

فصل هفتم



تقریب



نگاه کلی به فصل

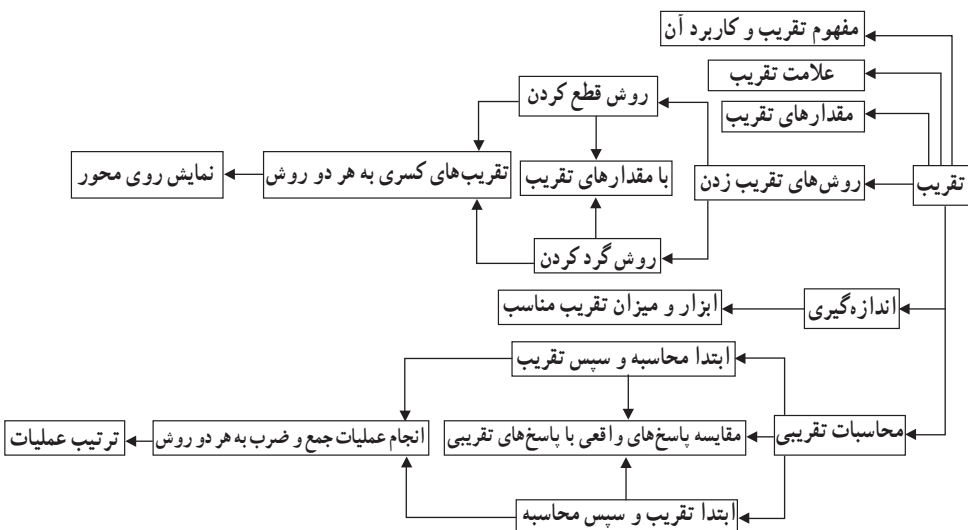
این فصل شامل ۲ درس است. درس اول با استفاده از یک مثال عینی به کاربرد و اهمیت تقریب در زندگی می‌پردازد و تفاوت دو عدد به صورت تقریبی و دقیق را با معرفی علامت \approx (تقریباً مساوی) نشان می‌دهد.

در این درس با توجه به آموخته‌های قبلی دانش‌آموزان دو روش تقریب زدن اعداد (اعداد طبیعی - اعشاری و کسری) یعنی روش قطع کردن و روش گرد کردن معرفی و آموزش داده می‌شود. و با انجام فعالیت‌های مناسب مفهوم با تقریب کمتر از صدگان را جایگزین با تقریب رقم صدگان می‌کند. و مقدارهای تقریب ارائه می‌گردند. مقدارهای تقریب و نمایش دادن اعداد تقریبی روی محور و شکل ارائه می‌گردند.

درس دوم: ارتباط بین ابزارهای اندازه‌گیری و دقت اندازه‌گیری را با تقریب زدن مناسب نشان می‌دهد. در این درس دانش‌آموزان به وضوح می‌بینند که برای هر نوع اندازه‌گیری نیاز به ابزار مناسب با موضوع دارند.

در ادامه به مقایسه دو روش در انجام محاسبات تقریبی یعنی ابتدا به محاسبه، سپس تقریب - ابتدا تقریب، سپس محاسبه و همچنین مقایسه دو روش تقریب زدن گرد کردن و قطع کردن در انجام عملیات و به دست آوردن اختلاف پاسخ تقریبی با پاسخ واقعی و ترتیب محاسبه عملیات می‌پردازد.

نقشه مفهومی



تصویر عنوانی فصل تقریب

در صفحه عنوان فصل تقریب، تصویر یک تخته فرش در بالای صفحه و تصاویری از جمعیت ایران، تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه، میزان تولید گندم کشورمان در یک سال (مزارع گندم) و قیمت یک کتاب، در پایان صفحه یک متن مربوط به عنوان فصل و تصاویر این صفحه نوشته شده است تا در دانش‌آموزان برای ورود به این فصل ایجاد انگیزه کند.

دانش‌آموزان با دیدن تصاویر و خواندن متن‌های زیر هر تصویری پی می‌برند که در بعضی از زمان‌ها نیازی به بیان دقیق پدیده‌ها نیست. و اندازه‌ها تقریبی است.

مثلاً اندازه ابعاد یک فرش ۱۲ متری تقریبی می‌باشد و در بیان میزان تولید سالانه گندم و یا جمعیت ایران قادر نخواهیم بود به عددهای واقعی دست پیدا کنیم و ناچار باید از تقریب و عددهای تقریبی استفاده کنیم.

به همین دلیل استفاده از عددهای تقریب موجب سادگی و سرعت در محاسبات می‌شود. اما در خیلی از موارد نیز از عددهای واقعی استفاده می‌کنیم مانند تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه و یا قیمت یک کالا و یا تعداد اعضای یک خانواده.

دانستنی‌هایی برای معلم

تقریب به معنی نزدیک گردانیدن و نزدیک کردن است.

پاسخ تقریبی پاسخی است که با مقدار واقعی برابر نباشد ولی به پاسخ دقیق بسیار نزدیک است. در بسیاری از زمان‌ها و بررسی‌های ریاضیات کاربردی، نیازی به بیان دقیق مقدار پدیده‌ها نیست بنابراین می‌توانیم از تقریب استفاده کنیم.

استفاده از مقدارها یا عددهای تقریبی موجب سادگی و سرعت در محاسبات می‌شود و همچنین سریع‌تر به حدود جواب دست پیدا می‌کنیم البته نتیجه این محاسبات ممکن است که دقیق نباشد اما به مقدار واقعی نزدیک است.

در محاسبات تقریبی برای نشان دادن مقدار تقریبی اعداد از علامت \approx (تقریباً مساوی) استفاده می‌کنیم.

مقدارهای تقریب

برای بیان دقت تقریب از مقدارهایی استفاده می‌شود.

برای مثال وقتی می‌گوییم با تقریب کمتر از 100 یعنی رقم‌های کمتر از صدگان ارزش زیادی ندارند و نیازی به بیان آنها نیست. و می‌توانیم از مقدار آنها صرف نظر کنیم و به جای رقم‌های حذف شده صفر جایگزین کنیم.

مقدارهای تقریب: تقریب کمتر از $\dots, 10000, 1000, 100, 10, 1, 0.1, 0.01, 0.001, \dots$
هرچه میزان مقدارهای تقریب کوچک‌تر باشد دقت اندازه‌گیری به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

روش‌های تقریب زدن

۱- روش قطع کردن

۲- روش گرد کردن

۱- تقریب زدن به روش قطع کردن: در این روش، رقم‌هایی که ارزش مکانی آنها کمتر از

مقدار تقریب داده شده است را از عدد حذف می‌کنیم (قطع می‌کنیم) و به جای آن رقم‌ها صفر قرار می‌دهیم.

مثلاً وقتی می‌گوییم با تقریب کمتر از 100 قطع کنید، یعنی رقم‌های کمتر از صدگان ارزش زیادی ندارند و نیازی به بیان آنها نیست و می‌توانیم آنها را حذف کنیم و به جای آنها صفر قرار دهیم.

البته اگر این رقم‌ها حذفی بعد از ممیز باشند می‌توانیم صفر قرار ندهیم. و بعد از ممیز را ننویسیم.

$$400 \approx 479 \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } 100$$

$$5000 \approx 5463 \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } 1000$$

$$709 \approx 709 \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } 0.1$$

در روش قطع کردن، پاسخ تقریبی به دست آمده از خود عدد کوچک‌تر است.

فقط در موارد خاص مثل: $76 = 76 \rightarrow$ با تقریب کمتر از 1

به طور خلاصه در روش قطع کردن مقدار تقریب را در عدد مشخص می‌کنیم و رقم‌های سمت

راست آن را با صفر جایگزین می‌کنیم.

$$2500 \approx 2586 \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } 100$$

۲- تقریب زدن به روش گرد کردن: در روش گرد کردن به ترتیب مراحل زیر عمل می‌کنیم.

۱- با توجه به مقدار تقریب، رقمی که باید گرد شود را مشخص می‌کنیم (به عنوان مثال در تقریب کمتر از

100 زیر رقم صدگان خط می‌کشیم و آن را مشخص می‌کنیم.) که این رقم مورد تقریب یا گرد کردن است.

۲- اگر رقم سمت راست رقم مورد تقریب ۵ یا بیشتر از ۵ بود یک واحد به رقم مورد تقریب اضافه می‌کنیم در غیر این صورت (اگر رقم سمت راست رقم مورد تقریب کمتر از ۵ باشد) رقم تقریب تغییری نمی‌کند. و به آن واحدی اضافه نمی‌شود.

۳- همهٔ رقم‌های سمت راست رقم مورد تقریب را با صفر جایگزین می‌کنیم.

مثال‌هایی با تقریب به روش گرد کردن

مثال ۱:

$$3900 \approx 3961 \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } 100$$

با توجه به مقدار تقریب که ۱۰۰ است رقم صدگان عدد را مشخص می‌کنیم رقم سمت راست صدگان (یعنی رقم دهگان ۶) که باید حذف شود (چون بیشتر از ۵ است) یک واحد به رقم مورد تقریب صدگان یعنی به ۸ اضافه می‌کنیم

مثال ۲:

$$74 \approx 73 / 54 \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } 1$$

رقم یکان را مشخص می‌کنیم رقم سمت راست یکان (یعنی رقم دهم) آن ۵ است پس یک واحد به یکان (یعنی ۳) اضافه می‌کنیم.

$$630 \approx 634 / 8 \rightarrow \text{با تقریب کمتر از } 10$$

رقم دهگان را مشخص می‌کنیم رقم سمت راست آن ۴ است و چون از ۵ کمتر است پس واحدی به دهگان اضافه نمی‌شود.

اختلاف محاسبات تقریبی

بین پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی یک محاسبه اختلاف وجود دارد. دو روش در انجام محاسبات تقریبی وجود دارد.

۱) در محاسبه تقریبی با توجه به شرایط، بعضی مواقع ابتدا محاسبه را انجام می‌دهیم و سپس حاصل را تقریب می‌زنیم. و در این نوع محاسبه اختلاف پاسخ تقریبی با پاسخ واقعی کمتر است. در مواقعی که ارزش، اهمیت و دقت محاسبه برای ما مهم باشد از این روش محاسبه استفاده می‌شود. (ابتدا محاسبه، سپس تقریب)

۲) بعضی مواقع ابتدا اعداد را تقریب می‌زنیم و سپس محاسبه می‌کنیم که در این نوع محاسبه

اختلاف بین پاسخ‌های تقریبی و واقعی بیشتر است. با توجه به شرایط، در مواقعی که ارزش، اهمیت و دقت محاسبه برای ما کمتر است. از این روش محاسبه استفاده می‌شود (ابتدا تقریب، سپس محاسبه) روش گرد کردن نسبت به روش قطع کردن در بیشتر مواقع در انجام محاسبات اختلاف کمتری بین پاسخ‌های واقعی و تقریبی دارد و دقت بیشتری دارد.

ترتیب و اولویت انجام عملیات^۱

۱- محاسبه پرانتزها

۲- محاسبه ضرب یا تقسیم

۳- محاسبه جمع یا تفریق

توسعه مفاهیم

در درس تقریب دانش‌آموزان باید بتوانند با توجه به مقدار تقریب خواسته شده به دو روش قطع کردن و گرد کردن عددهای (طبیعی، اعشاری، کسری) داده شده را تقریب بزنند. این مفهوم می‌تواند به این صورت گسترش یابد که علاوه بر درک مفهوم تقریب، دانش‌آموزان بتوانند تشخیص دهند که چه اعدادی پس از تقریب به هر دو روش قطع کردن و گرد کردن برابرند؟

پس از اینکه تقریب را توانستند روی محور نمایش دهند می‌توانند اعداد بزرگ را به صورت ذهنی تقریب بزنند. از مقدارهای تقریب خیلی کوچک مثل 0.01% گرم برای دقت اندازه گیری یک ترازو که دقت آن تا ۵ رقم اعشار می‌تواند باشد. (0.00001% کیلوگرم) و یا از مقدار تقریب‌های خیلی بزرگ، تقریب کمتر از یک میلیارد برای جمعیت کره زمین 7000000000 استفاده کنند و مثال‌های مشابه را بیان نمایند.

دانش‌آموزان پس از محاسبه مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی به هر دو روش تقریب زدن بتوانند تشخیص دهند که در کدام روش، اختلاف کمتری در محاسبات به وجود آمده است و در پایه‌های بعدی خطای تقریب مطرح می‌گردد.

کاربرد تقریب در زندگی روزمره و استفاده از تقریب برای محاسبات طولانی و پیچیده فیزیکی از مراحل پیشرفته‌ای است که دانش‌آموزان پس از کسب مهارت در فصل تقریب به دست می‌آوردند.

۱- در صفحه ۲۸۱ توصیه آموزشی برای اولویت انجام عملیات کامل توضیح داده شده است.

نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱- جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.

الف) در تقریب به روش قطع کردن، اختلاف هر عدد با مقدار تقریبی آن کمتر از مقدار رقم تقریب است.

ب) عدد $۳۲۷/۵۶$ با روش قطع کردن و با تقریب کمتر از برابر است با $۳۲۷/۵$

ج) مقدار تقریب کسر $\frac{۱۵}{۶}$ با مقدار دقیق آن است.

د) عدد ۱۴۲۷ با تقریب کمتر از دارای تقریب قطع شده و گرد شده مساوی است.

۲- جدول‌های زیر را تکمیل کنید.

گرد کردن	قطع کردن	با تقریب کمتر از	عدد
		۱۰۰	۵۱
		۰/۰۱	۲/۴۶۸
		۱۰۰۰	۷۲۳۴۵۰

گرد کردن	قطع کردن	با تقریب کمتر از	عدد
		۰/۰۱	$\frac{۳}{۷}$
		۰/۱	۰/۹۲۶
		۱	۱۴۰/۹

۳- کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عددهای ۴ رقمی که تقریب آنها به روش گرد کردن با تقریب کمتر از ۱۰۰۰، ۹۰۰۰ می‌شود کدام است.

۴- عددی با تقریب کمتر از $۰/۱$ به روش قطع کردن برای $۶۳۹/۷$ شده است. آن عدد چه عددهایی می‌تواند باشد؟

۵- هر یک از کسرهای زیر را با تقریب کمتر از 1° به روش خواسته شده تقریب بزنید. و سپس روی محور اعداد نشان دهید.

(الف) $\frac{4/07}{0/9} =$ (با روش گرد کردن)

(ب) $\frac{32}{18} =$ (با روش قطع کردن)

۶- می‌دانیم $\pi \approx 3/141592$

(الف) با چه تقریبی مقدار π در هر دو روش قطع کردن و گرد کردن $3/14$ می‌شود؟
 (ب) مقدار تقریبی π را به دو روش با تقریب کمتر از $1^\circ/000$ به دست آورید.

۷- مقدار تقریبی یک عدد با تقریب کمتر از 100° به روش گرد کردن برابر 900° شده است. کدام عدد زیر می‌تواند مقدار واقعی عدد باشد.

۸۰۵-۳

۸۹۷-۲

۹۹۰-۱

۸- یک عدد طبیعی با تقریب کمتر از 1° به روش گرد کردن برابر 7° شده است آن عدد چه عددهایی می‌تواند باشد؟

۹- در چه صورت مقدار تقریبی یک عدد با تقریب کمتر از 100° از هر دو روش گرد کردن و قطع کردن یکی می‌شود.

۱۰- کدام یک تقریب عدد به روش گرد کردن با تقریب کمتر از 100° نیست؟

$1493 \approx 1500^\circ$

$99 = 0^\circ$

$99 \approx 100^\circ$

۱۱- کدام یک تقریب عدد به روش گرد کردن با تقریب کمتر از $1^\circ/0$ نیست.

$1/493 \approx 1/500^\circ$

$0/99 \approx 1$

$0/99 \approx 100^\circ$

- ۱۲- دقت اندازه‌گیری هر یک از ابزارهای زیر را بنویسید.
 الف) خط‌کشی مدرج با سانتی متر و میلی متر شمار با تقریب کمتر از _____
 ب) متر خیاطی با تقریب کمتر از _____
 ج) ترازو برای اندازه‌گیری وزن انسان با تقریب کمتر از _____
 د) ترازو برای اندازه‌گیری وزن یک برگه کاغذ با تقریب کمتر از _____

۱۳- دو عدد $\frac{16}{100}$ و $\frac{14}{100}$ را در نظر بگیرید. حاصل جمع این دو عدد را به روش گرد کردن با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ به دست آورید.

۱۴- حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

- آ) $8 \times 4 + 9 \div 2 \times 5 - 4 =$
 ب) $5 + (2 - (2 + (\frac{61}{100} - \frac{3}{100}))) \div 3 =$
 پ) $\frac{1}{11} - \frac{1}{2} \times (\frac{43}{100} + \frac{7}{100}) =$
 ت) $2 + \frac{1}{4} \times (1 - \frac{1}{10}) =$
 ث) $\frac{7}{5} \div 3 + \frac{1}{2} \times 3 =$
 ج) $3 - \frac{1}{2} \times (\frac{24}{100} + \frac{2}{100}) =$
 چ) $\frac{2}{100} \times (\frac{1}{2} \times (\frac{2}{2} - \frac{1}{2}) - \frac{1}{2}) =$

۱۵- حاصل عبارات زیر را با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ به روش گرد کردن تقریب بزنید.

- آ) $2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} =$
 ب) $7 + (2 + 1 + (\frac{71}{100} - \frac{29}{100})) \div 3 =$
 پ) $8\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6} =$
 ت) $\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{7} =$

۱۶- حاصل عبارات زیر را با استفاده از روش مناسب به دست آورید.

$$\text{الف) } 0/2 \times 1\frac{3}{7} =$$

$$\text{ب) } 10 - 0/1 \times (4/7 - 3/5) =$$

$$\text{ج) } 10 - \frac{2}{5} + 1\frac{2}{5} =$$

۱۷- دو کسر بنویسید که وقتی به صورت اعشاری نوشته شوند مقدار تقریبی آنها با تقریب کمتر از $0/01$ با مقدار واقعی شان برابر باشد.

۱۸- دو عدد اعشاری بنویسید که وقتی به روش قطع کردن با تقریب کمتر از $0/01$ تقریب می‌زنید با هم برابر شوند.

۱۹- ابتدا صورت و مخرج کسرهای زیر را با تقریب کمتر از 10 گرد کنید و سپس آن را تا حد امکان ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{56}{2326}$$

$$\text{ب) } \frac{345}{7620}$$

۲۰- در زیر اعداد و مقدار تقریبی آن نوشته شده است. مقدار تقریبی آنها را مشخص کنید.

$$\text{_____ (روش قطع کردن) } 7208/125 \approx 7208/12$$

$$\text{_____ (روش گرد کردن) } 1325/716 \approx 1325/7$$

معرفی منابع

WWW.mathworld.wolfram.com

با search واژگان فنی می‌توانید از سایت‌های علمی اطلاعات بیشتر مقاله و کشفیات روز را بررسی و مطالعه کنید.

واژگان فنی

optimize تقریب زدن ، optimization تقریب

رابطه طولی تقریب

پایه دوم : بحث تقریب زدن از پایه دوم شروع می‌شود و دانش‌آموزان با مفهوم حذف کردن و نزدیک‌تر آشنا می‌شوند.

با توجه به اینکه دانش‌آموزان در پایه دوم اعداد سه رقمی را می‌خوانند. از طریق جدول ارزش مکانی و استفاده از محور با مفهوم حذف کردن مرتبه‌ها و نزدیک‌تر بودن اعداد سه رقمی آشنا شوند.

پایه سوم : دانش‌آموزان در پایه سوم با مفهوم جدیدی از تقریب آشنا نمی‌شوند. و به دلیل اینکه در این پایه اعداد ۴ رقمی را یاد گرفته‌اند تقریب زدن اعداد چهار رقمی به همانند پایه دوم انجام می‌دهند و جایگزین کردن صفر به جای رقم‌های یکان و دهگان و صدگان اعداد چهار رقمی.

پایه چهارم : موضوع اصلی که در این پایه برای بار اول مطرح می‌شود این است که دانش‌آموز یاد می‌گیرد که مقدار تقریب یک عدد را با درک رقم مورد نظر تقریب بزنند. و همچنین در این پایه با مفهوم اختلاف پاسخ‌های تقریبی و واقعی آشنا می‌شود.

و نیز آمادگی لازم برای انجام تقسیم با استفاده از تقریب را کسب می‌کنند.

پایه پنجم : در پایه پنجم تقریب اعداد اعشاری را با حذف رقم‌های اعشار تقریب می‌زنند لازم به ذکر است تا قبل از ورود به پایه ششم از عناوین قطع کردن و گرد کردن استفاده نشده است و به جای آن از عناوین حذف کردن - نزدیک‌تر - با تقریب رقم دهگان، صدگان، هزارگان استفاده شده است.

جدول انتظارات عملکردی:

جدول انتظارات عملکردی فصل هفتم ریاضی ششم

ردیف	عملکرد	مقیاس	خیلی خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱	مفهوم تقریب را به درستی درک می‌کند.					
۲	از تقریب در محاسبات زندگی روزمره استفاده می‌کند.					
۳	در مواقع لازم از علامت تقریب استفاده می‌کند.					
۴	درک درستی از مقدارهای تقریب دارد.					
۵	تقریب زدن به روش قطع کردن را یاد گرفته است.					

				۶	مقدار تقریبی کسرها به روش قطع کردن پیدا می کند.
				۷	تقریب زدن اعداد به روش گرد کردن را یاد گرفته است.
				۸	تقریب اعداد کسری را به روش گرد کردن انجام می دهد.
				۹	محل تقریبی کسرها بر اساس مقدارهای تقریب به هر دو روش روی محور نمایش می دهد.
				۱۰	درک درستی از استفاده ابزار مناسب برای اندازه گیری ها دارد.
				۱۱	لزوم استفاده از میزان دقت تقریب مناسب با توجه به موضوع و اهمیت محاسبات را می داند.
				۱۲	از روش های تقریب (ابتدا محاسبه، سپس تقریب – ابتدا تقریب، سپس محاسبه) در محاسبات تقریبی با توجه به شرایط درست استفاده می کند.
				۱۳	توانایی به دست آوردن اختلاف بین پاسخ های تقریبی با پاسخ های تقریبی را دارد.
				۱۴	مراحل ترتیب عملیات را صحیح انجام می دهد.
				۱۵	می داند که هرچه مقدارهای تقریب دقیق تر (کوچک تر) باشد پاسخ محاسبه تقریبی به پاسخ واقعی نزدیک تر است.
				۱۶	مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و واقعی یک ضرب را به روش قطع کردن به کمک شکل نشان می دهد.
				۱۷	با مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و واقعی در روش های قطع و گرد کردن آشنا است.

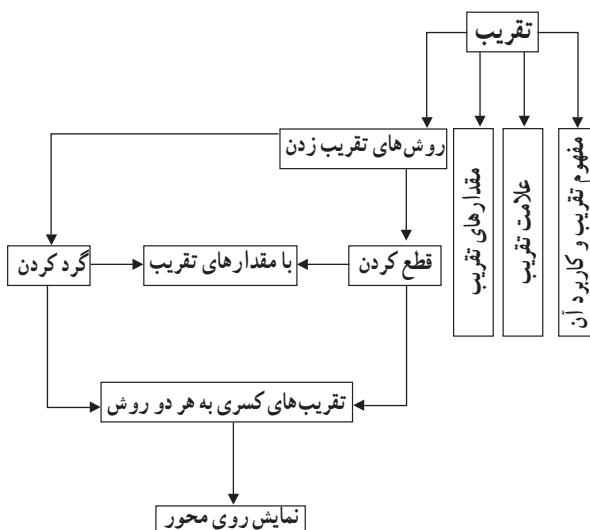


تقریب

اهداف

- ۱- مفهوم تقریب و کاربرد آن در محاسبات زندگی روزمره به درستی درک می‌کند.
- ۲- از علامت تقریب در مواقع لازم استفاده می‌کند.
- ۳- تقریب زدن به روش قطع کردن را صحیح انجام می‌دهد.
- ۴- درک درستی از مفهوم مقدارهای تقریب دارد.
- ۵- عبارت «با تقریب کمتر از ...» را به جای عبارت «با تقریب رقم ...» صحیح به کار می‌برد.
- ۶- با روش تقریب زدن به روش گرد کردن آشنا است.
- ۷- مقدار تقریبی کسرها را به روش قطع کردن و گرد کردن را صحیح محاسبه می‌کند.
- ۸- محل تقریبی کسرها بر اساس مقدارهای تقریب (به هر دو روش) بر روی محور نمایش می‌دهد.

نقشه مفهومی



روش تدریس

همان‌طور که مشاهده می‌کنید این درس با یک پیش‌سازمان‌دهنده شروع شده و مستقیماً با فعالیت آغاز نشده است. پیش‌سازمان‌دهنده استفاده شده در این درس کاربرد این درس به صورت ملموس نشان می‌دهد. استفاده از این پیش‌سازمان‌دهنده برای ورود به درس و ایجاد انگیزه مناسب است. هدف اصلی این قسمت، آشنا کردن دانش‌آموزان با این نکته است که در بسیاری از زمان‌های نیاز به بیان دقیق مقدار پدیده‌ها نیست. بعد از بیان مثال کتاب و بحث درباره آن، از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های دیگری از زندگی روزمره خود در این باره بیان کنند.

فعالیت صفحه ۱۳۲

دانش‌آموزان با این روش قطع کردن در سال‌های گذشته آشنا شده‌اند و این قسمت یادآوری می‌باشد. ردیف آخر جدول بازیاسخ است و پیشنهاد می‌شود تمام دانش‌آموزان پاسخ خود را در این قسمت بیان کنند.

در ستون آخر جدول که اختلاف مقدار واقعی و مقدار تقریبی را خواسته آموزگاران بهتر است توجه دانش‌آموزان را به اختلاف اعداد در رابطه آن با تقریب داده شده جلب نمایند. اما رابطه بین آن توسط آموزگاران بیان نشود.

در قسمت ب) جمع‌بندی قسمت الف است و آموزگار با پرسش و پاسخ می‌تواند به هدف این قسمت دست یابد.

فعالیت صفحه ۱۳۴

هدف از انجام این فعالیت آموزش روش دیگری برای تقریب زدن می‌باشد. برای ایجاد انگیزه از دانش‌آموزان بخواهید اعداد ۱۹۹، ۹۹، ۳۹۹۹، ... را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ قطع کنند، سپس نظر آنها را در مورد جواب‌هایی که به دست آورده‌اند بی‌رسید. از آنجایی که دانش‌آموزان در سال‌های گذشته با روش تقریبی مقدار واقعی به کدام عدد نزدیک‌تر است آشنا شده‌اند انتظار می‌رود بحث مورد نظر به سمت این واحد درسی روش‌گرد کردن هدایت شود. پس از ایجاد انگیزه در فعالیت صفحه ۱۳۴ با جایگزینی دانش‌آموزان به جای احمد و معلم در جای خود سؤال ۱ با استفاده از دانسته‌های گذشته پاسخ داده شود.

از دانش‌آموزان بخواهید سؤال ۲ را پاسخ دهند و دلیل خود را برای انتخاب عدد مورد نظر بیان کنند. با استفاده از پرسش و پاسخ‌های مناسب که در فعالیت پیشنهادی ارائه شده به نتیجه حاصله در

کادر دست یافت و پس از آنکه به هدف مورد نظر رسیدیم یعنی پیدا کردن روش برای گرد کردن و دلیل آن توسط دانش‌آموزان نتایج حاصله را با مطلب داخل کادر یکی می‌کنیم.

بررسی بعضی از سؤالات کار در کلاس

سؤال ۲ صفحه ۱۳۳ کاربرد روش قطع کردن را در زندگی روزمره با بیان واحد پول بیان می‌کند. سؤال ۴ کار در کلاس صفحه ۱۳۳ بدفهمی احتمالی ایجاد شده در دانش‌آموزان را مطرح کرده است پیشنهاد می‌شود در صورتی که این بدفهمی با طرح یک سؤال در کتاب رفع نشده بهتر است چند سؤال مشابه در کلاس مطرح شود.

فعالیت پیشنهادی

پیشنهاد می‌شود آموزگار در فعالیت صفحه ۱۳۲ و ۱۳۳ با طرح سؤالات متعدد و در مورد اختلاف واقعی و تقریبی با مقدار تقریب داده شده دانش‌آموز را در درک جایگزینی با تقریب کمتر از به جای با تقریب دهگان و ... هدایت نماید.

می‌توان برای این درس کلاس را با یک بازی به نحو زیر آغاز کرد. ۵ نفر دور هم بایستند، یکی بازی را شروع کند. عددی بگوید نفر بعدی با حذف خورده‌های کوچک‌تر از ۱۰۰۰ عدد را تکرار کند و یک عدد جدید بگوید و بازی ادامه یابد، هر نفر که اشتباه کرد از دور بازی خارج می‌شود. برای کنترل بازی می‌توانید در انتخاب عدد محدودیت‌هایی مشخص کنید. مثلاً در تعداد ارقام و ... در سؤال ۲ صفحه ۱۳۴ پیشنهاد می‌شود معلم با طرح سؤالاتی از دانش‌آموزان مثلاً چرا این عدد را انتخاب کرده‌ای؟ اختلاف عدد تقریبی با مقدار واقعی چقدر است؟ چه رابطه‌ای بین اختلاف این دو عدد و تقریب زده شده وجود دارد؟ آیا برای پیدا کردن پاسخ روشی را پیشنهاد می‌کنید؟ و ... می‌توان به هدف مورد نظر دست یافت و از طرفی کلاسی پویا خواهیم داشت.

توصیه‌های آموزشی

بعد از حل جدول فعالیت صفحه ۱۳۲ از دانش‌آموزان بخواهید روش‌های پیشنهادی خود را در روش قطع کردن بیان کنند و بعد از حل قسمت ب همین فعالیت با دادن سؤالاتی بخواهید تا جواب خود را تغییر نمایند. بدین معنا مثلاً عدد ۲۳۲۴۵ با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ می‌شود ۲۳۰۰۰. این یعنی

عدد مورد نظر کمتر از ۱۰۰۰ واحد با عدد ۲۳۰۰۰ فاصله دارد و در ضمن حتماً از عدد به دست آمده نیز بزرگ تر است (به عبارت دیگر در روش قطع کردن مقداری از عدد واقعی در نظر گرفته نمی شود). برای اینکه بدفهمی در مورد اعداد اعشاری در تقریب زدن ایجاد نشود سؤالات مشابه کار در کلاس صفحه ۱۳۳ سؤال ۴ برای هر دو روش قطع کردن و گرد کردن مطرح شود.

استفاده از تکنولوژی

- ۱- در هنگام محاسبه مقدار تقریبی کسرها استفاده از ماشین حساب مفید است. چون هدف تقریب مهارت تقسیم کردن نیست بلکه هدف اصلی تعیین مقدار تقریبی عدد به دست آمده از تقسیم است.
- ۲- در صورت توسعه این مفهوم تمامی محاسبات تعیین درصد خطا می تواند به کمک ماشین حساب مطرح شود.
- ۳- در صورت آشنایی دانش آموزان با برنامه نویسی کامپیوتر طرح پروژه برنامه «گرد کردن اعداد» مناسب است.

حل بعضی از تمرین ها

۱: ردیف آخر جدول

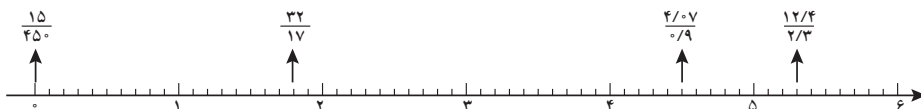
عدد	روش تقریب	تقریب کمتر از ۱۰۰	تقریب کمتر از ۰/۱	تقریب کمتر از ۱	تقریب کمتر از ۱۰۰۰
۱۵۳/۲۶۱	قطع	۱۰۰/۰۰۰	۱۵۳/۲۰۰	۱۵۳/۰۰۰	۰
۱۹۸۹	قطع	۱۹۰۰	۱۹۸۹	۱۹۸۹	۱۰۰۰
۰/۳۴۲	قطع	۰	۰/۳	۰	۰
۴۵۶۷/۷۹	گرد کردن	۴۶۰۰/۰۰	۴۵۶۷/۸	۴۵۶۸/۰۰	۵۰۰۰/۰۰
$\frac{17762}{264}$ باز پاسخ ثابت	گرد کردن	۱۷۸۰۰	۱۷۷۶۲/۳	۱۷۷۶۲/۰۰	۱۷۰۰۰/۰۰۰

ک: ۷۹،۵۰۰

سؤال ۲:

ب: ۸۰،۴۹۹

سؤال ۴ :



$$\frac{32}{17} \approx 1/8 \text{ گردن قطع}$$

$$\frac{15}{450} \approx 0 \text{ گرد کردن}$$

$$\frac{12/4}{2/3} \approx 5/3 \text{ قطع گردن}$$

$$\frac{4/07}{0/9} \approx 4/5 \text{ گرد کردن}$$

سؤال ۵ : روش گرد کردن و با تقریب کمتر از $10/000$

بدفهمی‌های درس

۱- دانش‌آموزان زمانی که با عبارتهای با «تقریب رقم صدگان» و یا «تقریب رقم دهگان» مواجه می‌شوند تصور می‌کنند باید رقم صدگان و یا دهگان را نیز حذف کنند.

۲- دانش‌آموزان در تقریب به روش قطع گردن و یا گرد کردن به جای رقم‌های حذف شده صفر قرار نمی‌دهند.

۳- برای به دست آوردن حاصل تقسیم اعداد اعشاری به روش گرد کردن و با تقریب کمتر از $0/1$ ، $0/01$ و یا $0/001$ باید یک رقم بیشتر از تقریب مورد نظر، تقسیم اعشاری را حل کنیم در صورتی که دانش‌آموزان به این موضوع توجه کافی ندارند.

۴- دانش‌آموزان زمانی که قرار است عددی را با تقریب کمتر از 10 ، 100 و ... گرد و یا قطع کنند به جای آنکه به قسمت صحیح عدد نگاه کنند به قسمت اعشاری آن نگاه می‌کنند و اعمال را روی قسمت اعشاری انجام می‌دهند.

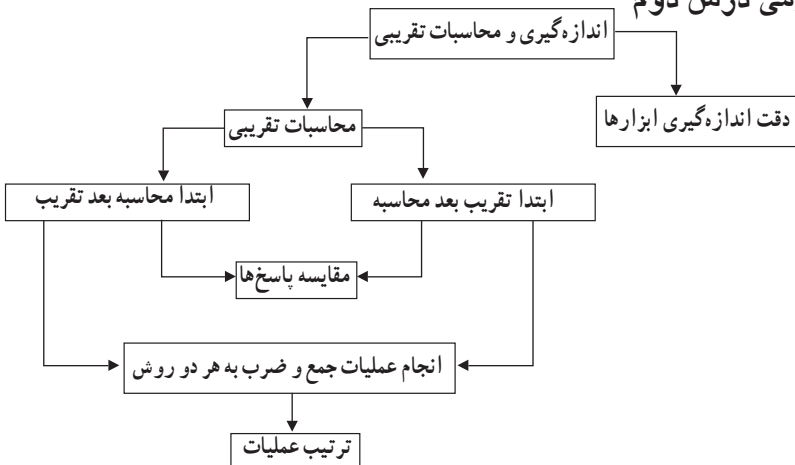


اندازه‌گیری و محاسبات تقریبی

اهداف

- ۱- برای هر نوع اندازه‌گیری با توجه به موضوع و اهمیت آن از ابزار و میزان تقریب مناسب استفاده می‌کند.
- ۲- در محاسبات تقریبی با توجه به شرایط از روش‌های (ابتدا محاسبه، سپس تقریب - ابتدا تقریب، سپس محاسبه)، به درستی استفاده می‌کند.
- ۳- اختلاف بین پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی یک محاسبه را به دست می‌آورد.
- ۴- اختلاف بین پاسخ‌ها به روش‌های قطع کردن و گرد کردن در عملیات را باهم مقایسه می‌کند.
- ۵- مراحل ترتیب عملیات‌ها را صحیح انجام می‌دهد.
- ۶- مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و واقعی یک ضرب $(۶ \times ۴ / ۲۵)$ به روش قطع کردن را به کمک شکل نشان دهد.
- ۷- بداند در محاسبات تقریبی هرچه مقدار تقریب دقیق‌تر (کوچک‌تر) باشد به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

نقشه مفهومی درس دوم



روش تدریس

فعالیت: ۱۳۷

در ابتدا با یک متر وارد کلاس شوید و از دانش‌آموزان بخواهید که قد خود را به کمک دوستانشان اندازه‌گیری کنند و اندازه‌ها را بیان کنند.

هدف اصلی این قسمت آشنا کردن دانش‌آموزان با این نکته است که برای هر نوع اندازه‌گیری نیاز به ابزار مناسب است و با توجه به موضوع و اهمیت آن مقدار تقریب (واحد تقریب) را متناسب انتخاب شود. در بسیاری از زمان‌ها نیازی به بیان دقیق مقدار پدیده‌ها نیست.

پس از بیان مثال‌های کتاب و بحث درباره آنها، از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های دیگری از زندگی روزمره خود در این باره بیان کنند.

سعی کنید در هر یک از مثال‌ها مشخص کنید تا چه دقتی لازم است که پدیده و یا محاسبات مورد بررسی قرار گیرد و از دانش‌آموزان بخواهید این موضوع را توضیح دهند.

برای مثال دقت خط‌کشی که فقط واحد سانتی‌متر دارد یک سانتی‌متر است. یعنی این خط‌کش کمتر از یک سانتی‌متر را مشخص نمی‌کند.

برای اندازه‌گیری دقیق‌تر طول، با توجه به واحد می‌توانیم آن را به قسمت‌های کوچک‌تری تقسیم کنیم. به‌طور مثال ۱ سانتی‌متر برابر ۱۰ میلی‌متر است پس هر سانتی‌متر را می‌توانیم به ۱۰ تا میلی‌متر تقسیم کنیم. دقت خط‌کش که میلی‌متر دارد ۱ میلی‌متر است یعنی خط‌کش کمتر از یک میلی‌متر را مشخص نمی‌کند. دقت اندازه‌گیری با توجه به موضوع و اهمیت آن مورد بررسی و انتخاب می‌گیرد.

اندازه‌گیری تب یک کودک بیمار ← با تقریب کمتر از 0.1° درجه

اندازه‌گیری وزن یک قطعه فلزی گران‌بها ← با تقریب کمتر از 0.001 گرم

بررسی سؤالاتی‌های کار در کلاس صفحه ۱۳۸

پاسخ سؤال ۱- یک سانتی‌متر

پاسخ سؤال ۲- یک سانتی‌متر و ۵ میلی‌متر

پاسخ سؤال ۳- ب) متر خیاطی که فقط سانتی‌متر شمار دارد.

پ) صفحه کیلومتر شمار خودرو

تمرین صفحه ۱۳۸

تمرین ۱- با توجه به اندازه‌های مختلف جعبه‌های دستمال کاغذی جواب این تمرین باز پاسخ می‌باشد.

و دانش‌آموزان اندازه‌گیری را تا سانتی متر محاسبه می‌کنند و کمتر از ۱ سانتی متر را در نظر نمی‌گیرند.
تمرین ۲— حجم یک قوطی کبریت با تقریب کمتر از ۱ میلی متر است و کمتر از ۱ میلی متر را در نظر نمی‌گیرند و حجم را به دست می‌آورند.

تمرین ۳— وزن خود یا دوستان را با تقریب کمتر از ۱ کیلوگرم به روش گرد کردن به دست بیاورند آن مقدار که کمتر از ۵۰۰ گرم باشد حذف خواهد شد. و از ۵۰۰ گرم به بالا را حذف می‌کنند و یک کیلوگرم به وزن اضافه می‌کنند مثال: ۴۹۰ → ۴۹۰/۴۰۰ کیلوگرم
 ۴۵ → ۴۴/۵۵۰ کیلوگرم

توصیه‌های آموزشی برای درک بهتر مقدار اختلاف محاسبات تقریبی

استفاده از عددهای تقریبی می‌تواند تصور خوبی از پاسخ عملیات مختلف بدهد بنابراین توصیه می‌شود مراحل زیر را انجام دهید تا دانش‌آموزان به درک اختلاف حاصل عبارت تقریبی با مقدار واقعی پی ببرند.

از دانش‌آموزان بخواهید ابتدا مقدار تقریب را مشخص کنند و هر عدد را با توجه به مقدار تقریب انتخابی تقریب بزنند. و حاصل تقریبی عبارت ریاضی را با مقدار تقریب انتخابی محاسبه کنند. سپس پاسخ عبارت‌های ریاضی را با عددهای واقعی و بدون تقریب زدن، محاسبه کنید پاسخ عبارت‌ها، با عددهای بدون تقریب (واقعی) را با پاسخ عبارت‌ها با عددهای تقریبی مقایسه کنید.

در صورتی که جواب عملیات شما با عددهای بدون تقریب (واقعی) با پاسخ عددهای تقریبی به دست آمده اختلاف زیادی دارد بهتر است دوباره راه حل خود را بررسی کنید. دلیل این اختلاف و اشکال خود را پیدا کنید.

روش تدریس

فعالیت صفحه ۱۳۸

در فعالیت شماره ۱ دانش‌آموزان ابتدا مساحت فرش را محاسبه می‌کنند و سپس مساحت فرش را با تقریب کمتر از ۱٪ به دست می‌آورند. (ابتدا محاسبه — سپس تقریب) در انجام محاسباتی که ارزش و اهمیت موضوع مورد محاسبه برای ما مهم باشد دو نکته را باید توجه کرد:

۱— میزان تقریب را دقیق تر انتخاب کنیم.

۲— ابتدا محاسبه را انجام دهیم و سپس حاصل را تقریب بزنیم که به اندازه واقعی نزدیک تر است

و مقدار خطای تقریب کمتر خواهد بود.

در فعالیت شماره ۲ دانش‌آموزان برای محاسبه یک ورق نئوپان ابتدا اعداد اندازه‌ها را با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ تقریب می‌زنند و سپس محاسبه را انجام می‌دهیم (ابتدا تقریب و سپس محاسبه) دانش‌آموزان با انجام این دو فعالیت باید درک کنند که در محاسبات تقریبی، با توجه به شرایط و ارزش و اهمیت موضوع، بعضی مواقع ابتدا اعداد را تقریب می‌زنیم و سپس محاسبه را انجام می‌دهیم و بعضی مواقع ابتدا محاسبه را انجام می‌دهیم و سپس حاصل را تقریب می‌زنیم.

برای محاسبه مساحت فرش دست‌باف با توجه به ارزش و اهمیت، هم مقدار تقریب دقیق‌تر و هم ابتدا محاسبه و سپس تقریب برای محاسبه مساحت ورق نئوپان با توجه به کم‌اهمیت بودن آن نسبت به فرش دست‌باف هم مقدار تقریب بیشتر است و هم ابتدا تقریب و سپس محاسبه حاصل در نظر است.

بررسی سؤالات کار در کلاس صفحه ۱۳۹

$$۱- \text{مقدار واقعی} \xleftarrow{\text{کیلوگرم}} ۱/۷۵۰ = ۳/۵ \times ۵۰۰$$

$$\text{به روش گرد کردن} \xleftarrow{\text{کیلوگرم}} ۲/۰۰۰ = ۴ \times ۵۰۰$$

$$\text{به روش قطع کردن} \xleftarrow{\text{کیلوگرم}} ۱/۵۰۰ = ۳ \times ۵۰۰$$

۲- الف)

$$\frac{1}{3} \cong \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{حاصل با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ به روش گرد کردن}} \frac{1}{25} = \frac{1}{13} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \xrightarrow{\text{مقدار تقریبی اعداد با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ به روش گرد کردن}} \frac{1}{13} + \frac{1}{12}$$

آیا نتیجه‌ها یکی هستند؟ خیر، ابتدا محاسبه و سپس تقریب زدن به جواب واقعی نزدیک‌تر است.

$$۳- \text{ابتدا محاسبه و سپس با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ قطع کردن } \frac{1}{2} \cong \frac{1}{13} + \frac{1}{12}$$

$$\text{ابتدا تقریب زدن و سپس محاسبه با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} \text{ قطع کردن } \frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

آیا نتیجه‌ها یکی هستند؟ بله چون در تقریب زدن به روش قطع کردن مقداری که در هر دو مرحله حذف می‌شود یکسان است و پاسخ‌ها یکی است.

-۴

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{141} & \text{با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} & \frac{3}{1} \\ + \frac{2}{761} & \longrightarrow & + \frac{2}{7} \\ \hline \frac{5}{902} & \text{با روش قطع کردن} & \frac{5}{8} \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \frac{3}{1} & \text{با تقریب کمتر از } \frac{1}{10} & \frac{3}{1} \\ + \frac{2}{8} & \longrightarrow & \frac{2}{8} \\ \hline \frac{5}{9} & \text{به روش گرد کردن} & \frac{5}{9} \end{array}$$

پاسخ واقعی

– حاصل جمع با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ به روش قطع کردن $\frac{5}{8}$

– حاصل جمع با تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ به روش گرد کردن $\frac{5}{9}$

– پاسخ واقعی جمع $\frac{5}{902}$

در محاسبه جمع، گرد کردن به مقدار پاسخ واقعی نزدیک تر است.

فعالیت پیشنهادی

۱- در روش اول هر عدد را با تقریب کمتر از ۱ و به روش گرد کردن تقریب می‌زنیم و سپس محاسبه می‌کنیم مقدار اختلاف بین پاسخ تقریبی و پاسخ واقعی را خطای تقریب می‌نامیم. (ابتدا تقریب و سپس محاسبه)

$$\text{مقدار پاسخ واقعی} \leftarrow 28/64 = 3/43 + 14/46 + 10/75$$

$$\text{مقدار پاسخ تقریبی با تقریب کمتر از ۱ به روش گرد کردن} \leftarrow 28 = 3 + 14 + 11$$

$$\text{خطای تقریب} \leftarrow 28/64 - 28 = 0/64$$

۲- در روش دوم ابتدا محاسبه جمع را انجام می‌دهیم و سپس تقریب می‌زنیم. بنابراین چون این سه عدد یکبار تقریب زده می‌شوند و در جمع کردن این سه عدد، مقدار خطای تقریب آنها نیز باهم جمع شده‌اند حاصل عبارت با مقدار واقعی اختلاف دارد.

$$\text{پاسخ با تقریب کمتر از ۱ و به روش گرد کردن} \leftarrow 29 \approx 28/64 = 3/43 + 14/46 + 10/75$$

$$29 - 28/64 = 0/36$$

۳- در روش اول که ابتدا با تقریب کمتر از ۱ تقریب زدیم (با روش گرد کردن) و سپس محاسبه انجام دادیم حاصل ۲۸ شد.

۴- در روش دوم حاصل عبارت (۲۸/۶۴) به دست آوردیم و سپس حاصل را با تقریب کمتر از ۱ به روش گرد کردن محاسبه کردیم (ابتدا محاسبه و سپس تقریب) جواب ۲۹ شد و یکبار خطای تقریب در محاسبه عبارت تأثیر داشت.

۵- در روش دوم چون فقط یکبار تقریب زده شده است پس پاسخ تقریبی با پاسخ واقعی اختلاف کمتری دارد.

$$۰/۳۶ = ۲۸/۶۴ - ۲۹$$

۶- بنابراین پاسخ تقریبی در روش اول و دوم باهم اختلاف دارند (به اندازه ۱ واحد)

۷- برای اینکه مقدار خطا و اختلاف را کمتر کنیم باید مقدار تقریب را دقیق تر انتخاب کنیم (۱/۰ و یا ۰/۱ یا ...)

روش تدریس

فعالیت صفحه ۱۴۰ (مراحل ترتیب عملیات)

می خواهیم حاصل عبارت زیر را محاسبه کنیم.

$$۸ - ۲ \times ۳ = \begin{cases} \rightarrow (۸ - ۲) \times ۳ = ۱۸ & \text{راه حل اول} \\ \rightarrow ۸ - (۲ \times ۳) = ۲ & \text{راه حل دوم} \end{cases}$$

همان طور که می بینید پاسخ عبارت $۸ - ۲ \times ۳ =$ به دو روش بالا با یکدیگر متفاوت است بنابراین باید برای انجام عملیات ریاضی قرارداد یکسانی را داشته باشیم تا حاصل عبارت های ریاضی یکسان شود. بنابراین، این چنین قرارداد می کنیم:

اگر یک عبارت پراتز داشت از داخلی ترین پراتز محاسبات را شروع می کنیم. اگر ترتیب انجام عملیات با پراتز مشخص نشده بود ابتدا باید ضرب و تقسیم و سپس جمع و تفریق را انجام دهید. برای انجام عملیات ضرب یا تقسیم، از سمت چپ به راست محاسبه کنید و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد.

مثلاً برای انجام عملیات $(۳ \times ۴) \div ۱۲$ ابتدا عملیات تقسیم و سپس ضرب را انجام می دهیم. برای انجام عملیات جمع یا تفریق، از سمت چپ به راست محاسبه می کنیم و اولویت انجام عملیات با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد. مثلاً برای انجام عملیات $(۳ + ۴) - ۱۲$ ابتدا عملیات تفریق و سپس جمع را انجام می دهیم.

بنابراین در انجام عملیات این فعالیت راه حل دوم صحیح است زیرا اولویت انجام عملیات، اول با ضرب و سپس با تفریق است. $۸ - (۲ \times ۳) = ۸ - ۶ = ۲$

توصیه آموزشی برای اولویت انجام عملیات صفحه ۱۴۰

دانش آموزان با انجام این فعالیت مراحل ترتیب و اولویت انجام عملیات را درک می کنند که به ترتیب زیر می باشد.

۱- اول محاسبه پرانتزها

اگر یک عبارت پرانتز داشت از داخلی ترین پرانتزها انجام محاسبات را شروع می کنیم تا حاصل تمام پرانتزها محاسبه شود.

۲- محاسبه ضرب یا تقسیم

وقتی که حاصل پرانتزها به دست آمد، و یا اگر ترتیب عملیات با پرانتز مشخص نشده باشد عملیات مربوط به ضرب و تقسیم را انجام می دهند. انجام ضرب و تقسیم نسبت به هم اولویت ندارند از سمت چپ به راست شروع می کنند هر کدام که اول بود را انجام می دهند و سپس بعدی را انجام می دهند.

۳- محاسبه جمع یا تفریق

جمع و تفریق هم مانند ضرب و تقسیم اولویتی نسبت به هم ندارند و هر کدام که سمت چپ تر قرار دارد نسبت به دیگری اولویت دارد.

برای انجام عملیات ضرب یا تقسیم، از سمت چپ محاسبه را شروع می کنند و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد.

مثلاً برای انجام عملیات $(4 \times 3 \div 12)$ ابتدا عملیات تقسیم و سپس ضرب را انجام می دهند. برای انجام عملیات جمع و یا تفریق از سمت چپ محاسبه را شروع می کنند و اولویت انجام عملیات، با قرار گرفتن علامتی است که در سمت چپ قرار دارد.

مثلاً برای انجام عملیات $(4 + 3 - 12)$ ابتدا عملیات تفریق و سپس جمع را انجام می دهند.

فعالیت پیشنهادی برای محاسبه ضرب های تقریبی

$$8 \times 3/26 =$$

۱- در روش اول عدد $3/26$ را با تقریب کمتر از $1/8$ و به روش گرد کردن محاسبه می کنیم که برابر $3/3$ است. (ابتدا تقریب و سپس محاسبه)

۲- چون عدد تقریبی $3/3$ باید ۸ برابر شود سپس ۸ را در $3/3$ ضرب می شود. $(8 \times 3/3 = 26/4)$

۳- در روش اول که ۸ را در عدد تقریبی ضرب می کنیم. مقدار اختلاف پاسخ تقریب ۸ برابر می شود و حاصل عبارت با پاسخ واقعی اختلاف بیشتری پیدا می کند.

۴- در روش دوم که ابتدا محاسبه و سپس تقریب حاصل است با تقریب کمتر از $1/8$ به روش گرد کردن پاسخ $26/8$ را به دست می آوریم.

$$8 \times 3/26 = 26/8 \approx 26/8$$

۵- در روش دوم فقط یک بار (حاصل عبارت) را تقریب می‌زنیم سپس فقط، یک بار مقدار حذف شده تقریب در محاسبه عبارت تأثیر دارد.

۶- در روش دوم چون فقط یک بار تقریب زده می‌شود پس پاسخ تقریبی عبارت با مقدار پاسخ واقعی عبارت اختلاف کمتری دارد.

۷- پاسخ تقریبی عبارت در روش اول و دوم با هم به اندازه $\frac{1}{3}$ اختلاف دارند.

۸- بنابراین اگر در محاسبات تقریبی ضرب‌ها ابتدا تقریب بزینم و سپس محاسبه را انجام دهیم. مقدار اختلاف تقریب در محاسبات با هم جمع شده و حاصل جواب تقریبی با پاسخ واقعی اختلاف بیشتری پیدا می‌کند.

پس بهتر است در محاسبات تقریبی ضرب ابتدا محاسبه و سپس تقریب زده شود.

حل بعضی از سؤال‌های کار در کلاس صفحه ۱۴۰

۱- با توجه به قرارداد حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\text{الف)} \quad 5 + (3 - (1 + (\frac{0}{71} - \frac{0}{3}))) \div 3 = 5 + (3 - (1 + \frac{0}{68})) \div 3 =$$

$$5 + (3 - \frac{1}{68}) \div 3 = 5 + \frac{1}{32} \div 3 = 5 + \frac{0}{44} = \frac{5}{44}$$

$$\text{ب)} \quad 8 \div 2 + 3 \times 7 + 4 \times 13 - 5 - 2 = 4 + 21 + 52 - 5 - 2 =$$

$$25 + 52 - 5 - 2 = 77 - 5 - 2 = 72 - 2 = 70$$

۲- عدد $\frac{4}{25}$ را با تقریب کمتر از ۱ و به روش قطع کردن برابر ۴ است. مقدار اختلاف تقریب برابر $\frac{0}{25}$ است. (این مقدار با توجه به میزان تقریب کم ارزش است) این عدد باید در ۴ ضرب شود زیرا می‌خواهیم بدانیم ۴ سطح چهارتایی برابر چند می‌شود. (۱۶ تا) چون عدد تقریبی ۴، در ۴ ضرب شده است بنابراین مقدار اختلاف تقریب نیز چهار برابر می‌شود.

(این مقدار خطای تقریبی (۱ واحد) با توجه به میزان تقریب ارزش دارد.)

پس اگر قبل از محاسبه عملیات ضرب عددی را تقریب بزینم و سپس حاصل را به دست آوریم مقدار خطای تقریب در محاسبات با هم جمع شده و حاصل تقریبی از عدد واقعی اختلاف پیدا می‌کند. با توجه به شکل حذف $\frac{0}{25}$ باعث می‌شود حاصل چهار برابر شدن محاسبه تقریبی به اندازه ۱ واحد از مقدار واقعی کمتر شود.

$$\text{پاسخ واقعی } 4 \times \frac{4}{25} = 17$$

$$۴/۲۵ = \frac{\text{با تقریب کمتر از } ۱}{\text{با تقریب کمتر از } ۱} \rightarrow ۴$$

$$۴ \times ۴ = ۱۶ \text{ پاسخ محاسبه تقریبی}$$

کار در کلاس ۳ صفحه ۱۴۱

کدام یک به مقدار واقعی نزدیک تر است؟ محاسبه احمد با تقریب کمتر از ۱ به مقدار واقعی نزدیک تر است. هرچه مقدار تقریب کوچک تر باشد پاسخ محاسبات تقریبی به پاسخ واقعی محاسبات نزدیک تر و دقیق تر است.

حل کار در کلاس ۴ — اول محاسبه پرانتز بعد محاسبه ضرب و آخر تفریق

$$\text{الف)} \quad ۱/۱ - ۰/۲ \times (۰/۴۳ + ۱/۰۷) =$$

$$۱/۱ - ۰/۲ \times ۱/۵۰ = ۱/۱ - ۰/۳ = ۰/۸$$

$$\text{ب)} \quad ۴/۵ \div ۱/۵ + ۱/۲ \times ۳ = ۳ + ۳/۶ = ۶/۶$$

حل کار در کلاس ۵

$$\text{الف)} \quad ۲\frac{۱}{۲} + ۱\frac{۱}{۳} \times \frac{۴}{۵} = ۲\frac{۱}{۲} + \frac{۴}{۳} \times \frac{۴}{۵} = ۲\frac{۱}{۲} + \frac{۱۶}{۱۵} = ۲\frac{۱۵}{۳۰} + \frac{۳۲}{۳۰} =$$

$$۲\frac{۴۷}{۳۰} = ۲ + ۱\frac{۱۷}{۳۰} = ۳\frac{۱۷}{۳۰} = ۳/۵۶ = ۳/۶$$

$$\text{ب)} \quad ۶ + (۳ + (۱ + (۰/۷۱ - ۰/۳۹))) \div ۳ = ۶ + (۳ + (۱ + ۰/۳۲)) \div ۳ =$$

$$۶ + (۳ + ۱/۳۲) \div ۳ = ۶ + ۴/۳۲ \div ۳ = ۶ + ۱/۴۴ = ۷/۴۴$$

تمرین ۱ صفحه ۱۴۱

$$۵/۳۷ + ۷/۴۴ - ۶/۴۸ =$$

$$\left. \begin{array}{l} ۵ + ۷ - ۶ = ۶ \text{ باروش قطع کردن} \\ ۵ + ۷ - ۶ = ۶ \text{ باروش گرد کردن} \end{array} \right\} \text{ابتدا تقریب کمتر از } ۱ \text{ سپس محاسبه}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۱۲/۸۱ - ۶/۴۸ = ۶/۳۳ = ۶ \text{ باروش قطع کردن} \\ ۱۲/۸۱ - ۶/۴۸ = ۶/۳۳ = ۶ \text{ باروش گرد کردن} \end{array} \right\} \text{ابتدا محاسبه سپس تقریب کمتر از } ۱$$

تمرین ۲ صفحه ۱۴۱

$$۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ = ۱۲/۲۱ - ۶/۸۲ = ۵/۳۹$$

پاسخ واقعی ←

$$۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ = ۱۲/۲۱ - ۶/۸۲ = ۵/۳۹ = ۵ \text{ ابتدا محاسبه و سپس تقریب}$$

ابتدا تقریب کمتر از ۱ باروش گرد سپس محاسبه

$$۴/۳۱ + ۷/۹ - ۶/۸۲ = ۴ + ۸ - ۷ = ۱۲ - ۷ = ۵$$

اختلاف محاسبه $۵/۳۹ - ۵ = ۰/۳۹$

$$۱۳\frac{۱}{۴} - ۱\frac{۵}{۶} = ۱۲\frac{۱}{۴} - \frac{۵}{۶} = ۱۲\frac{۳}{۱۲} - \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{۱۴۷}{۱۲} - \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{۱۳۷}{۱۲} = ۱۱/۴۱ \leftarrow \text{پاسخ واقعی}$$

$$۱۱/۴۱ \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از ۱}} ۱۱$$

ابتدا محاسبه و سپس تقریب \leftarrow اختلاف محاسبه $۱۱/۴۱ - ۱۱ = ۰/۴۱$

$$\text{ابتدا تقریب و سپس محاسبه } ۱۲ = ۱۳ - ۱ = ۱۳\frac{۱}{۴} - ۱\frac{۵}{۶}$$

ابتدا تقریب و سپس محاسبه اختلاف محاسبه $۱۲ - ۱۱/۴۱ = ۰/۵۹$

تمرین ۳ صفحه ۱۴۱

$$۱۳/۱ - ۱/۲ \times ۱۰ = ۱۳/۱ - ۱۲/۰ = ۱/۱$$

$$۱۰ - ۰/۱ \times (۴/۷ - ۳/۵) = ۱۰ - ۰/۱ \times ۱/۲ = ۱۰ - ۰/۱۲ = ۹/۸۸$$

$$۴/۳ - ۱/۱۷ = ۳/۱۳$$

$$۴/۳ + ۱\frac{۲}{۳} = ۴\frac{۳}{۱۰} + ۱\frac{۲}{۳} = ۵\frac{۹}{۳۰} + \frac{۲۰}{۳۰} = ۵\frac{۲۹}{۳۰} = ۵/۹۶$$

$$۱۲ - \frac{۲}{۵} + ۱\frac{۳}{۵} = ۱۱\frac{۵}{۵} - \frac{۲}{۵} + ۱\frac{۳}{۵} = ۱۱\frac{۳}{۵} + ۱\frac{۳}{۵} = ۱۲\frac{۶}{۵} = ۱۲ + ۱\frac{۱}{۵} = ۱۳\frac{۱}{۵}$$

$$۳\frac{۱}{۴} - ۱/۱۷ = ۳/۲۵ - ۱/۱۷ = ۲/۰۸$$

$$۰/۲ \times ۱\frac{۳}{۷} = \frac{۲}{۱۰} \times ۱\frac{۳}{۷} = \frac{۲}{۱۰} \times \frac{۱۰}{۷} = \frac{۲}{۷}$$

$$\frac{۷}{۳} = ۷ \times \frac{۱}{۳} = ۷ \times ۰/۳ = ۲/۱$$

تمرین ۴ صفحه ۱۴۱

$$\frac{۷}{۳} = ۷ \div ۳ = ۲/۳۳۳۳۳ \approx ۲/۳$$

اگر در روش اول ابتدا بدون تقریب ابتدا ۷ را در $۰/۳۳$ ضرب کنیم و بعد پاسخ را تقریب بزنیم پاسخ‌ها یکی می‌شود. (ابتدا محاسبه و سپس تقریب)

بdfهمی های رایج دانش آموزان

- ۱- عدم درک کامل از کاربرد تقریب در محاسبات تقریبی با توجه به شرایط (ابتدا تقریب، سپس محاسبه، ابتدا محاسبه، سپس تقریب)
- ۲- اینکه همیشه گرد کردن در محاسبات تقریبی به مقدار واقعی نزدیک تر نیست و بلکه در بیشتر موارد می تواند نزدیک باشد.
- ۳- بdfهمی در ترتیب انجام عملیات ها که در ضرب و تقسیم، تصور دانش آموزان این است که ترتیب عملیات با ضرب است و در جمع و تفریق ترتیب ابتدا با جمع است.

مرور فصل

فرهنگ نوشتن

هدف «فرهنگ نوشتن» این است که دانش آموزان بتوانند ایده های خود را درباره مفاهیم مختلف ریاضی که در این فصل یادگرفته و رابطه این مفاهیم را به زبان ساده بیان نمایند و بنویسند تا از این طریق بتوانند کنترل بیشتری بر فرایند یادگیری خود داشته باشند. بنابراین طبیعی است که جملات دانش آموزان با یکدیگر متفاوت باشد و نباید انتظار داشته باشیم که دانش آموزان بتوانند افکار خود را با اصطلاحات و جمله های کاملاً درست بیان کنند.

تمرین ها

سؤال ۱: هدف این سؤال این است که دانش آموزان بتوانند با استفاده از روش های تقریب سن دانش آموزان داده شده را به سال تقریب بزنند.

دانش آموزانی که قسمت ماه های سال آنها زیر ۶ ماه باشد به روش قطع کردن آن مقدار از ماه ها نیز حذف می شوند. و دانش آموزانی که قسمت ماه های سال آنها از ۶ ماه به بالاتر باشد به روش گرد کردن آن مقدار از ماه ها حذف می شود و یک سال به سال آنها اضافه می شود.

$$12 \xrightarrow{\text{روش قطع کردن}} 3 \text{ و } 12 \text{ ماه سال}$$

$$12 \xrightarrow{\text{روش گرد کردن}} 6 \text{ و } 11$$

$$10 \xrightarrow{\text{روش گرد کردن}} 9 \text{ و } 10$$

$$12 \xrightarrow{\text{روش قطع کردن}} 5 \text{ و } 12$$

سؤال ۲: هدف تبدیل اعداد کسری به اعداد اعشاری و تقریب زدن با تقریب کمتر از ۰/۰۱

به طوری که با مقدار واقعی شان برابر باشد.

$$\frac{1}{4} = ۰/۲۵ = ۰/۲۵ \quad \frac{2}{8} = ۰/۲۵$$

$$\frac{1}{2} = ۰/۵۰ = ۰/۵۰ \quad \frac{3}{4} = ۰/۷۵:$$

سؤال ۳

$$۱۵/۲۶۷۱ \quad ۱۵/۲۶۷۳ \quad ۱۵/۲۶۷۵ \quad ۱۵/۲۶۷۸$$

سؤال ۴

$$\frac{19}{37} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{11}{21} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{17}{39} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{50}{107} = \frac{50}{110} = \frac{5}{11}$$

$$\frac{56}{1225} = \frac{60}{1230} = \frac{6}{123} = \frac{2}{41}$$

سؤال ۵:

با تقریب کمتر از ۱ ← $4325/7 \approx 4325$

با تقریب کمتر از ۰/۰۱ ← $7208/125 \approx 7208/12$

با تقریب کمتر از ۰/۰۰۱ ← $7208/1254 \approx 7208/125$

سؤال ۶:

الف) تقریب کمتر از ۰/۰۱ به عدد واقعی نزدیک تر است.

ب) ۱۰ سانتی متر

پ) ۱۰۰ گرم

