

فصل چهارم

حل مسئله (تبدیل مبنایها)

از آنجایی که محاسبات روزمره در مبنای ده و با استفاده از ارقام صفر تا ۹ انجام می‌شود ولی سیستم عددنویسی دودویی، مبنای مورد استفاده در محاسبات رایانه‌ای است، در این فصل اصول تبدیل مبنای ده به دو و سایر مبنای آموزش داده می‌شود. در این فصل می‌آموزید که سیستم‌های عددنویسی مختلف چه کاربردهایی در علم رایانه دارند.

برخی از شایستگی‌هایی که در این فصل به دست می‌آورید :

♦ تجزیه و تحلیل مسئله

♦ مهارت حل مسئله

۴-۱ مینا

در طول روز ما بارها از اعداد برای شمارش استفاده می‌کنیم؛ مثلاً عدد ۲۳۵ را می‌خوانیم دویست و سی و پنج. این شیوه خواندن عدد که ما بدون فکر کردن و برحسب عادت انجام می‌دهیم، به دلیل وجود دسته‌های ده‌تایی از اعداد است. به خاطر دارید که در دوره ابتدایی، با ۱۰ تا یکی، یک بسته ده‌تایی و با ۱۰ بسته ده‌تایی یک بسته صدتایی و با ۱۰ بسته صدتایی یک بسته هزارتایی درست می‌کردیم و به همین ترتیب، دسته‌بندی ده‌تایی را ادامه می‌دادیم؛ برای مثال عدد ۲۳۵ را به شکل زیر ارزش‌گذاری می‌کردیم:

صدتایی	ده تایی	یکی
۲	۳	۵

سیستم شمارش بالا را سیستم ده‌دهی یا اعشاری^۱ (Decimal) می‌نامند. ما برای شمارش‌های متداول در زندگی روزمره، از سیستم ده‌دهی استفاده می‌کنیم که شامل ده رقم ۰ تا ۹ است.

چرا بشر اولیه برای یادگیری ریاضیات از سیستم ده‌دهی شروع کرد؟

کنجکاوی



پویانمایی



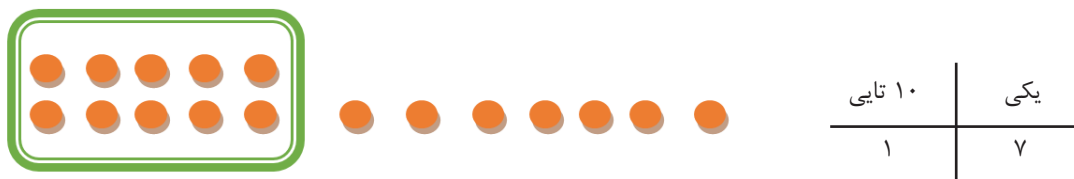
کنجکاوی



پویانمایی "شمارش" را ببینید و به سؤال زیر پاسخ دهید.

منظور از یک دو جین جوراب چیست؟ چرا از سیستم شمارش متفاوت استفاده می‌کنیم؟

مثال ۱) یک شرکت داروسازی برای دسته‌بندی قرص‌های تولید شده، هر ۱۰ عدد قرص را در داخل یک بسته قرار می‌دهد و هر ۱۰ بسته را داخل یک کارتن ۱۰۰ تایی بسته‌بندی می‌کند. اساس این شرکت داروسازی برای دسته‌بندی بر مبنای ۱۰ است. ۱۷ عدد قرص در این شرکت به صورت یک بسته ۱۰ تایی و ۷ تا یکی بسته‌بندی می‌شود.



مثال ۲) یک شرکت تولیدکننده توپ تنیس روی میز، برای دسته‌بندی توپ‌های تولید شده، هر ۶ عدد توپ را داخل یک بسته قرار می‌دهد و هر ۶ بسته را داخل یک کارتن ۳۶ تایی. اساس این شرکت تولیدی برای دسته‌بندی بر مبنای ۶ است. ۱۷ توپ تنیس در این شرکت به صورت ۲ بسته ۶ تایی و ۵ توپ تکی بسته‌بندی می‌شود.



۱- سیستم اعداد بر مبنای ۱۰ است.

مینای کار رایانه‌ها بر اساس قطع و وصل کلیدهای الکترونیکی قابل کنترل است که به ازای قطع بودن کلید، رقم صفر و به ازای وصل بودن کلید، رقم یک در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین در رایانه مینای کار بر اساس سیستم دودویی است. نیاز است با سیستم دودویی یا باینری^۱ (Binary) بیشتر آشنا شویم. در سیستم دودویی به هر کدام از صفرها یا یک‌ها، یک بیت^۲ (bit) می‌گویند.

مثال ۳) در یک کارخانه، باتری‌های تولیدی را در دسته‌های دوتایی بسته بندی می‌کنند. در این کارخانه دسته بندی بر مبنای ۲ است. ۳ باتری به صورت ۱ بسته ۲ تایی و ۱ باتری تکی بسته بندی می‌شود.



۲ تایی	یکی
۱	۱

۴-۲ سیستم عدد نویسی (Numeral System)

سیستم‌های عدد نویسی بر اساس میناهای متفاوت دسته بندی می‌شوند. در سیستم دودویی مینای ۲ و در سیستم ده‌دهی مینای ۱۰ و در سیستم شانزده تایی مینای ۱۶ اساس کار است. هر سیستم عدد نویسی، شامل یک عدد پایه یا مینا و یک مجموعه ارقام به تعداد عدد مینا است. برای نمونه در سیستم عدد نویسی ده‌دهی مینا عدد ۱۰ است و ارقام آن مجموعه {۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹} است؛ یعنی در سیستم عدد نویسی ده‌دهی ارقام اعداد نمی‌توانند خارج از مجموعه یاد شده باشند و هر عددی در این سیستم از کنار هم قرار گرفتن این ارقام ایجاد می‌شود؛ مانند ۲۵۷۸ که شامل ارقام ۲، ۵، ۷ و ۸ است.

چرا در این سیستم خود عدد ۱۰ در مجموعه قرار نمی‌گیرد؟

کنجکاوی



در سیستم دودویی ارقام اعداد از مجموعه {۰ و ۱} نمی‌تواند خارج شود؛ بنابراین عدد ۴۱ نمی‌تواند عددی در سیستم دودویی باشد؛ زیرا رقم ۴ در این مجموعه نیست.

۱- با ذکر دلیل بنویسید در کدام سیستم‌های عدد نویسی، عدد ۳۵۴ می‌تواند وجود داشته باشد؟

۲- کوچک ترین سیستم عدد نویسی که عدد ۳۵۴ را می‌توان با آن نوشت چیست؟

کنجکاوی



قرارداد می‌کنیم برای تشخیص اعداد در میناهای مختلف، اعداد را داخل پرانتز نوشته و مینا را خارج از پرانتز به صورت اندیس می‌نویسیم مانند $(۱۱۰۱)_۲$.

یادداشت



$(۱۱۰۱)_۲$ یعنی عدد ۱۱۰۱ در مینای ۲ یا دودویی است. عدد $(۱۱۰۱)_۲$ به صورت «یک یک صفر یک» در مینای دو خوانده می‌شود و عدد $(۱۱۰۱)_۲$ به صورت هزار و صد و یک در مینای ده خوانده می‌شود.

۱- سیستم اعداد بر مبنای ۲ است.

۲- binary digit - واژه (Bit) از واژگان binary digit اقتباس شده است.

یادداشت



اگر عددی را بدون تعیین مینا بنویسیم، در مینای ۱۰ خواهد بود؛ مانند ۲۳۴.

با توجه به قرارداد بالا عدد ۳ در مینای ۱۰، به صورت 3×10^0 (۱۱) در مینای ۲ است و به صورت "یک یک" خوانده می‌شود.

فعالیت کلاسی



۱- در یک گلخانه چهار نوع بذر گل موجود است و می‌خواهیم هر کدام را با یک عدد دو رقمی دودویی کدگذاری کنیم. برای هر بذر یک کد دو رقمی دودویی پیشنهاد دهید.



۲- سیستم عدد نویسی در مینای ۸، شامل چند رقم است؟ مجموعه ارقام آن را بنویسید.

یادداشت



در هر سیستم عددنویسی، هر رقم دارای دو ارزش است: ارزش مطلق، ارزش مکانی

برای تعیین ارزش مکانی ابتدا باید رقم‌های عدد را از سمت راست به چپ شماره‌گذاری کرد (تعیین مرتبه) و این شماره از عدد صفر شروع می‌شود. اگر عدد مینا را به توان مرتبه برسانید، ارزش مکانی رقم مشخص می‌شود.

۳	۲	۱	۰	مرتبه
۸	۶	۲	۴	عدد ده دهی

برای مثال مرتبه ارقام عدد ۸۶۲۴ به صورت روبه‌رو مشخص می‌شود. در این مثال رقم ۶ دارای ارزش مطلق ۶ و مرتبه ۲ است و ارزش مکانی آن $6 \times 10^2 = 600$ است.

فعالیت کلاسی



ارزش مطلق و ارزش مکانی ارقام ۴، ۲ و ۸ را در عدد ۸۶۲۴ تعیین کنید؟ برای مثال ارزش رقم ۶ در مثال بالا برابر است 6×10^2 یا ۶۰۰ است.

کنجکاوی



با ارزش‌ترین رقم در عدد ۲۷۴۶۸، رقم است.

یادداشت



برای محاسبه ارزش هر رقم در سیستم ده‌دهی، اولین رقم سمت راست در 10^0 ، دومین رقم سمت راست در 10^1 و سومین رقم سمت راست در 10^2 ضرب می‌شود و به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کند.

پس با توجه به مطالب صفحه قبل ارزش عدد ۸۶۲۴ به صورت زیر محاسبه می شود.

یکان (۱۰ ^۰)	دهگان (۱۰ ^۱)	صدگان (۱۰ ^۲)	هزارگان (۱۰ ^۳)
۴	۲	۶	۸

$$8 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 4 \times 10^0 = 8000 + 600 + 20 + 4 = 8624$$

ارزش مکانی رقم ۸
ارزش مکانی رقم ۶
ارزش مکانی رقم ۲
ارزش مکانی رقم ۴

ارزش مکانی ارقام در سیستم عددنویسی دهدهی

اولین رقم سمت راست	یکان	$10^0 = 1$
دومین رقم سمت راست	دهگان	$10^1 = 10$
سومین رقم سمت راست	صدگان	$10^2 = 100$
چهارمین رقم سمت راست	هزارگان	$10^3 = 1000$

ارزش هر رقم در سیستم عددنویسی دهدهی، ۱۰ برابر ارزش رقم سمت راست خودش است.

یادداشت



۴-۲-۱ سیستم عددنویسی دودویی (Binary System)

سیستم عددنویسی مبنای دو از رقم‌های صفر و یک تشکیل شده است {۰ و ۱} که مبنای کار رایانه‌هاست و به عنوان الفبای زبان رایانه نامیده می‌شود. هر عدد در سیستم عددنویسی دودویی فقط می‌تواند شامل اعداد ۰ یا ۱ باشد. مثال: ارزش عدد $(1101)_2$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

یکان (۲ ^۰)	دوگان (۲ ^۱)	چهارگان (۲ ^۲)	هشتگان (۲ ^۳)
۱	۰	۱	۱

$$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11$$

ارزش مکانی رقم ۱
ارزش مکانی رقم ۰
ارزش مکانی رقم ۱
ارزش مکانی رقم ۱

برای سهولت کار، بالای هر رقم ارزش مکانی آن را بنویسید و ارزش مکانی رقم‌هایی که یک هستند را با هم جمع کنید.

$$\begin{array}{r}
 8 \ 4 \ 2 \ 1 \\
 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 (1 \ 1 \ 0 \ 1)_2 = 8 + 4 + 1 = 13
 \end{array}$$

یادداشت



مراحل تبدیل عدد از مبنای ده به دو را بنویسید:

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴

با تعیین ارزش یک عدد در سیستم عددنویسی مبنای دو، معادل دهدهی آن عدد به دست می‌آید. با تغییر مبنای عدد، ماهیت آن عوض نمی‌شود؛ بلکه فقط شکل نمایش آن تغییر می‌کند، بنابراین می‌توان نوشت $(13)_{10} = (1101)_2$.

معادل عدد $(101101)_2$ در مبنای ۱۰ را محاسبه کنید. می‌توانید برای ارزش مکانی سیستم عددنویسی مبنای ۲، ۱۰ و ۱۶ از کتاب همراه هنر جو کمک بگیرید.

فعالیت کلاسی



ارزش هر رقم در سیستم عددنویسی دودویی، ۲ برابر ارزش رقم سمت راست خودش است.

یادداشت



۴-۲-۲ سیستم عدد نویسی هگزا دسیمال (Hexadecimal)

سیستم عددی مبنای ۱۶ یکی دیگر از سیستم‌های عددی کاربردی در رایانه است و نمونه‌ای از کاربرد آن نمایش آدرس‌دهی حافظه و کد رنگ‌هاست.

رایانه‌ها داده‌های دودویی را به سیستم اعداد هگزا دسیمال تبدیل می‌کنند؛ زیرا برای رایانه‌ها تبدیل اعداد دودویی به مبنای ۱۶ بسیار ساده‌تر از تبدیل آنها به اعداد دهدهی است و برای انسان نیز خواندن اعداد مبنای ۱۶ بسیار ساده‌تر از خواندن اعداد دودویی است. به این ترتیب اگر چه در پردازش‌های واقعی و عملیات داخلی، رایانه از سیستم دودویی استفاده می‌کند؛ اما بیشتر اطلاعات را با استفاده از سیستم هگزا دسیمال نمایش می‌دهد.

عدد n را در مبنای ۱۰، ۱۶ و ۲ نمایش داده‌ایم. تعداد ارقام کدام یک کمتر است، چرا؟

کنجکاوی



عدد 1011100000 در مبنای ۲ برابر با عدد $5C0$ در مبنای ۱۶ است. مجموعه ارقام در مبنای ۱۶ باید ۱۶ رقم باشد، در حالی که در سیستم دهدهی تنها ۱۰ رقم ۰ تا ۹ را داریم؛ بنابراین علاوه بر ارقام ۰ تا ۹ از حروف A تا F به جای اعداد ۱۰ تا ۱۵ استفاده می‌شود. به عبارت دیگر مجموعه ارقام مبنای ۱۶ به صورت زیر است:

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$$

ارزش مطلق A برابر عدد ۱۰، B برابر ۱۱، C برابر ۱۲، D برابر ۱۳، E برابر ۱۴ و F برابر عدد ۱۵ است. اعداد در مبنای ۱۶ به صورت $(عدد)_{16}$ نمایش داده می‌شوند؛ برای مثال $(347)_{16}$ به صورت سه چهار هفت در مبنای ۱۶ خوانده می‌شود.

عدد $(7A3)_{16}$ را بلند در کلاس بخوانید.

فعالیت کلاسی



در فعالیت کلاسی بالا، می‌توانیم «در مبنا ۱۶» را نگوئیم. چرا؟

کنجکاوی



سیستم عددنویسی مبنا X ، از یک مجموعه X تایی تشکیل شده است و اعضای مجموعه از صفر تا $X-1$ است. ارزش هر رقم در سیستم عددنویسی هگزادسیمال، ۱۶ برابر ارزش رقم سمت راست خودش است.

یادداشت



مراحل کار را برای انجام تبدیل مبنا دو بنویسید.

یادداشت



- ۱
- ۲
- ۳
- ۴

مثال (۱) ارزش عدد $(304)_{16}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

یکان (16^0)	شانزده‌گان (16^1)	۲۵۶گان (16^2)
۴	۰	۳

$$3 \times 16^2 + 0 \times 16^1 + 4 \times 16^0 = 3 \times 256 + 0 \times 16 + 4 \times 1 = 768 + 0 + 4 = 772$$

مرتبه عدد
مرتبه عدد
مرتبه عدد

ارزش مکانی
ارزش مکانی
ارزش مکانی

مثال (۲) معادل دهدهی عدد $(3D)_{16}$ به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

شانزده‌گان (16^1)	یکان (16^0)
۳	D

$$3 \times 16^1 + 12 \times 16^0 = 3 \times 16 + 12 \times 1 = 48 + 12 = 60$$



- ۱- بزرگ ترین عدد ۳ رقمی در مبنای ۱۰ چه عددی است؟
- ۲- بزرگ ترین عدد ۳ رقمی در مبنای ۱۶ چه عددی است؟
- ۳- بزرگ ترین عدد ۳ رقمی در مبنای ۲ چه عددی است؟

۳-۴ - تبدیل مینا

انواع میناها به یکدیگر قابل تبدیل هستند. پرکاربردترین آنها را در این بخش خواهیم دید.

۳-۴ - ۱ تبدیل مبنای ۱۰ به دو

با استفاده از تقسیم متوالی عدد مبنای ۱۰ بر عدد ۲ و به دست آوردن باقیمانده‌ها و آخرین خارج قسمت، می‌توان عمل تبدیل را انجام داد.

مثال: عدد $(19)_{10}$ را به مبنای ۲ تبدیل کنید.



برای نوشتن نتیجه تبدیل از آخرین خارج قسمت یعنی با ارزش ترین رقم شروع به نوشتن می‌کنیم، سپس از آخرین باقیمانده تا باقیمانده تقسیم اول را به ترتیب می‌نویسیم.

$$(19)_{10} = (10011)_2$$

تشریح عملیات تقسیم

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 2} \\ \underline{18} \\ 1 \end{array}$$

کم ارزش ترین رقم

۱- عدد ۱۹ را بر ۲ تقسیم کرده باقیمانده عدد ۱ و خارج قسمت صحیح عدد ۹ خواهد بود (اولین باقیمانده به عنوان کم ارزش ترین عدد در نظر گرفته می‌شود).

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 2} \\ \underline{8} \\ 1 \end{array}$$

۲- عدد ۹ را مجدداً بر ۲ تقسیم می‌نماییم. باقیمانده حاصل برابر عدد ۱ و خارج قسمت صحیح برابر عدد ۴ خواهد بود.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 2} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$$

۳- عدد ۴ را بر ۲ تقسیم می‌نماییم. باقیمانده عدد ۰ و خارج قسمت عدد ۲ خواهد بود.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2} \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

با ارزش ترین رقم

۴- عدد ۲ را بر ۲ تقسیم می‌نماییم و باقیمانده برابر عدد ۰ و خارج قسمت برابر عدد ۱ خواهد بود. خارج قسمت از عدد ۲ کوچک تر شده است. بنابراین عمل تقسیم خاتمه می‌یابد، آخرین خارج قسمت به عنوان با ارزش ترین عدد در نظر گرفته می‌شود.

برای نوشتن نتیجه عملیات تبدیل از آخرین خارج قسمت (با ارزش ترین عدد) شروع به نوشتن کرده، باقیمانده‌ها را از راست به چپ می‌نویسیم.

عدد $(255)_{10}$ را به مبنای ۲ تبدیل کنید.



۲-۳-۴ تبدیل عدد مینای ۱۰ به ۲ به روش کاهش وزن‌ها

روش انجام کار را با یک مثال می‌بینیم:

مثال: عدد ۵۳ از مینای ۱۰ را به مینای دو تبدیل کنید.

۱- توان‌های ۲ را بنویسید تا جایی که یک مرتبه از عدد ۵۳ بزرگ‌تر باشد.

۶۴	۳۲	۱۶	۸	۴	۲	۱

۲- بزرگ‌ترین توانی که کوچک‌تر از عدد ۵۳ است را پیدا کنید.

۳- در واقع یک بسته ۳۲ تایی بردارید و باقیمانده را به دست آورید $۵۳-۳۲=۲۱$.

۶۴	۳۲	۱۶	۸	۴	۲	۱
	۱					

۴- یک بسته ۱۶ تایی هم بردارید و باقیمانده را به دست آورید $۲۱-۱۶=۵$.

۶۴	۳۲	۱۶	۸	۴	۲	۱
	۱	۱				

در این مرحله بسته ۸ تایی نداریم؛ بنابراین در مرتبه ۸ مقدار ۰ قرار می‌گیرد.

۵- یک بسته ۴ تایی هم بردارید و باقیمانده را مجدد حساب کنید $۵-۴=۱$.

۶۴	۳۲	۱۶	۸	۴	۲	۱
	۱	۱	۰	۱		

۶- برای مرتبه ۲ هم مقدار ۰ قرار دهید.

۶۴	۳۲	۱۶	۸	۴	۲	۱
	۱	۱	۰	۱	۰	

۷- باقیمانده عدد ۱ است که در محل خودش قرار می‌گیرد.

۶۴	۳۲	۱۶	۸	۴	۲	۱
	۱	۱	۰	۱	۰	۱

۸- عدد حاصل ۱۱۰۱۰۱ خواهد بود.



عدد ۹۴ از مبنای ۱۰ را به مبنای دو تبدیل کنید و جاهای خالی را تکمیل کنید.

۱- توان‌های ۲ را بنویسید تا جایی که.....

....	۲	۱

..... ۲-

						۲	۱
	۱						

..... ۳-

						۲	۱
	۱	۰					

..... ۴-

							۱

..... ۵-

							۱

..... ۶-

							۱

۷- عدد حاصل ۱۰۱۱۱۱۰ خواهد بود.

۴-۳-۳- تبدیل مبنا ۱۰ به ۱۶

با استفاده از تقسیم متوالی عدد مبنا ۱۰ بر عدد ۱۶ و به دست آوردن باقیمانده‌ها و آخرین خارج قسمت می‌توان عمل تبدیل را انجام داد.

$$\begin{array}{r}
 478 \quad | \quad 16 \\
 \underline{464} \quad 29 \\
 14 \quad | \quad 16 \\
 \underline{13} \quad 1
 \end{array}$$

کم ارزش ترین رقم ← ۱۴ → با ارزش ترین رقم

← E ← D ←

برای نوشتن نتیجه تبدیل از آخرین خارج قسمت شروع به نوشتن می‌کنیم و سپس از آخرین باقیمانده تا باقیمانده تقسیم اول را به ترتیب می‌نویسیم. عدد $(1DE)_{16}$ حاصل تبدیل مبناست.

تشریح عملیات تقسیم

$$\begin{array}{r}
 478 \quad | \quad 16 \\
 \underline{464} \quad 29 \\
 14
 \end{array}$$

کم ارزش ترین رقم → ۱۴ → E

۱- عدد ۴۷۸ را بر ۱۶ تقسیم کرده، باقیمانده عدد ۱۴ و خارج قسمت صحیح عدد ۲۹ خواهد بود. عدد ۱۴ در مبنا ۱۶ برابر با E است (اولین باقیمانده به عنوان کم ارزش ترین عدد در نظر گرفته می‌شود).

۲- عدد ۲۹ را مجدداً بر ۱۶ تقسیم کرده، باقیمانده برابر عدد ۱۳ و خارج قسمت صحیح برابر عدد ۱ خواهد بود و عمل تقسیم خاتمه می‌یابد؛ زیرا آخرین خارج قسمت از عدد ۱۶ کوچک‌تر شده است (آخرین خارج قسمت به عنوان با ارزش ترین عدد در نظر گرفته می‌شود).

$$\begin{array}{r}
 29 \quad | \quad 16 \\
 \underline{16} \quad 1 \\
 13
 \end{array}$$

← با ارزش ترین رقم →

D

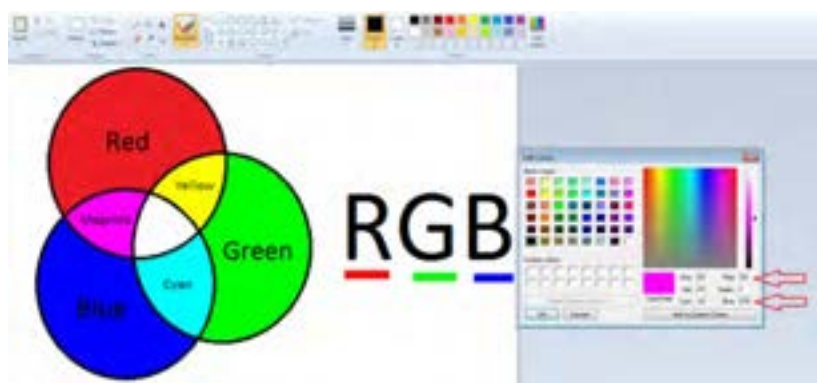
برای نوشتن نتیجه عملیات تبدیل از آخرین خارج قسمت (با ارزش ترین عدد) شروع به نوشتن کرده، باقیمانده‌ها را از راست به چپ می‌نویسیم.

سیستم هگزادسیمال در رایانه و ریاضی کاربردهای فراوانی دارد. برنامه‌نویسی سطح پایین، کد رنگ صفحات HTML و عیب‌یابی برنامه‌ها نمونه‌ای از کاربرد سیستم هگزادسیمال است.

در برخی از سیستم‌ها و صفحات HTML کد رنگ با اعداد هگزادسیمال نشان داده می‌شود و در اول کدهای رنگ کاراکتر # قرار می‌گیرد (مانند #FFFFFF).

سیستم رنگ RGB

این سیستم برای رسانه‌های تصویری مانند مانیتور و تلویزیون و هر آنچه از آن نور ساطع شود، استفاده می‌شود. پایه و اساس RGB نور است و به جای سه رنگ قرمز، سبز و آبی، در واقع سه نور رنگی داریم؛ یعنی برای اینکه رنگ‌ها در این سیستم به درستی نمایش داده شوند، نیاز به نور دارند. در مانیتور، تغییر ولتاژ ارسالی به پیکسل‌ها، باعث ایجاد نور رنگی می‌شود و ترکیب این نورهاست که سبب ایجاد رنگ پیکسل می‌شود. نام این سیستم رنگ از حروف اول سه رنگ تشکیل‌دهنده آن گرفته شده است. (RedGreenBlue)؛ بنابراین آن را سیستم RGB می‌نامند. ترکیب این سه رنگ اصلی، رنگهای جانبی را تشکیل می‌دهد.



شکل ۴-۱: سیستم رنگ RGB

سیستم رنگ برای نمایش از کدهای هگزادسیمال استفاده می‌کند. کد هر رنگ با توجه به شدت سه رنگ قرمز، سبز و آبی تعیین می‌شود و شدت هر رنگ با یک عدد دو رقمی در مبنای ۱۶ مشخص می‌شود. کد رنگ سبز 00FF00 است که شدت رنگ قرمز و آبی آن صفر و سبز آن FF است. رنگ قرمز با کد FF0000 نمایش داده می‌شود.

#00FF00
RGB

- ۱- با توجه به شکل ۴-۱ بگویید برای تولید رنگ سفید چه رنگ‌هایی مورد استفاده قرار می‌گیرد؟ برای رنگ سرخابی چطور؟
- ۲- رنگ سبز و آبی هر یک با چه کدی نمایش داده می‌شوند؟ رنگ زرد چطور؟ برای دیدن برخی رنگ‌های اصلی می‌توانید از کتاب همراه هنر جو کمک بگیرید.

کنجکاو



۴-۳-۴- تبدیل مبنای ۲ به ۱۶

برای تبدیل مبنای ۲ به ۱۶ ابتدا از سمت راست ۴ رقم را جدا کرده و معادل هگزادسیمال آن چهار رقم را می‌نویسیم و همین روال را برای ۴ رقم بعدی انجام می‌دهیم. چنانچه تعداد ارقام باقیمانده کمتر از ۴ بود، به ازای ارقامی که کم داریم پشت عدد صفر قرار می‌دهیم.
مثال ۱: می‌خواهیم معادل مبنای ۱۶ عدد (۱۱۰۱۱۰۱۱۰۱۱۰۱۱۰۱۱) را به دست آوریم.

حل مسئله (تبدیل میناها)



$$1101 = 8 + 4 + 1 = 13 \rightarrow D$$

$$1010 = 8 + 2 = 10 \rightarrow A$$

$$1011 = 8 + 2 + 1 = 11 \rightarrow B$$

$$0101 = 4 + 1 = 5 \rightarrow 5$$

$$1101 = 8 + 4 + 1 = 13 \rightarrow D$$



نتیجه به صورت زیر خواهد بود:

D5BAD

مثال ۲: می‌خواهیم معادل مبنای ۱۶ عدد (10000111110001001) را به دست آوریم.



$$1001 = 8 + 1 = 9$$

$$1000 = 8$$

$$1111 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15 \quad F$$

$$0000 = 0$$

$$0001 = 1$$



نتیجه به صورت زیر خواهد بود

10F89



جدول زیر را کامل کنید.

مبنای ۱۰	مبنای ۲	مبنای ۱۶
۸		
۹		
۱۰		
۱۱		
۱۲		
۱۳		
۱۴		
۱۵		

مبنای ۱۰	مبنای ۲	مبنای ۱۶
۰		
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		
۶		
۷		

نمایش یک عدد دودویی ۳۲ بیتی (رقمی) در مبنای ۱۶ چند رقمی است؟



۴-۳-۵ تبدیل مبنای ۱۶ به ۲

برای تبدیل مبنای ۱۶ به ۲، هر رقم عدد مبنای ۱۶ را به مبنای ۲ برده، در ۴ بیت نمایش می‌دهیم.

مثال: عدد $(AC)_{16}$ را در مبنای ۲ نمایش دهید.

AC

????????????

$$A = 10 = (1010)_2$$

$$C = 12 = (1100)_2$$

$$1 = (0001)_2$$

AC

101011000001

معادل عدد DEF را در مبنای ۲ بنویسید.



ارزشیابی پایانی فصل چهارم

الف) جاهای خالی را با اعداد صحیح کامل کنید:

- ۱ ارزش مکانی رقم ۷ در عدد ۴۷۵۴۲ ، است.
- ۲ هر عدد به توان صفر برابر است..
- ۳ یک بیت می تواند مقدار یا را داشته باشد.

ب) ستون های مربوط به یکدیگر را به هم وصل کنید:

- | | |
|-----------------|-------------------------------------|
| الف) هگزادسیمال | ۱) بزرگترین عدد چهاررقمی در مبنای ۲ |
| ب) bit | ۲) مبنای ۱۶ |
| ج) $(1111)_2$ | ۳) $(28)_{16}$ |
| د) $(1110)_2$ | ۴) رقم دودویی |
| | ۵) $(E)_{16}$ |

ج) به سوالات زیر پاسخ دهید:

- ۴ عدد $FF00FF$ چه رنگی است؟
- ۵ ارزش مکانی ارقام عدد ۷۶۵۹۰۱ را به دست آورید.
- ۶ چرا در رایانه از سیستم عددی دودویی استفاده می کنیم؟
- ۷ مزیت استفاده از مبنای هگزادسیمال در رایانه را توضیح دهید.

ت) تبدیل مبنای زیر را انجام دهید:

- ۸ $(110101)_2 = (?)_{10}$
- ۹ $(B5C0F)_{16} = (?)_{10}$
- ۱۰ $(DAE)_{16} = (?)_2$
- ۱۱ $(6582)_{10} = (?)_{16}$
- ۱۲ $(1100101)_2 = (?)_{16}$

