2.19	2.99
	قطر آبدهی لوله برحسب اینچ	1 1/2"	2"	2 1/2"	3"	4"	5"	6"
	قطر آبدهی لوله برحسب میلی‌متر	40	50	65	80	100	125	150
	تعداد دندانه در هر اینچ	11	11	11	11	11	11	11
	قطر خارجی لوله	48.25	60	75.5	88.25	113.5	139	164.5
	ضخامت جداره	3.1	3.3	3.75	4	4.25	4.5	4.5
	جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$	3.45	4.61	6.64	8.31	11.5	14.9	17.8
لوله‌های بدون درز	قطر خارجی لوله برحسب میلی‌متر	8	10	12	14	16	18	20
	قطر خارجی لوله برحسب اینچ	5/16"	13/22"	15/32"	9/16"	5/8"	23/32"	25/32"
	ضخامت جداره برحسب میلی‌متر	1.5	1.5	1.5	2	2	2	2
	جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$	0.240	0.314	0.388	0.592	0.691	0.789	0.888
	قطر خارجی لوله برحسب میلی‌متر	22	24	25	26	28	30	32
	قطر خارجی لوله برحسب اینچ	7/8"	15/16"	1"	1 1/32"	1 3/32"	1 3/16"	1 1/4"
	ضخامت جداره برحسب میلی‌متر	2	2	2	2	2	2.5	2.5
	جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$	0.986	1.09	1.13	1.18	1.28	1.70	1.82
	قطر خارجی لوله برحسب میلی‌متر	35	38	41.5	44.5	51	57	63.5
	قطر خارجی لوله برحسب اینچ	1 3/8"	1 1/2"	1 5/8"	1 3/4"	2"	2 1/4"	2 1/2"
	ضخامت جداره برحسب میلی‌متر	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.75	3
	جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$	2.00	2.19	2.40	2.59	2.99	3.68	4.48
	قطر خارجی لوله برحسب میلی‌متر	70	76	83	89	95	102	108
	قطر خارجی لوله برحسب اینچ	2 3/4"	3"	3 1/4"	3 1/2"	3 3/4"	4"	4 1/4"
	ضخامت جداره برحسب میلی‌متر	3	3	3.25	3.25	3.5	3.5	3.75
	جرم لوله برحسب $\frac{kg}{m}$	4.96	5.40	6.39	6.87	7.90	8.50	9.64

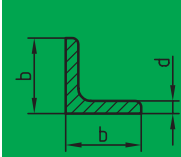


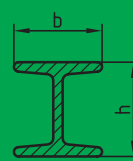
اندازهٔ اسمی

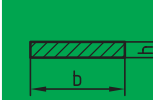


اندازهٔ اسمی

جدول ۸ ــ جرم یک متر پاره‌ای از نیمه ساخته‌های فولادی برحسب kg







b×b×d	kg/m	نمره	h×b	kg/m	نمره	h×b	kg/m	b×h	kg/m
15×15×3	0.64	30	30×15	1.74	80	80×42	5.95	10×5	0.39
20×20×4	1.14	40	40×20	2.75	100	100×50	8.32	10×8	0.63
25×25×4	1.45	50	50×25	4.32	120	120×58	11.2	12×5	0.47
30×30×3	1.36	60	60×30	5.07	140	140×66	14.4	15×5	0.59
30×30×5	2.18	65	65×42	7.09	160	160×74	17.9	15×10	1.18
35×35×4	2.1	80	80×45	8.64	180	180×82	21.9	25×5	0.78
35×35×6	3.04	100	100×50	10.6	200	200×90	26.3	20×10	1.57
40×40×4	2.42	120	120×55	13.4	220	220×98	31.1	25×5	0.98
40×40×6	3.52	140	140×60	16.0	240	240×106	36.2	25×15	2.94
45×45×5	3.38	160	160×65	18.8	260	260×113	41.9	30×5	1.18
45×45×7	4.60	180	180×70	22.0	280	280×119	48.0	35×5	1.37
50×50×5	3.77	200	200×75	25.3	300	300×125	54.2	40×10	3.14
50×50×9	6.47	240	240×85	33.2	320	320×131	61.1	40×25	7.85
55×55×6	4.95	280	280×95	41.8	340	340×137	68.1	45×30	10.6
60×60×6	5.42	300	300×100	46.2	360	360×143	76.2	50×20	7.85
65×65×7	6.83	350	350×100	60.6	380	380×149	84.0	50×40	15.7
70×70×7	7.38	400	400×110	71.8	400	400×155	92.6	60×20	9.42
75×75×7	7.94	450	450×170	115	450	450×170	115	70×30	16.5
80×80×8	9.66	500	500×185	141	500	500×185	141	80×40	5.1
90×90×9	12.2	550	550×200	167	550	550×200	167	90×50	35.3

جدول ۹ــ جدول سینوس و کسینوس

سینوس $0 \ldots 45^\circ$

دقیقه / درجه	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	**0.0000**	**00.0029**	**0.0058**	**0.0087**	**0.0116**	**0.0145**	**0.0175**	**89**
1	0.0175	0.0204	0.0233	0.262	0.0291	0.0320	0.0349	88
2	0.0349	0.0378	0.0407	0.436	0.0465	0.0494	0.0523	87
3	0.0523	0.0552	0.0581	0.0610	0.0640	0.0669	0.0698	86
4	0.0698	0.0727	0.0756	0.0785	0.0814	0.0843	0.0872	85
5	**0.0872**	**0.0901**	**0.0929**	**0.0958**	**0.0987**	**0.1016**	**0.1045**	**84**
6	0.1045	0.1074	0.1103	0.1132	0.1161	0.1190	0.1219	83
7	0.1219	0.1248	0.1276	0.1305	0.1334	0.1363	0.1392	82
8	0.1392	0.1421	0.1449	0.1478	0.1507	0.1536	0.1564	81
9	0.1564	0.1593	0.1622	0.1650	0.1679	0.1708	0.1736	80
10	**0.1736**	**0.1765**	**0.1794**	**0.1822**	**0.1851**	**0.1880**	**0.1908**	**79**
11	0.1908	0.1937	0.1965	0.1994	0.2022	0.2051	0.2079	78
12	0.2079	0.2108	0.2136	0.2164	0.2193	0.2221	0.2250	77
13	0.2250	0.2278	0.2306	0.2334	0.2363	0.2391	0.2419	76
14	0.2419	0.2447	0.2476	0.2504	0.2532	0.2560	0.2588	75
15	**0.2588**	**0.2616**	**0.2644**	**0.2672**	**0.2700**	**0.2728**	**0.2756**	**74**
16	0.2756	0.2784	0.2812	0.2840	0.2868	0.2896	0.2924	73
17	0.2924	0.2952	0.2979	0.3007	0.3035	0.3062	0.3090	72
18	0.3090	0.3118	0.3145	0.3173	0.3201	0.3228	0.3256	71
19	0.3256	0.3283	0.3311	0.3338	0.3365	0.3393	0.3420	70
20	**0.3420**	**0.3448**	**0.3475**	**0.3502**	**0.3529**	**0.3557**	**0.3584**	**69**
21	0.3584	0.3611	0.3638	0.3665	0.3692	0.3719	0.3746	68
22	0.3746	0.3773	0.3800	0.3827	0.3854	0.3881	0.3907	67
23	0.3907	0.3934	0.3961	0.3987	0.4014	0.4041	0.4067	66
24	0.4067	0.4094	0.4120	0.4147	0.4173	0.4200	0.4226	65
25	**0.4226**	**0.4253**	**0.4279**	**0.4305**	**0.4331**	**0.4358**	**0.4384**	**64**
26	0.4384	0.4410	0.4436	0.4462	0.4488	0.4514	0.4540	63
27	0.4540	0.4566	0.4592	0.4617	0.4643	0.4669	0.4695	62
28	0.4695	0.4720	0.4746	0.4772	0.4797	0.4823	0.4848	61
29	0.4848	0.4874	0.4899	0.4924	0.4950	0.4975	0.5000	60
30	**0.5000**	**0.5025**	**0.5050**	**0.5075**	**0.5100**	**0.5125**	**0.5150**	**59**
31	0.5150	0.5175	0.5200	0.5225	0.5250	0.5275	0.5299	58
32	0.5299	0.5324	0.5348	0.5373	0.5398	0.5422	0.5446	57
33	0.5446	0.5471	0.5495	0.5519	0.5544	0.5568	0.5592	56
34	0.5592	0.5616	0.5640	0.5664	0.5688	0.5712	0.5736	55
35	**0.5736**	**0.5760**	**0.5783**	**0.5807**	**0.5831**	**0.5854**	**0.5878**	**54**
36	0.5878	0.5901	0.5925	0.5948	0.5972	0.5995	0.6018	53
37	0.6018	0.6041	0.6065	0.6088	0.6111	0.6134	0.6157	52
38	0.6157	0.6180	0.6202	0.6225	0.6248	0.6271	0.6293	51
39	0.6293	0.6316	0.6338	0.6361	0.6383	0.6406	0.6428	50
40	**0.6428**	**0.6450**	**0.6472**	**0.6494**	**0.6517**	**0.6539**	**0.6561**	**49**
41	0.6561	0.6583	0.6604	0.6626	0.6648	0.6670	0.6691	48
42	0.6691	0.6713	0.6734	0.6756	0.6777	0.6799	0.6820	47
43	0.6820	0.6841	0.6862	0.6884	0.6905	0.6926	0.6947	46
44	0.6947	0.6967	0.6988	0.7009	0.7030	0.7050	0.7071	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	درجه / دقیقه

کسینوس $45 \ldots 90^\circ$

جدول ۹ــ جدول سینوس و کسینوس (ادامه)

سینوس 45° ... 90°

دقیقه / درجه	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
45	**0.7071**	**0.7092**	**0.7112**	**0.7133**	**0.7153**	**0.7173**	**0.7193**	**44**
46	0.7193	0.7214	0.7234	0.7254	0.7274	0.7294	0.7314	43
47	0.7314	0.7333	0.7353	0.7373	0.7392	0.7412	0.7431	42
48	0.7431	0.7451	0.7470	0.7490	0.7509	0.7528	0.7547	41
49	0.7547	0.7566	0.7585	0.7604	0.7623	0.7642	0.7660	40
50	**0.7660**	**0.7679**	**0.7698**	**0.7716**	**0.7735**	**0.7753**	**0.7771**	**39**
51	0.7771	0.7790	0.7808	0.7826	0.7844	0.7862	0.7880	38
52	0.7880	0.7898	0.7916	0.7934	0.7951	0.7969	0.7986	37
53	0.7986	0.8004	0.8021	0.8039	0.8056	0.8073	0.8090	36
54	0.8090	0.8107	0.8124	0.8141	0.8158	0.8175	0.8192	35
55	**0.8192**	**0.8208**	**0.8225**	**0.8241**	**0.8258**	**0.8274**	**0.8290**	**34**
56	0.8290	0.8307	0.8323	0.8339	0.8355	0.8371	0.8387	33
57	0.8387	0.8403	0.8418	0.8434	0.8450	0.8465	0.8480	32
58	0.8480	0.8496	0.8511	0.8526	0.8542	0.8557	0.8572	31
59	0.8572	0.8587	0.8601	0.8616	0.8631	0.8646	0.8660	30
60	**0.8660**	**0.8675**	**0.8689**	**0.8704**	**0.8718**	**0.8732**	**0.8746**	**29**
61	0.8746	0.8760	0.8774	0.8788	0.8802	0.8816	0.8829	28
62	0.8829	0.8843	0.8857	0.8870	0.8884	0.8897	0.8910	27
63	0.8910	0.8923	0.8936	0.8949	0.8962	0.8975	0.8988	26
64	0.8988	0.9001	0.9013	0.9026	0.9038	0.9051	0.9063	25
65	**0.9063**	**0.9075**	**0.9088**	**0.9100**	**0.9112**	**0.9124**	**0.9135**	**24**
66	0.9135	0.9147	0.9159	0.9171	0.9182	0.9194	0.9205	23
67	0.9205	0.9216	0.9228	0.9239	0.9250	0.9261	0.9272	22
68	0.9272	0.9283	0.9293	0.9304	0.9315	0.9325	0.9336	21
69	0.9336	0.9346	0.9.356	0.9367	0.9377	0.9387	0.9397	20
70	**0.9397**	**0.9407**	**0.9417**	**0.9426**	**0.9436**	**0.9446**	**0.9455**	**19**
71	0.9455	0.9465	0.9474	0.9483	0.9492	0.9502	0.9511	18
72	0.9511	0.9520	0.9528	0.9537	0.9546	0.9555	0.9563	17
73	0.9563	0.9572	0.9580	0.9588	0.9596	0.9605	0.9613	16
74	0.9613	0.9621	0.9628	0.9636	0.9644	0.9652	0.9659	15
75	**0.9659**	**0.9667**	**0.9674**	**0.9681**	**0.9689**	**0.9696**	**0.9703**	14
76	0.9703	0.9710	0.9717	0.9724	0.9730	0.9737	0.9744	13
77	0.9744	0.9750	0.9757	0.9763	0.9769	0.9775	0.9781	12
78	0.9781	0.9787	0.9793	0.9799	0.9805	0.9811	0.9816	11
79	0.9816	0.9822	0.9827	0.9833	0.9838	0.9843	0.9848	10
80	**0.9848**	**0.9853**	**0.9858**	**0.9863**	**0.9868**	**0.9872**	**0.9877**	**9**
81	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	8
82	0.9903	0.9907	0.9911	0.9914	0.9918	0.9922	0.9925	7
83	0.9925	0.9929	0.9932	0.9936	0.9939	0.9942	0.9945	6
84	0.9945	0.9948	0.9951	0.9954	0.9957	0.9959	0.9962	5
85	**0.9962**	**0.9964**	**0.9967**	**0.9969**	**0.9971**	**0.9974**	**0.9976**	**4**
86	0.9976	0.9978	0.9980	0.9981	0.9983	0.9985	0.9986	3
87	0.9986	0.9988	0.9989	0.9990	0.9992	0.9993	0.9994	2
88	0.9994	0.9995	0.9996	0.9997	0.9997	0.9998	0.99985	1
89	0.99985	0.99989	0.99993	0.99996	0.99998	0.99999	1.0000	0
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	درجه / دقیقه

کسینوس 45° ... 0

جدول ۱۰ــ جدول تانژانت و کتانژانت

$45^\circ \ldots 0^\circ$ تانژانت

دقیقه / درجه	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	**0.0000**	**0.0029**	**0.0058**	**0.0087**	**0.0116**	**0.0145**	**0.0175**	**89**
1	0.0175	0.0204	0.0233	0.262	0.0291	0.0320	0.0349	88
2	0.0349	0.0378	0.0407	0.0437	0.0466	0.0495	0.0524	87
3	0.0524	0.0553	0.0582	0.0612	0.0641	0.0670	0.0699	86
4	0.0699	0.0729	0.0758	0.0787	0.0816	0.0846	0.0875	85
5	**0.0875**	**0.0904**	**0.0934**	**0.0963**	**0.0992**	**0.1022**	**0.1051**	**84**
6	0.1051	0.1080	0.1110	0.1139	0.1169	0.1198	0.1228	83
7	0.1228	0.1257	0.1287	0.1317	0.1346	0.1376	0.1405	82
8	0.1405	0.1435	0.1465	0.1495	0.1524	0.1554	0.1584	81
9	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1733	0.1763	80
10	**0.1763**	**0.1793**	**0.1823**	**0.1853**	**0.1883**	**0.1914**	**0.1944**	**79**
11	0.1944	0.1974	0.2004	0.2035	0.2065	0.2095	0.2126	78
12	0.2126	0.2156	0.2186	0.2217	0.2247	0.2278	0.2309	77
13	0.2309	0.2339	0.2370	0.2401	0.2432	0.2462	0.2493	76
14	0.2493	0.2524	0.2555	0.2586	0.2617	0.2648	0.2679	75
15	**0.2679**	**0.2711**	**0.2742**	**0.2773**	**0.2805**	**0.2836**	**0.2867**	**74**
16	0.2867	0.2899	0.2931	0.2962	0.2994	0.3026	0.3057	73
17	0.3057	0.3089	0.3121	0.3153	0.3185	0.3217	0.3249	72
18	0.3249	0.3281	0.3314	0.3346	0.3378	0.3411	0.3443	71
19	0.3443	0.3476	0.3508	0.3541	0.3574	0.3607	0.3640	70
20	**0.3640**	**0.3673**	**0.3706**	**0.3739**	**0.3772**	**0.3805**	**0.3839**	**69**
21	0.3839	0.3872	0.3906	0.3939	0.3973	0.4006	0.4040	68
22	0.4040	0.4074	0.4108	0.4142	0.4176	0.4210	0.4245	67
23	0.4245	0.4279	0.4314	0.4348	0.4383	0.4417	0.4452	66
24	0.4452	0.4487	0.4522	0.4557	0.4592	0.4628	0.4663	65
25	**0.4663**	**0.4699**	**0.4734**	**0.4770**	**0.4806**	**0.4841**	**0.4877**	**64**
26	0.4877	0.4913	0.4950	0.4986	0.5022	0.5059	0.5095	63
27	0.5095	0.5132	0.5169	0.5206	0.5243	0.5280	0.5317	62
28	0.5317	0.5354	0.5392	0.5430	0.5467	0.5505	0.5543	61
29	0.5543	0.5581	0.5619	0.5658	0.5696	0.5735	0.5774	60
30	**0.5774**	**0.5812**	**0.5851**	**0.5890**	**0.5930**	**0.5969**	**0.6009**	**59**
31	0.6009	0.6048	0.6088	0.6128	0.6168	0.6208	0.6249	58
32	0.6249	0.6289	0.6330	0.6371	0.6412	0.6453	0.6494	57
33	0.6494	0.6536	0.6577	0.6619	0.6661	0.6703	0.6745	56
34	0.6745	0.6787	0.6830	0.6873	0.6916	0.6959	0.7002	55
35	**0.7002**	**0.7046**	**0.7089**	**0.7133**	**0.7177**	**0.7221**	**0.7265**	**54**
36	0.7265	0.7310	0.7355	0.7400	0.7445	0.7490	0.7536	53
37	0.7536	0.7581	0.7627	0.7673	0.7720	0.7766	0.7813	52
38	0.7813	0.7860	0.7907	0.7954	0.8002	0.8050	0.8098	51
39	0.8098	0.8146	0.8195	0.8243	0.8292	0.8342	0.8391	50
40	**0.8391**	**0.8441**	**0.8491**	**0.8541**	**0.8591**	**0.8642**	**0.8693**	**49**
41	0.8693	0.8744	0.8796	0.8847	0.8899	0.8952	0.9004	48
42	0.9004	0.9057	0.9110	0.89163	0.9217	0.9271	0.9325	47
43	0.9325	0.9380	0.9435	0.9490	0.9545	0.9601	0.9657	46
44	0.9657	0.9713	0.9770	0.9827	0.9884	0.9942	1.0000	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	درجه / دقیقه

$90^\circ \ldots 45^\circ$ کتانژانت

جدول ۱۰ــ جدول تانژانت و کتانژانت (ادامه)

$90^\circ \ldots 45^\circ$ تانژانت

دقیقه / درجه	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
45	**1.0000**	**1.0058**	**1.10117**	**1.0176**	**1.0235**	**1.0295**	**1.0355**	**44**
46	1.0355	1.0416	1.0477	1.0538	1.0599	1.0661	1.0724	43
47	1.0724	1.0786	1.0850	1.0913	1.0977	1.1041	1.1106	42
48	1.1106	1.1171	1.1237	1.1303	1.1369	1.1436	1.1504	41
49	1.1504	1.1571	1.1640	1.1708	1.1778	1.1847	1.1918	40
50	**1.1918**	**1.1988**	**1.2059**	**1.2131**	**1.2203**	**1.2276**	**1.2349**	**39**
51	1.2349	1.2423	1.2497	1.2572	1.2647	1.2723	1.2799	38
52	1.2799	1.2876	1.2954	1.3032	1.3111	1.3190	1.3270	37
53	1.3270	1.3351	1.3432	1.3514	1.3597	1.3680	1.3764	36
54	1.3764	1.3848	1.3934	1.4019	1.4106	1.4193	1.4281	35
55	**1.4281**	**1.4370**	**1.4460**	**1.4550**	**1.4641**	**1.4733**	**1.4826**	**34**
56	1.4826	1.4919	1.5013	1.5108	1.5204	1.5301	1.5399	33
57	1.5399	1.5497	1.5597	1.5697	1.5798	1.5900	1.6003	32
58	1.6003	1.6107	1.6213	1.6318	1.6426	1.6534	1.6643	31
59	1.6643	1.6753	1.6864	1.6877	1.7090	1.7205	1.7321	30
60	**1.7321**	**1.7438**	**1.7556**	**1.7675**	**1.7796**	**1.7917**	**1.8041**	**29**
61	1.8041	1.8165	1.8291	1.8418	1.8546	1.8676	1.8807	28
62	1.8807	1.8940	1.9074	1.9210	1.9347	1.9486	1.9626	27
63	1.9626	1.9768	1.9912	2.0057	2.0204	2.0353	2.0503	26
64	2.0503	2.0655	2.0809	2.0965	2.1123	2.1283	2.1445	25
65	**2.1445**	**2.1609**	**2.1775**	**2.1943**	**2.2113**	**2.2286**	**2.2460**	**24**
66	2.2460	2.2637	2.2817	2.2998	2.3183	2.3369	2.3559	23
67	2.3559	2.3750	2.3945	2.4142	2.4342	2.4545	2.4751	22
68	2.4751	2.4960	2.5172	2.5387	2.5605	2.5826	2.6051	21
69	2.6051	2.6279	2.6511	2.6746	2.6985	2.7228	2.7475	20
70	**2.7475**	**2.7725**	**2.7980**	**2.8239**	**2.8502**	**2.8770**	**2.9042**	**19**
71	2.9042	2.9319	2.9600	2.9887	3.0178	3.0475	3.0777	18
72	3.0777	3.1084	3.1397	3.1716	3.2041	3.2371	3.2709	17
73	3.2709	3.3052	3.3402	3.3759	3.4124	3.4495	3.4874	16
74	3.4874	3.5261	3.5656	3.6059	3.6470	3.6891	3.7321	15
75	**3.7321**	**3.7760**	**3.8208**	**3.8667**	**3.9136**	**3.9617**	**4.0408**	**14**
76	4.0108	4.0611	4.1126	4.1653	4.2193	4.2747	4.3315	13
77	4.3315	4.3897	4.4494	4.5107	4.5736	4.6383	4.7046	12
78	4.7046	4.7729	4.8430	4.9152	4.9894	5.0658	5.1446	11
79	5.1446	5.2257	5.3093	5.3955	5.4845	5.5764	5.6713	10
80	**5.6713**	**5.7694**	**5.8708**	**5.9758**	**6.0844**	**6.1970**	**6.3138**	**9**
81	6.3188	6.4348	6.5605	6.6912	6.8269	6.9682	7.1154	8
82	7.1154	7.2687	7.4287	7.5958	7.7704	7.9530	8.1444	7
83	8.1444	8.3450	8.5556	8.7769	9.0098	9.2553	9.5144	6
84	9.5144	9.7882	10.0780	10.3854	10.7019	11.0594	11.4301	5
85	**11.4301**	**11.8262**	**12.2505**	**12.7062**	**13.1969**	**13.7267**	**14.3007**	**4**
86	14.3007	14.9244	15.6048	16.3499	17.1693	18.0750	19.0811	3
87	19.0811	20.2056	21.4704	22.9038	24.5418	26.4316	28.6363	2
88	28.6363	31.2416	34.3678	38.1885	42.9641	49.1039	57.2900	1
89	57.2900	68.7501	85.9398	114.5887	171.885	343.774	∞	0
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	درجه / دقیقه

$45^\circ \ldots 0^\circ$ کتانژانت

منابع

الف) فارسی

۱ــ خادمی‌اقدم، صمد، *محاسبات فنی ۱*، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی، ۱۳۸۴.

۲ــ ولی‌نژاد، عبدالله، *جداول و استانداردهای طراحی و ماشین‌سازی*، انتشارات تابان، ۱۳۷۶.

۳ــ خواجه‌حسینی، محمد، *نقشه‌کشی ۲*، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی، ۱۳۹۰.

ب) انگلیسی

1. Halliday, David .(1985), Fundamentals of physics (5th ed), John wiley.