



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# راهنمای هنر آموز ریاضی (۱)

کلیه رشته‌ها

شاخه فنی و حرفه‌ای و کاردانش

پایه دهم دوره دوم متوسطه



## وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی



- نام کتاب: راهنمای هنرآموز ریاضی (۱) - ۲۱۰۷۶۰
- پدیدآورنده: سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
- مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش
- شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف: شهرناز بخشعلی زاده، ناصر بروجردیان، سوسن پناهنده، زین العابدین دهقانی ابیانه و زیبا فانی (اعضای گروه تألیف)
- مدیریت آماده‌سازی هنری: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
- شناسه افزوده آماده‌سازی: مجید ذاکری یونسی (مدیر هنری) - ایمان اوجیان (طراح یونیفورم) - غزاله کشمیری (صفحه‌آرا)
- نشانی سازمان: تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهیدموسوی)  
تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹
- وب‌گاه: [www.irtextbook.ir](http://www.irtextbook.ir) و [www.chap.sch.ir](http://www.chap.sch.ir)
- ناشر: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (دارو پخش) تلفن: ۵ - ۴۴۹۸۵۱۶۱، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰
- صندوق پستی: ۳۷۵۱۵ - ۱۳۹
- چاپخانه: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران «سهامی خاص»
- سال انتشار و نوبت چاپ: چاپ اول ۱۳۹۵

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



دست توانای معلم است که چشم انداز آینده ما را ترسیم می کند.

امام خمینی (قدّس سرّه الشّریف)

مقدمه

۱..... فصل اول: نسبت و تناسب

۲۵..... فصل دوم: درصد و کاربردهای آن

۵۵..... فصل سوم: واحدهای اندازه‌گیری

۷۹..... فصل چهارم: معادله درجه دوم

۱۱۱..... فصل پنجم: توان‌رسانی به توان عددهای گویا

۱۴۷..... فصل ششم: نسبت‌های مثلثاتی

۱۸۵..... فصل هفتم: تابع

### رویکرد حاکم بر برنامه درسی ریاضی دهم فنی و حرفه‌ای

هدف کلی برنامه‌های درسی تربیت یکپارچه عقلی، ایمانی، علمی، عملی و اخلاقی هنرآموزان است به گونه‌ای که بتوانند موقعیت خود را نسبت به خود، خدا، دیگر انسان‌ها و نظام خلقت به درستی درک کرده و توانایی اصلاح مستمر موقعیت فردی و اجتماعی خویش را کسب نمایند (سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران). در برنامه درسی ملی یازده حوزه تربیت و یادگیری مشخص شده‌اند که حدود محتوایی، روش‌ها، فرایندها، و عناصر کلیدی یادگیری را روشن می‌سازند. در برنامه درسی ملی، ریاضیات به عنوان علم مطالعه الگوها و ارتباطات دارای نظم و برخوردار از سازگاری درونی، زبانی دقیق برای تعریف دقیق اصطلاحات و نمادها و ابزارکار در بسیاری از علوم و حرفه‌ها در جهت توانمندسازی انسان برای توصیف و کنترل موقعیت‌های پیچیده یکی از حوزه‌های تربیت و یادگیری قلمداد شده است. در گذشته برنامه درسی ریاضی به عنوان مجموعه‌ای از دانش و رویه‌ها فرض می‌شد و نقش آموزشگران ریاضی در واقع انتخاب مجموعه‌ای از عناوین بود که فرض می‌شد هنرجویان را برای زندگی آینده‌شان آماده می‌سازد. هنرجویان رویه‌ها را در قالب انجام و تکرار تمرینات ریاضی یاد می‌گرفتند و سپس مسائل کلامی به آنها معرفی می‌شد. این گونه مسائل معمولاً به گونه‌ای بودند که فقط یک مفهوم ریاضی در آنها مشاهده می‌شد. در دوره‌های بعدی مهارت‌های حل کردن مسئله ارزش بسیاری پیدا کردند و حل مسائل مرتبط با زندگی و مسائل کاربردی مورد توجه برنامه‌های درسی قرار گرفت. لکن هنوز به حل مسئله و تحقیق اغلب به عنوان فعالیت‌های جانبی نگاه می‌شد و نه جزیی تفکیک ناپذیر از فرایند یاددهی-یادگیری. نگاه دیگری به ریاضی، ریاضی را مجموعه‌ای از فرایندها می‌داند.

در این نگاه وظیفه آموزشگران ریاضی کمک به هنرجویان است تا بفهمند چگونه ریاضی‌سازی کنند. در این وضعیت به جای تصمیم‌گیری در مورد «کدام عناوین ریاضی» به تصمیم‌گیری در مورد «کدام فرایندها» پرداخته می‌شود. لذا تجاری که به هنرجویان کمک می‌کنند تا این فرایندها پرورش داده شوند، مورد بررسی قرار می‌گیرند. در چنین وضعیتی، ریاضیات به عنوان یک موضوع مجرد و منفک از زندگی دیده نمی‌شود بلکه با تجربیات مخاطب، با دیگر موضوعات درسی و حوزه‌های یاددانی و زندگی روزانه وی

پیوند داده می‌شود. به هنجرویان فرصت مدل‌سازی وضعیت‌های واقعی داده می‌شود تا با درک ریاضی بتوانند تجارب زندگی خود را تفسیر کنند. لذا ریاضیات شامل منطق، تحلیل و بررسی، تبادل ایده‌هاست و درک ایده‌های مجرد ریاضی متکی بر تجربیات و تفکر و بازتاب نسبت به آنهاست. هنجرویان در حین مواجهه با وضعیت‌های جدید، تجربه کردن آنها و تعمق و بازتاب نسبت به آنها دنیای واقعی خود را به گونه‌ای بازسازی می‌کنند که شامل درک آنها از ریاضیات باشد. سطح درک مخاطب از ایده‌های ریاضی و توانایی او در به کارگیری مفاهیم و مهارت‌ها بسته به وضعیت اجتماعی که فرد در آن رشد پیدا کرده است متفاوت است. برای مثال فرزندی که در خانه فرصت کمک کردن به پدرش در ساختن یک قفسه چوبی و اندازه‌گیری قطعات الوار را دارد، نسبت به فردی که اندازه‌گیری را فقط در مدرسه تجربه می‌کند، احتمالاً درک بهتری از اندازه‌گیری و اهمیت دقت در اندازه‌گیری و انتخاب ابزار خواهد داشت.

ولی هدف از آموزش و پرورش چیست؟ هدف، پرورش متخصص ریاضی نیست. بلکه هدف پرورش قدرت تفکر و تعقل است. لذا هدف اصلی برنامه ریاضی پرورش مهارت‌های تفکر و تعقل است. بنابراین محتوا و فرایندهای ریاضی در خدمت و بستری برای پرورش مهارت‌های تفکر هستند. در چنین وضعیتی مبنای انتخاب و مدیریت فرایندها و محتوای ریاضی اهداف ذیل می‌باشند:

۱ آموزش موضوعاتی که مبنای پایه درک علمی از جهان پیرامون است.

۲ آموزش روش‌های تولید علم و رسیدن به حقایق و شناخت در علوم

۳ رشد توانایی‌های عقلانی در درک و تجزیه و تحلیل مسائل

۴ پرورش روحیه حقیقت‌جویی و درک آن

۵ تقویت ارزش‌های الهی به منظور رشد شخصیتی

۶ پرورش صداقت علمی و روحیه نقادی در پذیرش مطالب

۷ پرورش باور مثبت نسبت به توانمندی‌های خود برای کشف مطالب جدید

۸ آموزش روابط اجتماعی و برخوردهای صحیح اجتماعی

همان‌گونه که در زندگی، فرد با ابتلا و مواجهه با مسائل، در جهت حل این مسائل - و با سعی و تلاش در ایجاد نظم منطقی بین تجربیات گذشته خود و با به کارگیری تفکر و تعقل و انتخاب راهبرد صحیح، توانمندی‌های خود را رشد می‌دهد، یادگیری نیز

در برخورد ساخت شناختی ذهن انسان با وضعیت مسئله‌ای جدید و با سعی در حل آن شکل می‌گیرد. در این مسیر داشتن صبر و استقامت در حل مسئله و روحیه حقیقت‌جویی و نقادی است که او را همراهی می‌کند پس فرصت‌های آموزشی باید به گونه‌ای باشند که با ایجاد موقعیت مسئله‌ای و درگیری هنرجو با مسئله، وی را مجبور کند تا با یک فعالیت علمی / ذهنی وضعیت جدید را تحلیل کند و راه‌حل مناسب را بیابد و ساخت شناختی ذهن خود را توسعه داده و یا اصلاح کند. وضعیت‌های مسئله‌ای می‌توانند ساخت شناخت علمی یا ارزش را به چالش کشیده و لذا موجب رشد علمی یا ارزشی مخاطب شوند. با توجه به اینکه یادگیری در خلأ صورت نمی‌گیرد. محیط‌های آموزشی باید به گونه‌ای باشند تا فرصت‌هایی برای رشد توانمندی‌های مخاطب فراهم کنند. در چنین محیط‌هایی هنرجو باید برای بیان نظرات و افکار خود احساس امنیت نموده و برای افکار دیگران احترام قائل شود. پذیرش یا عدم پذیرش نظرات پس از طی فرایند گفت‌وگو و نقد و بررسی و تحلیل و با هدایت فردی آگاه (دبیر) شکل می‌گیرد.

لذا دبیر باید نسبت به توانمندی‌ها، نیازهای مخاطبش، نسبت به موضوع مورد گفتگو و اهداف آن آگاهی داشته و با ایجاد فضای مناسب گفت‌وگو یا طرح مسئله در وضعیت‌های مناسب و زیر نظر داشتن فعالیت‌های هنرجو و راهنمایی او هدایت و مداخله صحیح و به موقع فرصت تحلیل و تصمیم‌گیری را برای هنرجو فراهم کند.

### **اصول و استانداردهای حاکم بر برنامه درسی ریاضی**

زمانی، در دبیر باز، فرض بر این بود که ریاضیات برای گروه خاصی از افراد جامعه است یا ریاضیات را همه نمی‌توانند «یاد بگیرند». این گفتارها مربوط به زمانی بوده است که ریاضیات به عنوان مجموعه‌ای از اصول و رویه‌ها در نظر گرفته می‌شد و یادگیری آن را فقط برای گروهی که قصد تحصیل در رشته‌های مرتبط با ریاضی و رشته‌های فنی داشتند، ضروری و لازم می‌دانستند. با تغییر هدف آموزش ریاضی و تغییر نگاه نسبت به آنچه محتوا و کار ریاضی خواننده می‌شود، ضرورت آموزش ریاضی برای همگان درک می‌شود. لذا «ریاضیات برای همه» معنا پیدا می‌کند. برای برقراری عدالت آموزشی نباید سطح آموزش ریاضی را پایین بیاوریم بلکه باید فرصت‌های برابر برای رشد مهارت‌ها و توان ریاضی برای همگان فراهم کنیم و با توجه به نیازهای فردی مخاطب، وی را در رسیدن به اهداف آموزشی / تربیتی یاری دهیم.

## یادگیری ریاضیات

فرد در مواجهه با مسائل و تجربه و بازسازی ساخت شناختی ذهن خود یاد می‌گیرد، درک عمیق، توانایی به‌کارگیری و به‌کار بستن فرایندها، مفاهیم رویه‌ها و روش‌ها لازمه یادگیری ریاضی است. کسب دانش فقط بخش کوچکی از یادگرفته‌هاست و دانستن اینکه چه زمان، چگونه و چرا از آنچه می‌دانند باید استفاده کنند است که یادگیری را ارزشمند می‌نماید.

زمانی که هنرجو از طریق فعالیت‌ها به چالش کشیده می‌شود، در توانایی برخورد با مسائل باور مثبت بیشتری نسبت به توانمندی خود پیدا می‌کند و در مکاشفه مطالب جدید انعطاف بیشتری برای یافتن راه‌حل‌های جایگزین از خود نشان می‌دهد. یادگیری زمانی ارزشمند است که درک معنادار یا درک مفهومی در تعامل با درک رویه‌ای باشد. یعنی دانستن در کنار دانستن چگونگی، درک در کنار عملکرد الگوریتمی، دانش مفهومی در کنار دانش رویه‌ای و یا دانش معنادار در کنار دانش مکانیکی رشد کرده و در تعامل با یکدیگر - همدیگر را تقویت کنند. دانش یا فهم رویه‌ای (ابزاری) به معنای دانستن قوانین بدون دلیل و به‌کارگیری آنها بدون دانستن چرایی آن است. در مقابل دانش مفهومی (رابطه‌ای) به این معنا است که هنرجو از چرایی آنچه انجام می‌دهد آگاه باشد. در این وضعیت او خود می‌تواند قانون‌ساز باشد و برای موقعیت‌های مسئله‌ای خود قاعده و قانونی کشف کرده یا بسازد. در واقع تمرکز درک و فهم ابزاری بر چگونگی انجام دادن و تمرکز درک و فهم رابطه‌ای بر چرایی انجام دادن است. مفاهیم، طرح‌واره یا تصویرهای ذهنی، در ساخت شناختی ذهن وجود دارند. یادگیری معنادار زمانی شکل می‌گیرد که بین این طرح‌واره‌ها رابطه و اتصال برقرار شود. هرچه ارتباطات پیچیده‌تر باشند، یادگیری عمق بیشتری دارد.

## یاددهی ریاضیات

یاددهی مؤثر ریاضی نیازمند شناخت و ارزیابی ساخت شناختی مخاطبان است. یعنی باید آنچه مخاطبان می‌دانند را شناسایی کرده و برای رسیدن به آنچه مخاطبان باید انجام دهند، آنها را به چالش کشیده و در این مسیر مخاطب را هدایت و حمایت کرد. وظیفه یاددهنده فراهم کردن محیط و وضعیت‌های مسئله‌ای است تا مخاطبان از طریق



درگیر شدن با مسئله و تجربه کردن یاد بگیرند. دبیران باید با چالش‌هایی که ممکن است هنرجویان به هنگام یادگیری مفهوم با آنها روبرو شوند، آشنایی داشته باشند تا بتوانند برای مقابله با آنها از قبل برنامه‌ریزی و طراحی کنند. دبیران باید از شیوه‌ها و ابزار ارزیابی آگاهی داشته باشند تا بتوانند درک و شناخت مخاطبان را به منظور طراحی بهتر آموزشی و هدایت مؤثرتر منطبق با نیازهای فردی آنها مورد ارزیابی قرار دهند.

دبیران باید در کنار دانش موضوعی از دانش پداگوژیکی و دانش پداگوژیکی محتوا نیز آگاهی داشته باشند تا بدانند چگونه و چه سؤال‌هایی را چه زمان مطرح کرده و باید با پاسخ‌ها چگونه روبرو شوند.

## فناوری

اکثر آموزشگران بر تأثیر مثبت فناوری آموزشی بر یادگیری توافق دارند. اما استفاده مؤثر از فناوری بستگی به دبیر و انتخاب مناسب فناوری دارد. فناوری باید در راستای رسیدن به اهداف آموزشی/ تربیتی باشد. توانایی گرافیکی و امکان دسترسی به مدل‌های دیداری و امکان برقراری تعامل و پویایی برخی محیط‌های پویا (مانند GEOGEBRA) فرصت‌هایی غنی برای رشد مهارت‌های تفکر فراهم می‌آورند.

## اثبات و استدلال، ارتباطات و حل مسئله

استدلال ریاضی روش مؤثری برای رشد بصیرت نسبت به پدیده‌های مختلف در اختیار قرار می‌دهد. افرادی که استدلال می‌کنند به شکل تحلیلی فکر می‌کنند، به الگوها، ساختار یا نظم و ترتیب موجود در وضعیت‌های دنیای واقعی توجه می‌کنند. آنها سؤال می‌کنند، حدس می‌زنند و اثبات می‌کنند. لذا مهم است که به هنرجویان کمک کنیم تا با توجه به تجربیات اولیه خود با ریاضیات، به دنبال دلیل باشند. سؤالاتی از قبیل «فکر می‌کنید چرا این درست است؟»، «کسی فکر می‌کند که جواب می‌تواند چیز دیگری باشد؟ اگر بله، چرا؟» به یادگیرندگان کمک می‌کنند درک کنند تا هر آنچه را بیان می‌کنند، باید با شواهد برای پشتیبانی یا رد همراه باشد.

انجام دادن کار ریاضی شامل کشف است. کشف کردن با فرضیه‌سازی (حدس آگاهانه) همراه است. دبیران می‌توانند فرضیه‌های قبلی مخاطبان را به چالش کشیده تا آنها را اصلاح کنند.

هنرجویان از طریق گفتگو در کلاس می‌توانند استدلال کردن و روش‌های مختلف آن را بهتر یاد بگیرند. ایده‌های خود را با ایده‌های دیگران مقایسه کرده و شیوه‌های استدلال خود را تقویت کنند. هنگامی که فرد، تفکر و استدلال خود را برای دیگران به طور شفاهی یا کتبی بیان می‌کند، یاد می‌گیرد تا دیگران را متقاعد کنند و بیان خود را شفاف کنند. برای این منظور باید تفکرات خود را منسجم کرده و بین مفاهیم ارتباط برقرار کنند. برقراری ارتباط با توضیحات کلامی با نمادین رسم شکل، استفاده از اشیا و غیره همراه است که به رشد درک معنادار آنها کمک می‌کند. حل مسئله یعنی درگیر شدن با وضعیت‌هایی که راه‌حل آن از قبل در دسترس نیست و یادگیرنده در مسیر حل آنها درک و فهم خود از ریاضی را رشد می‌دهد. مسئله حل‌کن‌های خوب از آنچه انجام می‌دهند به خوبی آگاهی داشته و بر آن نظارت و کنترل دارند و همواره در طی حل مسئله فرایندها، عملیات خود را ارزیابی و اصلاح می‌کنند. مهارتی که فراشناخت نام دارد. نقش دبیران، پرورش این مهارت از طریق فراهم کردن فرصت‌های حل مسئله است. این کار را می‌توان با طرح پرسش‌های مداخله‌گر چون «پیش از اینکه ادامه دهید، آیا مطمئن هستید؟»، «راه دیگری نیز تا اینجا داشتید؟» «چرا کاری که تا اینجا کردید درست است؟» انجام داد. این گونه پرسش‌ها به یادگیرنده کمک می‌کند تا عادت کنند تفکر خود را کنترل کرده و درک و فهمشان را ارتقا بدهند.

## پیوندها و اتصالات

برقراری پیوند و ارتباط از لازمه‌های یادگیری معنادار است. ارتباطات و پیوندها در ریاضی به چند دسته تقسیم می‌شوند:

۱ ارتباط بین مفاهیم: ساخت شناختی ذهن شبکه‌ای از مفاهیم است که ارتباط بین مفاهیم، عمق و پیچیدگی‌های آن را تعیین می‌کند. هرچه بین مفاهیم ریاضی ارتباط برقرار شود، درک آن مفاهیم عمیق‌تر است.

۲ ارتباط بین شاخه‌های ریاضی: برقراری ارتباط بین شاخه‌های ریاضی این امکان را فراهم می‌سازد تا ابعاد مختلف از یک مفهوم، یک مسئله مورد بررسی قرار گیرند. ارتباط بین شاخه‌های ریاضی به درک ریاضی به عنوان یک کل منسجم کمک می‌کند.

۳ ارتباط و اتصال بین روش‌های حل یک مسئله: این گونه برقراری ارتباط مستقیماً به رشد تفکر واگرا کمک می‌کند و تحلیل روش‌های مختلف موجب پرورش مهارت ساخت رویه‌های جدید

می‌شود که به پرورش تفکر خلاق نیز کمک می‌کند.

**۴** ارتباط و اتصال بین بازنمایی‌های چندگانه مفاهیم: این نوع ارتباط به معرفی یک ایده یا مفهوم به شکل‌های مختلف اشاره دارد. توانایی ترجمه بازنمایی‌های مختلف یک مفهوم به هم و حرکت از یکی به دیگری از نشانه‌های یادگیری عمیق و معنادار است و کمک می‌کند تا از طریق تشخیص ارتباطات بین بازنمایی‌های معادل و تشخیص خواص مشترک آنها مفاهیم مجرد و فرایندها شکل بگیرند. با استفاده از مدل‌های ریاضی یا بازنمایی‌های کلامی، نموداری (تصویری)، عددی (جدولی)، جبری و فیزیکی و... هنرجویان می‌توانند مسائل و مفاهیم و رویه‌ها را بررسی کرده و به تحلیل بهتر وضعیت‌ها بپردازند. توانایی ایجاد ارتباط بین بازنمایی‌ها و کسب اطلاعات از هر یک از نمایش‌ها و ترجمه آن به نمایشی دیگر موجب می‌شود تا درک عمیق‌تری از مفهوم شکل بگیرد.

**۵** ارتباط و اتصال بین روش‌های ریاضی به منظور تعمیم دادن در ریاضیات می‌توان از طریق برقراری ارتباط بین رویه‌ها و مفاهیم، کاربرد یک رویه را در بافت‌های مختلف تعمیم داد.

**۶** برقراری ارتباط بین ریاضی با حوزه‌های آموزشی دیگر و با زندگی روزمره که کمک می‌کند تا هنرجویان ریاضی را در بافت‌های مختلف و مورد علاقه تجربه کنند.

## آموزش ریاضی از طریق حل مسئله

رویکردهای آموزش ریاضی در گذشته بر آموزش برای حل مسئله و بر شیوه‌هایی از تدریس ریاضی که بتوان از آن برای مسئله حل کردن استفاده کرد تأکید داشتند. در چنین وضعیتی مسئله به گونه‌ای طراحی می‌شد تا بتوان از آخرین آموخته‌های ریاضی برای حل آنها استفاده کرد. امروزه آموزش ریاضیات به این امر اشاره دارد که از مفاهیم و رویه‌ها نباید فقط به عنوان ابزاری برای حل مسائل ساختار یافته استفاده کرد بلکه به آنها به عنوان وضعیت‌ها و راه‌هایی برای تفکر و چگونگی سازمان‌دهی تجربیات نگریست.

همچنین نباید به حل مسئله به عنوان فعالیتی نگاه کرد که هنرجو را ملزم به استفاده از آنچه آموخته می‌کند. بلکه این فرایند را به عنوان ابزاری برای کسب دانش ریاضی جدید و فرایندی برای به‌کارگیری آنچه که قبلاً آموخته شده، در نظر گرفت. امروزه آموزش ریاضیات برای حل مسئله به آموزش ریاضیات از طریق حل مسئله تغییر یافته است. آموزش مفاهیم و موضوعات ریاضی در بسترهای حل مسئله و محیط‌های آمیخته با پرسشگری به فراگیران کمک می‌کند به درک عمیقی از مفاهیم، موضوعات و ایده‌های مختلف ریاضی دست پیدا

کنند. در آموزش ریاضی از طریق حل مسئله تأکید بر درگیری فرد در فعالیتهایی است که به تولید فردی و شخصی دانش منجر می‌شوند. رویکرد یادگیری ریاضی از طریق حل مسئله چنین تبیین می‌شود:

- در تمام وضعیت‌های آموزشی هنرجویان درگیر حل مسئله هستند.
  - حل مسئله کمک می‌کند تا هنرجویان مهارت‌های تجزیه و تحلیل و استدلال را در خود رشد دهند.
  - حل مسئله هنرجویان را مجبور می‌کند تا از طریق مواجهه با مسائل جدید، فرایند تفکر خود را ارزیابی کرده و با کسب اطلاعات جدید آن را اصلاح کنند.
  - حل مسئله فرصتی فراهم می‌آورد تا هنرجویان روشی برای حل آن طراحی کنند.
  - حل مسئله درک و یادگیری را افزایش می‌دهد.
  - در رویکرد آموزش از طریق حل مسئله، هنرجویان با درگیر شدن در انجام فعالیتهای ریاضی، ابتکار و خلاقیت، حدس زدن، الگویابی، نقد و بررسی راه‌حل‌ها، و جواب‌ها بین مفاهیم و موضوعات ریاضی اتصال و ارتباط برقرار می‌کنند.
- در چنین وضعیتی انتخاب و طرح وضعیت مسئله‌ای برای شروع از اهمیت بسیاری برخوردار است. امکان دارد فعالیتهای حل مسئله با حل یک مسئله از دنیای واقعی با انجام پروژه‌های کوچک و تحقیقات انجام شده توسط هنرجویان شروع شود. از هنرجویان انتظار می‌رود که صرفاً راه‌حل خود را بیان نکنند بلکه فرایندها و رویکردهایی را که برای رسیدن به پاسخ به کار گرفته‌اند را نیز گزارش دهند.

### اهمیت گفتمان‌ها و بحث‌های کلاسی

یکی از ویژگی‌های بحث‌ها و گفتمان‌های کلاسی، هدایت هنرجویان، نظارت، کنترل، طرح پرسش‌هایی هدفمند به منظور ایجاد ارتباط و اتصال بین مفاهیم و ایده‌های ریاضی است. ارتباطات وسیله‌ای برای در میان گذاشتن عقیده‌ها و ایده‌ها و مورد نقد واقع شدن آنها و در نهایت اصلاح و توسعه آنهاست. تدریس ریاضی باید بر پایه گفتگو بین داده‌نده با یادگیرنده یا یادگیرندگان با هم به منظور بررسی و کاوش ایده‌ها و درک یکدیگر شکل گیرد. فراهم کردن فضایی که در آن بحث‌ها و گفتگوها و مقابله‌های مرتبط با ریاضی، به شکلی که زنده و در جریان باشند، بسیار ایده آل است. در چنین فضایی یادگیرنده‌ها ایده‌ها و تفکرات خود را با شهادت بیان کرده و به نقد ایده‌ها و تفکرات دیگران پرداخته و خود

نیز مورد نقد قرار می‌گیرند. هنرجویان یاد می‌گیرند که در صورت اشتباه کردن می‌توانند به اصلاح اشتباهات خود بپردازند. در چنین فضایی نگاه دبیر به ریاضی می‌تواند بر نگرش هنرجو نسبت به ریاضی تأثیر مثبت یا منفی بگذارد.

یاددهنده باید هنرجویان را به اتخاذ تصمیم دعوت کرده و آنها را تشویق کند تا روش خود برای حل کردن (مدل ریاضی خود) را به کار ببرند. تعامل و گفت‌وگو بین اعضای گروه را تشویق کرده و در صورت لزوم با پرسش‌های مداخله‌گر نقش میانجی را ایفا کند.

در تمام این مراحل باید بر ادامه و ابرام در حل مسئله تأکید شود. نه بر سرعت انجام آن. در حین انجام کار گروهی، هنرجویان باید تشویق شوند تا با یکدیگر در تعامل بوده و با هم همکاری کنند. اندیشه‌های خود را به اشتراک بگذارند و همگام با تکمیل و بهبود اندیشه‌ها در گروه، تفکرات و راهبردهای خود را ارزیابی کنند.

دبیر به عنوان هماهنگ‌کننده، تسهیل‌کننده و مداخله‌گر می‌تواند همواره سؤالاتی برای شروع کار، ادامه کار، تکمیل کار مطرح کند. سؤالاتی مانند: اگر..... چه می‌شد؟ چرا؟..... چه کار دیگری می‌توان کرد؟ و غیره و بدین ترتیب هنرجویان را به تحقیقات بیشتر ترغیب کرده تا مدل خود را توسعه دهند.

در چنین شرایطی اگر به هنرجویان فرصت داده شود تا خود به طرح مسئله بپردازند و سؤال کنند، مفاهیم را بهتر و عمیق‌تر درک کرده و یادگیری معنادارتر می‌شود.

### پرسش‌های مؤثر مداخله‌گر

پرسش‌ها می‌تواند خلأ بین آنچه که هنرجو یاد گرفته و آنچه باید یاد بگیرد را پر کنند. پرسش‌های مؤثر می‌تواند فرصت‌هایی از قبیل فرصت‌های زیر را فراهم آورد:

■ رویارویی با چالش‌های متناسب با نیازهای فردی هنرجو

■ ارزیابی

■ ارتقای مهارت‌های تفکر در سطوح بالاتر

■ ایجاد فرصت تأمل و تعامل بین هنرجو با ایده‌های آموزش داده شده

■ فراهم کردن فرصت تفحص و بررسی پیدا کردن توضیحات

■ بحث و گفتگو با دبیر

■ کنترل خود یادگیری

## به کار گیری ICT

بسیاری از دبیران با تأثیر مثبت ICT در یادگیری موافق هستند اما باید توجه داشت هدف اصلی یادگیری است و نه فناوری. ابزار باید متناسب با هدف یادگیری باشد. برای مثال برای بررسی الگوهای عددی می‌توان از Excel و استفاده آن و الگوهای عددی را در صفحه گسترده‌ها بررسی کرد. آشنایی با امکانات ICT به هنرجو امکان می‌دهد تا به فرضیه‌سازی و پیش‌بینی کردن پرداخته و مهارت‌های استدلال کردن خود را توسعه دهند. به کارگیری رایانه می‌تواند به هنرجویانی که سبک یادگیری آنها دیداری است کمک بسیاری کند. برخی اوقات از ICT به عنوان یک منبع یاددهی استفاده می‌شود. این عمل به دو روش انجام می‌شود:

۱ نمایش، ارائه و مدل‌سازی یکی از ابعاد ریاضی

۲ تمرکز بر گفتمان‌ها و بحث‌های ریاضی، تفسیر کردن، پیش‌بینی کردن یا تعمیم دادن در هر دو حالت دبیر می‌تواند با گروهی از هنرجویان و یا با کل کلاس کار کند. به طور مثال می‌توان با اجرای فایل یا برنامه‌ای در یک رایانه با صفحه نمایش بزرگ یا یک برنامه تلویزیونی به عنوان برانگیزاننده بحث و گفتگو استفاده کرد. معلم می‌تواند سؤالاتی در سطوح مختلف پیچیدگی و دشواری در زمینه آنچه نمایش داده شده، طرح کند. یا با استفاده از نرم‌افزارهای پویا و تعاملی چون GEOGEBRA وضعیت‌هایی را نمایش داده تا هنرجویان به پیش‌بینی کردن و حدس زدن بپردازند و آنها را مورد آزمایش قرار دهند.

## نقش مثال

به هنگام ارائه مثال‌ها باید توجه داشت تا نمونه‌هایی از نامثال‌ها نیز ارائه شوند. با این کار تا حدی ارتباط دادن ویژگی‌های نامربوط توسط هنرجو جلوگیری می‌شود. ارائه مثال‌های مختلف این امکان را فراهم می‌سازد تا هنرجو به تصویرسازی ذهنی بپردازد. لذا بسیار مهم است مثال‌هایی انتخاب شوند تا ابعاد مختلف یک مفهوم را نمایش داده و در عین حال مخاطب را دچار بدفهمی نکند.

## ارزیابی و ارزشیابی

ارزیابی و ارزشیابی جزئی تفکیک ناپذیر از چرخه فرایند یاددهی - یادگیری است و باید

به گونه‌ای طراحی شود تا شواهدی معتبر در ارتباط با توانایی‌های مخاطبان در رسیدن و دستیابی به اهداف آموزشی و همچنین در ارتباط با طراحی‌های آموزشی دبیران در اختیار قرار دهد تا بتوان برای رشد و ارتقای توانایی‌های مخاطبان و بهبود و اصلاح طرح‌های آموزشی اقدام مناسب انجام داد. ارزیابی در کوتاه مدت و به شکل غیر رسمی جزئی طبیعی از فعالیت‌های کلاس درس است و می‌تواند در قالب مشاهده کردن، گوش دادن به هنرجویان، سؤال کردن و شرکت در بحث و گفتگوها و تصحیح نوشته‌های هنرجویان در حضور او یا بدون حضور او انجام شود. از این نوع ارزیابی‌ها می‌توان خیلی سریع در جمع‌بندی‌ها، رفع بدفهمی‌ها و یا بیان نکات آموزشی استفاده کرد. ارائه بازخوردها به شکل مثبت و همراه با راهکارهای رفع اشکالات در رشد هنرجویان مفید است. خود ارزیابی یکی از شیوه‌هایی است که موجب می‌شود تا هنرجو نسبت به دانسته‌ها و تفکر خود مدیریت پیدا کرده و آنها را رشد دهد. در میان گذاشتن معیارهای ارزشیابی با هنرجویان کمک می‌کند تا عملکرد خود را ارزیابی کنند و لذا یادگیری خود را استحکام بخشند.

### ارزشیابی عملکردی

ارزشیابی عملکردی مشاهده مستقیم و نظام دار و ارزشیابی از عملکرد هنرجویان است. در این شیوه از هنرجویان خواسته می‌شود تا با عملکرد خاص یا تولید چیزی مهارت و تبحر خود را نمایش دهند. از این شیوه می‌توان برای ارزشیابی مهارت‌های زیر استفاده نمود:

■ طراحی و اجرای یک طرح

■ نوشتن مقالات و مطالبی که نیاز به تلفیق و به‌کارگیری اطلاعات دارد.

■ نشان دادن تبحر لازم در به‌کارگیری ابزار یا تکنیک

■ مدل‌سازی

■ تهیه و تفسیر نمودار

■ جمع‌آوری اطلاعات و غیره

### طراحی آزمون‌های عملکردی

برای طراحی آزمون‌های عملکردی (کتبی یا عملی) باید مراحل زیر طی شود:

■ فهرست کردن مهارت‌ها و دانستنی‌ها و نگرش‌های مورد انتظار

- کدام مهارت‌های شناختی را هنرجویان باید کسب کنند؟
- کدام مهارت‌های اجتماعی را هنرجویان باید کسب کنند؟
- چه مهارت‌های اجتماعی را هنرجویان باید کسب کنند؟
- چه مهارت‌های فراشناختی را هنرجویان باید کسب کنند؟
- چه نوع مسائلی را هنرجویان باید حل کنند؟
- چه اصول و مفاهیمی را هنرجویان باید به کار ببرند؟
- طراحی تکالیف و آزمون‌هایی که امکان بروز عملکرد مورد نظر را فراهم کند
- در طراحی انجام شده، مهارت مورد نظر چقدر با مهارت‌های شناختی، اجتماعی دیگر مربوط است و تا چه حد روی آنها اثر می‌گذارد؟
- در طراحی انجام شده، مهارت‌های مورد نظر تا چه حد با اهداف برنامه‌ها مربوط هستند؟
- ماهیت و اهمیت مهارت‌ها چگونه و تا چه اندازه است؟ آیا قابل آموزش هستند یا توسط هنرجویان باید کسب شوند؟
- چقدر زمان برای انجام فعالیت / تکلیف لازم است؟
- تعیین معیارهای ارزشیابی (معیارهای قابل وضوح و قابل اندازه‌گیری): توصیه می‌شود تا برای هنرجویان مثال‌هایی آورده شود تا انتظاراتی که از آنها است را درک کنند.