

# ۳

## نسبت، تناسب و درصد



نگاه کلی به فصل

این فصل شامل ۴ درس است :

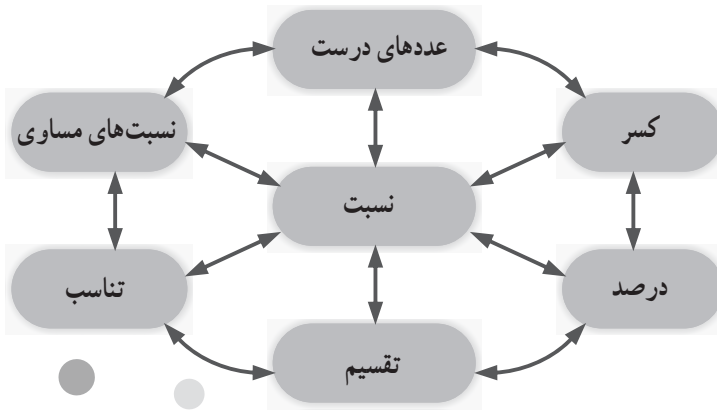
درس ۱: نسبت. در این درس پس از ارائه یک پیش سازمان‌دهنده کلی در قالب تصویر و متن، مفهوم نسبت بین دو مقدار (کمیت)، با استفاده از پیش سازمان‌دهنده تطبیقی (مقایسه‌ای) کسر ارائه گردیده، سپس فعالیت‌هایی برای آموزش و کار در کلاس‌هایی برای تثبیت، تعمیق و تعمیم نسبت ارائه گردیده است.

درس ۲: نسبت‌های مساوی. در این درس مفهوم نسبت‌های مساوی و نسبت‌هایی که مساوی نیستند، ارائه گردیده سپس، تعیین یک یا چند نسبت با ویژگی‌های خاص که مساوی یک نسبت داده شده باشند، با روش‌های مختلف (هندسی، عددی، جبری، کلامی) مورد بررسی قرار گرفته و همچنین به کاربردهایی از نسبت‌های مساوی در درون ریاضی و برون ریاضی پرداخته شده است.

درس ۳: تناسب. در این درس پس از ارائه یک پیش سازمانده برای ایجاد انگیزه، کمیت‌های متناسب و سپس تناسب معرفی گردیده است. همچنین به کمیت‌های متناسب و کمیت‌هایی که متناسب نیستند در کنار هم و در قالب فعالیت‌ها و کار در کلاس‌هایی پرداخته شده است. در این درس تعیین جزء چهارم تناسب به کمک نسبت‌های مساوی نیز آمده است. ویژگی‌های مهم تناسب در سال ششم ابتدایی خواهد آمد.

درس ۴: درصد. در این درس پس از ارائه یک پیش سازمان‌دهنده کلی، با ارائه فعالیت‌هایی، درصد معرفی گردیده، سپس با ارائه کار در کلاس‌هایی به تثبیت، تعمیق و کاربردهای درصد پرداخته شده است.

در پایان، مرور فصل شامل: فرهنگ نوشتن، تمرین‌ها، معما و سرگرمی و فرهنگ خواندن آمده است. در تمام دروس ۱، ۲، ۳، ۴ و همچنین در مرور فصل از عددهای اعشاری و همچنین از عددهای مخلوط استفاده نشده است زیرا دانش‌آموزان تقسیم کردن این عددها را تاکنون نیاموخته‌اند.



### چگونگی تنظیم محتوای موضوعی و فرایندی فصل ۳

برای صفحه عنوان فصل و همچنین شروع درس‌ها، پیش‌سازمان‌دهنده‌ای به منظور ایجاد انگیزه برای یادگیری دانش‌آموزان، ارائه گردیده است.

در تمام درس‌های این فصل، فعالیت‌ها به منظور آموزش مفهوم مورد نظر (نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد)، طراحی گردیده‌اند و کاربرد کلاس‌ها برای تثبیت، تعمیق و تعمیم مفاهیم می‌باشند.

کاربردهای هر مفهوم در درون ریاضی و ریاضی و علوم دیگر نیز عموماً در کار در کلاس‌هایی ارائه گردیده‌اند.

در پایان هر درس تمرین‌هایی داده شده‌اند. تمرین‌ها برای تثبیت و تکمیل یادگیری (پروکردن) حفره‌ها و خلأهای احتمالی موجود در آموزش مفهوم) است. تمرین‌ها به منظور تکرار همان محتوای مطرح شده در متن درس نیست، بلکه تکرار مفهوم در قالب‌ها و بافت‌های جدید است. تمرین‌ها برای رسیدن به مهارت در انجام دادن و به کارگیری مفاهیم و قاعده‌های دروس یادگرفته شده است، زیرا ممکن است این مهارت‌ها، در کاربرد کلاس‌ها کامل نشده باشد.

## تصویر عنوانی

در متن این صفحه مسجد نصیرالملک شیراز و در بالای صفحه تصویر گنبد سلطانیه زنجان و در پایین صفحه یک متن دربارهٔ اثرهای تاریخی، همگی به عنوان پیش سازمان‌دهنده کلی ارائه گردیده‌اند تا در دانش‌آموزان برای یادگیری مفاهیم مطرح شده در این فصل ایجاد انگیزه کنند. در این تصاویر، مفاهیم ریاضی زیادی وجود دارد که همگی اهمیت و نقش دانش ریاضی و از جمله مفاهیم نسبت، تناسب و درصد را در ساختن اثرهای باستانی نشان می‌دهد.

## دانستنی‌هایی برای معلم

### تاریخچه نسبت، تناسب و درصد

در تاریخ ریاضیات به درستی مشخص نیست که نسبت بین دو مقدار (کمیت)، به وسیلهٔ کدام تمدن باستانی پایه‌گذاری شده است. این فکر که عدّه افراد قبیله‌ای دو برابر عدّه افراد قبیلهٔ دیگر است و این فکر که طول یک تسمهٔ چرمی، نصف طول تسمهٔ چرمی دیگر است، هر دو مفهوم نسبت را بردارند و می‌توانسته‌اند در آغاز تاریخ هر قومی پدید آیند، با توجه به این نکته، که اولی نسبت بین دو عدد و دومی نسبت بین اندازه‌های دو پاره خط را بیان می‌کند. البته با توجه به شواهد موجود، هنگامی که به ریاضیدان‌های یونان باستان می‌رسیم، می‌بینیم که تالس (Thales ح ۶۴۰-۵۴۶ ق م) در حدود ۶ قرن پیش از میلاد مسیح (ع) قضیه‌هایی را که به نام قضیه‌های تالس مشهور است، با استفاده از نسبت پاره‌خط‌ها و تناسب، بیان نموده و اثبات کرده است. اتودوکسوس در هندسه‌اش، نیکو ماخوس در حساب و تاون (تیون) در موسیقی از نسبت استفاده کرده‌اند. اودموس رودسی (حدود ۳۲۵ پ م) را هم مؤلف اثری در مورد تناسب دانسته‌اند که این اثر، به صورت کتاب پنجم اصول اقلیدس در آمد. از زمان یونانیان تا قرن هفدهم میلادی، نویسندگان در زمینهٔ حساب نظری، مجموعه‌ای از اصطلاح‌ها را در ارتباط با نسبت به کار بردند که از نظر ریاضیدانان امروزی بیش از حد پیچیده بودند. چندتایی از اصطلاح‌ها هنوز باقی است مانند نسبت عددی بین دو مقدار (کمیت) که تفاضل این دو است، به عنوان مثال نسبت عددی ۷ و ۳ مساوی  $4=7-3$  است. نسبت تساوی  $a : a$  مانند  $3 : 3$  نسبت کوچک‌تری  $a : b$  (وقتی  $a < b$  است، مانند نسبت  $3 : 4$ )، نسبت بزرگ‌تری  $a : b$  (وقتی  $a > b$  است، مانند نسبت  $3 : 4$ ).

در حال حاضر نسبت عددی بین دو عدد در کتاب‌های درسی مطرح نیست و نسبت‌های تساوی، کوچک‌تری و بزرگ‌تری نیز همگی به عنوان نسبت بین دو مقدار (کمیت) مطرح می‌باشند.

تناسب : نویسندگان قدیم از تناسب عددی، یعنی  $b - a = d - c$  به صورت ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و از تناسب هندسی یعنی  $a : b = c : d$  به صورت ۱° و ۵ و ۴ و ۲ ( $\frac{1}{5} = \frac{4}{2}$ ) نام برده و از آنها استفاده کرده‌اند. یونانیان تناسب هماهنگ، یعنی  $\frac{1}{a} - \frac{1}{c} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$  مانند  $a = \frac{1}{5}$ ،  $b = \frac{1}{4}$ ،  $c = \frac{1}{3}$  و  $d = \frac{1}{2}$  و چند نوع تناسب دیگر را نیز به آن افزودند. ریاضیدان‌های عهد رنسانس (نوزایی) به حذف اکثر اصطلاح‌های بالا پرداختند و اینک تنها، تناسب هندسی باقی مانده است، بنابراین وقتی از تناسب گفتگو می‌شود مراد تناسب هندسی است.

ریاضیدانان مسلمان، تناسب را به صورت 

۲	۴
۳	۶

 یا  $\begin{array}{c|c} ۱ & ۵ \\ \hline ۳ & ۱۵ \end{array}$  نشان داده‌اند.

در حال حاضر در اکثر کتاب‌های درسی مقایسه دو مقدار (کمیت) به وسیله عمل تقسیم را نسبت بین آن دو مقدار می‌نامند. به بیان دیگر نسبت دو مقدار نشان می‌دهد که یک مقدار چند برابر مقدار دیگر است.

نسبت بین دو کمیت  $a$  و  $b$  ( $b \neq 0$ ) است که به یکی از صورت‌های زیر نشان داده می‌شود:

الف) به وسیله  $(:)$ ،  $a : b$  مانند ۳ : ۴

ب) به وسیله (به)،  $a$  به  $b$  مانند ۳ به ۴

پ) به وسیله یک کسر،  $\frac{a}{b}$  مانند  $\frac{۳}{۴}$

ت) به وسیله یک عدد اعشاری، مانند ۰/۷۵

ث) به وسیله یک درصد مانند ۷۵٪

در کتاب درسی حاضر برای نمایش نسبت از کسر استفاده شده است و نسبت عددهای اعشاری و عددهای مخلوط همچنین درصد مرتبط با این عددها مطرح نگردیده است. معلمان محترم نیز به این نکته توجه داشته باشند.

در محاسبه نسبت بین دو مقدار (کمیت) ممکن است :

۱- واحدهای آن دو مقدار از یک نوع باشند؛

۲- واحدهای آن دو مقدار متفاوت باشند (از یک نوع نباشند)

در فعالیت‌ها و کار در کلاس‌های این کتاب با هر دو مورد بالا مواجه خواهید شد. در ریاضی مورد ۱ را نسبت بین دو مقدار (Ratio) و مورد ۲ را نرخ یا آهنگ بین دو مقدار (Rate) می‌نامند.

در صورتی که در مورد ۲ مخرج کسر ۱ باشد عدد حاصل، واحد نرخ یا آهنگ نامیده می‌شود. اما معلمان محترم باید توجه داشته باشند که در کتاب درسی حاضر ما هیچ نامی از نرخ یا آهنگ نبرده‌ایم و شما نیز نباید نامی از آن را در این مقطع به میان آورید. نام نرخ یا آهنگ در سال ششم ابتدایی خواهد آمد.

ارتباط نسبت با کسر: مفهوم نسبت با مفهوم کسر ارتباط دارد. به عنوان مثال مفاهیم جزء به کل و خارج قسمت هر دو، هم با کسر و هم با نسبت ارتباط دارند؛ این خود دلیل آن است که نسبت و کسر با هم مرتبط هستند یا ارتباط مفهومی دارند. با این حال تفسیر اندازه از کسر، ارتباط روشن و مستقیمی با مفهوم نسبت ندارد. برای مثال کسر  $\frac{3}{4}$  می‌تواند به عنوان یک اندازه [یا متر/ به بزرگی فاصله  $\frac{3}{4}$  از مبدأ روی محور اعداد] در نظر گرفته شود؛ در حالی که نسبت ۳ به ۴ به طور مستقیم چنین مفهومی را در بر ندارد، یا نسبت سه گانه ۱ به ۲ به ۳ [یا نسبت ۱ و ۲ و ۳] به طور مستقیم و آشکار در کسر دیده نمی‌شود.

ما از ارتباط مفهوم کسر با نسبت، برای آموزش مفهوم نسبت استفاده می‌کنیم.

نرخ: نسبت دو مقدار (کمیت) با واحدهای متفاوت، نرخ (Rate) نامیده می‌شود مانند:

۵۴ صفحه کتاب، ۳۰۰ کیلوگرم، ۲۸۰۰ کیلومتر، ۶۰۰۰ تومان. اگر مخرج این نسبت‌ها ۱ باشد،  
 ۳ ساعت، ۲۰ سانتیمتر مربع، ۴ ساعت، ۵ کیلوگرم

آن را واحد نرخ می‌نامند. به عنوان مثال واحد نرخ  $\frac{۶۰۰۰ \text{ تومان}}{۵ \text{ کیلوگرم}}$ ،  $\frac{۱۰۰۰ \text{ تومان}}{۱ \text{ کیلوگرم}}$  (کیلویی ۱۰۰۰ تومان)

است و یا واحد نرخ  $\frac{۲۸۰۰ \text{ کیلومتر}}{۴ \text{ ساعت}}$ ،  $\frac{۷۰۰ \text{ کیلومتر}}{۱ \text{ ساعت}}$  است که آن را به صورت  $\frac{\text{کیلومتر}}{\text{ساعت}}$  و یا

$۷۰۰ \text{ Km/h}$  نیز نشان می‌دهند.

به مثال‌های دیگری از نرخ و واحد نرخ توجه فرمایید.

– برای خرید برنج به یک برنج فروشی می‌روید و سؤال می‌کنید. نرخ برنج چند است؟

برنج فروش پاسخ می‌دهد «تنی ۵,۰۰۰,۰۰۰ تومان» با توجه به اینکه هر تن ۱۰۰۰ کیلوگرم است.

نرخ اعلام شده برنج است. شما می‌خواهید نرخ ۱ کیلوگرم برنج را بدانید برای این  
 $\frac{۵,۰۰۰,۰۰۰ \text{ تومان}}{۱۰۰۰ \text{ کیلوگرم}}$

کار صورت و مخرج  $\frac{۵,۰۰۰,۰۰۰ \text{ تومان}}{۱۰۰۰ \text{ کیلوگرم}}$  را بر  $۱۰۰۰$  تقسیم می‌کنید به دست می‌آید:  $\frac{۵۰۰۰ \text{ تومان}}{۱ \text{ کیلوگرم}}$

یا  $۱$  کیلوگرم  $۵۰۰۰$  تومان که واحد نرخ است.

به مثال دیگری توجه کنید.

– برای خرید جوراب به بازار رفته‌اید. از جوراب فروش می‌پرسید: نرخ جوراب چند است؟ پاسخ می‌دهد دوجینی  $۴۸۰۰$  تومان. با توجه به اینکه یک دو جین جوراب  $۱۲$  جفت جوراب است،

او نرخ فروش جوراب را  $\frac{۴۸۰۰ \text{ تومان}}{۱۲ \text{ جفت جوراب}}$  اعلام کرده است، اگر قیمت  $۱$  جفت جوراب را بخواهید

صورت و مخرج نرخ بالا را بر  $۱۲$  تقسیم می‌کنید. خواهید داشت  $\frac{۱۲۰۰ \text{ تومان}}{۱ \text{ جفت جوراب}}$  که این واحد نرخ است.

در زندگی روزمره ما اغلب با واحد نرخ سر و کار داریم. به عنوان مثال وقتی میوه فروش می‌گوید سیب کیلویی ( $۱$  کیلو)  $۵۰۰۰$  تومان است. او واحد نرخ را بیان کرده است، همچنین وقتی گفته می‌شود قیمت هر سکه بهار آزادی  $۸۶۰۰۰۰$  تومان است، در واقع واحد نرخ سکه بهار آزادی اعلام شده است در بسیاری از موارد مانند خرید و فروش محصولات کشاورزی، صنعتی، مسافت‌های پیموده شده و زمان صرف شده، فشار بر سطح و... با نرخ و با واحد نرخ سرو کار داریم.

**نسبت طلایی:** یونانیان قدیم، برخی شکل‌ها را خوشایندتر از شکل‌های دیگر می‌دانستند، و در ساختن بناها و مجسمه‌ها و نقاشی‌ها، این شکل‌ها را به کار برده‌اند. مشهورترین این شکل‌ها، مستطیل طلایی است که اضلاعش به نسبت طلایی می‌باشند. (مستطیلی که خوشایندترین مستطیل بین مستطیل‌های با محیط ثابت است). معماران یونان باستان در  $۵۰۰$  سال پیش از میلاد حضرت مسیح (ع) از مستطیل طلایی و نسبت طلایی اطلاع داشتند و در ساختن معبد پارتنون Parthenon در آتن، که بنای آن در سال  $۴۴۳$  پ م آغاز شده بود و بر ساختن مجموعه بنا و بخصوص مجسمه‌های آن، فید یاس Phidias مجسمه‌ساز مشهور یونان باستان نظارت داشت، از نسبت طلایی و مستطیل طلایی استفاده کرده‌اند. نسبت طلایی و مستطیل طلایی در کارهای فید یاس نیز دیده می‌شود.

همچنین لئوناردو داوینچی عدد طلایی را در نقاشی و مجسمه‌سازی به کار برده است. هنرمندان ایرانی نیز از نسبت طلایی در ساختن اثرهای باستانی و همچنین هنرهای سنتی، از جمله، خط نستعلیق و خط شکسته نستعلیق استفاده کرده‌اند.

**تعریف نسبت طلایی:** اگر نقطه‌ای مانند C روی پاره خط AB چنان اختیار شود که

$$AC^2 = AB \cdot BC \quad \text{یا} \quad \frac{AC}{BC} = \frac{AB}{AC}$$

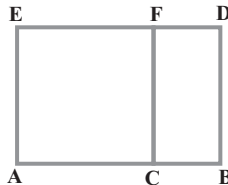


یعنی قطعه بزرگ‌تر، واسطه هندسی بین قطعه کوچک‌تر و تمام پاره خط باشد، در این صورت گفته می‌شود که نقطه C پاره خط AB را به نسبت ذات وسط و طرفین، یا به نسبت طلایی تقسیم کرده است. اگر طول پاره خط BC برابر ۱ باشد، طول پاره خط AC برابر با نسبت طلایی است. فرض می‌کنیم  $\varphi$  مقدار عددی نسبت طلایی را نمایش دهد، در این صورت با فرض  $BC=1$  از تناسب قبل داریم:

$$\frac{\varphi}{1} = \frac{\varphi+1}{\varphi} \Rightarrow \varphi^2 = \varphi+1 \Rightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

مقدار مثبت  $\varphi$  یعنی  $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  مقدار عددی نسبت طلایی است، که آن را عدد طلایی (Golden Number) نیز می‌نامند. البته این عدد گنگ است و یکی از مقادیر اعشاری تقریبی آن ۱/۶۱۸ می‌باشد. اقلیدس در کتاب پنجم خود به این نسبت اشاره کرده است.

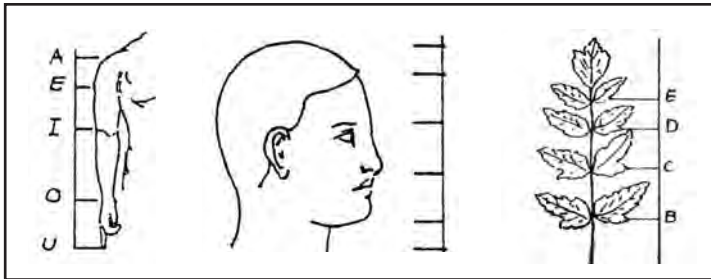
**روش رسم مستطیل طلایی:** اگر پاره خط AB به وسیله نقطه C به نسبت طلایی تقسیم شده باشد، یعنی  $AC^2 = AB \cdot BC$  باشد، مستطیل ABDE که درازای آن پاره خط AB، و پهنای آن مساوی پاره خط AC است، مستطیل طلایی است.



نکاتی بیشتر در مورد نسبت طلایی: تقسیم طلایی، با همه پیچیدگی که در بیان عددی آن وجود دارد، تناسبی است که اغلب در طبیعت و در ساخته‌های دست بشر به آن برخورد می‌کنیم. بدن

آدمی، چه در کل بدن و چه در بعضی از قسمت‌های جداگانه آن، اغلب از قانون تقسیم طلایی پیروی کرده است. اگر تن آدمی را به همین نسبت تقسیم کنیم، به نحوی که قسمت کوچک‌تر پایین و قسمت بزرگ‌تر بالا قرار گیرد، خط تقسیم از انتهای انگشت‌های دست‌ها، در صورتی که دست‌ها آویزان باشند، می‌گذرد.

تقسیم سر به قسمت‌های اختصاصی هم، یک رشته نسبت به دست می‌دهد که خیلی به نسبت طلایی نزدیکند، همین وضع در مورد دست و کف دست هم وجود دارد. اگر از عالم انسان، به عالم گیاه برویم، در آنجا هم کاربرد شگفت‌آور نسبت طلایی را پیدا می‌کنیم. وضع قرار گرفتن برگ‌ها را روی یک ساقه بررسی می‌کنیم. می‌بینیم که بین هر دو زوج برگ، برگ سوم در جای تقسیم طلایی قرار گرفته است.



اگر وضع قرار گرفتن برگ‌ها را روی شاخه‌ها و شاخه‌های جداگانه را روی ساقه مطالعه کنیم، باز هم به نتیجه‌های جالب‌تری می‌رسیم. به سادگی می‌توان متوجه شد که همه برگ‌ها، یکی، روی دیگری قرار نگرفته است، برگ‌های مجاور، اغلب روی یک خط راست نیستند، بلکه شاخه را دور می‌زنند. اگر نخی از پایه یک برگ به پایه برگ دوم، و از آنجا به پایه برگ سوم و غیره به نوبت ببینیم، دیده می‌شود که نخ دور شاخه می‌پیچد و یک مارپیچ واقعی درست می‌کند.

### روش تدریس گروهی؛ کار در گروه‌های کوچک

برای انجام فعالیت‌ها و کار در کلاس‌هایی که در کتاب درسی آمده است، لازم است که دانش‌آموزان هر کلاس به گروه‌های کوچک تقسیم شوند در صورتی که کلاسی برای آموزش گروهی در مدرسه وجود دارد دانش‌آموزان را به دسته‌های ۴، ۵، یا ۶ نفره تقسیم کنید به طوری که در هر گروه دانش‌آموزان قوی، ضعیف و متوسط با هم باشند. اگر شناختی از دانش‌آموزان ندارید می‌توانید با انجام یک پیش‌آزمون در ارتباط با مفهومی که می‌خواهید آموزش دهید، به این آگاهی دست یابید.



اگر در مدرسه کلاس کار گروهی وجود ندارد؛ می‌توانید دانش‌آموزانی را که روی یک نیمکت نشسته‌اند (۲ یا ۳ نفر) یک گروه در نظر بگیرید. در این صورت نیز سعی کنید دانش‌آموزان قوی و متوسط و ضعیف در یک گروه باشند. گروه‌ها را هر ماه تغییر دهید تا همه، با هم کار کردن، همفکری، تعاون و ... را بیاموزند.

در شروع انجام فعالیت، اهداف آموزش را بگویید و همواره آن را در نظر داشته باشید. برای شروع یک درس جدید پیشنهاد ما آن است که ابتدا پیش‌سازمان دهنده را شما خودتان ارائه دهید تا انگیزه لازم برای یادگیری مفهوم در دانش‌آموزان ایجاد شود.

در صورتی که اشتیاق زیادی در دانش‌آموزان برای بحث و گفتگو درباره پیش‌سازمان دهنده ارائه شده دیدید، می‌توانید با مشارکت دانش‌آموزان پیش‌سازمان دهنده را ارائه کنید. اگر خودتان پیش‌سازمان دهنده‌ای مناسب‌تر از پیش‌سازمان دهنده کتاب در نظر گرفته‌اید، ابتدا آن را ارائه دهید و پس از آن از دانش‌آموزان بخواهید که پیش‌سازمان دهنده کتاب را ببینند و متن نوشته شده آن را بخوانند. درباره آنها بحث کلاسی انجام شود تا مفهوم مورد نظر نمایان گردد.

اگر پیش‌سازمان دهنده‌ای غیر از پیش‌سازمان دهنده کتاب تهیه نکرده‌اید، همان پیش‌سازمان دهنده کتاب (تصویری و متن) را ارائه کنید و مفهوم مورد نظر را بارز و روشن سازید. توجه داشته باشید که پیش‌سازمان دهنده در آغاز هر درس جدید لازم است ارائه شود. در موارد دیگری نیز ارائه پیش‌سازمان دهنده برای ایجاد انگیزه ضروری است، مانند قبل از مرحله پرسش و پاسخ، قبل از بحث و گفتگوی جمعی، قبل از نمایش فیلم و ...

**چگونگی انجام فعالیت :** برای انجام فعالیت نخست از دانش‌آموزان بخواهید که تمام بندهای فعالیت را یک بار بخوانند؛ مانند خواندن صورت یک مسئله که می‌خواهیم آن را حل کنیم، برای آنکه بدانیم داده‌ها چیست و خواسته‌ها با مجهول‌ها کدام است؟ جورج پولیا این مرحله را فهمیدن مسئله و گام اول برای حل هر مسئله می‌داند.

آن‌گاه از گروه‌های دانش‌آموزان بخواهید که بندهای فعالیت را به ترتیب و با توجه به مدت زمانی که شما تعیین می‌کنید انجام دهند، معمولاً مدت زمان لازم برای انجام یک فعالیت که ۴ بند دارد، حدود ۱۰ دقیقه است. البته این زمان با توجه به شرایط فعالیت می‌تواند تغییر کند. مدیریت وقت برای انجام بندهای فعالیت را به عهده خود دانش‌آموزان بگذارید.

با شروع انجام فعالیت توسط دانش‌آموزان شما چند دقیقه (حدود ۳ تا ۴ دقیقه) روی صندلی خودتان بنشینید و بدون آنکه صحبتی بکنید گروه‌های دانش‌آموزان را زیر نظر بگیرید. پس از آن بلند

شوید و به آهستگی در کلاس قدم بزنید به طوری که تمرکز دانش‌آموزان به هم نخورد. کارهای انجام شده و در حال انجام توسط گروه‌ها را در نظر بگیرید. بدفهمی‌ها و اشتباه‌های احتمالی را که می‌بینید یادداشت کنید راه حل‌های خلاقانه را یادداشت کنید. اگر گروهی سؤالی داشتند پاسخ دهید. اگر گروهی فعالیت نمی‌کنند با طرح این سؤال که مشکل شما چیست؟ آنها را راه بیندازید. اما توجه داشته باشید که کمک شما در حدی نباشد که پاسخ فعالیت را بدهد، زیرا به گفته پولیا دیگر کاری باقی نمی‌ماند که دانش‌آموز انجام دهد. در صورتی که بیشتر دانش‌آموزان کلاس در انجام فعالیت مشکل داشتند، با راهنمایی‌های لازم و مناسب مشکل را حل کنید.

پس از پایان زمان انجام فعالیت، نماینده گروه‌هایی را پای تخته بیاورید که بدفهمی داشته‌اند. از آنها بخواهید که روش خود را ارائه دهند و آن گاه با بحث کلاسی توسط دانش‌آموزان بدفهمی‌ها را برطرف سازید. با رفع تمام بدفهمی‌ها در واقع پاسخ درست توسط دانش‌آموزان ارائه می‌گردد. پس از رفع بدفهمی‌ها و اشتباه‌ها کسانی را که روش‌های خلاقانه‌ای برای انجام فعالیت داشته‌اند پای تخته بیاورید تا با طرح آن روش‌ها توسط خودشان، اولاً، دانش‌آموزان دیگر، روش‌ها و راهبردهای دیگری برای انجام فعالیت را یاد بگیرند و ثانیاً، دانش‌آموزان خلاق مورد تشویق قرار بگیرند تا در بین دیگر دانش‌آموزان انگیزه‌ای برای کشف راه حل‌های جدید و بدیع ایجاد گردد.

در پایان از دانش‌آموزان سؤال شود که آیا کسی سؤال دیگری دارد؟ در صورت وجود، آن را با بحث کلاسی پاسخ دهید.

پس از انجام کارهای بالا، آموزش مفهوم در واقع انجام شده است. با این وجود می‌توانید به یک جمع بندی درباره پاسخ‌های درست فعالیت پردازید.

**روش انجام کار در کلاس:** برای انجام کار در کلاس همانند انجام فعالیت عمل کنید با این تفاوت که در جریان انجام فعالیت حضور معلم در انجام فعالیت پررنگ‌تر است و این حضور و کنترل در کار در کلاس کمتر می‌باشد. البته معلم همواره در انجام فعالیت‌ها یا کار در کلاس حضور دارد ولو آنکه آشکار نباشد. هدف اصلی فعالیت یا کار در کلاس و مدیریت زمان همواره مدنظر معلم باید باشد.

**کار مهمی** که در جریان انجام یک فعالیت و یا کار در کلاس لازم است انجام شود ارزشیابی گروهی و فردی از دانش‌آموزان است. این ارزشیابی را در دفتری ثبت کنید. مجموعه این ارزشیابی‌ها می‌تواند معیار مناسب و منصفانه‌ای برای ارزشیابی پایانی باشد.

**نکته مهم:** معلمان محترم می‌توانند با تشخیص خود، از روش‌های دیگر تدریس و یا ترکیبی از روش‌های تدریس برای آموزش مفاهیم استفاده کنند.

## توسعه مفاهیم

یکی از هدف‌های مهم آموزش، توسعه مفاهیم است. توسعه مفاهیم در دو مسیر اصلی در کار در کلاس‌ها و در تمرین‌ها به دو صورت تعمیم ریاضی و تعمیم عمومی می‌تواند اتفاق بیفتد. در تعمیم ریاضی، مفهوم ریاضی قوی‌تر (بزرگ‌تر) می‌شود و افزایش می‌یابد. به مثال زیر درباره تعمیم ریاضی توجه کنید.

مثال ۱: سه عدد ۳، ۵ و ۷ داده شده‌اند. ثابت کنید که عدد وسطی، نصف مجموع دو عدد دیگر است.

$$\text{حل. داریم: } 5 = \frac{3+7}{2} \rightarrow 5 = \frac{10}{2} \rightarrow 5 = 5$$

پس حکم مسئله درست است.

مثال ۲: ثابت کنید که بین هر سه عدد فرد متوالی عدد وسطی، نصف مجموع دو عدد دیگر است.  
حل: سه عدد فرد متوالی را  $a-2$ ،  $a$ ،  $a+2$  می‌گیریم. داریم:

$$a = \frac{(a-2) + (a+2)}{2} \rightarrow a = \frac{2a}{2} \rightarrow a = a$$

پس حکم برقرار است.

به طوری که می‌بینید مثال ۲ تعمیم ریاضی از مثال ۱ است.

مثال ۳: ثابت کنید مثلثی که ضلع‌های آن ۳، ۴ و ۵ باشد، قائم الزویه است.

$$\text{حل: داریم: } 3^2 + 4^2 = 5^2 \rightarrow 9 + 16 = 25 \rightarrow 25 = 25$$

پس این مثلث قائم الزویه است چون مربع اندازه یک ضلع آن مساوی مجموع مربعین اندازه‌های دو ضلع دیگر آن است.

مثال ۴: ثابت کنید هر مثلث به ضلع‌های  $3K$ ،  $4K$  و  $5K$  قائم الزویه است.

حل: باید مربع بزرگ‌ترین ضلع آن مساوی مجموع مربعین دو ضلع دیگر آن باشد. داریم:

$$(5k)^2 = (3k)^2 + (4k)^2 \rightarrow 25k^2 = 9k^2 + 16k^2 \rightarrow 25k^2 = 25k^2$$

پس حکم درست است.

به طوری که دیده می‌شود مثال ۴ تعمیمی ریاضی از مثال ۳ است: تعمیم ریاضی، عمقی یا طولی است.

تعمیم عمومی که در آن مفهوم ریاضی ثابت است ولی بافت‌هایی که مفهوم در آنها مطرح می‌شود، تغییر می‌کنند. به عنوان مثال مفهوم نسبت در یک بافت محیط‌زیست مطرح شده است، همین

مفهوم، در بافت‌های دیگری مانند صنعت، بازرگانی، سلامت، تغذیه و ... به کار گرفته شود.  
تعمیم عمومی، عرضی است.

مثال ۱: یک مزرعه گندم سال گذشته ۳۰۰۰ کیلوگرم و امسال ۲۵۰۰ کیلوگرم محصول داشته است. نسبت مقدار تولید امسال این مزرعه به میزان تولید سال قبل را پیدا کنید.

مثال ۲: یک کارخانه دوچرخه‌سازی در سال ۱۳۹۰ تعداد ۱۲۰۰ دوچرخه و در سال ۱۳۹۲ تعداد ۲۰۰۰ دوچرخه تولید کرده است. نسبت تولید دوچرخه در سال ۱۳۹۰ به تعداد تولید دوچرخه در سال ۱۳۹۲ را تعیین کنید.

مثال ۳: محسن در سال ۱۳۹۲ مبلغ ۱۲۰۰۰۰ ریال در سال ۱۳۹۳ مبلغ ۱۸۰۰۰۰ ریال به یک مؤسسه خیریه بخشیده است. نسبت مقدار کمک محسن در سال ۱۳۹۳ به میزان کمک او در سال ۱۳۹۲ را تعیین کنید.

مثال‌های بالا تعمیم مفهوم نسبت در زمینه‌های کشاورزی، صنعت و امور اجتماعی را نشان می‌دهد.

در مورد مفاهیم دیگر نیز تعمیم عمومی وجود دارد.

### استفاده از ابزار و تکنولوژی

استفاده از ابزار و تکنولوژی برای مراحل مختلف آموزش، هم برای پیش‌نیازها و هم برای فعالیت‌ها، کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها ضروری و لازم هستند. به عنوان مثال شکل‌های هندسی در دو بعد و سه بعد مانند: مثلث‌ها، مربع‌ها، دایره‌ها، مکعب‌ها، مکعب مستطیل‌ها و ... در رنگ‌های مختلف همچنین ابزار اندازه‌گیری طول مانند خط‌کش، متر پارچه‌ای، متر فلزی و ... ابزار اندازه‌گیری وزن، ابزار اندازه‌گیری زمان، ابزار اندازه‌گیری درجه حرارت، فشار و دیگر ابزار اندازه‌گیری از ابزارهای هستند که در آموزش مفاهیم این فصل ضروری هستند.

جدول‌هایی که نمایشگر دو یا چند مقدار (کمیت) می‌باشند مانند جدول‌های آماری تولید محصولات کشاورزی، تولیدات صنایع مختلف، میزان درجه حرارت، مصرف آب، مصرف مواد غذایی، تعداد افراد مختلف، تعداد گیاهان، تعداد جانوران و ... به خصوص برای انجام مراحل از آموزش ضروری می‌باشند.

استفاده از برنامه‌های نرم‌افزاری رایانه‌ای در زمینه‌های مرتبط با نسبت، تناسب و درصد، فیلم‌های آموزشی در این زمینه‌ها و دیگر موارد مشابه، برای آموزش در پیش‌سازمان‌دهنده‌ها، فعالیت‌ها و کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها بسیار کمک‌کننده و مفید است.

## روش تدریس صفحه عنوان

در این صفحه دو تصویر و یک متن آمده است. هر دو تصویر و متن توأم به عنوان پیش‌سازمان‌دهنده برای ایجاد انگیزه به منظور یادگیری مفاهیم نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد است. از دانش‌آموزان بخواهید که نخست متن پایین صفحه را بخوانند و آن‌گاه به بررسی تصویر متن، یعنی تصویر مسجد نصیرالملک شیراز برای پیدا کردن مفاهیم ریاضی موجود در آن بپردازند. توجه دانش‌آموزان را بیشتر به پیدا کردن کسرهایی که تعداد گل‌برگ‌ها با رنگ‌های مختلف و یا شکل‌هایی با رنگ‌های مختلف و کسره‌های مساوی که در تصویر وجود دارند، جلب کنید، همچنین، کسری که نمایشگر طول به عرض شکل‌های مستطیل موجود در تصویر است، آن‌گاه از دانش‌آموزان بخواهید که یافته‌های خود از این تصویر را با انجام بحث کلاسی مطرح کنند.

در این تصویر موضوع‌ها و مفاهیم مختلف ریاضی مانند تقارن، تشابه، چند ضلعی‌های منتظم، نسبت طلایی، ماریچ طلایی، اعداد مربع کامل، عددهای مبنای دستگاه‌های شمار مانند  $10$  و  $5$  و نسبت‌های مختلف در تعداد گل‌برگ‌ها با رنگ‌های مختلف وجود دارد. البته در بررسی این تصویر و تصویر دیگر نامی از نسبت، تناسب و درصد به میان نمی‌آوریم، بلکه از کسرهایی که با توجه به شکل می‌توان نوشت گفت و گو می‌کنیم. بعد از آموزش هر یک از مفاهیم نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد می‌توانیم مجدداً به این تصویر برگردیم و مواردی را که به صورت کسر گفته‌ایم به صورت نسبت، تناسب و درصد بیان کنیم.

برخی از مفاهیم ریاضی که در این تصویر وجود دارند عبارت‌اند از:

– تعداد گل‌برگ‌های تمام گل‌ها  $10$  عدد است.

– شکل‌های به صورت  $\square\square\square$  همه  $5$  تایی هستند.

– اگر در کتیبه‌های سر در، مساحت هر مربع را  $1$  فرض کنیم، مساحت هریک از دو کتیبه

کناری  $16$  و مساحت کتیبه وسطی  $36$  است که همه مجذور کامل‌اند.

– کسرهایی که تعداد گل‌برگ‌ها با رنگ‌های مشخص، به تعداد گل‌برگ‌های هر گل را مشخص

می‌کند، کسره‌های متفاوتی هستند، مانند:

$$\dots \text{ و } \frac{2}{8} = \frac{\text{تعداد گل‌برگ‌های صورتی}}{\text{تعداد گل‌برگ‌های قرمز}} ، \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{\text{تعداد گل‌برگ‌های سفید}}{\text{تعداد گل‌برگ‌های سبز}} : \text{در سمت چپ}$$

– برخی کسرهایی که تعداد مربع‌ها با رنگ‌های مختلف را مشخص می‌کنند، عبارت‌اند از :

$$\frac{4}{7} = \frac{\text{تعداد مربع‌های سفید}}{\text{تعداد مربع‌های قرمز}} : \text{در کتیبه کنار} , \quad \frac{8}{18} = \frac{\text{تعداد مربع‌های رنگی}}{\text{تعداد مربع‌های سفید}} : \text{در کتیبه وسط}$$

دانش‌آموزان ممکن است کسره‌های دیگری و یا مفاهیم ریاضی دیگری پیدا کنند.

پس از بررسی تصویر متن، تصویر گنبد سلطانیه زنجان، بزرگ‌ترین گنبد خشتی جهان را بررسی کنید. این گنبد بر روی یک ۸ ضلعی منتظم ساخته شده است و در ساختن آن، در گچ‌بری‌ها و کاشیکاری‌های آن، از ریاضیات، استفاده فراوانی شده است. اطلاعات بیشتری دربارهٔ این گنبد در زیر می‌آید :

گنبد سلطانیه زنجان از نظر حجم، سبک معماری، رابطهٔ فضاها، تناسب موجود در اجزای مختلف، ایستایی و مقاومت بنا و زیبایی شناسی و تزیینات، نمونه‌ای منحصر به فرد و نقطهٔ تحولی در معماری اسلامی به شمار می‌رود. بدنهٔ اصلی گنبد و تمام ساختمان آن با آجر ساخته شده و گنبد با روکش فیروزه‌ای و لاجوردی به شیوه‌ای معرّف کاری تزیین شده است. کاشی‌های طلایی رنگ و منقش و هشت گوش تربت‌خانه که بخشی از بنای ساختمان گنبد سلطانیه است، از لحاظ هنر کاشی‌پزی فوق‌العاده ممتاز و کم‌نظیر است.

نقشهٔ بنا در طبقه همکف و طبقهٔ اول نزدیک به مستطیل و ادامهٔ مجموعه در طبقهٔ دوم و طبقهٔ سوم دارای نقشه ۸ ضلعی منتظم است.

گنبد آرامگاه به ارتفاع ۴۸/۵ متر و قطر دهانهٔ ۲۴/۴ متر است که بزرگ‌ترین گنبد تاریخی در ایران و بزرگ‌ترین گنبد آجری در جهان است. این گنبد نخستین گنبد دو جداره در جهان است که ضخامت گنبد آن ۱۶ سانتیمتر و فضای خالی بین دو جداره ۶ سانتیمتر می‌باشد. سیستم دو جدارهٔ آن در ایستایی گنبد نقش مهمی دارد.

گنبد بر روی ۸ جرز سنگین (ضلع‌های ۸ ضلعی منتظم) با عرض ۶/۷ متر قرار دارد که وزن ۱۶۰۰ تنی گنبد را به شالوده منتقل می‌کند. سطح مقطع هر کدام از این جرزها حداقل ۵۰ متر مربع و بار وارد بر آنها ۲۰۰ تن محاسبه شده است.

در زوایای اضلاع ۸ ضلعی منتظم و در طبقهٔ سوم و پشت بام گنبد خارجی ۸ مناره تهیه شده است. این مناره‌ها از عناصری است که در حل مسائل استاتیکی نقش مؤثر دارند. گنبد سلطانیه از نظر تزیینات بسیار غنی بوده و در آن، تزیینات مختلف گچ‌بری، کاشی کاری، کتیبه نویسی، تزیینات رنگ و

نقاشی و تزیینات سنگی و چوبی در نهایت دقت و زیبایی اجرا شده است. این بنا ساعت آفتابی نیز هست. نوری که از سوراخ اصلی گنبد می‌تابد نشان دهنده زمان ظهر، نوری که از پنجره‌های بزرگ می‌تابد، نشان‌دهنده ساعت و نوری که از پنجره‌های کوچک می‌تابند نشان دهنده حدود دقیقه است. این بنا که در فاصله سال‌های ۷۰۴ یا ۷۱۲ هجری قمری توسط سلطان محمد خدا بنده ساخته شده است، در سال ۱۳۸۴ هجری شمسی در فهرست میراث جهانی یونسکو به ثبت رسیده است. برای اطلاعات بیشتر به سایت میراث فرهنگی، صنایع دستی و گردشگری ایران مراجعه کنید.

## ● روش تدریس درس ۱: نسبت. صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ ●

### اهداف

- ۱- درک مفهوم نسبت بین دو مقدار (کمیت)
- ۲- فهم ارتباط مفهوم نسبت با مفاهیم مرتبط با آن، مانند تقسیم، کسر
- ۳- توانایی حل مسئله‌های مرتبط با نسبت در درون ریاضی و در برون ریاضی
- ۴- بازنمایی نمایش‌های مختلف نسبت، از جمله نمایش‌های هندسی و تصویری
- ۵- پی بردن به ارزش محیط زیست، سلامت، تغذیه سالم  
ابزارهای مورد نیاز :
- ۱- لگوهای آموزشی نشان‌دهنده شکل‌ها در دو بعد مانند مثلث‌ها، مربع‌ها، دایره‌ها و ... در رنگ‌های مختلف
- ۲- احجام هندسی مانند، مکعب، مکعب مستطیل، کره و ... در رنگ‌های مختلف
- ۳- جدول‌ها و نمودارهای مربوط به کمیت‌های مختلف صنعتی، بازرگانی، کشاورزی و ...
- ۴- متر پارچه‌ای یا فلزی برای اندازه‌گیری طول‌ها، ترازو برای اندازه‌گیری وزن، ساعت برای اندازه‌گیری زمان، سرعت‌سنج و فشارسنج و دیگر وسیله‌های اندازه‌گیری برای کمیت‌هایی که محاسبه نسبت آنها مورد نظر است.
- ۵- استفاده از سایت‌های ریاضی در ارتباط با مفهوم نسبت بین دو مقدار

### ● روش تدریس درس ۱. نسبت. صفحه ۴۸ ●

نخست پیش‌سازمان‌دهنده را ارائه کنید. اگر پیش‌سازمان‌دهنده‌ای مناسب تراز پیش‌سازمان‌دهنده‌ای که در کتاب آمده است، تهیه کرده‌اید. آن را ارائه کنید و سپس از دانش‌آموزان بخواهید که به تصویر کتاب توجه کنند و متن زیر آن را بخوانند در غیر این صورت نخست پیش‌سازمان‌دهنده کتاب را ارائه کنید و سپس درباره اهمیت و نقش نعمت‌های خدادادی مانند فضای سبز موجود در کشور، استان‌ها و شهرها در زندگی ما، بحث و گفت‌وگو کنید.



اکنون این سؤال را مطرح کنید که اگر در شهری که ۲۵ کیلومتر مربع مساحت دارد، ۳ کیلومتر مربع آن فضای سبز باشد، چه کسری از آن، فضای سبز است آن را بنویسند.

$$\frac{\text{مساحت فضای سبز شهر}}{\text{مساحت کل شهر}} = \frac{۳}{۲۵}$$

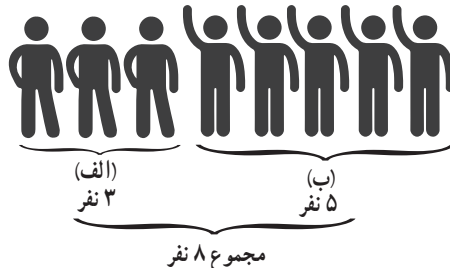
شبهه این مثال را برای موارد دیگری مانند تعداد دانش‌آموزان سال پنجم یک مدرسه به تعداد دانش‌آموزان کل آن مدرسه، تعداد شمع‌های خاموش یا روشن در یک دسته شمع به تعداد کل آن شمع‌ها، می‌توانید با همفکری دانش‌آموزان مطرح کنید و از آنها بخواهید که کسر نمایش دهندهٔ یک جزء انتخاب شده به کل کمیت را بنویسند.

آنگاه از دانش‌آموزان بخواهید که متن مربوط به حیاط و فضای سبز موجود در آن را بخوانند. نخست روی کسری که نمایشگر فضای سبز موجود در حیاط به مساحت کل حیاط است تأکید شود و سپس این نکته بیان شود که  $\frac{۳}{۲۵}$  را نسبت مساحت فضای سبز موجود در این حیاط به مساحت کل حیاط می‌نامند. در واقع با استفاده از کسر نسبت بین دو مقدار بیان می‌شود.

اکنون به مثال‌هایی که قبلاً ارائه کرده‌اید برگردید و آنها را که به صورت کسر بیان کرده بودید به صورت نسبت بیان کنید. به عنوان مثال اگر گفته باشید کسری که مساحت فضای سبز یک شهر به مساحت کل آن شهر را نشان می‌دهد  $\frac{۳}{۲۵}$  است اینک بگویید که نسبت مساحت فضای سبز این شهر به مساحت کل شهر  $\frac{۳}{۲۵}$  می‌باشد. و یا اگر گفته باشید کسری که تعداد شمع‌های روشن به تعداد کل شمع‌ها را نشان می‌دهد... است اینک بگویید که نسبت تعداد شمع‌های روشن به تعداد کل شمع‌ها... است.

### روش تدریس فعالیت ۱. صفحهٔ ۴۸

قبل از انجام این فعالیت می‌توانید مرحله‌ای مجسم برای درک بهتر این فعالیت در نظر بگیرید، به این صورت که دو دسته ۳ تایی و ۵ تایی دانش‌آموز را جلو کلاس (پای تخته) بیاورید و آنها را گروه‌های (الف) و (ب) بنامید. تعداد افراد هر گروه را از دانش‌آموزان بپرسید و روی تختهٔ کلاس یادداشت کنید، سپس تعداد مجموع این دو دسته را از دانش‌آموزان بپرسید و روی تختهٔ کلاس یادداشت کنید.



اکنون از دانش‌آموزان بپرسید که نسبت تعداد دانش‌آموزان دسته (الف) به تعداد کل این دانش‌آموزان چقدر است. پاسخ را روی تخته کلاس یادداشت کنید.

$$\frac{\text{تعداد افراد گروه الف}}{\text{تعداد کل دو گروه}} = \frac{3}{8}$$

سپس نسبت تعداد افراد گروه (الف) به تعداد افراد گروه (ب) را با کمک دانش‌آموزان تعیین و روی تخته کلاس بنویسید.

$$\frac{\text{تعداد افراد گروه (الف)}}{\text{تعداد افراد گروه (ب)}} = \frac{3}{5}$$

همچنین نسبت‌های  $\frac{5}{3} = \frac{\text{تعداد افراد گروه (ب)}}{\text{تعداد افراد گروه (الف)}}$  و  $\frac{8}{5} = \frac{\text{تعداد افراد کل دو گروه}}{\text{تعداد افراد گروه (ب)}}$  را با پرسش

از دانش‌آموزان، مشخص سازید.

بعد از انجام مراحل بالا از دانش‌آموزان بخواهید که ابتدا فعالیت ۱ را مانند صورت یک مسئله، یک بار بخوانند (برای فهمیدن مسئله)، سپس از آنها بخواهید که بندهای این فعالیت را با توجه به مدت زمانی که شما تعیین می‌کنید انجام دهند. کار انجام شده و کار در حال انجام توسط دانش‌آموزان را کنترل کنید. بدفهمی‌ها و اشتباه‌های احتمالی، همچنین راه حل‌های بدیع و خلاقانه را یادداشت کنید و پس از پایان انجام فعالیت، با طرح آنها توسط خود دانش‌آموزان به رفع بدفهمی‌ها بپردازید و روش‌های خلاقانه را هم توسط کسانی که راه حل تازه‌ای داشته‌اند طرح کنید. در صورت لزوم به جمع‌بندی نتایج بپردازید.

پاسخ :

$$\text{الف) } 3 \text{ به } 8 \text{ یا } \frac{3}{8} \quad \text{ب) } 3 \text{ به } 5 \text{ یا } \frac{3}{5} \quad \text{پ) } 5 \text{ به } 3 \text{ یا } \frac{5}{3} \quad \text{ت) } 8 \text{ به } 5 \text{ یا } \frac{8}{5}$$

یکی از اهداف این فعالیت محاسبه نسبت بین دو مقدار (کمیت) در حالت‌های جزء، به کل، جزء به جزء و کل به جزء است. در ضمن در این فعالیت از کمیت‌های پیوسته (متصل) برای محاسبه نسبت بین آنها استفاده کرده‌ایم. مدت زمان انجام این فعالیت توسط دانش‌آموزان ۱۰ تا ۱۲ دقیقه و مدت زمان بحث کلاسی برای رفع بدفهمی‌ها و ... مدت ۱۵ دقیقه پیشنهاد می‌شود.

### ● روش تدریس فعالیت ۲. صفحه ۴۸

این فعالیت، یک فعالیت باز پاسخ است. از دانش آموزان بخواهید پس از خواندن صورت فعالیت، آن را در مدت زمانی که تعیین می کنید (پیشنهاد ۶ دقیقه) انجام دهند. به روال انجام هر فعالیت، کار انجام شده و کار در حال انجام توسط دانش آموزان را ثبت کنید. سپس کار هر گروه در کلاس بررسی گردد و تفاوت پاسخ های به دست آمده توسط دانش آموزان و دلیل این تفاوت ها روشن گردد. دو حالت خاص ممکن است پیش آید. حالت اول آن است که یک گروه از دانش آموزان تمام خانه های مستطیل را رنگ سبز بزنند که در این حالت به لازم بودن خیابان، خانه و مدرسه و ساختمان های دیگر توجه نکرده اند و حالت دوم آن است که هیچ خانه ای را رنگ سبز نزنند که این حالت، توجه نداشتن آنها به لزوم فضای سبز در یک شهر است.

### ● روش تدریس فعالیت ۳. صفحه ۴۹

از دانش آموزان بخواهید پس از خواندن فعالیت، آن را در مدت زمان مشخص شده توسط شما انجام دهند. کار انجام شده را کنترل و بدفهمی های احتمالی را با بحث کلاسی بر طرف سازید. دو نکته مهم در این فعالیت وجود دارد. یکی آنکه کمیت های داده شده گسسته (منفصل) می باشند و دیگر آنکه می خواهیم بگوییم، همانند کسرها، نسبت ها نیز می توانند کوچک تر از ۱ (در این فعالیت  $\frac{3}{5}$ )، مساوی ۱ (در این فعالیت  $= \frac{3}{3}$ ) و یا بزرگ تر از ۱ (در این فعالیت  $\frac{5}{3}$ ) باشند:

پاسخ:

الف)  $\frac{5}{3}$       ب)  $\frac{3}{5}$       پ)  $1 = \frac{3}{3}$       ت)  $\frac{5}{3}$

### ● روش تدریس فعالیت ۴. صفحه ۴۹

مراحل انجام این فعالیت همانند فعالیت های قبلی است اما نکته مهمی که در این فعالیت وجود دارد، آن است که کمیت های داده شده غیر همجنس می باشند زیرا یکی کیلومتر و دیگری ساعت است. همان طوری که قبلاً گفتیم، نسبت بین دو کمیت غیر همجنس را نرخ یا آهنگ (Rate) می نامند. اما ما در این کتاب نامی از نرخ نمی بریم و آن را نسبت بین دو کمیت می نامیم. در سال های بعد درباره نرخ مطالب بیشتری خواهد آمد.

پاسخ:

الف)  $\frac{2800}{4}$

ب)  $700$  کیلومتر؛ یعنی هواپیما در مدت ۱ ساعت  $700$  کیلومتر می پیماید که آن را به صورت

ساعت / کیلومتر  $700$  و یا  $700 \text{ Km/h}$  نشان می‌دهند و به آن سرعت هواپیما می‌گویند.  
 پس از انجام فعالیت‌های ۱ تا ۴ از دانش‌آموزان بخواهید که در زمینه‌های مطرح شده در کتاب و یا در زمینه‌های دیگری که نسبت در آنها اهمیت دارد، مواردی را مطرح کنند و روی برخی از این موارد در کلاس کار کنید. به عنوان مثال موارد زیر را می‌توان مطرح کرد:

– نسبت مقدار فلز خالص به مقدار سنگ در یک معدن، که برای مقرون به صرفه بودن استخراج آن معدن اهمیت دارد.

– نسبت دو طول (طول و عرض تخته کلاس، میز دانش‌آموزان، کتاب درسی، قد دو نفر، ارتفاع دو کوه یا دو ساختمان . طول درخت و طول سایه آن و ...)

– نسبت دو سطح، نسبت دو حجم

– نسبت میزان تولید و یا مصرف در صنعت، کشاورزی، و ...

– نسبت دو وزن (افراد، اشیاء، ...)

– نسبت دو کمیت غیر همجنس مانند نسبت مسافت پیموده شده توسط یک متحرک (اتومبیل، هواپیما، قطار، دوچرخه، انسان، ...) به مدت زمان صرف شده برای پیمودن این مسافت

### ● روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحه ۴۹

این کار در کلاس به منظور آن است که بینیم دانش‌آموزان به آن میزان از درک و فهم رسیده‌اند که وقتی می‌گوییم. نسبت دو مقدار ۲ به ۳ است، منظورمان چیست؟ به علاوه می‌خواهیم دانش‌آموزان به این نکته توجه کنند که برای انجام یک فعالیت یا کار در کلاس راهبردهای مختلفی می‌تواند وجود داشته باشد. از دانش‌آموزان بخواهید روش‌های کامل شده را بررسی و روش‌های کامل نشده را کامل کنند کار انجام شده و کار در حال انجام آنها را زیر نظر بگیرید و بدفهمی‌های احتمالی را یادداشت کنید. سپس با بحث کلاسی توسط دانش‌آموزان، به رفع اشتباه‌های احتمالی بپردازید. توجه داشته باشید که اشکان از دو طول و محاسبه نسبت جزء به جزء، علی از دو سطح و محاسبه نسبت جزء به جزء، پرویز از دو حجم و محاسبه نسبت جزء به جزء و ناصر از تصویر ۳ مربع و محاسبه نسبت جزء به کل استفاده کرده است.

در صورتی که دانش‌آموزانی کار در کلاس را با راه حل‌های جدیدی انجام داده باشند، آنها را حتماً ارائه دهید.

پاسخ:  $\frac{۲}{۳}$  =  $\frac{\text{تعداد مربع‌های رنگ شده}}{\text{تعداد کل مربع‌ها}}$  : ناصر

$\frac{۲}{۳}$  =  $\frac{\text{تعداد مکعب‌های رنگ شده}}{\text{تعداد مکعب‌های رنگ نشده}}$  : پرویز

● روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحه ۵۰

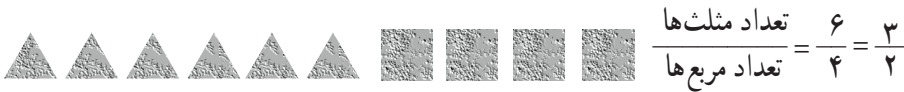
این کار در کلاس، یک کاربرد نسبت در درون ریاضی است. از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن کار در کلاس آن را در مدتی که شما تعیین می‌کنید انجام دهند. کار انجام شده و کار در حال انجام آنها را به منظور ثبت بدفهمی‌های احتمالی و یا راه حل‌های خلاقانه ثبت کنید. پس از انجام فعالیت توسط دانش‌آموزان به رفع بدفهمی‌های احتمالی و ارائه روش‌های جدید (در صورت وجود) توسط خود دانش‌آموزان بپردازید. در صورت لزوم با یک جمع‌بندی کار را به پایان ببرید.

پاسخ:

$$\frac{۶}{۲} = ۳ \text{ (الف)}$$

ب) طول مستطیل ۳ برابر عرض آن است در واقع می‌توان گفت نسبت بین دو مقدار که یک عدد مطلق است، مشخص می‌کند که یک کمیت چند برابر کمیت دیگر است. حتی اگر این نسبت عددی غیر صحیح باشد.

به عنوان مثال در شکل روبه‌رو داریم:



بنابراین می‌توانیم بگوییم که تعداد مثلث‌ها  $\frac{۳}{۲}$  برابر تعداد مربع‌هاست.

● روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحه ۵۰

این کار در کلاس یک کاربرد نسبت در برون ریاضی است. برای انجام این کار در کلاس، دانش‌آموزان باید توجه کنند که این چاشنی از  $۳+۱+۲=۶$  قاشق ادویه درست شده است. از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن صورت کار در کلاس، آن را انجام دهند. کار انجام شده را کنترل کنید و بدفهمی‌های احتمالی را توسط خود دانش‌آموزان رفع کنید.

پاسخ:  $\frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۶}$  مقدار زنجبیل و  $\frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۶}$  مقدار فلفل چاشنی درست شده  $\frac{۱}{۶}$  چاشنی درست شده  $\frac{۳}{۶}$  مقدار زردچوبه چاشنی درست شده

● روش تدریس کار در کلاس ۴. صفحه ۵۰

این کار در کلاس نیز یک کاربرد نسبت در برون ریاضی و از طرفی یک نرخ است. از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن متن آن، کار در کلاس را انجام دهند. کار انجام شده را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید.

پاسخ :

$$\frac{48}{4} \text{ (الف)}$$

ب)  $12 = \frac{48}{4}$  یعنی حلزون در ۱ ساعت ۱۲ متر را می‌پیماید.

## حل تمرین‌های درس ۱ نسبت. صفحه‌های ۵۰ و ۵۱

۱- با توجه به شکل‌های داده شده، نسبت‌های زیر را به دست آورید.



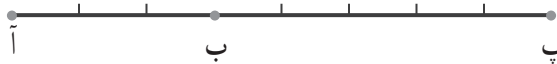
$$\frac{3}{7} = \text{نسبت تعداد مربع‌ها به تعداد کل شکل‌ها}$$

$$\frac{4}{7} = \text{نسبت تعداد مثلث‌ها به تعداد کل شکل‌ها}$$

$$\frac{4}{3} = \text{نسبت تعداد مثلث‌ها به تعداد مربع‌ها}$$

$$\frac{3}{4} = \text{نسبت تعداد مربع‌ها به تعداد مثلث‌ها}$$

۲- با توجه به شکل، نسبت‌های زیر را تعیین کنید.



$$\frac{5}{3} = \text{نسبت اندازه پاره خط ب پ به اندازه پاره خط آ ب}$$

$$\frac{3}{5} = \text{نسبت اندازه پاره خط آ ب به اندازه پاره خط ب پ}$$

$$\frac{5}{8} = \text{نسبت اندازه پاره خط ب پ به اندازه پاره خط آ پ}$$

$$\frac{3}{8} = \text{نسبت اندازه پاره خط آ ب به اندازه پاره خط آ پ}$$

۳- شکل‌های زیر به قسمت‌های مساوی تقسیم شده‌اند. در هر شکل نسبت مساحت قسمت رنگ شده را به مساحت کل شکل به دست آورید.



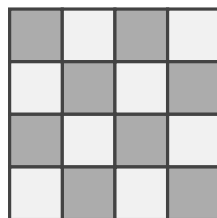
$$\frac{1}{8}$$



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$



۴- نتیجه بازی‌های یک تیم فوتبال در یک سال، در جدول زیر آمده است. با توجه به داده‌های جدول، جاهای خالی زیر را پر کنید.

تساوی	باخت	بُرد
۷	۴	۱۴

$$\frac{۱۴}{۲۵} = \frac{تعداد بُرد}{تعداد کل بازی} = ۲ = \frac{۱۴}{۷} = \frac{تعداد بُرد}{تعداد تساوی} = \frac{۴}{۲} = \frac{تعداد بُرد}{تعداد باخت} = \frac{۴}{۲۵} = \frac{تعداد باخت}{تعداد کل بازی} = \frac{۷}{۲۵} = \frac{تعداد تساوی}{تعداد کل بازی}$$

۵- کیمیا ۳۶ صفحه یک کتاب را در مدت ۴ ساعت خواند. فرزانه ۳۰ صفحه از همان کتاب را در مدت ۳ ساعت خواند.

الف) نسبت تعداد صفحات خوانده شده به تعداد ساعت‌ها را برای هر دو نفر حساب کنید.

$$۱۰ = \frac{۳۰}{۳} = \frac{تعداد صفحه}{تعداد ساعت} : \text{فرزانه} \quad ۹ = \frac{۳۶}{۴} = \frac{تعداد صفحه}{تعداد ساعت} : \text{کیمیا}$$

ب) کیمیا در هر ساعت چند صفحه خوانده است؟ فرزانه چطور؟

کیمیا ۹ صفحه، فرزانه ۱۰ صفحه

۶- طول درختی یک متر و ۸۰ سانتیمتر و اندازه سایه آن درخت ۱۲۰ سانتیمتر است. نسبت اندازه سایه این درخت به طول آن را تعیین کنید.



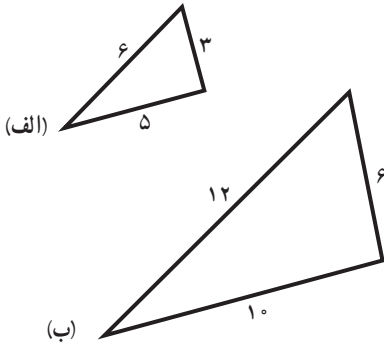
حل. باید واحدها را یکسان سازیم :

طول درخت برحسب سانتیمتر  $180 = 80 + 100$  ۱ متر به سانتیمتر  $1000 = 1000 \times 1$

$$\frac{\text{اندازه سایه درخت}}{\text{اندازه طول درخت}} = \frac{120}{180} = \frac{2}{3}$$

۷- با توجه به اندازه ضلع های دو مثلث زیر،

(الف) جاهای خالی را پر کنید.



$$\frac{\text{بزرگ ترین ضلع مثلث (ب)}}{\text{بزرگ ترین ضلع مثلث (الف)}} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\frac{\text{کوچک ترین ضلع مثلث (ب)}}{\text{کوچک ترین ضلع مثلث (الف)}} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{\text{ضلع دیگر مثلث (ب)}}{\text{ضلع دیگر مثلث (الف)}} = \frac{10}{5} = 2$$

(ب) نسبت های بالا را پس از ساده کردن، با هم مقایسه کنید.

$$\frac{12}{6} = \frac{6}{3} = \frac{10}{5} = 2$$

این سه نسبت با هم مساوی اند، زیرا داریم :

نکته. این تمرین، به منظور آمادگی ذهنی برای درس بعدی، یعنی نسبت های مساوی است (برای

ایجاد انگیزه)

## توصیه های آموزشی

۱- در این کتاب در ارائه مفهوم نسبت بین دو کمیت همجنس (مثل دو طول، یا دو وزن) و ارائه مفهوم نسبت بین دو کمیت غیر همجنس (مثل طول و زمان، تعداد صفحات یک کتاب و زمان) تفاوتی در نظر گرفته نشده است حال آنکه اولی نسبت بین دو کمیت (Ratio) است، و دومی نرخ یا آهنگ (Rate) نامیده می شود. معلمان محترم هم در این مقطع تحصیلی نباید از نرخ یا آهنگ نامی ببرند و باید آن را نسبت معرفی کنند. در سال های بعد نرخ یا آهنگ معرفی خواهد شد.

۲- در ارائه مفهوم نسبت و یا در کاربردها و تمرین هایی که ممکن است ارائه آنها برای تکمیل آموزش برای کلاس یا برخی از دانش آموزان لازم باشد، نباید حالت های  $\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}}$  و  $\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}}$  مطرح گردد.



۳- در ارائه مفهوم نسبت، نسبت جزء به جزء، نسبت جزء به کل، نسبت کل به جزء مورد تأکید است. دانش‌آموزان باید در محاسبه این نسبت‌ها به مهارت دست یابند.

### بدهمی‌های رایج دانش‌آموزان

در ساده کردن نسبت‌ها باید توجه داشته باشیم که صورت و مخرج نسبت را تنها در یک عدد مخالف صفر می‌توان ضرب کرد و یا بر یک عدد مخالف صفر می‌توان تقسیم نمود. جمع کردن صورت و مخرج نسبت با یک عدد و یا کم کردن یک عدد از صورت و مخرج نسبت، درست نیست مگر آنکه نسبت برابر ۱ باشد، مانند  $\frac{۵}{۵}$  و  $\frac{۲۰}{۲۰}$  و  $\frac{۳۲}{۳۲}$ . در ضمن انجام دو عمل متفاوت ضرب و تقسیم در صورت و مخرج یک نسبت درست نیست به نمونه‌های زیر توجه فرمایید.

$$\frac{۱۲}{۱۸} \neq \frac{۲۴}{۹} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۸} \neq \frac{۲۴}{۹},$$

$\begin{array}{c} \times 2 \\ \curvearrowright \\ \div 2 \end{array}$

$$\frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۱۲+۶}{۱۸+۶} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۱۸}{۲۴} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۸} \neq \frac{۱۸}{۲۴}$$

$$\frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۱۲-۴}{۱۸-۴} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۸}{۱۴} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۸} \neq \frac{۸}{۱۴}, \quad \frac{۱۸}{۱۸} = \frac{۱۸+۶}{۱۸+۶} \rightarrow \frac{۱۸}{۱۸} = \frac{۲۴}{۲۴}$$

$$\frac{۱۸}{۱۸} = \frac{۱۸-۷}{۱۸-۷} \rightarrow \frac{۱۸}{۱۸} = \frac{۱۱}{۱۱} \rightarrow \frac{۱۸}{۱۸} = \frac{۱۱}{۱۱}$$