

فصل ششم



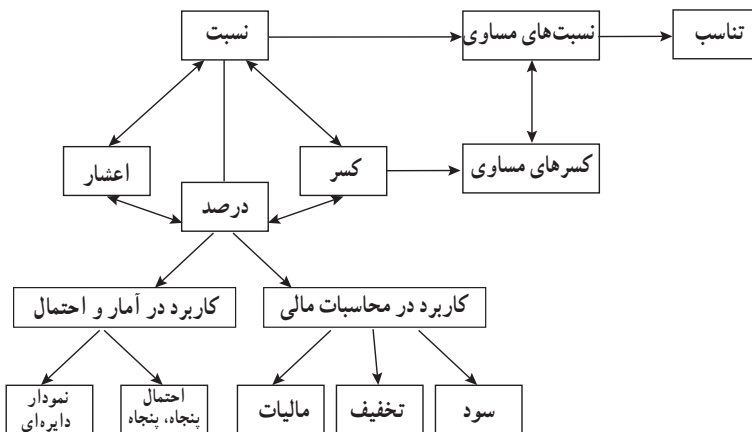
تناسب و درصد



نگاه کلی به فصل

این فصل شامل چهار درس است. در درس اول، مفهوم نسبت با کسر و اعشار مرتبط شده است و از طریق کسرهای مساوی؛ نسبت‌های مساوی و جدول تناسب معرفی شده است. البته لازم به ذکر است که دانش‌آموزان با مفهوم نسبت و تناسب در سال گذشته آشنا شده‌اند، هدف این درس، آشنایی دانش‌آموزان با نسبت‌های کسری و ساده کردن و تبدیل آنها به کسر، سپس برقراری نسبت سه تایی و بیشتر بین کمیت‌های مرتبط است. در شروع درس دوم، چرایی استفاده از درصد به جای نسبت، کسر یا اعشار معنادار شده است. همچنین بر ارتباط نسبت، کسر و اعشار با درصد تأکید شده است. در درس سوم، با استفاده از مفهوم‌های سود، ضرر و تخفیف و ... دانش‌آموزان کاربرد درصد در محاسبات مالی را تجربه می‌کنند. در درس چهارم، کاربرد درصد در آمار و احتمال بررسی شده است. بدین صورت که در بحث آمار از درصد، برای رسم نمودارهای دایره‌ای استفاده شده است. در موضوع احتمال نیز دانش‌آموزان با استفاده از مفهوم پنجاه، پنجاه که همان 50% است برخی از احتمال‌ها را توصیف خواهند کرد.

شبکه مفهومی



تصویر عنوانی:

از آنجا که تأکید بر ارزش‌ها یکی از عوامل فرهنگی در برنامه درسی ریاضیات است، هدف این تصویر نیز بزرگداشت مراسم روز اربعین در کربلا است که از آن به‌عنوان بزرگ‌ترین تجمع بشری یاد می‌کنند. در سال ۱۳۹۴، ۲ میلیون نفر از ۲۵ میلیون نفر شرکت کرده در این مراسم ایرانی بودند. در واقع، نسبت تعداد ایرانی‌های شرکت کرده به کل افراد را می‌توان با کسر $\frac{۲}{۲۵}$ نمایش داد. نسبت $\frac{۸}{۱۰۰}$ با این نسبت مساوی است. پس می‌توان نتیجه گرفت که $\frac{۸}{۱۰۰}$ از شرکت‌کنندگان ایرانی و بقیه یعنی $۹۲\% = ۱۰۰\% - ۸\%$ غیر ایرانی بودند. نمودار دایره‌ای بالای صفحه این اطلاعات و ارتباط نمایش به فرم کسری و به فرم درصد داده‌های ارائه شده را به خوبی نمایش می‌دهد. در نهایت، این اطلاعات با ایجاد انگیزه، زمینه را برای ورود به فصل تناسب و درصد آماده می‌سازد.

دانستنی‌هایی برای معلم

نسبت، تناسب و درصد از مفاهیمی هستند که در زندگی روزمره بسیار استفاده می‌کنیم. در موضوعات درسی مختلف نیز همچنان با تناسب سر و کار داریم. در هندسه، نسبت تشابه اضلاع در مثلث‌های متشابه، نسبت محیط دایره به قطر و نسبت طلایی نمونه‌هایی از آن است.

در ریاضی، فیزیک، شیمی و ... مسئله‌های مرتبط با تناسب فراوان است. در طراحی نقشه راه‌ها، شهرها و ساختمان و همچنین در ماکت‌سازی با عنوانی به نام «مقیاس» از تناسب استفاده خواهیم کرد.

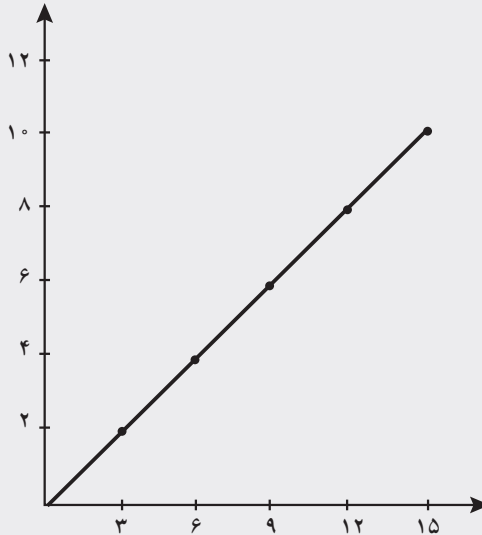
در ادامه نمایش نمودار تناسب را بررسی می‌کنیم، تناسب معکوس را توضیح می‌دهیم و به یکی از کاربردهای درصد در محاسبات مالی خواهیم پرداخت.

خطی بودن نمودار دو کمیت متناسب:

فرض کنید برای بافتن هر دو کلاه بافتنی سه کلاف نخ لازم است. با افزایش تعداد کلاه، تعداد کلاف‌های نخ افزایش می‌یابد. می‌توان این افزایش را در جدول زیر نمایش داد.

تعداد کلاه	۲	۴	۶	۸
تعداد کلاف نخ	۳	۶	۹	۱۲

مشخص است که تعداد کلاه با تعداد کلاف‌ها متناسب‌اند. اگر دو یا چند کمیت متناسب باشند و این تناسب را نمودار (صفحه مختصات دکارتی) نمایش دهیم به صورت خطی یا همان معادله خط درجه ۱ خواهد بود.



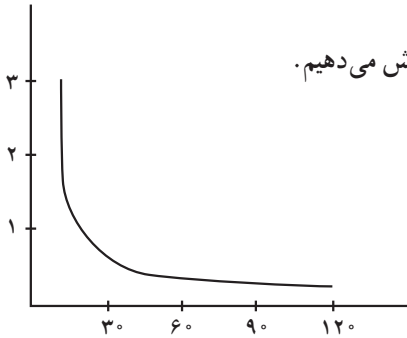
تناسب معکوس:

در کتاب درسی فقط به تناسب مستقیم اشاره شده است. وضعیت‌هایی که در صورت افزایش یک کمیت، کمیت دیگر افزایش می‌یابد و یا به عکس (کاهش). اما وضعیت‌هایی نیز وجود دارد که در آن با افزایش یک کمیت، کمیت دیگر کاهش می‌یابد (یا برعکس) به این تناسب‌ها، تناسب معکوس گویند. به طور مثال اگر مقداری آذوقه برای سفر یک کشتی طوری تهیه شده است که برای 20° نفر و 12 روز مناسب باشد با افزایش تعداد نفرات به نسبت تعداد روزها کاهش می‌یابد.

یا مثال دیگر^۱، اگر یک بارکش با سرعت 60 Km/h حرکت کند، 30 کیلومتر را در نیم ساعت طی می‌کند، ولی بارکش دیگری که با سرعت 45 Km/h حرکت می‌کند، برای طی 30 کیلومتر به 40 دقیقه زمان نیاز دارد. سرعت کمتر شده است ولی زمان بزرگ‌تر شده است. زمان لازم برای طی 30 کیلومتر در سرعت‌های مختلف در جدول زیر نمایش داده شده است.

۱- این مثال برگرفته از کتاب «ریاضیات برای معلمان» (انتشارات مدرسه) است.

۱۲۰	۶۰	۵۰	۴۵	۳۰	۲۰	۱۰	۰	سرعت Km/h
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	۱	$1\frac{1}{2}$	۳	∞	زمان برای ۳۰ کیلومتر



حالا مقادیر جدول بالا را در یک نمودار نمایش می‌دهیم.

نمودار به دست آمده شبیه نمودار $\frac{1}{x}$ است. همچنین در حالت حاصل ضرب زمان در سرعت همواره ثابت است.

$$10 \times 3 = 30$$

$$20 \times 1\frac{1}{2} = 20 \times \frac{3}{2} = 30$$

کاربرد درصد در سودهای بانکی :

علاوه بر کاربرد درصد در محاسبات مالی که در کتاب درسی آورده شده است، در سود بانکی نیز درصد کاربرد فراوان دارد.

سودهای بانکی به صورت درصد سالانه معرفی و برای صاحبان پس انداز محاسبه می‌گردد. سود بانکی به دو طریق محاسبه می‌شود: سود بانکی ساده و سود بانکی مرکب.
سود ساده از طریق فرمول زیر محاسبه می‌گردد:

$$I = \frac{PTR}{100}$$

در این فرمول:

I= سود ساده پرداخت شده یا دریافت شده

R= نرخ سود یا بهره

P= مقدار پولی که در بانک پس انداز می‌شود

T= مدت زمان

به طور مثال: اگر رضا پول خود را به مبلغ ۳۰۰۰۰۰۰۰ تومان به مدت ۲ سال در بانک پس انداز کند بعد از دو سال پولی را که دریافت خواهد کرد به صورت زیر محاسبه می‌گردد.
(نرخ بهره یک ساله در ایران ۱۵٪ است)

$$\left. \begin{array}{l} R=15 \\ T=2 \\ P=30000000 \end{array} \right\} \Rightarrow I = 30000000 \times 2 \times \frac{15}{100} = 9000000$$

اما اگر بهره پول رضا را در پایان سال اول حساب کنیم مبلغ آن ۴۵۰۰۰۰۰ خواهد شد که رضا می‌تواند این مبلغ را دوباره در حساب خود پس انداز کند و از آن نیز سود دریافت کند به این سود، سود مرکب می‌گویند که از طریق فرمول زیر قابل محاسبه است:

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$$

که در آن:

R = نرخ سود و P = سرمایه اولیه و n = تعداد سال‌های پس انداز و A = موجودی حساب

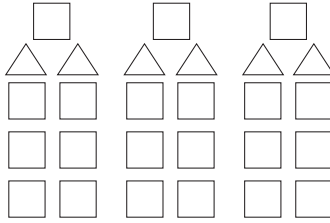
توسعه مفاهیم

در درس اول گسترش مفهوم به این صورت اتفاق می‌افتد که دانش‌آموزان با توجه به نمودارهای صفحه ۱۱۳، متوجه می‌شوند که نمودار رابطه میان دو کمیت متناسب را نشان می‌دهد. در هر نقطه از این نمودار، نسبت عرض به طول مقداری ثابت است. به همین علت، نمودار به صورت یک خط راست است. در درس دوم، انتظار می‌رود که دانش‌آموزان بتوانند مسائل درصد را با مسائل کسر پیوند بزنند. در واقع قادر می‌شوند تفاوت این مسائل را با مسائل کسر درک کنند. در درس سوم نیز مسائل واقعی از درصد مطرح شده است. از طرفی مسائل درصد همیشه بهترین روش برای ارزیابی فهم دانش‌آموزان از درصد است. بنابراین گسترش مفهوم در این درس می‌تواند به این صورت باشد که دانش‌آموزان مسائل روزمره خود را که مربوط به درصد است، به صورت ذهنی و تقریبی محاسبه نمایند.

نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱- نسبت پول ساسان به پول مریم ۷ به ۹ است. این نسبت را به صورت یک کسر، نمایش دهید.
نسبت پول مریم به کل پول چقدر است؟

۲- با توجه به شکل نسبت تعداد مثلث‌ها به مربع‌ها را با سه نسبت مختلف بیان کنید.



۳- الف) در کدام یک از جدول‌های زیر تناسب برقرار می‌باشد؟ دور آنها خط بکشید.

۳	۱۵	۴	۱۶	۵	۳۰	۷	۴۹
۷	۳۵	۹	۸۱	۲	۷۵	۴	۲۸

ب) جدول‌های تناسب زیر را کامل کنید.

نیمکت	۱	۸	۱۳	اندازه ضلع	۱	۵	۱۱	
دانش آموز	۲	۶	۸	۲۲	محیط مثلث متساوی الاضلاع	۳	۹	۴۵

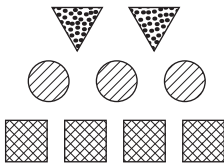
۴- جدول تناسب زیر را کامل کنید.

آهن	۱	۲			
نیکل	۳		۹		
مس	۴			۲۰	۲۴
آلیاژ	۸				۶۴

۵- جدول زیر را با توجه به تبدیل واحدها و تناسب بین آنها، کامل کنید.

متر	۱	۳	۰/۵			
دسی متر	۱۰		۸			۰/۲
سانتی متر	۱۰۰			۵۰۰		
میلی متر	۱۰۰۰				۶۰	

۶- با توجه به شکل روبه رو :



الف) نسبت مثلث‌ها به مربع‌ها چقدر است؟

ب) نسبت مثلث‌ها به کل شکل‌ها چقدر است؟

پ) اگر ۱۴ مثلث داشته باشیم در مقابل آنها چند دایره وجود دارد؟

ت) اگر مجموع کل شکل‌ها ۴۵ باشد، تعداد هر یک از آنها را مشخص کنید.

۷- مهرداد برای به دست آوردن یک رنگ ویژه، ۵ لیتر رنگ قرمز، ۲ لیتر رنگ آبی و ۲ لیتر رنگ زرد را با هم مخلوط کرد. نسبت رنگ قرمز به کل مقدار رنگ چیست؟ برای تهیه ۱۸ لیتر از این رنگ چند لیتر رنگ قرمز نیاز دارد؟

۸- یک اتوبوس با سرعت ثابت حرکت می‌کند (مسافت پیموده شده با زمان صرف شده متناسب است). اگر اتوبوس ۱۲۰ کیلومتر را در ۵ ساعت پیماید، در ۸ ساعت چند کیلومتر را می‌پیماید؟

۹- حسین می‌خواهد ۵۰ عدد گردو را بین دو دوستش به نسبت $\frac{1}{3}$ به $\frac{1}{4}$ تقسیم کند. سهم هر یک از آنها را مشخص کنید.

۱۰- هر مولکول آب از یک اتم اکسیژن و ۲ اتم هیدروژن تشکیل شده است.

الف) نسبت تعداد اتم‌های اکسیژن به هیدروژن چقدر است؟

ب) در برابر ۲۰ اتم هیدروژن چند اتم اکسیژن وجود دارد؟

پ) در هر ۱۵۰ مولکول آب چند اتم هیدروژن و چند اتم اکسیژن وجود دارد؟

۱۱- نسبت طول پاره خط «دن» به «ل و» $\frac{۳}{۵}$ و نسبت پاره خط «ل و» به «ک ش» $\frac{۲}{۳}$ است. اگر مجموع هر سه پاره خط ۵۴ سانتی متر باشد، اندازه هر یک از آنها چند سانتی متر است؟

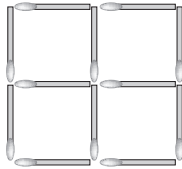
۱۲- نسبت مدادهای شایان به پوریا مثل $\frac{۱}{۲}$ به $\frac{۱}{۳}$ و نسبت مدادهای پوریا به دانیال مثل $\frac{۱}{۳}$ به $\frac{۱}{۴}$ است.

الف) نسبت مدادهای آنها را با عددهای طبیعی بیان کنید.

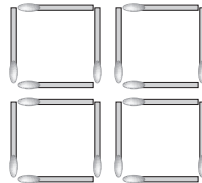
ب) نسبت مدادهای شایان به دانیال چقدر است؟

پ) نسبت مدادهای پوریا به کل مدادها چقدر است؟

۱۳- در کدام شکل تعداد چوب کبریت‌ها و تعداد مربع‌ها با هم متناسب‌اند؟ دلیل خود را بگویید.



(ب)



(الف)

۱۴- مانند نمونه تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\frac{۳}{۴} = \frac{\quad}{۱۰} = ۷۵\%$$

$$\frac{۳}{۵} = \frac{\quad}{\quad} =$$

$$= \frac{\quad}{۵} =$$

$$\frac{۷}{۸} = \frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{۱}{۳} = \frac{\quad}{\quad} =$$

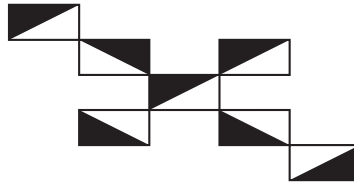
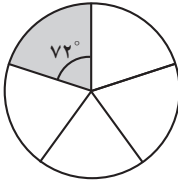
$$\frac{۵}{۶} = \frac{\quad}{\quad} =$$

۱۵- وقتی می‌گوییم وزن یک کودک از بعد تولد تا یک سالگی ۲۰۰ درصد اضافه می‌شود، کدام

گزینه درست است؟

- الف) وزن کودک در طول اولین سال زندگی دو برابر می‌شود.
ب) وزن کودک در طول اولین سال زندگی سه برابر می‌شود.

۱۶- چند درصد از هر شکل رنگی است؟



- ۱۷- مهین با ۴٪ از ۳۰۰۰ تومان پولش یک جلد دفتر خرید. مینا هم با ۳٪ از ۴۰۰۰ تومان پولش یک روان نویس خریداری کرد. کدام یک بیشتر خرج کرده است؟

- ۱۸- کیان می‌خواهد یک شرکت تولیدی بازی‌های کامپیوتری با سرمایه اولیه ۲۰ میلیون تومان ثبت کند. اگر پس از ثبت شرکت ۲٪ درصد از سرمایه ثبت شده را به عنوان مالیات ثبت، پرداخت کند، چه مبلغی باید مالیات بپردازد؟

- ۱۹- فاصله دو شهر ۱۰۰۰ کیلومتر است. اگر شخصی ۵۴۰ کیلومتر آن را طی کند، چند درصد از مسیر باقی مانده است؟

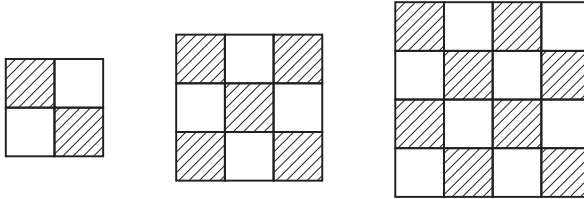
- ۲۰- با ساختن یک بزرگراه جدید، مدت زمانی که طول می‌کشد تا یک اتوبوس از یک شهر به شهر دیگر سفر کند، از ۲۵ دقیقه به ۲۰ دقیقه کاهش می‌یابد. زمان مسافرت بین دو شهر چند درصد کاهش یافته است؟

الف) ۴٪ ب) ۵٪ ب) ۲۰٪ ت) ۲۵٪

- ۲۱- علیرضا دو چرخه‌ای را با ۱۵٪ تخفیف ۱۷۰۰۰۰ تومان خرید. قیمت اولیه آن دو چرخه چقدر بوده است؟

الف) ۲۰۰ هزار تومان ب) ۱۸۵ هزار تومان پ) ۱۹۵ هزار تومان ت) ۲۱۰ هزار تومان

۲۲- در هر شکل نسبت مربع‌های سایه زده شده به کل شکل چقدر است؟



آیا این نسبت‌ها، با هم یک جدول تناسب تشکیل می‌دهند؟ چرا؟

۲۳- طول مستطیلی $\frac{11}{4}$ عرض آن است.

الف) نسبت عرض مستطیل به محیط آن چقدر است؟

ب) عرض مستطیل چند درصد محیط آن است؟

۲۴- قیمت یک ساعت $\frac{2}{5}$ قیمت یک رادیو است. اگر اختلاف قیمت آنها ۳۶۰۰۰ تومان باشد،

قیمت رادیو چند تومان است؟

۲۵- ۳۸٪ درختان باغ پدر محسن درخت بادام و بقیه درخت گردو هستند. اگر کل درختان باغ

او ۳۰۰ اصله باشند. تعداد هر یک از درختان بادام و گردو را مشخص کنید.

۲۶- حسن محصولات باغ مشهدی رحمان را خریده و با ۳٪ سود در مغازه‌اش می‌فروشد. در

صورتی که او گیلان را کیلویی ۴۰۰۰ تومان بخرد، باید با چه قیمتی در مغازه بفروشد؟

۲۷- قیمت یک دستگاه تلویزیون ۵۰۰۰۰۰۰ تومان است. به این کالا ۴٪ مالیات بر ارزش افزوده

(قبل از تخفیف) تعلق می‌گیرد. اگر امیر این تلویزیون را با ۱۵٪ تخفیف خریداری نماید. برای خرید،

چند تومان باید پرداخت نماید؟

۲۸- احمد ۳ جلد کتاب خرید، هر جلد ۳۷۰۰ تومان و ۵ عدد دفتر خرید، هر جلد ۷۵۰ تومان. اگر ۱۵٪ تخفیف گرفته باشد، چند تومان باید به فروشنده بدهد؟

۲۹- هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه‌های مناسب کامل کنید.

(الف) ۱۵ درصد تخفیف یعنی باید درصد پرداخت شود.

(ب) ۵٪ یک کیلوگرم برابر گرم است.

(پ) ۳۰٪ از ۴۰٪ یعنی درصد.

(ت) ۴/۰، همان درصد است.

(ث) ۲/۵، مساوی درصد است.

۳۰- کلاسی ۳۵ دانش‌آموز دارد. ۲۳ نفر از آنها عضو کتابخانه هستند. کدام گزینه درباره دانش‌آموزان این کلاس نادرست است؟

(الف) بیش از $\frac{۳}{۵}$ دانش‌آموزان عضو کتابخانه هستند. (ب) کمتر از $\frac{۳}{۵}$ دانش‌آموزان عضو کتابخانه هستند.

(پ) بیش از ۶۰٪ دانش‌آموزان عضو کتابخانه هستند. (ت) بیش از $\frac{۳}{۷}$ دانش‌آموزان عضو کتابخانه هستند.

۳۱- نسبت پول علی به میثم $\frac{۳}{۵}$ به $\frac{۲}{۳}$ است. این نسبت را به صورت ساده‌تر بیان کنید.

۳۲- ادامه جدول زیر را کامل کنید.

(ب) آیا بین تعداد مثلث‌ها و تعداد چوب کبریت‌ها در هر شکل تناسب برقرار است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)



تعداد مثلث	۳		
تعداد چوب کبریت	۶		

۳۳- الف) نسبت متر به میلی متر چند است؟
 ب) نسبت متر به میلی متر مثل نسبت کیلوگرم به است.
 ج) نسبت سانتی متر به متر چند است؟

۳۴- نسبت پول امید به احسان مثل ۳ به ۲ است. اگر اختلاف پول آن ۱۸۰۰۰ تومان باشد، پول هر یک از آنها چند تومان است؟

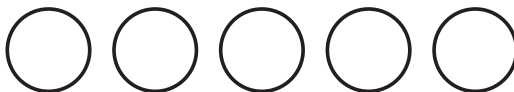
۳۵- در جدول زیر یک عدد کسری، یک عدد اعشاری و یک عدد به صورت درصد با هم مساوی هستند. آنها را پیدا کنید و رنگ کنید.

$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{100}$	۸۰٪
۰/۵۹	۰/۸	۰/۴۵
$\frac{4}{5}$	۸٪	۴۵٪

۳۶- وصل کنید.

25%	•	•	نسبت ۶ به ۸
$\frac{15}{20}$	•	•	نسبت ۸۷۵ به ۱۰۰۰
$\frac{7}{8}$	•	•	ربع

۳۷- ۲۰٪ دایره های زیر را رنگ کنید.



۳۸- شیدا کتابی را با ۱۲٪ تخفیف ۱۳۲۰۰ تومان خریداری کرد. قیمت روی جلد کتاب قبل از تخفیف چند تومان بوده است؟

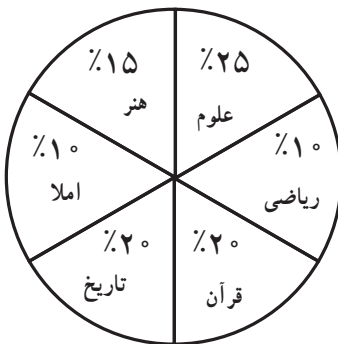
۳۹- قیمت یک یخچال ۱۲۰۰۰۰۰ تومان است و به آن ۵ درصد مالیات بر ارزش افزوده تعلق می‌گیرد. خریدار باید برای خرید یخچال چقدر پرداخت کند؟

۴۰- کرایه تاکسی مسیری از ۲۰۰۰ تومان به ۲۵۰۰ تومان تغییر کرده است. قیمت کرایه این مسیر چند درصد افزایش پیدا کرده است؟

۴۱- برای بافتن یک قالیچه، شیدا ۴ روز، آرزو ۳ روز و ملیکا ۵ روز کار کردند و روی هم ۹۶۰۰۰۰ تومان مزد گرفتند، مزد هر یک را حساب کنید.

۴۲- رشد جمعیت کشوری ۲٪ در سال است. اگر جمعیت این کشور ۳۰۰۰۰۰۰۰ نفر باشد سال بعد جمعیت آن چند نفر است؟

۴۳- مانی ۱۲۰ دقیقه را برای انجام تکالیف اختصاص داد و آن را بین درس‌هایش تقسیم کرد. با استفاده از نمودار دایره‌ای حساب کنید که او چند دقیقه از وقتش را برای هر یک از موضوعات زیر می‌پردازد؟



الف) ریاضی
ب) هنر
ج) تاریخ
د) علوم
ه) قرآن
و) املا

۴۴- در کیسه‌ای ۴ مهره سبز و یک مهره زرد قرار دارد: هر دفعه یک مهره را از کیسه خارج

کرده و سپس به کیسه برگردانده و نتیجه را ثبت کرده ایم. نتیجه 5000 بار آزمایش در جدول زیر آمده است.

سبز	زرد
۸۵٪	۱۵٪

الف) در چند آزمایش سبز مشاهده شده است؟

ب) در چند آزمایش زرد مشاهده شده است؟

معرفی منابع

۱- ابراهیم زاده طاری، آمنه و اسلامی مسلم، بهزاد (۱۳۹۱). مجله رشد برهان ریاضی شماره ۶۶، دوره هجدهم.

۲- Van de Walle, J. A, Karp, K. S & Bay-Williams, J. M (۲۰۱۰). Elementary and Middle School Mathematics, Seven Editio

رابطه طولی مفاهیم از پایه اول تا پنجم

روند ارائه تناسب و درصد

تناسب و درصد در پایه چهارم

۱- ایجاد رابطه با مفهوم نسبت توسط مفهوم اندازه گیری طول

۲- مفهوم سازی کسر به عنوان نسبت بین دو کمیت

تناسب و درصد در پایه پنجم

۱- مفهوم سازی نسبت

۲- معرفی نسبت های مساوی

۳- ایجاد ارتباط بین نسبت های مساوی با کسرهای مساوی

۴- معرفی مفهوم تناسب

۵- به کارگیری تناسب بین دو کمیت متناسب با مجموعه شان

۶- به کارگیری تناسب بین دو کمیت متناسب با اختلافشان

۷- مفهوم سازی درصد با کمک مفهوم نسبت

۸- معرفی مفهوم تخفیف

۹- مسائل مطرح شده در رابطه با درصد به طوری که جزء و کل معلوم و درصد مجهول باشد، کل و درصد معلوم و جزء مجهول باشد، جزء و درصد معلوم و کل مجهول باشد.

روند ارائه آمار

● بر حسب مراحل جمع آوری داده ها (مشاهده، پرسش، استفاده از پرسشنامه، مراجعه به منابع و

اندازه گیری)

۱- مشاهده در پایه اول

۲- پرسش در پایه دوم

۳- اندازه گیری در پایه دوم

۴- استفاده از پرسشنامه در پایه پنجم

۵- استفاده از منابع جمع آوری اطلاعات در پایه پنجم

۶- جمع بندی روش های جمع آوری داده در پایه پنجم

● بر حسب مراحل نمایش داده ها (جدول داده ها، نمودار ستونی، نمودار تصویری، نمودار

دایره ای، نمودار خط شکسته)

- ۱- معرفی نمودار ستونی و نمودار تصویری در پایه دوم
 - ۲- معرفی نمودار دایره‌ای در پایه سوم / استفاده از نمودار دایره‌ای به کمک مفهوم درصد در پایه پنجم
 - ۳- معرفی نمودار خط شکسته در پایه چهارم
 - ۴- انتخاب نمودار مناسب تر از بین نمودارهای ستونی و تصویری در پایه دوم / از بین نمودار ستونی و دایره‌ای در پایه سوم / از بین تمام نمودارهای آموخته شده و بیان کردن دلیل انتخاب نمودار مورد نظر در پایه پنجم
 - ۵- استفاده از جدول داده‌ها از پایه اول تا پایه پنجم و معرفی رسمی جدول داده‌ها در پایه پنجم
 - ۶- معرفی میانگین داده‌ها با بازنمایی‌های هندسی و جبری در پایه پنجم
 - ۷- به کارگیری و محاسبه میانگین در پایه پنجم
- روند ارائه احتمال*
- ۱- معرفی مفهوم شانس در پایه دوم
 - ۲- معرفی احتمال حتمی، ممکن و غیر ممکن در پایه سوم
 - ۳- معرفی احتمال کمتر، بیشتر و مساوی در پایه دوم
 - ۴- معرفی حالت‌های ممکن در پایه سوم
 - ۶- معرفی حالت‌های ممکن با تکرار آزمایش در تعداد زیاد در پایه چهارم (تا ۲۰۰۰ مرتبه) و در پایه پنجم (تا ۱۰۰۰۰ مرتبه) و آمادگی برای احتمال با رویکرد ذهنی
 - ۷- معرفی بازی شانسی (عادلاننه و ناعادلانه) در پایه پنجم

جدول انتظارات عملکردی:

جدول انتظارات عملکردی فصل ششم ریاضی ششم

ردیف	عملکرد	مقیاس	خیلی خوب	خوب	قابل قبول	نیاز به تلاش
۱	می تواند نسبت های کسری را به شکل ساده تر بیان کند.					
۲	می تواند متناسب بودن یا نبودن را بررسی کند.					
۳	می تواند از نسبت برای مقایسه استفاده کند.					
۴	می تواند مسئله های نسبت و تناسب را حل کند.					
۵	می تواند درصد را به صورت کسری و اعشاری نمایش دهد.					
۶	می تواند برای مسئله های درصد جدول تناسب برقرار کند و آن را حل کند.					
۷	می تواند کسرهای بزرگ تر از واحد را به صورت درصد بزرگ ۱۰۰ نمایش دهد.					
۸	می تواند مسئله های مربوط به سود را حل کند.					
۹	می تواند مسئله های مربوط به تخفیف را حل کند.					
۱۰	می تواند مسئله های مربوط به مالیات را حل کند.					
۱۱	می تواند با کمک درصد نمودار دایره ای را رسم کند.					
۱۲	احتمال 50° ، 50° را به صورت تجربی درک می کند.					
۱۳	می تواند از آماري که به صورت درصدی از آزمایشات احتمال به دست آمده است استفاده کند.					

روش تدریس:

فعالیت ۱: (صفحه ۱۱۰)

در این فعالیت، هدف نمایش نسبت جزء به کل به صورت کسر یا اعشار است. دانش‌آموزان می‌توانند بین نسبت، کسر و اعشار در قالب یک مسئله برگرفته از دنیای واقعی ارتباط برقرار کنند. دانش‌آموزان در این فعالیت به طور ضمنی درک می‌کنند که بیشترین و کمترین مقدار یک نسبت جزء به کل، به ترتیب ۱ و صفر است. پیشنهاد می‌شود فعالیت شماره ۱ را در راستای این فعالیت در کلاس اجرا نمایید.

فعالیت ۲: (صفحه ۱۱۲)

در این فعالیت دانش‌آموزان به طور مفهومی درک می‌کنند که مجموع مقادیر یک نسبت با هر یک از مقادیر آن نسبت، متناسب است. همچنین می‌توانند نسبت‌های بین دو کمیت را به صورت کسر بنویسند و به مقایسه نسبت‌ها بپردازند. معلم بهتر است بدون ارجاع دانش‌آموزان به کتاب، مسئله را روی تابلو بنویسد و با گروه‌بندی مناسب دانش‌آموزان، از آنها بخواهد به مسئله پاسخ دهند. پس از حل مسئله توسط دانش‌آموزان، راه‌حل‌های متفاوت آنان بررسی شود و پیرامون آنها گفتگو گردد. بعد از آن خوب است معلم به کتاب رجوع کند و با کمک دانش‌آموزان، فعالیت در کتاب، بررسی و تکمیل گردد. برای تشویق دانش‌آموزان خلاق می‌توان اسامی به کار رفته در کتاب را با اسامی دانش‌آموزان ارائه‌کننده آن راه‌حل‌ها تغییر داد. در قسمت «ح» این فعالیت برای اولین بار برای مقایسه نسبت‌ها از نمودار استفاده شده است. انتظار می‌رود دانش‌آموزان به کمک این نمودار نسبت‌ها را مقایسه کنند و پاسخ خود را توجیه نمایند.

بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس:

در سؤال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۱۰، دانش‌آموزان برای اولین بار با نسبت‌های دو کمیتی که در آن کمیت اول یا دوم به صورت کسری است، آشنا می‌شوند. معلمان می‌توانند با انجام فعالیت دست‌ورزی مناسب (نظیر فعالیت پیشنهادی شماره ۲) و زدن مثال‌های برگرفته از دنیای واقعی درک آن را برای دانش‌آموزان تسهیل نمایند. دانش‌آموزان باید با توجه به دانسته قبلی‌شان از ارتباط بین نسبت و کسر و تبدیل نسبت و کسر به یکدیگر، نسبت داده شده را به فرم کسری بنویسند. انتظار می‌رود آنها بتوانند با دانستن اینکه خط کسری به منزله تقسیم است، با کمک تقسیم کسرها، این نسبت‌ها را ساده کرده و به صورت یک کسر بنویسند.

در سؤال ۲ این کاردر کلاس، هدف، یادآوری نسبت‌های مساوی و بازنمایی آن به صورت کسر و اعشار است.

در سؤال ۳ بازنمایی هندسی نسبت‌ها مشاهده می‌شود. در سؤال ۳ و ۴ کمیت‌های متناسب و نامتناسب در قالب حل مسئله برای دانش‌آموزان یادآوری شده است و به کمک آن جدول تناسب معرفی شده است. تفاوت این بخش با سال گذشته در این است که از دانش‌آموزان خواسته شده نسبت بین هر دو کمیت را یا یک کسر نمایش دهند.

سؤال ۶ به یک بدفهمی رایج دانش‌آموزان اشاره دارد. اضافه یا کم کردن یک عدد مخالف صفر در صورت و مخرج (مانند دو جدول صورتی و سبز رنگ در این سؤال) یا انجام دو عمل متفاوت ضرب و تقسیم در صورت و مخرج یک نسبت (مانند جدول نارنجی رنگ در این سؤال) از بدفهمی‌های رایج است. این بدفهمی ناشی از عدم درک تساوی کسرها است.

در سؤال ۷ نیز، دانش‌آموزان برای اولین بار با نسبت ۳ تایی مواجه می‌شوند. توجه داشته باشید که نسبت‌های بیش از ۲ تا را نمی‌توان با کسر نشان داد. این مورد می‌تواند نشان دهنده تمایز میان کسر و نسبت باشد. این سؤال باز پاسخ است و دانش‌آموزان می‌توانند پاسخ‌های متفاوتی را مطرح کنند. دانش‌آموزان باید درک کنند که عدد اول در یک نسبت، هر چند برابر که شد، اعداد دیگر را هم در همان عدد ضرب کنند تا نسبت بین هر دو کمیت یکسان باقی بماند.

در سؤال ۲ کاردر کلاس صفحه ۱۱۳، نسبت ۳ تایی مطرح شده است.

الف) نسبت آب به گلاب برابر است با $\frac{۲}{۱}$. برای ساده کردن این نسبت می‌توان نوشت: پس $\frac{۴}{۲} = ۲ \div \frac{۱}{۲} = ۲ \times ۲ = ۴ = \frac{۴}{۱}$ می‌توان گفت که نسبت آب به گلاب ۴ به ۱ است.

آرد	۲	۴	$\frac{۲}{۱}$
آب	۲		
گلاب	$\frac{۱}{۲}$		
شکر	$\frac{۵}{۴}$	$\frac{۵}{۲}$	

ب) چون مقدار آرد دو برابر شده است پس باید بقیه نسبت‌ها نیز دو برابر گردند تا تناسب برقرار باشد. اما باید توجه داشت که انتخاب ردیف و نام‌گذاری آنها نیز مهم است. چون مقدار شکر خواسته شده است، پس برای حل مسئله و رسیدن به جواب، تنها به دو ردیف آرد و شکر نیاز داریم. پس مقدار

شکر نیز دو برابر می‌شود و به $\frac{5}{2}$ لیوان شکر نیاز داریم.



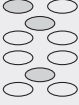




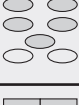
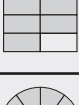

پ) این قسمت به طرح مسئله اختصاص دارد و دانش‌آموزان می‌توانند با انتخاب دو ردیف جدول مسئله‌های خود را طرح کنند و در کلاس بخوانند. دانش‌آموزان باید پیرامون مسائل طرح شده و درستی یا نادرستی آنها در کلاس گفت‌وگو نمایند.

در سؤال ۳ هدف پیدا کردن جزء مجهول در تساوی نسبت‌ها است. دانش‌آموزان همانند سال گذشته برای یافتن جزء مجهول، می‌توانند نسبت‌ها را ساده کنند و پاسخ را محاسبه نمایند. در سؤال ۴، همین هدف با کمک ماشین حساب و راهبرد حدس و آزمایش پیگیری می‌شود. دانش‌آموزان عدد داخل را حدس می‌زنند. سپس حدس خود را با ماشین حساب بررسی می‌کنند. زمانی که پاسخ درست مربع را که $\frac{1}{5}$ است، پیدا کردند با ضرب کردن 10° در $\frac{1}{5}$ جواب 15 را برای به دست می‌آورند. در سؤال ۵، روش دیگری برای حل این نوع مسائل مطرح شده است. دانش‌آموزان قبلاً با این روش در فصل کسرها آشنا شده‌اند.

فعالیت‌های پیشنهادی:

فعالیت ۱؛ بازی: ارتباط نسبت، کسر و اعشار در بازنمایی‌های مختلف.

این بازی می‌تواند به جای فعالیت شماره ۱ صفحه ۱۱۰، در کلاس انجام شود. مجموعه کارت‌های پیوست شده را کپی کنید و از خط چین‌ها برش دهید. دانش‌آموزان را در گروه‌های ۲ نفره گروه‌بندی نمایید. ۴۸ کارت را در اختیار هر گروه قرار دهید. در هر گروه، هر دانش‌آموز ۶ کارت را به طور تصادفی بر می‌دارد و ۳۶ کارت باقی مانده مابین بازیکنان قرار داده می‌شود. هدف بازی، دستیابی به ۳ کارت مرتبط است که یک نسبت را بازنمایی کنند. بازیکنان، به نوبت از روی کارت‌های وسط یک کارت بر می‌دارند و یکی از کارت‌های در دستشان را به اختیار زیر کارت‌های وسط قرار می‌دهند. اولین بازیکنی که سه کارت به دست آورد که بازنمایی مختلف یک مقدار را نشان دهد، برنده است. بازیکن برنده باید ۳ کارت به دست آورده را برای اثبات ادعای پیروزی خود به بازیکن دیگر نشان دهد. برای طولانی کردن مدت بازی، می‌توان قوانین بازی را تغییر داد. مثلاً می‌توان به جای ۳ کارت بازنمایی کننده یک نسبت، ۴ کارت را مد نظر قرار داد. یا کارت‌های صفر و یک را از کارت‌ها کنار گذاشت یا به دست آوردن بازنمایی‌های معین مثل نسبت 7 به 10 را مد نظر قرار داد یا برای برنده شدن، کسب ۵ امتیاز را قرارداد کرد.

۰/۱	$\frac{۱}{۱۰}$		یک به ده
۰/۲	$\frac{۲}{۱۰}$		دو به ده
۰/۳	$\frac{۳}{۱۰}$		سه به ده
۰/۴	$\frac{۴}{۱۰}$		چهار به ده
۰/۵	$\frac{۵}{۱۰}$		پنج به ده
۰/۶	$\frac{۶}{۱۰}$		شش به ده
۰/۷	$\frac{۷}{۱۰}$		هفت به ده
۰/۸	$\frac{۸}{۱۰}$		هشت به ده
۰/۹	$\frac{۹}{۱۰}$		نه به ده
۱	$\frac{۱۰}{۱۰}$		ده به ده
۰	$\frac{۰}{۱۰}$		صفر به ده
۰	۱	صفر	یک

فعالیت ۲ :

معلم، دانش‌آموزان را در گروه‌های دو نفره تقسیم می‌کند. به هر گروه سه نوار کاغذی یکسان می‌دهد که با اعداد ۱، ۲ و ۳ شماره گذاری شده‌اند. از هر گروه می‌خواهد یکی از دانش‌آموزان نوار شماره ۱ را بردارد و دو نوار دیگر را به دیگری دهد. از دانش‌آموزانی که نوار شماره ۱ را در اختیار دارند می‌خواهد نصف آن را رنگ کنند. از بقیه دانش‌آموزان می‌خواهد هر دو نوار را رنگ کنند. بدین ترتیب در کلاس، دو دسته دانش‌آموز وجود دارد. دسته اول، نوار شماره ۱ را در اختیار دارند که نیمی از آن را رنگ کرده‌اند. دسته دوم، دانش‌آموزانی هستند که دو نوار رنگ شده در اختیار دارند.



معلم : چه کسری از یک نوار را رنگ کرده‌اید؟

دانش‌آموزان دسته اول : $\frac{1}{2}$ نوار

دانش‌آموزان دسته دوم : ۲ نوار



معلم از هر گروه می‌خواهد نسبت مقدار رنگ شده توسط دسته اول به دسته دوم را بنویسند.

دانش‌آموزان : این نسبت $\frac{1}{2}$ به ۲ است.

معلم از دانش‌آموزان دسته اول می‌خواهد قسمت رنگ شده را با قیچی جدا نمایند. از دسته دوم هم می‌خواهد به اندازه قسمت رنگ شده دسته اول، روی نوارهای خود، قسمت‌های رنگی ایجاد کنند و آنها را جدا نمایند.

معلم : چند قسمت رنگی دارید؟

دانش‌آموزان دسته اول : ۱ قسمت

دانش‌آموزان دسته دوم : ۴ قسمت



معلم : نسبت تعداد قسمت‌های رنگی حاصل شده از نوار شماره ۱ به تعداد قسمت‌های رنگی ایجاد شده در دو نوار دیگر را به صورت کسر بنویسید.

دانش‌آموزان : این نسبت ۱ به ۴ یا $\frac{1}{4}$ است.

معلم : چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

دانش‌آموزان : نسبت $\frac{1}{2}$ به ۲ برابر است با نسبت ۱ به ۴ یا کسر $\frac{1}{4}$.

فعالیت ۳؛ بازی : ارتباط بین نسبت و کسر

این بازی، یک بازی عادلانه است می‌تواند بعد از کار در کلاس شماره ۱، برای برقراری ارتباط بین نسبت و کسر انجام شود. دانش‌آموزان را به گروه‌های ۳ نفره تقسیم کنید. در این بازی دانش‌آموزان به مداد، کاغذ و یک تاس (سکه) نیاز دارند. این بازی ۲ نفره انجام می‌شود. دو دانش‌آموز تصمیم می‌گیرند زوج (رو) باشند یا فرد (پشت). فرض کنید دانش‌آموز اول فرد (پشت) و دانش‌آموز دوم زوج (رو) است. دانش‌آموز سوم، ناظر مسابقه است. او نسبت‌های مختلف (مانند : یک دوم به دو) را برای دانش‌آموزان می‌خواند. دانش‌آموزان باید این نسبت را به صورت کسر (یعنی : $\frac{1}{4}$) بنویسند. دانش‌آموز سوم با کمک دو بازیکن، پاسخ‌ها را بررسی می‌کنند. اگر یک دانش‌آموز درست و دیگری نادرست بنویسد، برنده مشخص است و دانش‌آموز درست نوشته یک امتیاز می‌گیرد. در صورتی که هر دو درست بنویسند، دانش‌آموز سوم تاس (سکه) می‌اندازد. اگر فرد (پشت) آمد، اولی برنده است، در غیر این صورت دومی یک امتیاز می‌گیرد. دانش‌آموز سوم (ناظر مسابقه) به خواندن نسبت‌های مختلف ادامه می‌دهد و امتیازها را یادداشت می‌کند. دانش‌آموزی برنده بازی است که زودتر ۵ امتیاز کسب کند. پس از اتمام مسابقه و مشخص شدن برنده، نوبت به رقابت برنده این مسابقه با نفر سوم (ناظر) می‌رسد. بازی مثل قبل بین این دو نفر اجرا می‌شود و برنده مسابقه جدید، برنده نهایی بازی است.

حل بعضی از تمرینات کتاب:

سؤال ۴ :

پتاس	۳	۱۵	۶۰
نیترژن	۲	۱۰	۴۰
فسفات	۲	۱۰	۴۰
کود	۷	۳۵	۱۴۰

سؤال ۶:

طول	۳	؟
جرم	۲۰	۷۰

$$? = \frac{3 \times 70}{20} = \frac{21}{2} = 10 \frac{1}{2}$$

سؤال ۷: هدف از این سؤال، طرح مسئله و دادن فرصت به دانش‌آموزان برای درک بهتر مفهوم تناسب و ایجاد زمینه‌ای برای بروز خلاقیت آنان است. دانش‌آموزان با درک درست مفهوم تناسب می‌توانند مسائل متفاوت و برگرفته از دنیای واقعی را طرح کنند.

سؤال ۸ به کاربرد تناسب در تبدیل واحدهای طول به یکدیگر اختصاص دارد.

متر	۱	۵/۷
دسی‌متر	۱۰	۵۷

متر	۱۰۰۰	۷۵۶
کیلومتر	۱	۰/۷۵۶

متر	۱	۱/۴۲۷
ساعتی‌متر	۱۰۰	۱۴۲/۷

سؤال ۹ به کاربرد تناسب در تبدیل واحدهای جرم به یکدیگر می‌پردازد.

گرم	۱۰۰۰	۳۲۰
کیلوگرم	۱	۰/۳۲

کیلوگرم	۱۰۰۰	۳۲۸۰
تن	۱	۳/۲۸

کیلوگرم	۱۰۰۰	۸۴۷۳۵۰
تن	۱	۸۴۷/۳۵

سؤال ۱۰: این سؤال به بدفهمی دانش‌آموزان در نسبت‌های مساوی می‌پردازد. برخی از دانش‌آموزان فکر می‌کنند با اضافه کردن یک مقدار مساوی به هر یک از مقادیر یک نسبت، نسبت مساوی آن حاصل می‌شود. گزینه نادرست ۱۰۳، ۱۰۲ و ۱۰۵ است که از اضافه کردن ۱۰۰ به مقادیر

نسبت ۳، ۲ و ۵ حاصل شده است. برای رفع این بدفهمی، می‌توان با نوشتن دو به دوی این مقادیر به صورت کسر نشان داد که نسبت‌ها متناسب نیستند. $\frac{۲}{۵} \neq \frac{۱۰۲}{۱۰۵}$ یا $\frac{۳}{۲} \neq \frac{۱۰۳}{۱۰۲}$ در حالی که $\frac{۲}{۵} = \frac{۳}{۲}$ یا $\frac{۳}{۲} = \frac{۳}{۲}$

توصیه‌های آموزشی:

- ۱- در این درس، بر مفهوم سازی ارتباط میان نسبت، کسر و اعشار تأکید گردد چرا که در درس بعدی، اعشار به‌عنوان واسطه‌ای برای تبدیل نسبت و کسر به درصد می‌باشد.
- ۲- در جدول‌های تناسب تأکید نمایید تا دانش‌آموزان اسامی کمیت‌های مختلف را کنار هر ردیف جدول بنویسند. چرا که این کار از بدفهمی‌ها و سردرگمی‌های آنان در حل مسائل تناسب پیشگیری می‌نماید و تسهیل‌کننده روند حل مسئله است.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان:

توجه داشته باشید که برای نوشتن نسبت‌های مساوی می‌توان تمام مقادیر یک نسبت را در یک عدد مخالف صفر، ضرب یا بر یک عدد مخالف صفر تقسیم کرد، مانند:

$$\frac{۲ \times ۴}{۹ \times ۴} = \frac{۸}{۳۶} = \frac{۸ \div ۲}{۳۶ \div ۲} = \frac{۴}{۱۸}$$

برخی از دانش‌آموزان در ساده‌کردن نسبت‌ها یا نوشتن نسبت‌های مساوی، مقادیر یک نسبت را با یک عدد مخالف صفر جمع یا تفریق می‌کنند. در نسبت‌های ۲ تایی نیز صورت را در یک عدد مخالف صفر ضرب و مخرج را بر آن عدد تقسیم می‌کنند یا بالعکس. مانند نسبت‌های زیر:

$$\frac{۳+۷}{۵+۷} \neq \frac{۱۰}{۱۲} \quad \frac{۱۵-۵}{۱۹-۵} \neq \frac{۱۰}{۱۴} \quad \frac{۴ \times ۲}{۱۴ \div ۲} \neq \frac{۸}{۷} \quad \frac{۱۶ \div ۴}{۱۴ \div ۲} \neq \frac{۴}{۲}$$

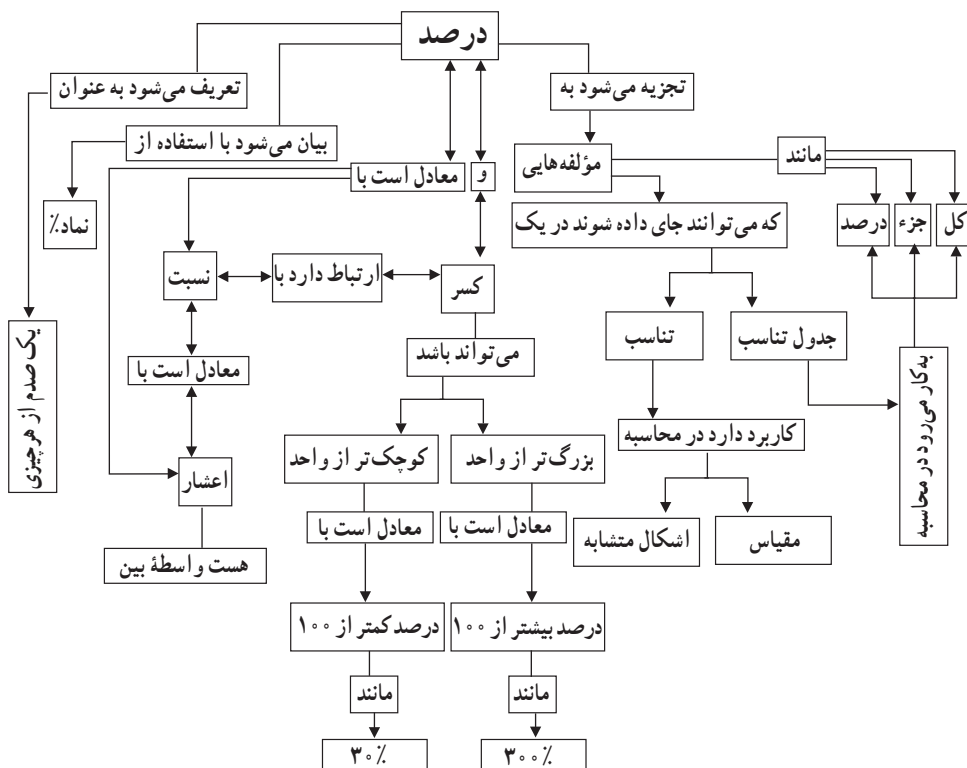
برای رفع این بدفهمی‌ها در نسبت‌های ۳ تایی و بیشتر نیز از دانش‌آموزان بخواهید مقادیر را دوبه دو در نظر بگیرند و با نوشتن آنها به صورت کسر، عدم برقراری تساوی بین نسبت‌ها را مشاهده نمایند و به بدفهمی خود پی ببرند.

درصد

اهداف

- ۱- یادآوری درصد و رابطه‌ی آن با عددهای اعشاری و کسری
- ۲- تبدیل کسرهایی که نتوان کسر مساوی با آن با مخرجی با ضریب 10 را نوشت به عدد اعشاری با استفاده از تقسیم صورت بر مخرج کسر
- ۳- معرفی درصدهای بیشتر از 100 و مضربی از 100
- ۴- تخمین زدن درصد
- ۵- معرفی مقیاس

شبکه مفهومی



روش تدریس:

فعالیت ۱: (صفحه ۳۲)

دانش‌آموزان در سال گذشته با مفهوم درصد آشنا شده‌اند و به کمک جدول تناسب مسئله‌های درصد را حل کرده‌اند. هدف کلی این فعالیت، نمایش رابطه بین کسر و عدد اعشاری و درصد است. در قسمت (الف) دانش‌آموزان باید کسر را به عدد اعشاری تبدیل کنند که برای این کار می‌توانند از روش‌های زیر استفاده کنند.

(روش اول) کسر مساوی با آن و با مخرج‌های ۱۰ ، ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ را نوشته و سپس آنها را به

$$\frac{۳}{۵} = \frac{۶}{۱۰} = ۰/۶ \quad \text{یا} \quad \frac{۳}{۵} = \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۰/۶۰$$

عدد اعشاری تبدیل کنند. مانند:

(روش دوم) با تقسیم صورت بر مخرج کسر، آن را به صورت یک عدد اعشاری بنویسند، مثلاً:

$$\frac{۷}{۸} = ۷ \div ۸ = ۰/۸۷۵$$

از هر دو روش فوق می‌توان برای تبدیل کسر به درصد استفاده نمود. مثلاً:

$$\frac{۶}{۱۰} = \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۶۰\%$$

$$\frac{۱}{۸} = ۰/۱۲۵ = \frac{۱۲۵}{۱۰۰۰} = \frac{۱۲/۵}{۱۰۰} = ۱۲/۵\%$$

با انجام این فعالیت انتظار می‌رود که دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که یک عدد می‌تواند با بازنمایی‌های مختلف مثل کسر، اعشاری و یا درصد بیان شود و این مفاهیم قابل تبدیل به یکدیگر هستند.

فعالیت ۲: (صفحه ۱۱۶)

قسمت (الف) به یکی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان که هنگام محاسبه درصد، نسبت جزء را به ۱۰۰ نمی‌سنجند، اشاره دارد. مثلاً در این فعالیت که کل فرفره‌ها ۵۰ عدد و شامل ۱۶ تا آبی و ۳۴ تا صورتی است، تعداد آبی را ۱۶ درصد و صورتی را ۳۴ درصد در نظر می‌گیرند. هدف از آورده شدن این بدفهمی این است که با ایجاد فضایی مناسب برای بحث و گفتگو راجع به آن، اگر دانش‌آموزی دارای این نوع بدفهمی است متوجه اشتباه خود شود و راه حل درست را جایگزین بدفهمی خود کند. پیشنهاد می‌شود برای انجام این فعالیت دانش‌آموزان نظر و استدلال خود را در مورد درستی یا نادرستی پاسخ به این سؤال بگویند و در مورد آن در کلاس بحث و گفتگو انجام دهند، سپس از

هر راهی که می‌توانند به سؤال پاسخ دهند. آنگاه پاسخ‌ها روی تخته نوشته شده و دسته‌بندی شوند و در انتها به کتاب رجوع شود و پس از مقایسه پاسخ‌هایشان با راه‌حل‌های کتاب، آنها را کامل کنند. با این روش، بدفهمی دانش‌آموزان از بین می‌رود و با روش‌های چندگانه برای حل یک مسئله نیز آشنا می‌شوند.

فعالیت ۳: (صفحه ۱۱۸)

هدف این فعالیت معرفی درصدهای بیشتر از ۱۰۰ است. بهتر است ابتدا قبل از شروع فعالیت، در مورد درصدهای بالای ۱۰۰ با دانش‌آموزان گفتگویی صورت گیرد و در مورد اینکه آیا چنین درصدی می‌تواند وجود داشته باشد یا خیر بحث شود و در آخر با کمک دانش‌آموزان مثال‌هایی از درصدهای بالای ۱۰۰ مطرح شود. سپس از دانش‌آموزان خواسته شود که این سؤال را با روش‌های مختلف حل کنند و پس از بررسی پاسخ‌ها در کلاس، در آخر به تکمیل فعالیت بپردازند. دانش‌آموزان با استفاده از ارتباطی که بین کسر و نسبت و اعشار وجود دارد می‌توانند به صورت زیر آن را حل کنند.

$$\frac{1}{5} = \frac{15}{100} = \frac{150}{1000} = 150\%$$

همچنین می‌توانند از راهبرد رسم شکل نیز برای حل این مسئله استفاده کنند.



تولید گندم پارسال



تولید گندم امسال

مقدار برداشت گندم امسال برابر است با کل گندم پارسال که برابر ۱۰۰٪ و نصف آن که برابر با ۵۰ درصد است، پس نسبت گندم امسال به سال گذشته برابر است با

$$\frac{150}{100} = 150\% = \frac{15}{10}$$

سؤال ۲— هدف این سؤال معرفی درصدهای بیشتر از ۱۰۰ که مضرب‌هایی از ۱۰۰ هستند، می‌باشد. چون در ۱ سالگی وزن خواهر علی ۳ برابر وزن تولدش شده است بنابراین اگر وزن او را در موقع تولد ۱۰۰٪ در نظر بگیریم حالا وزن او ۳ تا ۱۰۰٪ یعنی ۳۰۰٪ شده است.

بررسی بعضی از سؤال‌های کار در کلاس

کار در کلاس صفحه ۱۱۵ : هدف کار در کلاس ۱ یادآوری نسبت جز به کل با بازنمایی‌های کلامی، کسری و درصد است و تأکیدی است بر اینکه مجموعه کل رنگ‌ها در آخر همان واحد و یا ۱۰۰% را می‌سازند.

سؤال ۲ : هدف، درک ارتباط بین بازنمایی‌های تصویری، کسری، اعشاری و درصد یک عدد است.

سؤال ۳ : در این سؤال دانش‌آموزان بی می‌برند که با هر نسبت دلخواهی نوار را رنگ کرده باشند، سطر آخر جدول همه دانش‌آموزان با هم یکسان می‌شود و مجموع درصدها ۱۰۰% را به دست می‌آید. این سؤال یک پیش‌سازمان دهنده برای حل مسائل مربوط به درصد است.

سؤال ۴ : هدف، یادآوری ۰% و ۱۰۰% و مکمل‌های درصدها برای ساختن ۱۰۰% است. همچنین در این سؤال دانش‌آموزان با بازنمایی کلامی خمس برای ۲۰% آشنا می‌شوند.

کار در کلاس – (ص ۱۱۷)

۱- دانش‌آموزان در سال گذشته با رنگ کردن قسمت‌هایی از شکل‌های ۱۰۰ تایی آشنا شده‌اند و آن را به صورت کسر و یا درصد نوشته‌اند. اما اکنون باید درصدی از یک صفحه ۲۵ تایی را رنگ کنند. برای حل این سؤال ابتدا باید محاسبه شود که ۲۰% برابر با چند خانه از صفحه است.

تعداد خانه‌های رنگی	۲۰	۵
کل خانه‌ها	۱۰۰	۲۵

همچنین می‌توان گفت به دلیل اینکه ۲۰ درصد همان خمس یا $\frac{۱}{۵}$ است بنابراین با استفاده از ضرب کسرها $\frac{۱}{۵}$ از ۲۵ تا برابر است با ۵ خانه.

کار در کلاس – (ص ۱۱۸)

۱- هدف، نمایش تصویری مفهوم درصدهای بالای ۱۰۰ است که دانش‌آموزان باید با توجه به تصاویر، درصد مربوط به آن را بنویسند.

۲- هدف، برقراری ارتباط میان بازنمایی‌های مختلف یک عدد به صورت کسری و اعشاری و درصد روی محور اعداد و تأکید بر معادل بودن آنها است.

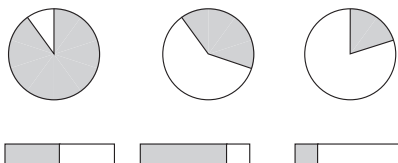
۳- هدف این سؤال تخمین درصد است و دانش‌آموزان باید از بین درصدهایی که به صورت تقریبی نمایش داده شده‌اند، نزدیک‌ترین درصد به بخش رنگ شده را انتخاب کنند. دانش‌آموزان می‌توانند برای حدس زدن بخش رنگی، ۵۰ درصد یا همان نصف را به عنوان یک معیار در نظر بگیرند.

فعالیت‌های پیشنهادی

این بازی برای تثبیت و تعمیق درک رابطه بین درصد و کسر و اعشار به کار می‌رود. برای انجام این بازی دانش‌آموزان را در گروه‌های ۲ نفره قرار داده و برگه‌های پرینت گرفته شده را به آنها می‌دهیم و از افراد هر گروه می‌خواهیم تا تمامی آنها را برش دهند و از هم جدا کنند. سپس همه کارت‌های کسری را به پشت (طوری که اعداد آن معلوم نباشد) در وسط بگذارند و کارت‌های اعشاری را به یک نفر و کارت‌های درصد را به نفر دیگر بدهند و برای شروع بازی یکی از کارت‌های وسط را به رو برگردانند. هر کدام از دانش‌آموزان که توانست سریع‌تر کارت معادل آن را روی کارت وسط بگذارند مثلاً کارت $\frac{3}{4}$ را روی $\frac{3}{4}$ قرار دهد، هر دو کارت مال او می‌شود. با ادامه دادن بازی هر کس که کارت‌های بیشتری به دست آورد، برنده است و توسط دیگر گروه‌ها تشویق می‌شود.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{6}{10}$
۶۰٪	۲۰٪	۴٪	۲۵٪	۷۵٪	۵۰٪
۰/۷۵	۰/۰۴	۰/۲۵	۰/۵۰	۰/۶۰	۰/۲۰

فعالیت ۲: این فعالیت برای ایجاد مهارت در تخمین زدن درصد به کار برده می‌شود. هر بار یکی از تصاویر زیر توسط معلم به دانش‌آموزان نشان داده می‌شود و از هر گروه خواسته می‌شود تا پس از مشورت، درصد رنگ مورد نظر را حدس بزنند. سپس درصدها روی تخته نوشته می‌شود و گروهی که حدس دقیق‌تری زده است برنده می‌شود.



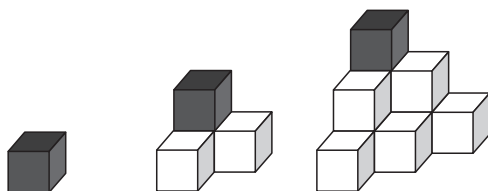
حل بعضی از تمرینات کتاب

تمرین ص ۱۲۰

۵- هدف، به دست آوردن درصد حجم مکعب رنگی در هر شکل است. در این سؤال ممکن است دانش‌آموزان در شمارش مکعب‌ها اشتباه کنند و مکعب‌هایی را که در شکل دیده نمی‌شوند را بشمارند. مثلاً تعداد مکعب‌های شکل دوم را ۳ و تعداد مکعب‌های شکل سوم را ۶ تا در نظر بگیرند. برای دانش‌آموزانی که نمی‌توانند مکعب‌های زیرین را در نظر بگیرند می‌توان فرصتی برای دست‌ورزی فراهم کرد تا مکعب‌ها را بچینند و بشمارند. ممکن است برخی از دانش‌آموزان بتوانند الگویی برای شمارش مکعب‌ها پیدا کنند:

$$۱ + (۱+۲) = \text{تعداد مکعب‌های ردیف دوم} + ۱ = \text{تعداد مکعب‌های شکل ۲}$$

$$۱ + (۱+۲) + (۱+۲+۳) = \text{تعداد مکعب‌های ردیف سوم} + \text{تعداد مکعب‌های ردیف دوم} + ۱ = \text{تعداد مکعب‌های شکل ۳}$$



شماره شکل	۱	۲	۳
تعداد مکعب	۱	۴	۱۰
درصد بخش رنگی	$\frac{۱}{۱} = ۱۰۰\%$	$\frac{۱}{۴} = ۲۵\%$	$\frac{۱}{۱۰} = ۱۰\%$

۶- هدف این سؤال آشنایی با مفهوم مقیاس است. در قسمت (الف) دانش‌آموزان باید بتوانند با توجه به طول و عرض واقعی خانه و مقیاس طول و عرض خانه روی نقشه را به دست آورند و نسبت بین طول و عرض روی نقشه را به طول و عرض واقعی به دست آورند و در قسمت (ب) با توجه به اندازه روی نقشه اندازه واقعی اتاق را به دست آورند.

(الف)

نقشه (س م)	۱	۳۰
واقعی (س م)	۴۰	۱۲۰۰

نقشه (س م)	۱	۲۰
واقعی (س م)	۴۰	۸۰۰

$$\frac{\text{طول روی نقشه } ۳۰}{\text{طول واقعی } ۱۲۰۰} = \frac{۱}{۴۰} = ۲/۵\% = ۰/۰۲۵$$

$$\frac{\text{عرض روی نقشه } ۲۰}{\text{عرض واقعی } ۸۰۰} = \frac{۱}{۴۰} = ۲/۵\% = ۰/۰۲۵$$

(ب) با توجه به نقشه طول اتاق ۳/۲ متر است.

نقشه (س م)	۱	۸
واقعی (س م)	۴۰	۳۲۰

متر	۱	۳/۲
سانتی متر	۱۰۰	۳۲۰

۹- در این سؤال دانش‌آموزان باید ابتدا قسمت‌ها را یکسان کنند و سپس درصد هر کدام را

بنویسند.

$$\frac{\text{سبز}}{\text{کل}} = \frac{۴}{۱۶} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ۲۵\%$$

$$\frac{\text{زرد}}{\text{کل}} = \frac{۱۲}{۱۶} = \frac{۳}{۴} = \frac{۷۵}{۱۰۰} = ۷۵\%$$

توصیه‌های آموزشی

یادآوری مفهوم درصد برای دانش‌آموزان همراه با مثال‌ها و موقعیت‌های مختلف باشد و روی درک مفهومی از آن تأکید شود زیرا درک عمیق از این مفهوم موجب عملکرد بهتری در محاسبات مالی درس بعد می‌گردد.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

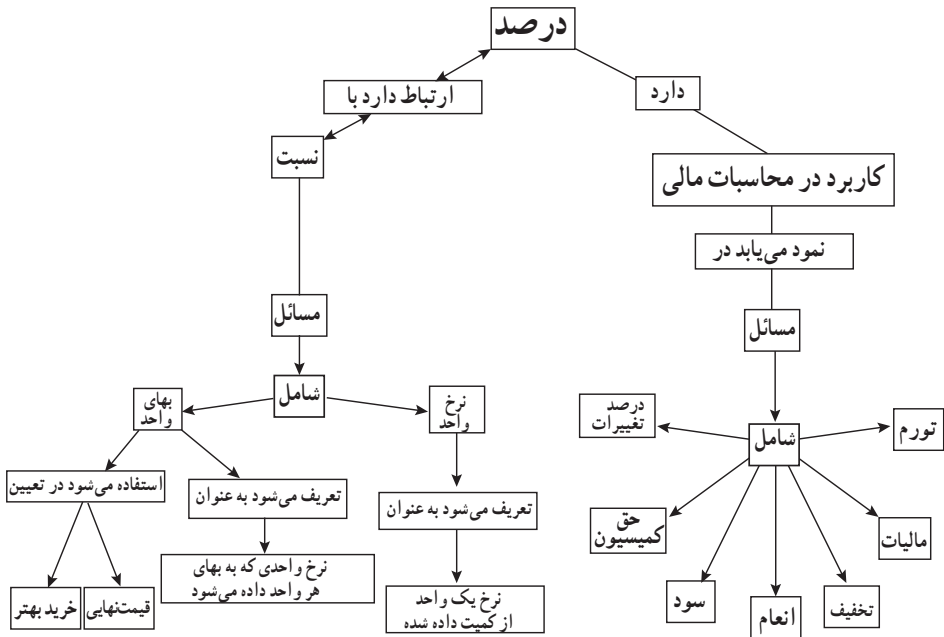
برخی از دانش‌آموزان نمی‌توانند درصدهای بالای ۱۰۰ را به عنوان درصد در نظر بگیرند. احتمالاً این دانش‌آموزان بلکه معنی درصد را به صورت جزئی در صد تا درک کرده‌اند و نسبت هر چیزی را به ۱۰۰ نمی‌سنجند.

کاربرد درصد در محاسبات مالی

اهداف

- ۱- آشنایی دانش‌آموزان با کاربردهای درصد در دنیای واقعی
- ۲- آشنایی دانش‌آموزان با کاربرد درصد در محاسبات مالی
- ۳- آشنایی با مفاهیم سود، تخفیف و مالیات و کاربرد آنها در زندگی واقعی
- ۴- حل مسائل درصد با موضوع مالی

شبکه مفهومی



روش تدریس

دانش‌آموزان با مفهوم درصد آشنایی کامل دارند و هدف این درس کاربرد درصد در زندگی واقعی به ویژه در ریاضیات مالی است. بنابراین در فعالیت اول این درس، مثال‌های واقعی از درصد در زندگی روزمره آورده شده است. پیشنهاد می‌شود قبل از شروع این درس، از دانش‌آموزان بخواهیم

با استفاده از یک منبع معتبر، خبری که در آن از درصد استفاده شده است را به کلاس بیاورند و سپس هر کس خبر خود را در کلاس بخواند و در مورد کمکی که درصد در آسان کردن انتقال خبر کرده است بحث کنند.

با انجام فعالیت قبل دانش‌آموزان تا حدودی کاربرد درصد را در زندگی واقعی خود حس می‌کنند. اما هدف این درس آن است که دانش‌آموزان کاربرد درصد را در ریاضیات مالی ببینند. در ریاضیات مالی با مفاهیمی مانند سود، زیان و تخفیف سرو کار داریم و دانش‌آموزان با توجه به تجربیاتشان در زندگی روزمره با این مفاهیم کم و بیش آشنا هستند. لذا معلم کافی است با ایجاد یک زمینه واقعی در کلاس درس این مفاهیم را با دانش‌آموزان مرور کند. زمینه‌هایی مانند بانک‌دار و مشتری، فروشنده و خریدار و ... موقعیت‌هایی غنی برای کار با این مفاهیم هستند.

در دو فعالیت بعدی نمونه‌هایی از مسائل درصد که در ریاضیات مالی کاربرد دارند با استفاده از زمینه سود و تخفیف آورده شده است. در اولین فعالیت با استفاده از مفهوم سود، دو سؤال مطرح شده است. در سؤال اول، قیمت فروش یک کالا پس از سود ۲۰ درصد خواسته شده است. با توجه به اینکه مفهوم سود به معنای ارزشی است که به مقدار اولیه اضافه می‌شود دانش‌آموزان برای به‌دست آوردن قیمت فروش باید ۲۰ درصد بیشتر از قیمت اولیه را حساب کنند. در سؤال دوم نیز روی مفهوم سود کار شده است با این تفاوت که در اینجا قیمت فروش با احتساب سود ۲۰ درصد داده شده است و این بار دانش‌آموزان باید قیمت اولیه را محاسبه کنند. سؤال‌های فعالیت دوم نیز مشابه فعالیت اول است با این تفاوت که در این فعالیت با استفاده از مفهوم تخفیف چنین سؤال‌هایی مطرح شده است.

دانش‌آموزان مفهوم درصد را در سال‌های گذشته آموخته‌اند و از طرفی مفاهیمی مانند سود، زیان و تخفیف را با آنها مرور کردیم انتظار می‌رود آنها بتوانند به صورت فردی یا گروهی قادر به حل سؤال‌های فعالیت‌ها باشند. لذا پیشنهاد می‌شود فرصت تفکر و حل انفرادی سؤال‌ها را برای دانش‌آموزان فراهم کنید به این صورت که ابتدا سؤال‌های فعالیت در یک کاربرگ به آنها داده شود. ابتدا به صورت فردی و سپس به صورت گروهی سؤال‌ها را حل کنند. سپس گروه‌های مختلف ایده‌ها و راه‌حل‌های خود را در کلاس مطرح کنند و درباره درستی آن راه‌حل‌ها در کلاس بحث و گفت‌وگو کنند. پس از بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان، فعالیت کتاب در کلاس انجام شود. در حین حل کتاب دانش‌آموزان متوجه خواهند شد که راه حل‌های بعضی از دوستانشان همان روش‌های شهرزاد یا پدرش بودند.

بررسی بعضی از سؤال‌های کاردرکلاس

۱- در سؤال ۳ کار در کلاس صفحه ۱۲۱، دانش‌آموزان می‌بینند که درصد همیشه یک عدد طبیعی نیست و ممکن است به صورت یک عدد اعشاری بیان شود. در واقع در این سؤال از درصدهایی که در دنیای واقعی کاربرد دارند استفاده شده است تا دانش‌آموزان متوجه شوند که تنها اعداد طبیعی برای درصد استفاده نمی‌شود. باید توجه کرد که استفاده از اعداد اعشاری در بیان درصد با هدف سخت‌تر شدن محاسبات یا درگیر کردن بچه‌ها در محاسبات پیچیده نیست چرا که استفاده از ماشین حساب پیشنهاد شده است. (حل با استفاده از جدول تناسب باید نوشته شود)

۲- در سؤال ۲ کاردرکلاس صفحه ۱۲۳، ممکن است دانش‌آموزان تصور کنند چون درصد سود فرش دوم بیشتر است بنابراین سود آن نیز نسبت به فرش اول بیشتر است. در صورتی که پس از محاسبه متوجه می‌شوند که این طور نیست زیرا (راه حل)

در اینجا پیشنهاد می‌شود این سؤال مطرح شود «که چرا این اتفاق افتاد؟» و سپس با بحث و گفت‌وگو در کلاس، دانش‌آموزان نتیجه بگیرند که همواره واحد و مقداری که نسبت به آن درصد محاسبه می‌شود، اهمیت دارد.

۳- در سؤال ۳ کاردرکلاس صفحه ۱۲۵، مقدار «درصد پرداخته شده» در صورت سؤال آورده شده است در صورتی که معمولاً در سؤال‌ها، درصد سود و تخفیف بیان می‌شود. در اینجا دانش‌آموزان باید با استفاده از کل که 100% است و «درصد پرداخته شده» درصد تخفیف را به صورت زیر محاسبه کنند. (راه حل)

فعالیت‌های پیشنهادی

در شروع فعالیت به دانش‌آموزان می‌گوییم که در این فعالیت قرار است شرایط سه بانک به آنها گفته شود و آنها باید تصمیمی بگیرند «از کدام بانک وام بگیرند؟» که البته اگر بخواهیم فقط بر اساس میزان سود مشارکتی که بانک‌ها برای وام‌ها در نظر می‌گیرند تصمیم بگیرند، کار چندان سختی نیست، ولی حساب و کتاب واقعی زندگی پیچیدگی‌های بیشتری دارد. زیرا بعد از گذشت مثلاً ده سال دیگر، هم درآمدها و هم مخارج زندگی تغییر می‌کند، برای همین ده سال دیگر ۲۰۰۰۰۰ تومان دقیقاً همین ارزشی که الان دارد، نخواهد داشت. اما قرار است آنها در اولین تجربه محاسبات بانکی، پیچیدگی‌های زندگی بزرگ‌ترها را رها کنند و بانک‌ها فقط بر اساس سود مشارکتی که هر بانک

می خواهد برای وامش بگیرد، انتخاب کنند.

از دانش آموزان بخواهید که فرض کنند می خواهیم 2° میلیون تومان را برای خرید، وام بگیرند. در شهر آنها سه بانک مختلف حاضرند 2° میلیون تومان به آنها وام بدهند و بعد در طول ده سال، هر ماه بخشی از پول وام را از آنها پس بگیرند. به این پولی که بعد از گرفتن وام، هر ماه باید به بانک پرداخت کنند، قسط ماهانه می گویند. شرایط بازپرداخت وام بانک ها با هم متفاوت است و آنها باید یکی از این سه بانک را انتخاب کنند.

شرایط بانک اول به این شکل است که در طول ده سال هر ماه 200000 تومان باید قسط پرداخت کنید. در بانک دوم، باید سال اول هر ماه 135000 تومان قسط پرداخت کنید و هر سال هم 1° درصد به قسط هایی که سال قبل پرداخت می کردید، اضافه می شود. یعنی سال دوم باید هر ماه 148500 تومان قسط بدهید، در سال سوم، هر ماه 163350 تومان، و به این شکل قسط های ماهانه بانک، هر سال بیشتر می شوند.

در بانک سوم، سال اول باید هر ماه فقط 75000 تومان قسط پرداخت کنید. هر سال هم 300000 تومان به قسط های ماهانه سال قبل اضافه می شود. یعنی سال دوم باید ماهانه 105000 تومان پرداخت کنید و قسط ها هر سال زیاد می شود.

برای اینکه کارندهای بانک ها در محاسبات خود گیج نشوند، قرار شده است هر گاه قسط ماهانه یک سال (به تومان) رقم اعشاری پیدا کند، رقم اعشاری را نادیده بگیرند. مثلاً اگر قسط ماهانه بانک دوم $19765/35$ تومان رسید، 19765 تومان از مشتریان دریافت می شود و سال بعد هم ده درصد به همین 19765 تومان اضافه می شود.

با توجه به شرایط بانک ها از گروه ها می خواهیم با استفاده از ماشین حساب تصمیم بگیرند که کدام بانک شرایط بهتری دارد و بهتر است از کدام بانک وام بگیرند.

پس با انتخاب بانک توسط دانش آموزان می توان درباره انتخاب هر گروه بحث کرد و سپس حتی می توانیم سؤالاتی مانند سؤالاتی زیر را در کلاس مطرح کنیم و از گروه ها بخواهیم به آنها فکر کنند و پس از پیدا کردن پاسخ هر سؤال، گروه پاسخ دهنده جواب آن را به کلاس ارائه کند و راجع به آن با بقیه دانش آموزان نیز گفت و گو شود.

سؤال ۱: قسط ماهانه هر کدام از بانک ها در سال دهم چند تومان خواهد بود؟

سؤال ۲: پس از چند سال قسط های ماهانه بانک دوم بیشتر از قسط های ماهانه بانک اول بیشتر می شود؟

سؤال ۳: پس از چند سال قسط‌های ماهانه بانک سوم بیشتر از قسط‌های ماهانه بانک اول می‌شود؟

حل بعضی از تمرینات کتاب

سؤال ۲: بسیاری از معلمان و دانش‌آموزان تصور می‌کنند که درصد بیشتر از 100 بی معنی و اشتباه است. در صورتی که این موضوع به زمینه سؤال بستگی دارد. مثلاً در این سؤال 700 درصد افزایش کاربران داشته ایم و این در واقع به معنی این است که تعداد کاربران در سال دوم به اندازه 7 برابر سال اول افزایش یافته است. (راه حل)

سؤال ۳: در سؤال ۳ از مفهوم درصد به عنوان ابزاری برای مقایسه نسبت سرعت پدر و مانی استفاده شده است. برای حل این سؤال لازم است که دانش‌آموزان این جمله «سرعت زمانی 80% سرعت پدرش است» را به خوبی درک کنند و البته در صورت سؤال توضیح کوتاهی به صورت زیر بیان شده است یعنی اگر پدرش 100 متر بدود مانی 80 متر دویده است. (راه حل)

سؤال ۴: با 20% سود قیمت فروش مطابق زیر به دست می‌آید. (راه حل)
و با 20% تخفیف قیمت فروش در حالت دوم نیز به صورت زیر به دست می‌آید. (راه حل)
در اینجا می‌توان توجه دانش‌آموزان را به این نکته جلب کرد که چرا پس از 20% سود و پس از 20% تخفیف دوباره قیمت فروش به مقدار اولیه یعنی قیمت خرید برنگشت؟ و در این مورد در کلاس بحث و گفت‌گو کرد.

توصیه‌های آموزشی

۱- در حل مسائل درصد راهبرد رسم شکل و استفاده از مدل‌های طول یا مساحت به درک دانش‌آموزان کمک بسزایی می‌کند. در اولین فعالیت کتاب نیز با استفاده از رسم شکل و مدل مساحت راه حل سومی برای سؤال آورده شده است. مدل طول نیز می‌تواند در این مسائل مفید واقع شود. به طور مثال اگر در همان سؤال بخواهیم با مدل طول آن را حل کنیم، شکل زیر را خواهیم داشت (شکل)

با دیدن چنین مدل‌هایی ممکن است دانش‌آموزان راه حل‌های مختلفی را ارائه دهند. برای مثال در این سؤال احتمال دارد که دانش‌آموزان با توجه به شکل متوجه شوند که 5% ، 100 تا 20% است پس (15000) تقسیم بر 5 مساوی (3000) و عدد 3000 ، 20% از کل را نشان می‌دهد. بنابراین کل

فروش نیز به صورت زیر قابل محاسبه است (۱۵۰۰۰ به علاوه ۳۰۰۰ مساوی ۱۸۰۰۰ است)
 ۲- برای حل مسائل درصد درک مفهوم تخفیف و سود بسیار اهمیت دارد. بنابراین پیشنهاد می‌شود با استفاده از مثال‌های واقعی در روزمره ابتدا این دو مفهوم را برای دانش‌آموزان مشخص کنیم.

بdfهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یکی از بdfهمی‌های رایج دانش‌آموزان این است که آنها اعداد داده شده در مسئله را بدون توجه به معنی صورت و مخرج آن در هر جایی از جدول تناسب قرار می‌دهند و سپس شروع به حل آن می‌کنند. بنابراین برای رفع این بdfهمی ابتدا از آنها بخواهیم همواره درصدها را به صورت یک کسر با مخرج 100° بنویسند و سپس با توجه به صورت سؤال، صورت و مخرج آن را معنادار کنند در واقع از آنها بخواهیم برای توصیف صورت و مخرج یک عبارت کنار هر کدام بنویسند و در نهایت با توجه به این کسر و معنایی صورت و مخرجش، کسری مساوی آن با استفاده از اطلاعات دیگر مسئله بنویسند و سپس مجهول را با کمک تناسب به وجود آمده به دست آورند. بهتر است در فرایند حل مسئله با پرسیدن سؤال‌هایی مانند چرا اعداد را اینطور نوشتی؟ این عدد را از کجا آوردی؟ معنای این عدد با توجه به مسئله چیست؟ توجه دانش‌آموزان را به معنای کاری که انجام می‌دهند جلب کنید.

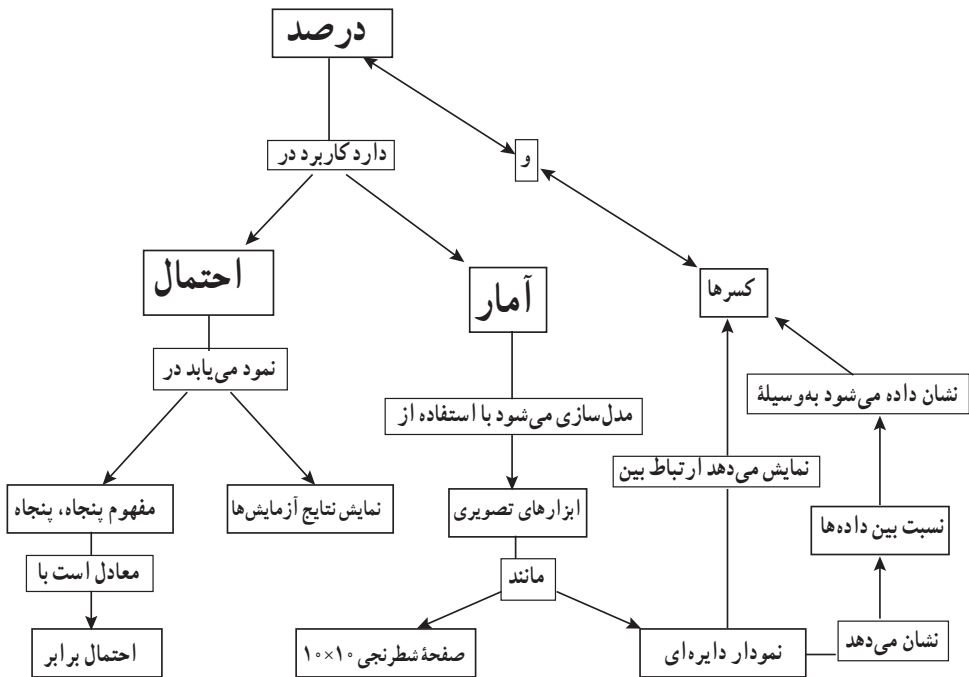


کاربرد درصد در آمار و احتمال

اهداف

- ۱- آشنایی با کاربرد درصد در آمار و احتمال
- ۲- ارتباط نمودار دایره‌ای و درصد
- ۳- رسم نمودار دایره‌ای با کمک نقاله
- ۴- آشنایی با احتمال ۱۰۰ درصد و ۵۰ درصد (پنجاه، پنجاه)
- ۵- رویکرد ذهنی به احتمال و زمینه سازی برای رویکرد نظری (ریاضی) احتمال در دوره متوسطه

شبکه مفهومی



روش تدریس

در فعالیت اول این درس کاربرد درصد در بحث آمار بررسی شده است. در آمار رسم نمودارهای دایره‌ای با استفاده از درصد کاربرد فراوانی دارد. دانش‌آموزان در سال‌های گذشته با نمودار دایره‌ای و نحوه تحلیل آن آشنا شده‌اند. در این درس رسم نمودار دایره‌ای به صورت دقیق با استفاده از مفاهیم درصد و نسبت آموزش داده می‌شود. بنابراین پیشنهاد می‌شود این فعالیت به صورت گروهی در کلاس بررسی شود.

در فعالیت دوم این درس کاربرد درصد در احتمال بررسی شده است. در سال‌های گذشته دانش‌آموزان پرتاب سکه و تاس را در قالب فعالیت‌های مختلف تجربه کرده‌اند. لذا در اینجا آنها با استفاده از تجربیات قبلی خود نتایج پدیده‌های تصادفی را به صورت یک جمله توصیفی بیان می‌کنند. کاربرد درصد در این فعالیت استفاده از اصطلاح $50^\circ - 50^\circ$ است که معادل اصطلاح «با احتمال برابر» در پایه‌های قبلی می‌باشد. وقتی می‌گوییم $50^\circ - 50^\circ$ یعنی احتمال رخ دادن یک اتفاق 50° درصد یعنی نصف و احتمال رخ ندادن همان اتفاق هم 50° است.

بررسی بعضی از سؤال‌های کاردرکلاس

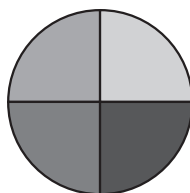
۱- در سؤال ۲ کاردرکلاس صفحه ۱۲۶ از دانش‌آموزان خواسته شده است با استفاده از نقاله، نمودار دایره‌ای رسم کنند. بنابراین برای هر قسمت باید زاویه مربوط به آن محاسبه شود و از طرفی چون کل دایره 360° است پس زاویه مربوط به هر قسمت به صورت زیر محاسبه می‌شود (راه حل)
پس زاویه مربوط به خشکی 108° و زاویه مربوط به آب 252° است. بنابراین با استفاده از نقاله نمودار زیر رسم خواهد شد.

۲- در سؤال ۱ کاردرکلاس صفحه ۱۲۷ تعداد رو و پشت به صورت یک عدد اعشاری بیان شده است و این دو عدد تقریباً به هم نزدیک هستند.

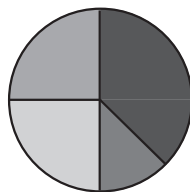
در احتمال ریاضی، احتمال آمدن رو نصف احتمال آمدن پشت است اما این احتمال همیشه در واقعیت دقیقاً برابر 50% نیست ولی خیلی نزدیک این عدد است. در این سؤال نیز از روی عمد عددها به صورت اعشاری بیان شده است تا دانش‌آموزان ببینند که این دو عدد در تعداد زیاد خیلی به هم نزدیک هستند ولی شاید دقیقاً 50% نباشد و از طرفی با توجه به اینکه تعداد روها $8/43\%$ است، خواهیم داشت: (راه حل)

فعالیت‌های پیشنهادی

دانش‌آموزان با درصد معادل با کسرهایی مانند نصف، ربع و خمس آشنا هستند. در این فعالیت پیشنهاد می‌شود ابتدا معلم نمودارهای ساده‌ای مانند شکل زیر را به دانش‌آموزان نشان دهد و از آنها بخواهد درصد هر کدام از قسمت‌های رنگی را به صورت تقریبی بیان کنند.



در این مرحله نمودارهایی مانند شکل زیر نیز قابل مطرح شدن است. روش استدلال دانش‌آموزان می‌تواند به این صورت باشد: قسمت سیاه از ۲۵٪ بیشتر و از ۵۰٪ کمتر است و چون تقریباً بین ۲۵٪ و ۵۰٪ است حدود ۳۸٪ تخمین زده می‌شود.



پس از اینکه در مرحله قبل بچه‌ها نمودار دایره‌ای را با مفهوم درصد ارتباط دادند در ادامه فعالیت به آنها سؤال‌هایی داده شود که نمودار دایره‌ای و جدول داده‌ها داده شده است و از بچه‌ها بخواهید درصد هر قسمت را به صورت دقیق محاسبه کنند. پس از بحث گروهی و کلاسی دانش‌آموزان با توجه به دانش خود از نسبت می‌توانند راه‌حل‌هایی که در کتاب مطرح شده است را کشف کنند.

توصیه‌های آموزشی

۱- در این درس سعی شده است که با استفاده از ماشین حساب و نمودارها دانش‌آموزان محاسبات را انجام دهند. خوب است فرصتی فراهم کنید تا دانش‌آموزان روی داده‌های حاصل از آزمایش‌های تصادفی کار کنند تا از مفهوم احتمال و احتمال تجربی درک بهتری پیدا نمایند.

مرور فصل



فرهنگ نوشتن:

سؤال ۳: پاسخ این سؤال مثبت است. درصدهای ذکر شده روی واحدهای مختلف اعمال می‌شوند و نتیجه می‌تواند دو مقدار کاملاً یکسان باشد. دانش‌آموزان می‌توانند با زدن حدس‌های مختلف در رابطه با قیمت لباس و کفش و بررسی آنها به مسئله پاسخ دهند. مثلاً فرض کنیم قیمت لباس ۲۰۰ هزار تومان و قیمت کفش ۸۰ هزار تومان باشد. ۲۰٪ از ۲۰۰ هزار تومان برابر ۴۰ هزار تومان است که با ۵۰٪ از ۸۰ هزار تومان (به عبارتی نصف ۸۰ هزار تومان) برابر است. برای تفهیم بهتر دانش‌آموزان را به رسم شکل ترغیب نمایید. شکل زیر در ساده کردن صورت مسئله و رسیدن به جواب بسیار مؤثر است.

$$۲۰\% = \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۵}$$



$$۵۰\% = \frac{۵۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۲}$$



حل بعضی از تمرین‌ها (ص ۱۲۸):

$$\frac{\text{روزهای تعطیل فروردین}}{\text{کل روزها}} = \frac{۹}{۳۱}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل اردیبهشت}}{\text{کل روزها}} = \frac{۷}{۳۱} \quad (۱)$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل خرداد}}{\text{کل روزها}} = \frac{۶}{۳۱}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل تیر}}{\text{کل روزها}} = \frac{۶}{۳۱}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل مرداد}}{\text{کل روزها}} = \frac{۶}{۳۱}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل شهریور}}{\text{کل روزها}} = \frac{۶}{۳۱}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل مهر}}{\text{کل روزها}} = \frac{۷}{۳۰}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل آبان}}{\text{کل روزها}} = \frac{۵}{۳۰}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل آذر}}{\text{کل روزها}} = \frac{۷}{۳۰}$$

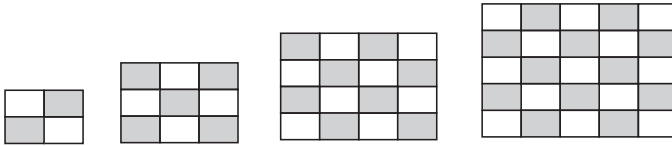
$$\frac{\text{روزهای تعطیل دی}}{\text{کل روزها}} = \frac{۴}{۳۰}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل بهمن}}{\text{کل روزها}} = \frac{۵}{۳۰}$$

$$\frac{\text{روزهای تعطیل اسفند}}{\text{کل روزها}} = \frac{۶}{۳۰}$$

الف) فروردین

ب) دی



۴-

$$\frac{2}{4} = \frac{50}{100} = 50\% \quad \frac{5}{9} = \frac{55}{100} = 55\% \quad \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\% \quad \frac{13}{25} = \frac{52}{100} = 52\%$$

۶- این مسئله از نوع باز پاسخ با دو جواب درست می باشد.

عرض	۴	۱۸
طول	۶	<u>۲۷</u>
عرض	۴	<u>۱۲</u>
طول	۶	۱۸

۷-

مدت زمان (دقیقه)	۱۰	۶۰	<u>۲/۵</u>
تعداد دور	۴۰۰	<u>۲۴۰۰</u>	۱۰۰

۸-

صورت	۵	<u>۴۰</u>
مخرج	۷	<u>۵۶</u>
مجموع صورت و مخرج	۱۲	۹۶

۹- الف)

جزء	۳	؟
کل	۲۴	۱۰۰

$$? = \frac{3 \times 100}{24} = 12/5\%$$

(ب)

جزء	۳	؟
کل	۱۵	۱۰۰

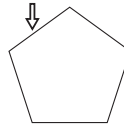
$$? = \frac{3 \times 100}{15} = 20\%$$

(پ) اگر هر عددی را ۳ برابر کنیم ۲۰٪ به آن اضافه می‌شود.

عدد	۱	۷	۱۰۰
سه برابر عدد	۳	۲۱	۳۰۰
اختلاف	۲	۱۴	<u>۲۰۰</u>

۱۰- روی ضلع چهارم می‌ایستد.

۷۵	۳/۷۵
۱۰۰	۵



-۱۱

میزان جمعیت در سال ۱۳۸۵ (بر حسب میلیون نفر)	۱۰/۸	۱۰۰
میزان جمعیت در سال ۱۳۹۰ (بر حسب میلیون نفر)	۱۲	
میزان رشد جمعیت (بر حسب میلیون نفر)	۱/۲	<u>۱۱/۱۱</u>