

۱۲

کسر



تعداد دانشآموزان ایرانی در سال ۱۳۹۴، حدود ۱۲ میلیون نفر و جمعیت کشورمان در آن سال حدود ۸۰ میلیون نفر بود.

بنابراین تزدیک به $\frac{1}{7}$ جمعیت ایران را در سال ۱۳۹۴ دانشآموزان تشکیل می‌دادند.

جمع و تفریق کسرها

• فعالیت •

- ۱- با توجه به آنچه از کسر آموخته اید، مثال هایی از کسر در اطراف خود طرح و با داشت آموزان دیگر در این باره گفت و گو کنید.
- ۲- در جدول زیر کسر یا عدد مخلوط مناسب را بنویسید و شکل های لازم را رسم یا رنگ کنید. آخرین سطر را به دلخواه خودتان کامل کنید.

واحد	مقدار رنگ شده	عدد مخلوط	کسر
		$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$
			$\frac{2}{3}$
		$1\frac{3}{4}$	
			$\frac{14}{5}$
		$3\frac{1}{4}$	

۳- حاصل جمع و تفریق ها را پیدا کنید. هر جا لازم است عده های مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5}{15} - \frac{3}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} =$$

$$7 - 3\frac{1}{4} =$$

$$5\frac{2}{3} - 1 =$$

$$3\frac{1}{2} + \frac{5}{7} =$$

$$2\frac{3}{5} + 4\frac{2}{10} =$$



ناهید دیروز $\frac{3}{4}$ لیتر و امروز $\frac{5}{6}$ لیتر شیر نوشیده است. او می‌خواهد بداند در این دو روز روی هم چند لیتر شیر نوشیده است. راه حل او و دوستش را توضیح دهد. هر جا که لازم است راه حل را کامل کنید.



الف) ناهید ابتدا کسرهای مساوی $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ را با مخرج‌های برابر پیدا کرد و بعد پاسخ را به دست آورد:

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24} \quad \frac{5}{6} = \frac{\square}{24}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{\square}{24} + \frac{\square}{24} = \frac{\square}{\square} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12} \text{ لیتر}$$

ب) مهدیه به روش دیگری عمل کرد. روش او و ناهید را با هم مقایسه کنید.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = 1\frac{7}{12} \text{ لیتر}$$

پ) شما کار مهدیه را ادامه دهید و کسرهای مساوی $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ را بنویسید.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{\square}{16} = \frac{15}{\square} = \frac{18}{24} = \frac{\square}{28} = \frac{24}{\square} = \frac{\square}{36}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{\square} = \frac{\square}{24} = \frac{25}{\square} = \frac{\square}{36}$$

کسرهای مساوی چگونه به دست آمدند؟

در کسرهای بالا دو کسر دیگر با مخرج‌های برابر پیدا کنید که با $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ برابر باشند. سپس آنها را با هم جمع و نتیجه را با (الف) و (ب) مقایسه کنید.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$$

برای جمع $\frac{5}{4} + \frac{5}{6}$ ابتدا دو کسر مساوی با مخرج های برابر به دست آوردیم. هریک از اعداد ۱۲، ۲۴ و ۳۶ را یک **مخرج مشترک** دو کسر می نامیم.

$$\frac{5}{4} + \frac{5}{6} = \begin{cases} \frac{9}{12} + \frac{10}{12} \\ \frac{18}{24} + \frac{20}{24} \\ \frac{27}{36} + \frac{30}{36} \end{cases}$$

عدد ۱۲ **کوچک‌ترین مخرج مشترک** دو کسر است و محاسبات را ساده‌تر می‌کند.

برای جمع یا تفریق دو کسر با مخرج های نابرابر بهتر است ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر را بیابیم و سپس جمع یا تفریق را انجام دهیم.

• کار در کلاس •

۱- ابتدا کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر را مانند نمونه بباید و سپس جمع یا تفریق را انجام دهید.

$$\frac{5}{18} + \frac{1}{12}$$

با توجه به فعالیت قبل کافی است مضرب های ۱۸ و ۱۲ را به دست آوریم :

۱۸ : مضرب های ۱۸، ۳۶، ۵۴، ...

۱۲ : مضرب های ۱۲، ۲۴، ۳۶، ...

کوچک‌ترین مضرب مشترک ۳۶ است.

$$\frac{5}{18} + \frac{1}{12} = \frac{10}{36} + \frac{3}{36} = \frac{13}{36}$$

يعنى کوچک‌ترین مخرج مشترک ۱۸ و ۱۲ عدد ۳۶ است.

$$\frac{3}{10} - \frac{4}{15} = \underline{\quad} - \underline{\quad} =$$

$$\frac{7}{24} + \frac{5}{16} = \underline{\quad} + \underline{\quad} =$$

$$\frac{5}{12} - \frac{1}{9} = \underline{\quad} - \underline{\quad} =$$

۲- حاصل جمع یا تفریق عدهای مخلوط را به دست آورید. اگر لازم است عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنید :

$$2\frac{3}{4} + 1\frac{5}{6} =$$

$$2\frac{1}{12} - \frac{3}{16} =$$

• تمرین •

۱- حاصل جمع یا تفریق‌های زیر را به دست آورید :

$$\frac{7}{10} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{8}{9} - \frac{1}{3} =$$

$$7 - \frac{3}{5} =$$

$$\frac{2}{21} + \frac{5}{6} =$$

$$5\frac{11}{12} - 5\frac{4}{9} =$$

$$1\frac{1}{18} + 2\frac{1}{8} =$$

۲- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ (واز چپ به راست) مرتب کنید :

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, 1, \frac{1}{18}, 5$$

۳) ۹/۹

۵) ت

۳- حاصل $\frac{99}{100} + \frac{5}{8}$ به کدام یک از عده‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱۰) ۱/۵

۶) پ



۴- طول یک باغچه‌ی مستطیل شکل $\frac{1}{2}$ متر و عرض آن $\frac{1}{4}$ متر است. محيط و مساحت اين باغچه را به دست آوريد.

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست محاسبه شده است؟ هر جا لازم است راه حل را اصلاح کنید.

$$\frac{7}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7+3}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{3}{15} + \frac{3}{20} = \frac{3}{15+20} = \frac{3}{35}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{10}$$

۶- برای جمع رو به رو یک مسئله بنویسید و آن را حل کنید :



۷- دو نیکوکار هر کدام $\frac{1}{3}$ دارای خود را برای ساختن مدرسه اهدا کردند. آیا به طور قطعی می‌توان گفت مقدار پول اهداشده توسط این دو نفر مساوی است؟ مثال بزنید. از رسم شکل هم می‌توانید کمک بگیرید.

۸- دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{4}$ را به سه روش مقایسه کنید :

پ) با رسم شکل

ب) با مخرج مشترک گرفتن

الف) به کمک محور اعداد

۹- در جاهای خالی اعدادی بنویسید که رابطه درست باشد.

$$\frac{2}{3} \times \boxed{} = \frac{1}{4} \times \boxed{}$$

$$\frac{2}{3} \times \boxed{} < \frac{1}{4} \times \boxed{}$$

$$\frac{2}{3} \times \boxed{} > \frac{1}{4} \times \boxed{}$$

ضرب کسرها

فعّالیت

در جدول زیر حل هر مسئله را در سمت چپ بنویسید. در آخرین سطر یک مسئله در مورد ضرب کسرها طرح و آن را حل کنید. مسئله‌ی خود را با مسئله‌های دوستانان مقایسه کنید.

	بهتر است $\frac{2}{3}$ هرو عده‌ی غذایی از گیاهان باشد. اگر در خانواده‌ای در یک و عده ۶ واحد ماده‌ی غذایی مصرف شود، بهتر است که چه مقدار از گیاهان باشد؟
	برای پختن یک کیک $\frac{3}{4}$ کیلوگرم آرد لازم است. برای پختن ۲ کیک از همان نوع چقدر آرد لازم است؟
	حدود $\frac{3}{5}$ دانش‌آموزان ایرانی در دوره‌ی ابتدایی تحصیل می‌کنند. اگر $\frac{1}{6}$ آنها در کلاس ششم تحصیل کنند، چه کسری از کل داشش‌آموزان کلاس ششمی هستند؟



کار در کلاس

حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید. هرجا امکان دارد پاسخ را ساده کنید.

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} =$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{7}{8} =$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} =$$

$$8 \times \frac{1}{8} =$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{5}{14} =$$

$$\frac{3}{5} \times 5 =$$

$$5 \frac{1}{3} \times \frac{1}{8} =$$

$$6 \frac{3}{4} \times \frac{8}{54} =$$

فعّالیت

در جدول زیر یک عدد از سطر اول و یک عدد از سطر دوم انتخاب کنید؛ به‌طوری که حاصل ضرب آنها برابر ۱ شود. هر جفت از این اعداد را با یک رنگ، رنگ‌آمیزی کنید و مانند نمونه ضرب آنها را بنویسید.

$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	۵	$\frac{1}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{2}{3}$	۲	$\frac{6}{27}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{36}{8}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{5}$	۴	$\frac{5}{3}$

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$$

هرگاه حاصل ضرب دو عدد برابر ۱ باشد، آن دو عدد را «**معکوس**» یکدیگر می‌نامند. همهٔ اعداد به جز **صفر معکوس** دارند.

• کار در کلاس •

۱- معکوس هریک از عدهای زیر را به صورت کسر بنویسید.

۲۳

$\frac{6}{12}$

$\frac{18}{3}$

$\frac{1}{10}$

۱

$\frac{2}{9}$

$\frac{1}{8}$

۱۲

$\frac{0}{7}$

۲- مانند نمونه بقیهٔ جدول را کامل کنید.

واحد	شکل رنگ شده	کسر	عمل جدید	شکل جدید	عبارت ریاضی
		$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$ شکل را هاشور بزنید.		$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$
		$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$ شکل را هاشور بزنید.		$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} =$
		$\frac{5}{1}$	$\frac{1}{5}$ شکل را هاشور بزنید.		$\frac{1}{5} \times 5 =$

• فعالیت •

۱- در جاهای خالی عدهای مناسب قرار دهید، طوری که همهٔ کسرها در هر ردیف با هم مساوی باشند.

$$\frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{12}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{4} = \frac{20}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{6} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \quad (\text{الف})$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{\boxed{}} = \frac{8}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{15} = \frac{12}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\boxed{}}{24}$$

۲- در جاهای خالی چه عددی را باید نوشت؟
عدد ۳، برابر شده است، پس ۲ هم باید شود.

به عبارت دیگر اول ۲۴ را بر ۳ تقسیم می‌کنیم تا بفهمیم ۳ چند برابر شده است، و بعد ۲ را در آن عدد ضرب

$$\boxed{} = 2 \times \frac{24}{3} = \frac{2 \times \cancel{24}}{\cancel{3}} =$$

می‌کنیم، یعنی

$$\frac{\boxed{}}{12} = \frac{5}{6} \quad \rightarrow \quad \boxed{} = \frac{5 \times 12}{6}$$

$$\frac{12}{10} = \frac{18}{\boxed{}} \quad \rightarrow \quad \boxed{} = \frac{18 \times 10}{12}$$

به‌طور کلی در تساوی دو کسر مانند $\frac{\triangle}{\boxed{}} = \frac{?}{\circlearrowleft}$ ، ؟ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$? = \frac{\triangle \times \circlearrowleft}{\boxed{}}$$

۲- در تساوی $\frac{12}{\boxed{}} = \frac{42}{35}$ جای خالی را به دو روش پر کنید.

- {الف) به روش بالا
ب) ابتدا $\frac{42}{35}$ را ساده کنید.

• تمرین •

۱- حاصل ضرب زیر را به‌دست آورید. هرجا امکان دارد پاسخ را ساده کنید.

$$\frac{2}{5} \times 1\frac{3}{2} =$$

$$\frac{14}{63} \times \frac{72}{16} =$$

۲- حاصل هریک از ضرب‌های ردیف اول به کدامیک از اعداد در ردیف دوم نزدیک‌تر است؟

$$\frac{1}{4} \times 21$$

$$\frac{2}{5} \times 6$$

$$9 \times \frac{3}{4}$$

۲

۳

۵

۶

۷

۱۰

۳- جدول رو به رو را کامل کنید.

\times	۱۲	\square	۶۰	\square
$\frac{1}{2}$	۶	۱۰		$\frac{3}{4}$
$\frac{2}{3}$			۴۰	۱
$\frac{\square}{\square}$				

۴- حاصل ضرب $\frac{5}{4} \times \frac{3}{12}$ با حاصل ضرب کدام عبارت های زیر برابر است؟

$$\frac{5}{4} \times \frac{3}{12}$$

$$\frac{5}{8} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{12} \times \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{16} \times \frac{1}{3}$$

۵- الف) $\frac{3}{4}$ برابر $\frac{1}{5}$ را پیدا کنید.

ب) نصف $\frac{3}{4}$ را بیابید.

۶- در عبارت زیر سه عدد مثال بزنید که اگر به جای \square قرار دهیم رابطه درست باشد :

$$\frac{2}{3} \times \square > 1$$

پاسخ خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.

۷- چهار کارت با شماره های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ داریم. در جای خالی این کارت ها را چگونه قرار دهیم تا حاصل ضرب

$$\frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} =$$

کسر های به دست آمده بیشترین مقدار ممکن باشد؟

۸- در مسئله ۷ اگر به جای علامت ضرب، علامت جمع باشد، پاسخ چه خواهد بود؟

۹- با قرار دادن عدد های مختلف در جاهای خالی کسر هایی بیابید که حاصل ضرب آنها $\frac{8}{15}$ شود.

$$\frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{8}{15}$$

پاسخ خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.

۱۰- کدام یک از ضرب های زیر درست محاسبه شده است؟

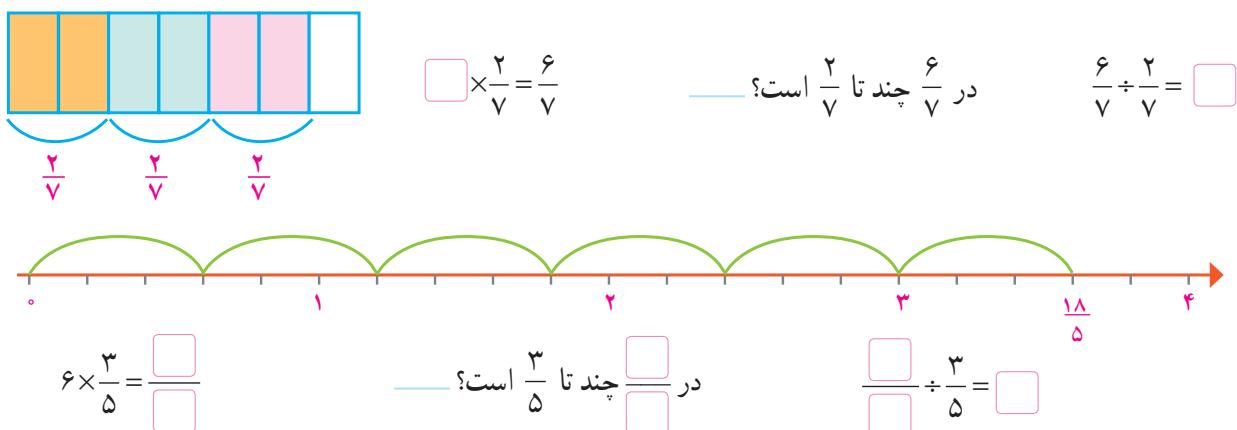
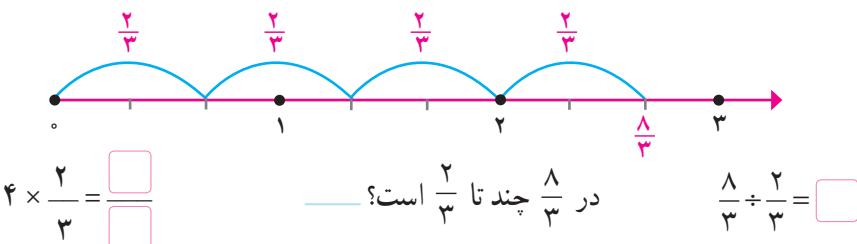
$$1 \frac{2}{3} \times 2 \frac{3}{4} = 2 \frac{6}{12}$$

$$1 \frac{2}{3} \times 2 \frac{3}{4} = \frac{5}{3} \times \frac{11}{4} = \frac{55}{12}$$

تقسیم کسرها

فعّالیت

۱- برای هر شکل یک ضرب و یک تقسیم نوشته شده است. با توجه به شکل جاهای خالی را پر کنید.



۲- به کمک رسم شکل حاصل هر تقسیم را به دست آورید.

$$\frac{12}{5} \div \frac{4}{5} =$$

$$\frac{4}{3} \div \frac{2}{3} =$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} =$$

برای تقسیم دو کسر با مخرج‌های برابر کافی است صورت‌های آنها را بر یکدیگر کنیم.

کار در کلاس

مانند نمونه حاصل هر تقسیم را به دست آورید.

$$\frac{18}{5} \div \frac{6}{5} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\frac{20}{17} \div \frac{10}{17} =$$

$$\frac{9}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{[]}{[]} = 1\frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{1}{6} =$$

• فعالیت •



۱- مسئله‌ی زیر را بخوانید و راه‌حل‌های داده شده را کامل

کنید و توضیح دهید.

الف) $\frac{1}{2}$ کیلوگرم پسته را در بسته‌هایی به وزن $\frac{1}{2}$ کیلوگرم

بسته‌بندی کرده‌ایم.

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \div \frac{\square}{\square} = \square$$

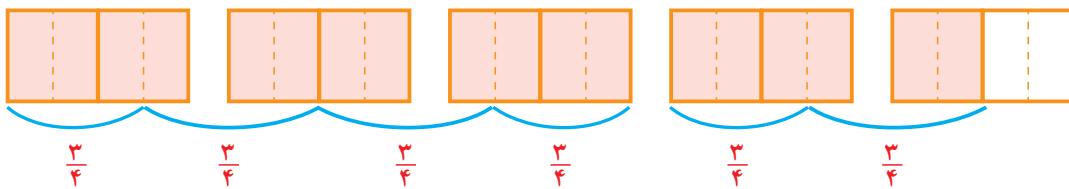
تعداد بسته‌ها چقدر است؟

به کمک شکل تعداد بسته‌ها _____ است.



ب) اگر بخواهیم وزن هر بسته $\frac{3}{4}$ کیلوگرم باشد تعداد بسته‌ها چقدر خواهد بود؟

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{9}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{\square}{\square} \div \frac{3}{4} = \frac{\square}{3} = \square$$



با توجه به شکل تعداد بسته‌ها _____ خواهد بود.

۲- در تقسیم‌های زیر مخرج دو کسر متفاوت است. توضیح دهید که چگونه ابتدا مخرج‌ها را برابر کرده‌ایم. راه‌حل‌ها را

کامل کنید.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{12}{15} \div \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{6}{5} \\ \frac{6}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \div \frac{3}{2} = \frac{\square}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{\square}{2} = 4 \end{array} \right\}$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{3}{8} = \frac{\square}{24} \div \frac{\square}{24} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{5}{12} \div \frac{3}{18} = \frac{\square}{36} \div \frac{6}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{5}{2}$$

• کار در کلاس •

حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{6}{35} \div \frac{4}{7} =$$

$$2\frac{1}{9} \div \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{2}{9} =$$

$$\frac{8}{12} \div \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{6} \div \frac{2}{5} =$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{6}{7} =$$

فعّالیت

با روشی که در سال گذشته آموخته اید، می توانید هر یک از تقسیم های زیر را ابتدا به ضرب تبدیل کنید و سپس حاصل آن را به دست آورید. راه حل را کامل کنید.

$$\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$5 \div \frac{1}{2} = 5 \times \boxed{}$$

$$5 \div \frac{1}{10} = 5 \times 10 = \boxed{}$$

$$5 \div 3 = 5 \times \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$1 \div \frac{1}{10} = 1 \times 10 = \boxed{}$$

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} =$$

در مورد تقسیم رو به رو چه حدس می زنید؟

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times ?$$

به جای علامت سؤال چه عددی را باید نوشت؟

با دنبال کردن مراحل زیر پاسخ را می یابید.

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} \div \frac{5 \times 2}{5 \times 3} = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2}$$

تقسیم زیر را با همین روش به ضرب تبدیل کنید :

$$\frac{3}{7} \div \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{7 \times 2} \div \frac{7 \times 1}{7 \times 2} = \frac{\boxed{} \times \boxed{}}{\boxed{} \times \boxed{}} = \frac{3}{7} \times \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

ضرب کنیم.

برای تقسیم دو کسر کافی است که کسر اول را در معکوس

کار در کلاس

حاصل هر یک از تقسیم های زیر را مانند نمونه به دست آورید :

$$\frac{18}{5} \div \frac{2}{3} = \cancel{\frac{18}{5}}^{\cancel{9}} \times \frac{3}{\cancel{2}^{\cancel{1}}} = \frac{27}{5}$$

$$\frac{3}{8} \div \frac{9}{4} =$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{8}{12} \div \frac{6}{7} =$$

$$\frac{3}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{35}{8} \div \frac{7}{4} =$$

$$\frac{6}{35} \div \frac{4}{7} =$$

• تمرین •

۱- حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{3}{5} \div \frac{9}{10}$$

$$\frac{5}{12} \div \frac{5}{8}$$

$$\frac{25}{36} \div \frac{15}{48}$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{3}$$

$$2 \div \frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{4} \div 1$$

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{9}$$

$$1\frac{2}{10} \div 2\frac{4}{5}$$



$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \div \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{2}{3}$$

۳- در جاهای خالی دو کسر بنویسید که حاصل تقسیم آنها $\frac{2}{3}$ باشد.



۴- یک بطری $\frac{9}{10}$ لیتر دوغ دارد. با این بطری دوغ چند لیوان به گنجایش $\frac{15}{100}$ لیتر را می‌توان پر کرد؟



۵- روبانی به طول $\frac{8}{9}$ متر را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. طول هر قسمت چقدر است؟

۶- ۴ لیتر شیر را در بطری‌های نیم لیتری ریخته‌ایم. تعداد بطری‌ها چند تاست؟

۷- حاصل $2 \div \frac{2}{5}$ را به کمک رسم شکل پیدا کنید.

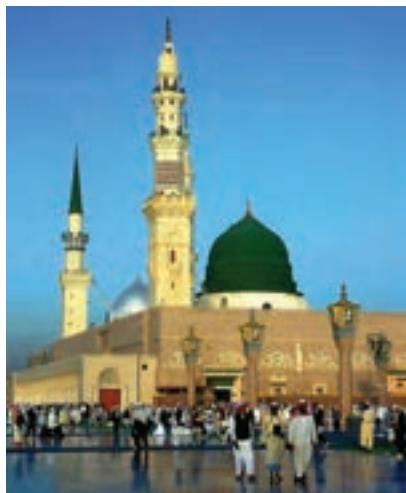
$$\frac{1}{2} \div 5$$

۸- برای تقسیم روبه‌رو یک مسئله طرح و آن را حل کنید.

۹- به جای $\boxed{}$ سه عدد بنویسید به‌طوری که رابطه‌ی $1 > \frac{5}{\boxed{}}$ درست باشد.

محاسبات با کسر

فعالیت



عماد و دوستانش برای جشن مبعث پیامبر (ص) شربت آبلیمو درست کردند. در جدول زیر موادی که آنها استفاده کرده‌اند و مقدار آن داده شده است. اگر این مقدار شربت را در لیوان‌هایی برشیم که در هر کدام $\frac{1}{5}$ کیلوگرم شربت جا می‌شود، این مقدار شربت برای پر کردن چند لیوان کافی است؟ (راه حل را کامل کنید).

مواد لازم	شکر	آبلیمو	آب
میزان ۴ پیمانه	۲ پیمانه	۱۵ پیمانه	
وزن معادل ۱ کیلوگرم		$\frac{1}{2}$ کیلوگرم	$\frac{3}{5}$ کیلوگرم

$$\frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{5}}{\frac{1}{5}}$$

توضیح دهید که چرا برای به دست آوردن پاسخ باید حاصل عبارت مقابل را به دست آوریم.

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{\boxed{}}{\boxed{5}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{10}} + \frac{\boxed{}}{\boxed{10}} + \frac{\boxed{}}{\boxed{10}} = \frac{51}{10}$$

مقدار شربت

$$\frac{51}{10} \div \frac{1}{5} = \frac{51}{10} \times 5 = \frac{51}{2} = 25\frac{1}{2}$$

بنابراین، این مقدار شربت برای حدود $25\frac{1}{2}$ لیوان کافی است.
مقدار مواد لازم را برای 100 لیوان پیدا کنید.

کار در کلاس

مانند نمونه حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\frac{\frac{1}{6} - \frac{5}{9}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{7}{6} - \frac{5}{9}}{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}} = \frac{\frac{21}{18} - \frac{10}{18}}{\frac{5}{6}} = \frac{\frac{11}{18}}{\frac{5}{6}} = \frac{11}{18} \div \frac{5}{6} = \frac{11}{18} \times \frac{6}{5} = \frac{11}{15}$$

$$\frac{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3}} =$$

$$\frac{\frac{2}{3} \div \frac{1}{12}}{\frac{25}{36} \div \frac{15}{48}} =$$

• فعالیت •

اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. در مورد روش‌های مختلف آن در کلاس گفت و گو کنید.

$$1, \frac{1}{2}, \frac{11}{5}, \frac{7}{4}, 5, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{8}, 2, \frac{1}{3}$$

مراحل زیر یکی از روش‌های حل این مسئله را نشان می‌دهد.

الف) بزرگ‌ترین عدد کدام است؟

ب) چه اعدادی از ۲ بیشتر هستند؟

پ) چه اعدادی از ۱ بیشتر و از ۲ کمترند؟

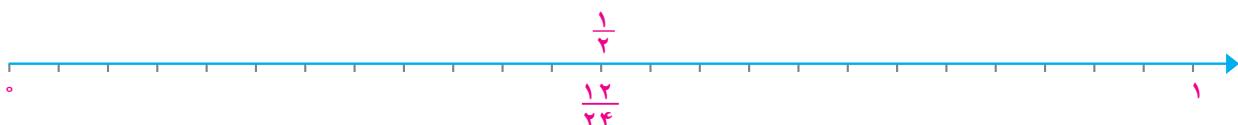
ت) اعداد کمتر از ۱ کدام‌اند؟

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}, \frac{\boxed{}}{\boxed{}}, 5$$

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}, \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\frac{1}{3}, \frac{\boxed{}}{\boxed{}}, \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

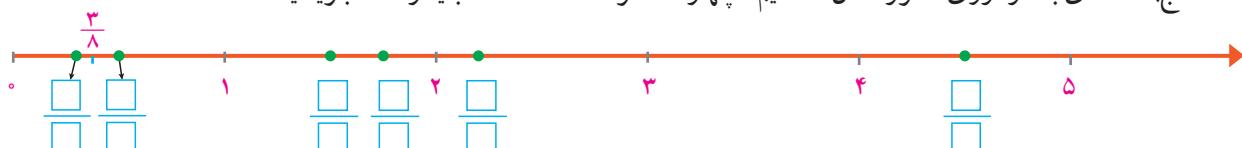
برای مقایسهٔ این سه عدد مخرج‌های آنها را برابر کنید. این سه عدد را روی محور هم نشان دهید.



ث) اکنون با پرکردن جاهای خالی همهٔ این ۱۰ عدد را مرتب کنید.

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} < \frac{\boxed{}}{\boxed{}} < \frac{\boxed{}}{\boxed{}} < 1 < \frac{\boxed{}}{\boxed{}} < \frac{\boxed{}}{\boxed{}} < 2 < \frac{\boxed{}}{\boxed{}} < \frac{\boxed{}}{\boxed{}} < 5$$

ج) عدهای بالا روی محور نشان داده‌ایم. چهار عدد نوشته شده است. بقیه را شما بنویسید.



آیا شما می‌توانید فعالیت بالا را به روش دیگری انجام دهید؟

• کار در کلاس •

هر دسته از اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{25}$$

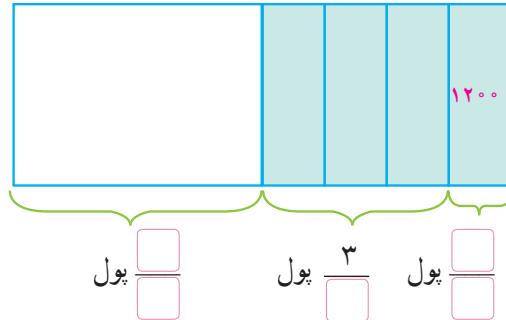
$$\frac{3}{7}, \frac{3}{9}, \frac{3}{20}$$

$$\frac{2}{9}, \frac{8}{5}, \frac{5}{8}, \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{5}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, 1\frac{2}{3}$$

فعّالیت

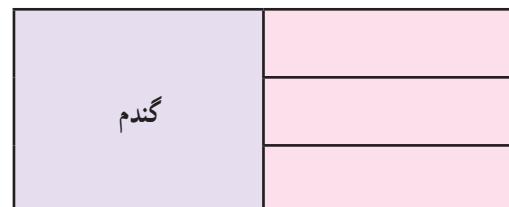
راحله با نصف پول خود یک کتاب خرید و با $\frac{3}{4}$ باقیماندهٔ پولش یک دفتر خرید. اگر پس از خرید کتاب و دفتر ۱۲۰۰ تومان برای راحله باقی مانده باشد، پول راحله چقدر بوده است؟ راه حل را کامل کنید و آن را توضیح دهید.
با توجه به شکل کافی است که حاصل ضرب $1200 \times \boxed{}$ را پیدا کنیم.



آیا روش دیگری برای حل مسئلهٔ بالا می‌دانید؟

کار در کلاس

۱- کشاورزی نیمی از زمین خود را گندم کاشت. او نیم دیگر را سه قسمت کرد و در یک قسمت آن جو و در یک قسمت دیگر یونجه کاشت. سپس قسمت سوم را هم نصف کرد و در یک قسمت آن سبزیجات کاشت. او چه کسری از زمین خود را سبزیجات کاشته است؟ از شکل استفاده کنید.



۲- $\frac{3}{4}$ دانشآموزان یک کلاس در مسابقات دههٔ فجر شرکت کردند. $\frac{1}{3}$ این تعداد در مسابقهٔ عکاسی راهپیمایی ۲۲ بهمن شرکت کردند. اگر تعداد کسانی که در مسابقهٔ عکاسی شرکت کردند ۸ نفر باشد این کلاس چند دانشآموز دارد؟

• تمرین •

۱- کدام یک از دسته کسرها از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند؟

(الف) $\frac{3}{5}, \frac{6}{15}, \frac{2}{10}$

(ب) $\frac{2}{10}, \frac{3}{5}, \frac{6}{15}$

(پ) $\frac{2}{10}, \frac{6}{15}, \frac{3}{5}$

(ت) $\frac{6}{15}, \frac{3}{5}, \frac{2}{10}$

۲- کدام محاسبه درست انجام شده است؟

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{4} = \frac{3}{5+4}$$

۳- یکی از کسرهای زیر با بقیه برابر نیست. آن را مشخص کنید.

$$\frac{30}{42}, \frac{10}{14}, \frac{15}{35}, \frac{35}{49}, \frac{20}{28}$$

۴- حاصل $\frac{1}{12} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ را به کمک یکی از روش‌های زیر به دست آورید.

(پ) با رسم شکل

(ب) به کمک محور

(الف) با مخرج مشترک گرفتن

۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(الف) $\frac{\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}}$

(ب) $\frac{\frac{12}{36}}{\frac{14}{15}}$

(پ) $\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4} - 2\frac{1}{10}$

۶- کیکی به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم و قسمت‌های زیر از آن مصرف شد:

$$\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$$



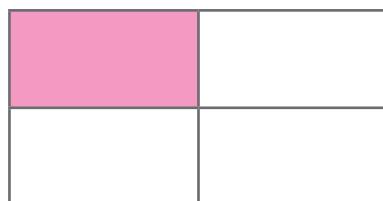
آیا از کیک چیزی باقی مانده است؟

۷- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{2}{7}, \frac{5}{2}, \frac{1}{1}, \frac{1}{7}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{1}{5}$$

۸- آیا امکان دارد که $\frac{1}{3}$ پول شما از نصف پول دوستان بیشتر باشد؟ چگونه؟ توضیح دهید و مثال بزنید.

۹- برای شکل زیر یک مسئله طرح و آن را حل کنید. پاسخ خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.



مرور فصل

فرهنگ نوشتن

۱- چگونه معکوس یک کسر را به دست می آوریم؟

۲- آیا معکوس یک کسر همیشه از خود آن کسر کوچک‌تر است؟ توضیح دهید.

$$1 \div \frac{1}{5} \text{ و } \frac{1}{5} \div 1$$

۳- آیا حاصل تقسیم‌های رو به رو برابر است؟ چرا؟

۴- با رسم شکل توضیح دهید که چگونه حاصل $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$ برابر $\frac{1}{5}$ است؟

۵- در جای خالی چه تعداد کسر می‌توان نوشت تا رابطه‌ی زیر درست باشد؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

$$\frac{2}{3} \times \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{10}{3}$$

تمرین

۱- هریک از نوارهای کاغذی زیر، به قسمت‌های مساوی تقسیم شده است.

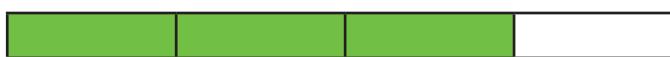
کسری را که هر نوار نشان می‌دهد، مانند نمونه بنویسید و با توجه به آن جاهای خالی را پر کنید.



$$\frac{1}{2} = 1$$



$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$



$$\frac{1}{2} = 1$$

با توجه به شکل بالا، بین دو کسر علامت مناسب بگذارید. ($=$, $<$, $>$)

$$\frac{5}{12} \bigcirc \frac{7}{12}$$

$$\frac{3}{8} \bigcirc \frac{3}{4}$$

$$\frac{11}{12} \bigcirc \frac{5}{6}$$

۲- حاصل عبارات زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$8\frac{3}{4} - 2\frac{5}{12}$$

$$2\frac{3}{5} + 6\frac{13}{15}$$

$$\frac{1}{4} \times 8\frac{4}{9}$$

$$5\frac{3}{5} \div 4\frac{2}{3}$$

۳- در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$\frac{1}{7} \times \boxed{\quad} = 1$$

$$\frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} \times \frac{4}{5} = 1$$

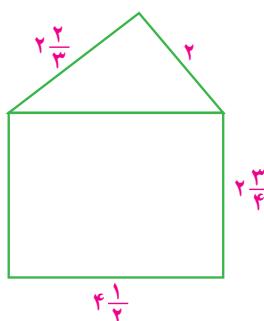
$$\frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} \times 2 = 1$$

$$3 \div \boxed{\quad} = 3$$

$$5 \div \boxed{\quad} = 1$$



۴- مریم $\frac{3}{4}$ اوقات فراغت خود را به مطالعه گذراند. او این وقت را به طور مساوی برای مطالعه ۶ کتاب استفاده کرد. مریم برای هر کتاب چه کسری از اوقات فراغت خود را صرف کرده است؟



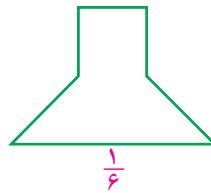
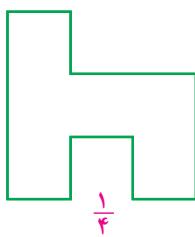
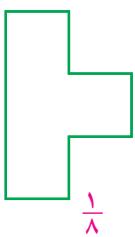
۵- محیط مثلث و محیط مستطیل را در شکل رویه‌رو به دست آورید. محیط شکل چقدر است؟ مساحت مستطیل را هم به دست آورید.

۶- سه کسر بین ۱ و ۲ را بنویسید که از $\frac{1}{2}$ بزرگ‌تر باشند.

۷- مسئله‌ی زیر را به دلخواه خود کامل و آن را حل کنید. مسئله‌ی خود را با مسئله‌های داشن آموزان دیگر مقایسه کنید:
«امید $\frac{1}{5}$ عیدی خود را برای کمک به نیازمندان هدیه کرد و...»

$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{10}$	
$\frac{1}{5}$		

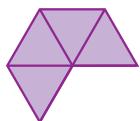
۸- مجموع کسرهای سطرها، ستون‌ها و قطرهای مربع رویه‌رو $\frac{1}{2}$ است. سه تا از کسرها داده شده‌اند. بقیه را پیدا کنید.



۹- با تقسیم هر شکل به قسمت‌های مساوی، کسر موردنظر را نشان دهید.



۱۰- فاصله‌ی دو شهر «آ» و «ب»، ۱۲۰ کیلومتر است. اتومبیلی، $\frac{2}{3}$ فاصله‌ی «آ» تا «ب» را پیمود و توقف کرد. اتومبیل دیگری نصف فاصله‌ی «ب» تا «آ» را پیمود و توقف کرد. فاصله‌ی دو اتومبیل از هم در این حالت چقدر است؟



۱۱- اگر شکل رویه‌رو $\frac{4}{3}$ قسمت رنگ شده را نشان دهد، واحد را رسم کنید.

معما و سرگرمی

یک مخزن آب ۱۷۱ لیتر گنجایش دارد. این مقدار آب را در سه مخزن «آ»، «ب» و «ج» ریخته‌ایم. حجم مخزن «آ»، $\frac{1}{3}$ مخزن «ب» و حجم مخزن «ج»، $\frac{1}{4}$ مخزن «ب» است. حجم هر مخزن چند لیتر است؟

فرهنگ خواندن

برای تقسیم دو کسر یاد گرفته‌اید که کافی است کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب کنیم. در اینجا درستی این قانون را با یک روش دیگر نشان می‌دهیم. به طور مثال می‌خواهیم حاصل عبارت $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$ را پیدا کنیم.

ابتدا عبارت $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$ را به صورت کسر $\frac{3}{4}$ می‌نویسیم. اگر این کسر را در عدد یک ضرب کنیم، نتیجه تفاوتی

نمی‌کند. به جای عدد ۱، کسر $\frac{5}{4}$ را قرار می‌دهیم. اکنون در ضرب دو کسر $\frac{5}{4} \times \frac{3}{4}$ حاصل ضرب مخرج‌های دو

کسر، عدد یک می‌شود و حاصل ضرب صورت‌ها هم $\frac{5}{3} \times \frac{2}{3}$ است.

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{5}}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$