

فصل ۴

علوم پایه

نسبت و تناسب

۱ در حالت کلی، دو نسبت a به b و c به d مساوی‌اند، هرگاه برای یک عدد مانند k داشته باشیم:

$$c = kd \text{ و } a = kb \text{ یا } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

۲ اگر a و b مقادیر متناظر دو کمیت باشند که با هم رابطه معکوس دارند، مقدار $k = a \times b$ ثابت است و اگر c و d دو مقدار متناظر دیگر از همین کمیت باشند، داریم:

$$a = \frac{k}{b} \text{ و } c = \frac{k}{d} \text{ یا } k = a \times b = c \times d$$

۳ خواص عملیات:

در عبارتهای زیر، فرض بر آن است که مخرجها مخالف صفر هستند.

$\frac{a}{b} = \frac{ca}{cb} \quad (c \neq 0)$	$c \times \frac{a}{b} = \frac{ca}{b}$	$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$
$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$	$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$	
$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	

تساوی $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ معادل است با $a \times d = b \times c$

درصد و کاربردهای آن

۱ معادله درصد: رابطه بین مقدار اولیه، درصدی از مقدار اولیه و مقدار نهایی را نشان می‌دهد.

$$b = x \times a$$

\swarrow مقدار نهایی \searrow مقدار اولیه
 \downarrow
 درصد به صورت عدد اعشاری / کسری

۲ درصد تغییر: برای هر کمیتی مقدار

$$100 \times \text{نسبت تغییر} = 100 \times \frac{\text{میزان تفاوت در مقدار}}{\text{مقدار اولیه}} \times 100 = \frac{\text{مقدار اولیه} - \text{مقدار نهایی}}{\text{مقدار اولیه}} \times 100$$

را درصد تغییر آن کمیت می‌نامند.

درصد تغییر می‌تواند منفی هم باشد که به معنای کاهش است.

واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی

۱ واحدهای اندازه‌گیری طول

- ۱ میلی‌متر (mm) = ۲۵/۴ سانتی‌متر (cm) = ۲/۵۴ اینچ (in)
- ۱ فوت (ft) = ۱۲ اینچ (in)
- ۱ سانتی‌متر (cm) \cong ۹۰ اینچ (in) = ۳۶ فوت (ft) = ۳ یارد (yd)
- ۱ متر (m) = ۱۶۰۹/۳۴۴ اینچ (in) = ۶۳۳۶۰ فوت (ft) = ۵۲۸۰ مایل خشکی (mil)
- ۱ متر (m) \cong ۱۸۵۳ فوت \cong ۶۰۸۰ مایل دریایی
- ۱ مایل خشکی \cong ۱/۱۵ مایل دریایی

ضریب تبدیل (با تقریب کمتر از ۰/۰۱)	به	برای تبدیل از
۱/۶۱	کیلومتر	مایل
۲/۵۴	سانتی‌متر	اینچ
۰/۳۱	متر	فوت
۰/۹۱	متر	یارد
۰/۶۲	مایل	کیلومتر
۰/۳۹	اینچ	سانتی‌متر
۳/۲۸	فوت	متر
۱/۰۹	یارد	متر

۲ واحدهای اندازه‌گیری جرم

- ۱ گرم (g) = ۰/۰۳۵ اونس (oz)
- ۱ اونس (oz) \cong ۲۸ گرم (g)
- ۱ کیلوگرم (kg) \cong ۳۵/۲۷ اونس (oz)
- ۱ پوند (lb) = ۱۶ اونس (oz) \cong ۴۵۰ (g)
- ۱ پوند (lb) \cong ۰/۴۵ کیلوگرم (kg)
- ۱ تن (T) \cong ۲۲۰۰ پوند (lb)

۳ واحدهای اندازه‌گیری حجم

- ۱ میلی‌لیتر (ml) = ۵ قاشق چایخوری (tsp)
- ۱ میلی‌لیتر (ml) = ۱۵ قاشق سوپ‌خوری (tbsp)
- ۱ فنجان (C) = ۲۴۰ میلی‌لیتر (ml)

توان رسانی و ریشه گیری

۱ قوانین مربوط به توان رسانی

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$(a^m)^n = (a^n)^m$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

۲ اتحادهای جبری

اتحاد مربع دو جمله‌ای

اتحاد مزدوج

اتحاد جمله مشترک

۳ معادله درجه دوم

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

$$x^2 - (a+b)x + ab = (x-a)(x-b)$$

$$x^2 + (a+b)x - ab = (x+a)(x-b)$$

$$x^2 - (a+b)x - ab = (x-a)(x+b)$$

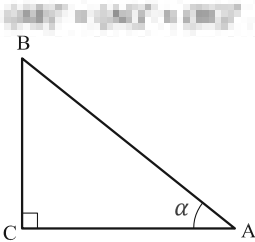
$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac & \Delta &= b^2 - 4ac & \Delta &= b^2 - 4ac \\ x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} & x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} & x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{aligned}$$

معادله ریشه ندارد

مثلثات

۱ یکی از حالات تشابه دو مثلث، تساوی زاویه‌های آن دو مثلث می‌باشد.

۲ رابطه فیثاغورس: در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



۳ نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه تند:

در مثلث قائم‌الزاویه ABC زاویه تند α را در نظر بگیرید. بنا به تعریف داریم:

$$\tan \alpha = \frac{\text{طول ضلع روبه روی زاویه } \alpha}{\text{طول ضلع مجاور زاویه } \alpha} = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{طول ضلع روبه روی زاویه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{AC}{AB}$$

۴ جدول نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های 0° و 30° و 45° و 60° و 90° :

زاویه α نسبت مثلثاتی	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\cot \alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

۵ روابط بین نسبت‌های مثلثاتی:

الف) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

ب) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

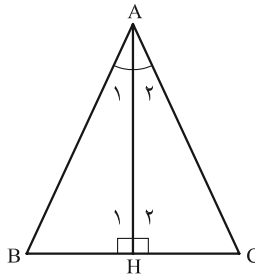
۶ محیط و مساحت دایره:

دایره $P = 2\pi r$ (شعاع r)

مساحت دایره $S = \pi r^2$ (شعاع r)

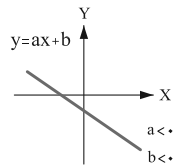
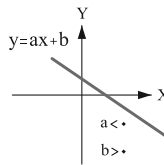
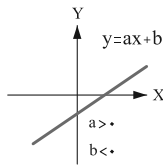
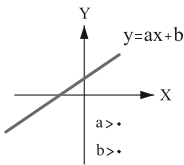
۷ در مثلث متساوی‌الساقین ABC داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = A_2 \Rightarrow \text{AH نیمساز زاویه A است} \\ H_1 = H_2 = 90^\circ \Rightarrow \text{AH عمود بر BC است} \\ BH = HC \Rightarrow \text{AH منصف ضلع BC است} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{AH عمود منصف BC است}$$

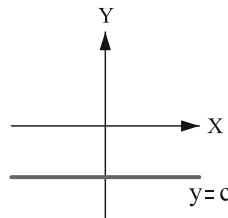
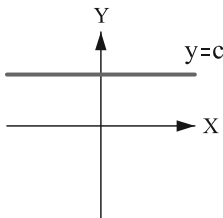


نمودار تابع خاص

۱ نمودار تابع خطی:



۲ نمودار تابع ثابت:



کاربرد	فرمول (معادله، رابطه)	کاربرد	فرمول (معادله، رابطه)
نیروی وزن	$g = \frac{w}{m} \rightarrow w = mg$	بازه زمانی	$\Delta t = t_f - t_i$
بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی	$f_{s(max)} = \mu_s N$	جابجایی	$\Delta x = x_f - x_i$
نیروی اصطکاک جنبشی	$f_k = \mu_k N$	سرعت متوسط	$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
شدت جریان الکتریکی متوسط	$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$	رابطه مکان زمان حرکت یکنواخت	$x = vt + x_i$
قانون اهم	$R = \frac{V}{I}$	شتاب متوسط	$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
مقاومت رساناهای فلزی در دمای ثابت	$R = \frac{\rho L}{A}$	شتاب لحظه‌ای حرکت با شتاب ثابت	$a = \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
انرژی الکتریکی مصرفی	$U = I^2 R t$	رابطه سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت	$v = v_i + at$
توان مصرفی	$P = I^2 R$ و $P = \frac{U}{t}$ $P = VI$ و $P = \frac{V^2}{R}$	سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت	$\bar{v} = \frac{v_f + v_i}{2}$
جریان مقاومت‌های متوالی (سری)	$I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq}$	رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت	$v_f^2 - v_i^2 = 2a(x - x_i)$
ولتاژ مقاومت‌های متوالی (سری)	$V_1 + V_2 + V_3 = V_{eq}$	رابطه جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت	$\Delta x = x_f - x_i = \frac{1}{2}at^2 + v_i t$
مقاومت معادل مقاومت‌های متوالی (سری)	$R_1 + R_2 + R_3 = R_{eq}$	قانون دوم نیوتن	$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}$

کاربرد	فرمول (معادله، رابطه)
جریان مقاومت‌های موازی	$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$
ولتاژ مقاومت‌های موازی	$V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_{eq}$
مقاومت معادل مقاومت‌های موازی	$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{eq}}$
فشار و ارتباط آن با نیروی عمودی و سطح تماس	$P = \frac{F}{A}$
اختلاف فشار دو نقطه شاره ساکن	$P_1 - P_2 = \rho g (h_2 - h_1)$
فشار یک نقطه شاره ساکن	$P = P_0 + \rho g h$
اصل پاسکال	$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$
چگالی	$\rho = \frac{m}{V}$
چگالی نسبی	$d = \frac{\rho_2}{\rho_1}$
رابطه دما در مقیاس سلسیوس و مقیاس فارنهایت	$F = \frac{9}{5}\theta + 32$
رابطه دما در مقیاس سلسیوس و مقیاس کلوین	$T = \theta + 273$
رابطه دما در مقیاس فارنهایت و مقیاس کلوین	$T = \frac{5}{9}(F - 32) + 273$
مقدار گرمای داه شده به یک جسم	$Q = mC(\theta_2 - \theta_1) = mC\Delta\theta$
تعادل گرمایی	$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$
گرمای منتقل شده از طریق رسانش	$Q = \frac{KA\Delta T}{L} = \frac{KA\Delta T}{L}$
انبساط خطی	$L_2 - L_1 = \alpha L_1 \Delta\theta$ $L_2 = L_1(1 + \alpha \Delta\theta)$
انبساط سطحی	$A_2 - A_1 = 2\alpha A_1 \Delta\theta$ $A_2 = A_1(1 + 2\alpha \Delta\theta)$
انبساط حجمی	$V_2 - V_1 = 3\alpha V_1 \Delta\theta$ $V_2 = V_1(1 + 3\alpha \Delta\theta)$

ثابت تفکیک اسیدها (K_a) و بازها (K_b)

توجه: در شرایط یکسان (دما و غلظت) هر چه ثابت تفکیک اسید یا بازی بزرگ تر باشد، آن اسید یا باز قوی تر است.

ثابت تفکیک (K_a)	فرمول شیمیایی	نام اسید	ثابت تفکیک (K_a)	فرمول شیمیایی	نام اسید
$6,9 \times 10^{-2}$	H_2PO_4	فسفریک اسید		$HClO_4$	پرکلریک اسید
$1,3 \times 10^{-3}$	CH_2ClCO_2H	کلرو استیک اسید		H_2SO_4	سولفوریک اسید
$7,4 \times 10^{-4}$	$C_6H_8O_4$	سیتریک اسید		HI	هیدرویدیک اسید
$6,3 \times 10^{-4}$	HF	هیدروفلوئوریک اسید		HCl	هیدروکلریک اسید
$5,6 \times 10^{-4}$	HNO_2	نیتریک اسید		HNO_3	نیتریک اسید
$6,2 \times 10^{-5}$	$C_6H_5CO_2H$	بنزواتیک اسید	$2,2 \times 10^{-1}$	CCl_3CO_2H	تری کلرواستیک اسید
$1,7 \times 10^{-5}$	CH_3CO_2H	استیک اسید	$1,8 \times 10^{-1}$	H_2CrO_4	کرومیک اسید
$4,5 \times 10^{-7}$	H_2CO_3	کربنیک اسید	$1,7 \times 10^{-1}$	HIO_3	یدیک اسید
$8,9 \times 10^{-8}$	H_2S	هیدروسولفوریک اسید	$5,6 \times 10^{-1}$	$C_2H_2O_3$	اکزالیک اسید
4×10^{-8}	$HClO$	هیپوکلوریک اسید	5×10^{-2}	H_2PO_3	فسفرو اسید
$5,4 \times 10^{-10}$	H_2BO_3	بوریک اسید	$4,5 \times 10^{-2}$	$CHCl_2CO_2H$	دی کلرواستیک اسید
			$1,4 \times 10^{-2}$	H_2SO_3	سولفوریک اسید

ثابت تفکیک (K_b)	فرمول شیمیایی	نام باز	ثابت تفکیک (K_b)	فرمول شیمیایی	نام باز
4×10^{-4}	$C_2H_5NH_2$	بوتیل آمین		KOH	پتاسیم هیدروکسید
$6,3 \times 10^{-5}$	$(CH_3)_3N$	تری متیل آمین		$NaOH$	سدیم هیدروکسید
$1,8 \times 10^{-5}$	NH_3	آمونیاک		$Ba(OH)_2$	باریم هیدروکسید
$1,7 \times 10^{-9}$	C_5H_5N	پیریدین		$Ca(OH)_2$	کلسیم هیدروکسید
$7,4 \times 10^{-10}$	$C_6H_5NH_2$	آنیلین	$5,4 \times 10^{-4}$	$(CH_3)_3NH$	دی متیل آمین
			$4,5 \times 10^{-4}$	$C_2H_5NH_2$	اتیل آمین

نمونه‌ها	نام کلویید	حالت فیزیکی	نوع کلویید	فاز پخش کننده	فاز پخش شونده
-	-	-	-	گاز	گاز
کف صابون	کف	مایع	گاز در مایع	مایع	
سنگ پا، بونالیت	کف جامد	جامد	گاز در جامد	جامد	
مه، افشانه‌ها (اسپری‌ها)	آیروسول مایع	گاز	مایع در گاز	گاز	مایع
شیر، کره، مایونز	امولسیون	مایع	مایع در مایع	مایع	
ژله، ژل موی سر	ژل	جامد	مایع در جامد	جامد	
دود، غبار	آیروسول جامد	گاز	جامد در گاز	گاز	جامد
رنگ‌های روغنی، چسب مایع	سول	مایع	جامد در مایع	مایع	
سرامیک، شیشه رنگی، یاقوت، لعل، فیروزه	سول جامد	جامد	جامد در جامد	جامد	

مقاومت قطعات در بارگذاری های مختلف

نوع بارگذاری	شکل بارگذاری	تنش در قطعه	حداکثر جابجایی در قطعه
کششی		$\text{تنش کششی در بارگذاری کششی} = \frac{\text{نیروی کششی}}{\text{سطح مقطع}}$	$\text{حداکثر جابجایی در بارگذاری کششی} = \frac{\text{نیروی} \times \text{طول}}{\text{سفتی جنس} \times \text{سطح مقطع}}$
فشاری		$\text{تنش فشاری در بارگذاری فشاری} = \frac{\text{نیروی فشاری}}{\text{سطح مقطع}}$	$\text{حداکثر جابجایی در بارگذاری فشاری} = \frac{\text{نیروی} \times \text{طول}}{\text{سفتی جنس} \times \text{سطح مقطع}}$
برشی		$\text{تنش برشی در بارگذاری برشی} = \frac{\text{نیروی برشی}}{\text{سطح مقطع}}$	---
خمشی		$\text{حداکثر تنش قطعه بارگذاری خمشی} = \frac{\text{طول} \times \text{نیروی}}{\text{ممان اینرسی} \times \text{ضریب}}$	$\text{حداکثر جابجایی در خمشی} = \frac{\text{نیروی} \times \text{طول}^2}{\text{سفتی جنس} \times \text{ممان اینرسی} \times \text{ضریب}}$
پیچشی		$\text{حداکثر تنش قطعه هنگام پیچش} = \frac{\text{گشتاور پیچشی}}{\text{ممان اینرسی قطبی} \times \text{ضریب}}$	$\text{حداکثر جابجایی زوایه در پیچش} = \frac{\text{طول} \times \text{گشتاور پیچشی}}{\text{سفتی برشی جنس} \times \text{ممان اینرسی قطبی} \times \text{ضریب}}$
مقایسه استحکام و سفتی مواد مختلف معمولی	استحکام فولاد < استحکام مس < استحکام آلومینیوم	سفتی فولاد < سفتی مس < سفتی آلومینیوم	
به چه شرطی مقاومت قطعه بالا می رود:	<ol style="list-style-type: none"> ۱- استحکام قطعه زمانی بالا می رود که: ۲- در برابر نیروی یکسان تنش در قطعه کمتر باشد. 	<ol style="list-style-type: none"> ۱- سفتی جنس قطعه بیشتر باشد. ۲- در برابر نیروی یکسان جابجایی در قطعه کمتر باشد. 	
			<p>ممان اینرسی سطح مقطع حول محور افقی به ترتیب، شکل الف از همه بیشتر است.</p>