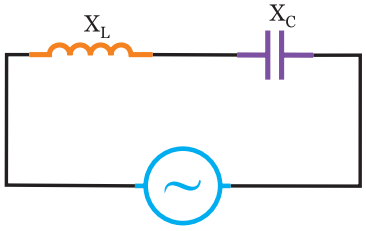
فصل پنجم

مدارهای LC سری و LC موازی

خلاصه درس

۵-۱- مدارهای LC سری:

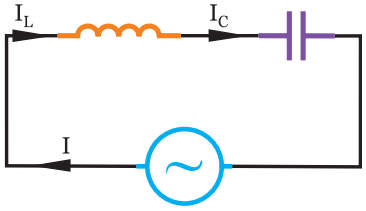
هرگاه یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی بصورت سری به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود. مطابق شکل (۵-۱) مدار LC سری را تشکیل می‌دهد.



شکل (۵-۱)

$$Z = |X_L - X_c|$$

در مدارهای LC سری جریان منبع با جریان هر یک از عناصر که در شکل (۵-۲) دیده می‌شود برابر می‌باشد.

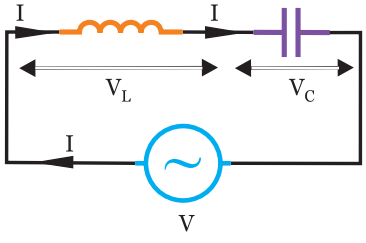


شکل (۵-۲)

$$\Rightarrow \text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I = \frac{V}{Z} \qquad I_L = I_c = I$$

در این مدارها در شکل (۵-۳) ولتاژ منبع به نسبت مقاومت‌های سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

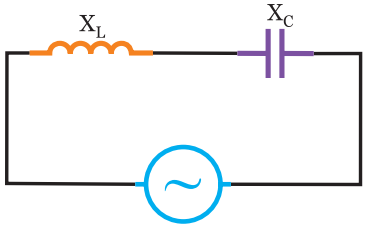


شکل (۵-۳)

$$V = |V_L - V_c|$$

$$V_L = X_L.I \quad , \quad V_c = X_c.I$$

در مدارهای LC سری مطابق شکل (۵-۴) اختلاف فاز $\varphi = ۹۰$ می‌باشد.

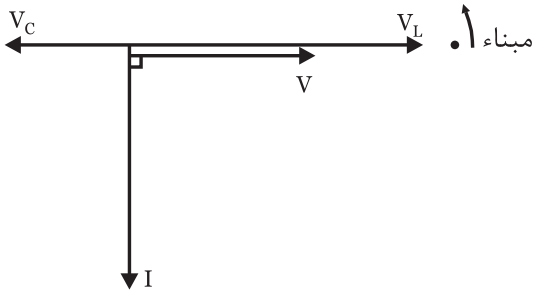


شکل (۵-۴)

$$V_{(t)} = V_m \text{Sin}\,\omega t$$

$$i_{(t)} = I_m \text{Sin}(\omega t \pm ۹۰^\circ)$$

اگر $X_L > X_C$ باشد. مراحل ایجاد نمودار شکل (۵-۵) به صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۵-۵)

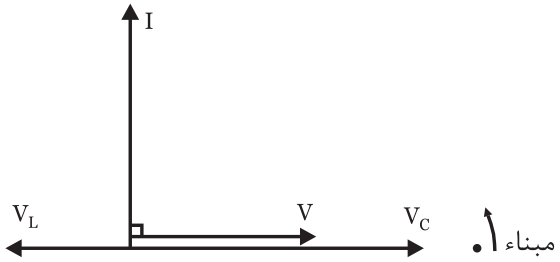
- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ منبع ۹۰ درجه عقب‌تر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

$$i_{(t)} = I_m \text{Sin}(\omega t - ۹۰^\circ)$$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا V_L نسبت به I، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود. از آنجاییکه مدار پس فاز است لذا $V_L > V_C$ می‌باشد.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_C نسبت به I، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود. از آنجاییکه مدار پس فاز است لذا $V_L > V_C$ می‌باشد.

اگر $X_L<X_C$ باشد. مراحل ایجاد نمودار شکل (۵-۶) به صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۵-۶)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ منبع ۹۰° جلوتر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

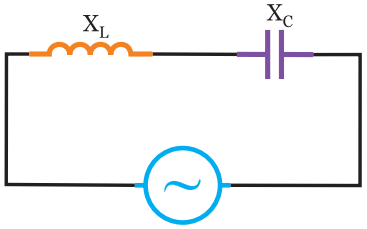
$$i_{(t)}= I_m Sin(\omega t + ۹۰^\circ)$$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا V_L نسبت به I، ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود. از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $V_L<V_C$ می‌باشد.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_C نسبت به I، ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود. از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $V_L<V_c$ می‌باشد.

اگر $V_L=V_C$ باشد:

از انجائیکه $I_L=I_C$ می‌باشد ولتاژ دو سر سلف و خازن در مدار شکل (۵-۷) برابر می‌شود لذا ولتاژ منبع صفر خواهد شد که مدار در حالت تشدید یا رزنانس می‌باشد.



شکل (۵-۷)

$$X_L=X_c \Rightarrow V_L= V_c$$

$$V_e = |V_L - V_c| \Rightarrow V=۰$$

$$X_c=X_L \Rightarrow \frac{۱}{۲\pi fc} = ۲\pi fL \Rightarrow (۲\pi)^۲ f^۲ Lc=۱ \Rightarrow$$

$$f_r= \frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}$$

برای بدست آوردن توان در مدارهای LC سری به علت اینکه $\varphi=\pm ۹۰$ است، داریم.

$$\varphi= \pm ۹۰^\circ \Rightarrow Cos\varphi=۰ \quad , \quad Sin\varphi= \pm ۱$$

- توان موثر یا مصرفی صفر می‌باشد.

$$P_e = V_e.I_e.Cos\varphi=۰$$

- توان غیر موثر یا راکتیو می‌شود.

$$P_d = V_e.I_e.Sin\varphi= \pm V_e.I_e$$

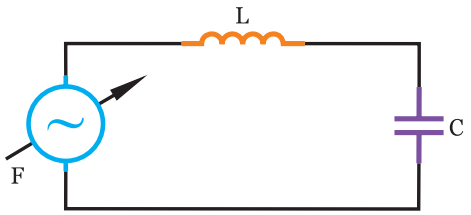
اگر $X_L>X_c$ باشد مدار پس فاز بوده و $P_d=V_e.I_e$ می‌شود و اگر $X_L<X_c$ باشد مدار پیش فاز بوده و $P_d=-V_e.I_e$ می‌شود.

- توان ظاهری می‌شود.

$$P_s =V_e.I_e \Rightarrow P_s=|P_d|$$

۵-۲- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدار LC سری:

از آنجائیکه با افزایش فرکانس مقاومت سلفی $X_L=۲\pi fL$ افزایش می‌یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $X_c=\frac{۱}{۲\pi fc}$ کاهش می‌یابد، لذا با توجه به فرمول‌های $Z = |X_L - X_c|$ و $I=\frac{V}{Z}$ در شکل‌های زیر، z و I در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزنانس را بررسی می‌کنیم.

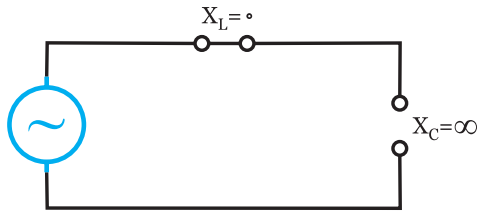


شکل (۵-۸)

که سه حالت اتفاق می‌افتد.

۱) فرکانس صفر(DC):

خازن مدار را قطع می‌کند.



شکل (۵-۹)

$X_L=۰$

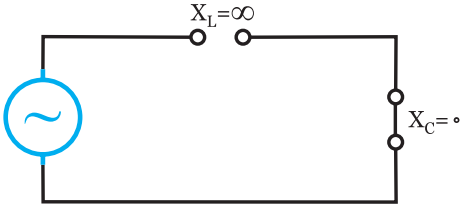
$X_c=\infty$

$Z=\infty$

$I=۰$

۲) فرکانس بی‌نهایت:

سلف مدار را قطع می‌کند.



شکل (۵-۱۰)

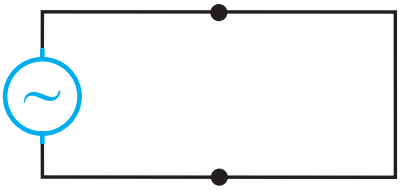
$X_L=\infty$

$X_c=0$

$Z=\infty$

$I=0$

۳) فرکانس رزنانس(تشدید):



شکل (۵-۱۱)

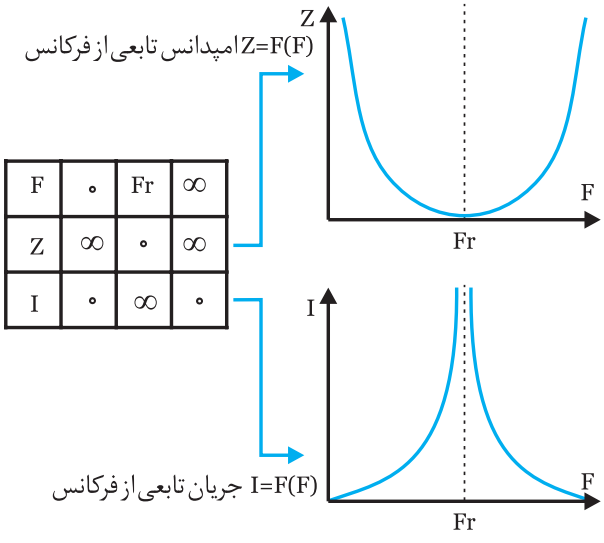
$X_c=X_L \quad Z=0$

$V_e=V_L \Rightarrow I=\infty$

$P_d=0 \Rightarrow$

$Ps=0$

نتایج بررسی شده را می‌توان در جدول زیر خلاصه کرد.

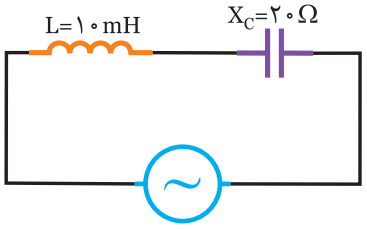


F	0	Fr	∞
Z	∞	0	∞
I	0	∞	0

شکل (۵-۱۲)

مثال ۱

در مدار شکل (۵-۱۳) امپدانس مدار را بدست آورید.



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۱۰۰۰t$

شکل (۵-۱۳)

حل

ابتدا X_L را بدست می‌آوریم.

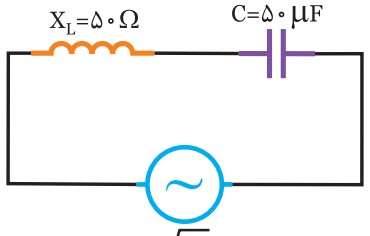
$X_L=\omega L=۱۰۰۰\times۱۰\times۱۰^{-۳}=۱۰\Omega$

$Z=|X_L-X_C|=|۱۰-۲۰|=۱۰\Omega$

توضیح: چون $X_c>X_L$ می‌باشد لذا مدار پیش فاز است.

فعالیت ۱

در مدار شکل (۵-۱۴) امپدانس مدار را بدست آورید.



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

شکل (۵-۱۴)

حل

ابتدا X_C را بدست می‌آوریم.

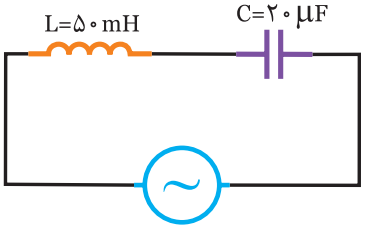
$X_c=\frac{۱}{\omega c}=\frac{۱}{.....}=.....\Omega$

$Z=|X_L-.....|=|۵۰-.....|=.....\ \Omega$

توضیح: چون $X_L > X_C$ می‌باشد لذا مدار ..... فاز است.

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۵) امپدانس مدار را بدست آورید.



$V_{(t)} = ۵۰ \sin ۱۰۰۰t$

شکل (۵-۱۵)

.....

.....

.....

.....

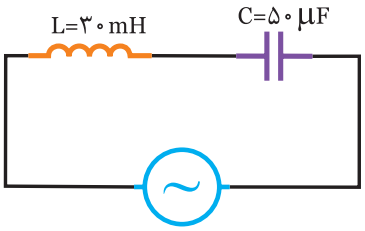
.....

.....

.....

مثال ۲

در مدار شکل (۵-۱۶) مطلوبست:



$V_{(t)} = ۱۰۰\sqrt{۲} \sin ۱۰۰۰t$

شکل (۵-۱۶)

الف) جریان مدار

ب) معادله زمانی جریان منبع

حل

الف) ابتدا مقدار X_L و X_C را بدست می‌آوریم.

$$X_L = \omega L = ۱۰۰۰ \times ۳۰ \times ۱۰^{-۳} = ۳۰\Omega$$

$$X_c = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{۱۰۰۰ \times ۵۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۲۰\Omega$$

$$Z = |X_L - X_C| = |۳۰ - ۲۰| = ۱۰\Omega$$

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

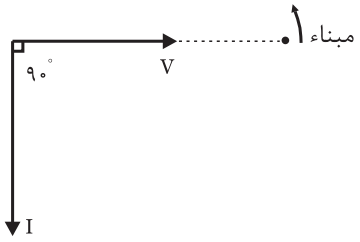
$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۱۰۰v$$

جریان موثر مدار

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰\ A$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم می‌کنیم.
- بردار $V_{(t)}$ را رسم کنید.



شکل (۵-۱۷)

- در این مدار $X_L > X_c$ است لذا مدار پس فاز و جریان منبع ۹۰ از ولتاژ مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار I معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

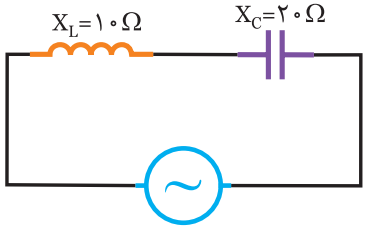
$$I_m = I_e \times \sqrt{۲} \Rightarrow I_m = ۱۰\sqrt{۲}\ A$$

$$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t - ۹۰^\circ)$$

$$\Rightarrow i_{(t)} = ۱۰\sqrt{۲} \sin(۱۰۰۰t - ۹۰^\circ)$$

فعالیت ۲

در مدار شکل (۱۸-۵) مطلوبست:



شکل (۱۸-۵)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

حل

الف)

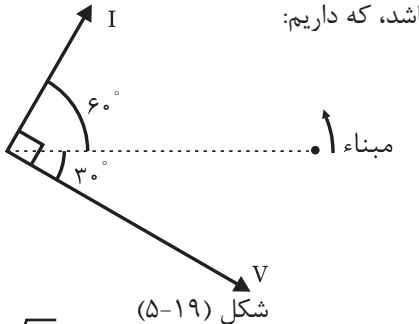
$Z = |X_L - X_C| = |\ldots\ldots - \ldots\ldots| = \ldots\ldots\ \Omega$

$$\text{جریان} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

$$V_e = \frac{\ldots\ldots}{\sqrt{2}} = \frac{\ldots\ldots}{\sqrt{2}} = \ldots\ldots v$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots A$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_C > X_L$ است لذا مدار پیش فاز می‌باشد، که داریم:



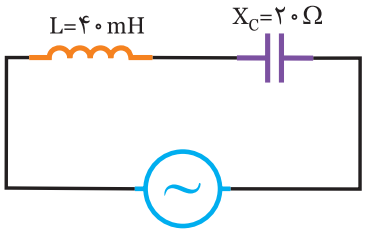
شکل (۱۹-۵)

$I_m = I_e \times \sqrt{2} = \ldots\ldots A$

$i_{(t)} = I_m Sin(\omega t - 60^\circ) \Rightarrow i_{(t)} = \ldots\ldots Sin(500t - 60^\circ)$

تمرین

در مدار شکل (۲۰-۵) مطلوبست:



شکل (۲۰-۵)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

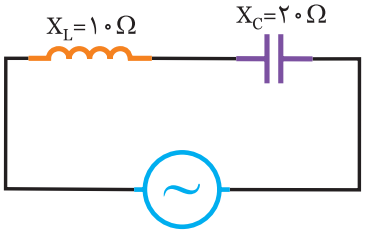
.....

.....

.....

مثال ۳

در مدار شکل (۲۱-۵) مطلوبست:



شکل (۲۱-۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

الف)

$Z = |X_L - X_C| = |۱۰ - ۲۰| = ۱۰\Omega$

مقاومت × جریان = ولتاژ

جریان موثر

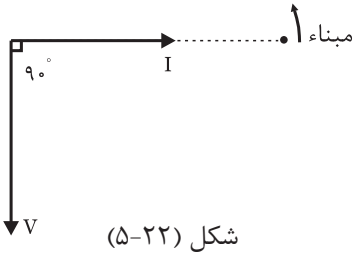
$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۲A$

ولتاژ موثر

$V_e = z.I_e = ۱۰ \times ۲ = ۲۰v$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار $i_{(t)}$ را رسم کنید.



شکل (۵-۲۲)

- در این مدار $X_c > X_L$ است لذا مدار پیش فاز و ولتاژ منبع ۹۰° از جریان مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.

-با توجه به موقعیت بردار V معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

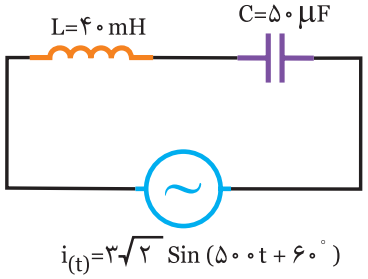
$V_e = \sqrt{۲}\ V_e = \sqrt{۲} \times ۲۰ = ۲۰\sqrt{۲}v$

$V_{(t)} = V_m Sin(\omega t - ۹۰^\circ)$

$\Rightarrow V_{(t)} = ۲۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t - ۹۰^\circ)$

فعالیت ۳

در مدار شکل (۵-۲۳) مطلوبست:



$i_{(t)} = ۳\sqrt{۲}\ Sin(۵۰۰t + ۶۰^\circ)$

شکل (۵-۲۳)

الف) ولتاژ مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

الف) ابتدا X_L و X_C را بدست می‌آوریم.

$X_L = \omega L = ۵۰۰ \times ۴۰ \times ۱۰^{-۳} = ۲۰\Omega$

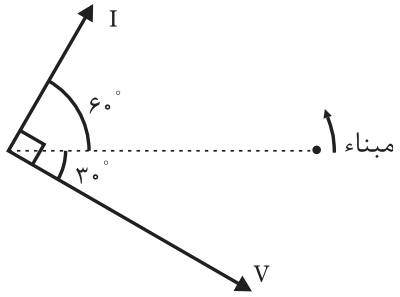
$X_c = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{.....} = ...\Omega$

$Z = |X_c - .....| = |..... - .....| = ... \Omega$

$I_e = \frac{.....}{.....} = ... A$

$V_e = z.I_e = ... \times ..... = ...v$

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع نیاز به دیاگرام برداری داریم که در این مدار $X_c > X_L$ است لذا مدار پیش فاز و ولتاژ مدار ۹۰° عقب‌تر از جریان مدار است.



شکل (۵-۲۴)

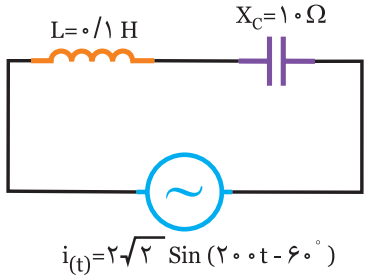
$V_e = \sqrt{۲}\ V_e = ...v$

$V_{(t)} = V_m Sin(\omega t - .....)$

$\Rightarrow V_{(t)} = ... Sin(۵۰۰t - .....)$

تمرین

در مدار شکل (۵-۲۵) مطلوبست:



شکل (۵-۲۵)

الف) ولتاژ مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

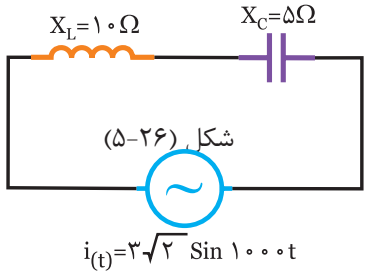
.....

.....

.....

مثال ۴

در مدار شکل (۵-۲۶) مطلوبست:



شکل (۵-۲۶)

الف) ولتاژ دو سر سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر آن‌ها

حل

الف)

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۳\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۳A$$

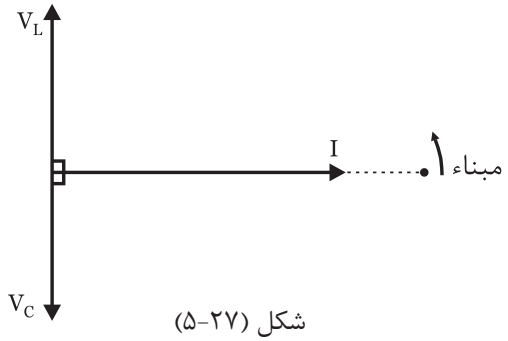
جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L.I_e = (۱۰)(۳) = ۳۰v$$

$$V_c = X_c.I_e = (۵)(۳) = ۱۵v$$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی ولتاژ نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد که مراحل آن به صورت زیر است.

- مبنا را رسم کنید.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع را رسم کنید.



شکل (۵-۲۷)

- در سلف، جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا V_L، ۹۰° از جریان مدار جلوتر است.
- درخازن، جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا V_C، ۹۰° از جریان مدار عقب‌تر است.
- با توجه به موقعیت بردارهای V_L و V_C معادله‌ی زمانی آن‌ها می‌شود.

$$V_{Lm} = \sqrt{۲}\ V_L = ۳۰\sqrt{۲}\ v$$

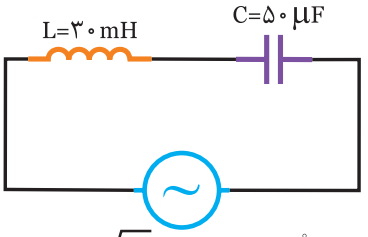
$$V_{cm} = \sqrt{۲}\ V_c = ۱۵\sqrt{۲}\ v$$

$$V_{L(t)} = ۳۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t + ۹۰^\circ)$$

$$V_{c(t)} = ۱۵\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t - ۹۰^\circ)$$

فعالیت ۴

در مدار شکل (۵-۲۸) مطلوبست:



$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t-۵۰^{\circ})$

شکل (۵-۲۸)

الف) ولتاژ دو سر هر المان

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر آن‌ها

حل

الف) ابتدا X_L و X_C را بدست می‌آوریم.

$X_L=\omega L=۵۰۰\times۳۰\times۱۰^{-۳}=۱۵\Omega$

$X_c=\frac{۱}{\omega c}=\frac{۱}{۵۰۰\times.....}=.....\Omega$

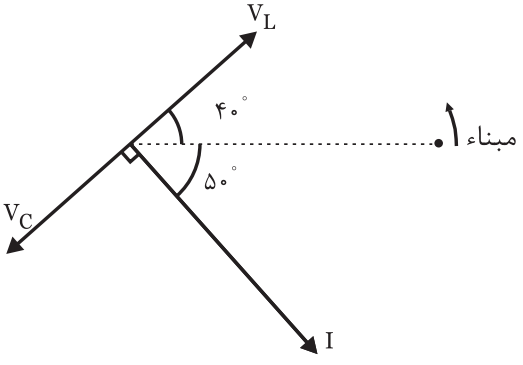
$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....A$

جریان × مقاومت = ولتاژ

$V_L=X_L.I_e=(۱۵)(.....)=.....v$

$V_c=X_c.I_e=(.....)(.....)=.....v$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی ولتاژ دو سر سلف و خازن باید مبنا را مشخص کرده و دیاگرام معادله زمانی جریان را رسم کنیم و سپس دیاگرام V_L و V_C را رسم نماییم.



شکل (۵-۲۹)

$V_{Lm}=\sqrt{۲}\ V_L=(\sqrt{۲})(.....)=.....v$

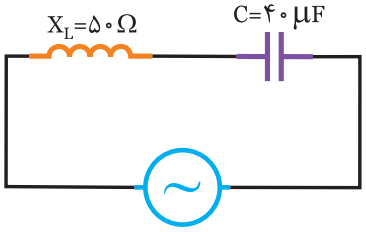
$V_{Lm}=\sqrt{۲}\ V_c=(\sqrt{۲})(.....)=.....v$

$V_{L(t)}=..... Sin(۵۰۰t+۴۰^{\circ})$

$V_{c(t)}=..... Sin(۵۰۰t-۱۴۰^{\circ})$

تمرین

در مدار شکل (۵-۳۰) مطلوبست:



$i_{(t)}=۴\sqrt{۲}\ Sin\ (۵۰۰t+۱۰^{\circ})$

شکل (۵-۳۰)

الف) ولتاژ دو سر V_L و V_C

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر هر المان

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

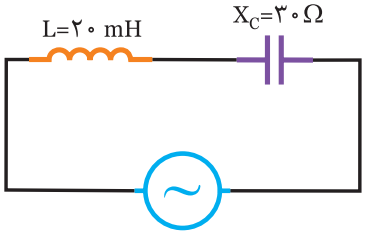
.....

.....

.....

مثال ۵

در مدار شکل (۵-۳۱) مطلوبست:



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۱۰۰۰t-۹۰^\circ)$

شکل (۵-۳۱)

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر هر المان

حل

الف) ابتدا مقاومت سلفی را محاسبه کنید.

$$X_L=\omega L=۱۰۰۰\times۲۰\times۱۰^{-۳}=۲۰\Omega$$

$$Z=|X_L-X_C|=|۲۰-۳۰|=۱۰\Omega$$

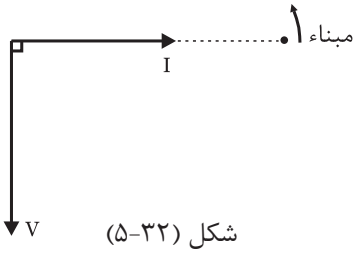
$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰v$$

$$\text{جریان}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{۱۰۰}{۱۰}=۱۰A$$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان منبع دیاگرام برداری را رسم کنید.

چون $X_c>X_L$ است مدار خاصیت خازنی دارد و جریان مدار ۹۰ جلوتر از ولتاژ می‌شود.



شکل (۵-۳۲)

جریان ماکزیمم

$$I_m=\sqrt{۲}\ I_e=\sqrt{۲}\times۱۰=۱۰\sqrt{۲}$$

$$i_{(t)}=I_m\text{Sin}\ \omega t \Rightarrow i_{(t)}=۱۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t)$$

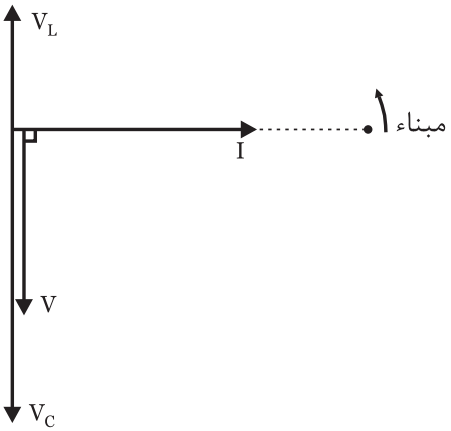
ب) با داشتن جریان مدار، ولتاژ دو سر هر المان را بدست می‌آوریم.

ولتاژ = مقاومت × جریان

$$V_L=X_L.I_e=(۲۰)(۱۰)=۲۰۰v$$

$$V_c=X_c.I_e=(۳۰)(۱۰)=۳۰۰v$$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ سلف و خازن دیاگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه ولتاژ سلف ۹۰° جلوتر از جریان مدار و ولتاژ خازن ۹۰° عقب‌تر از جریان مدار می‌باشد معادله‌ی زمانی V_L و V_C را می‌نویسیم.



شکل (۵-۳۳)

$$V_{Lm}=\sqrt{۲}\ V_L=۲۰۰\sqrt{۲}v$$

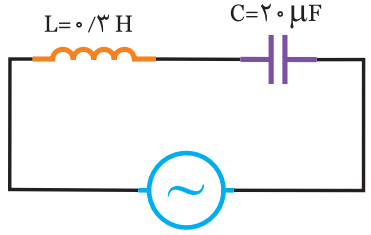
$$V_{cm}=\sqrt{۲}\ V_c=۳۰۰\sqrt{۲}\ v$$

$$V_{L(t)}=۲۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$$

$$V_{c(t)}=۳۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۱۰۰۰t-۹۰^\circ)$$

فعالیت ۵

در مدار شکل (۵-۳۴) مطلوبست:



شکل (۵-۳۴)

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله‌ی زمانی ولتاژ آن‌ها

حل

الف)

$X_L = \omega L = ۵۰۰ \times ۰/۳ = \ldots\ldots\ \Omega$

$X_c = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots \Omega$

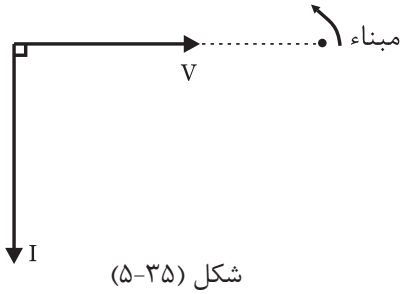
$Z = |X_L - X_c| = |۱۵۰ - \ldots\ldots| = \ldots\ldots\ \Omega$

$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{\ldots\ldots}{\sqrt{۲}} = \ldots\ldots\ldots v$

$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$

$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ A$

برای بدست آوردن معادله زمانی جریان مدار دیاگرام برداری نیاز می‌باشد.



شکل (۵-۳۵)

- ابتدا مبنا را رسم کنید.
- بردار $V_{(t)}$ را رسم کنید.
- چون $X_L > X_c$ است لذا مدار پس فاز است.

$I_m = \sqrt{۲}\ I_e = (\sqrt{۲}\ )(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ A$

$I_{(t)} = \ldots\ldots\ Sin(۵۰۰t - ۹۰^\circ)$

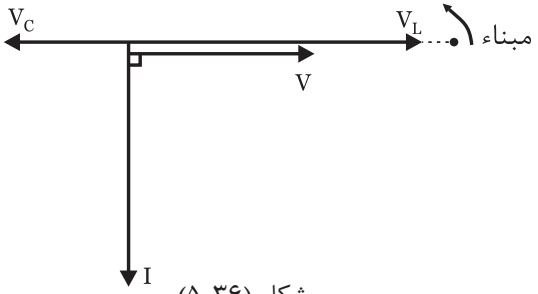
ب) با داشتن جریان مدار، ولتاژ دو سر هر المان را بدست آورید.

$V_L = X_L . I_e = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots v$

$V_c = X_c . I_e = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots v$

ج) برای بدست آوردن معادله زمانی V_L و V_C دیاگرام برداری نیاز داریم.

- مبنا را مشخص کنید.
- بردار V و I را رسم کنید.



شکل (۵-۳۶)

- ولتاژ سلف ۹۰° از جریان سلف جلوتر است.
- ولتاژ خازن ۹۰° از جریان خازن عقب‌تر است.

$V_{Lm} = \sqrt{۲}\ V_L = (\sqrt{۲}\ )(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ v$

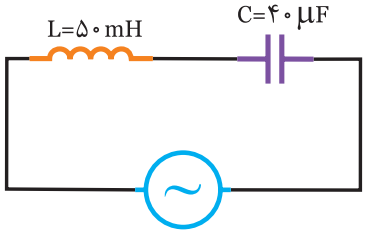
$V_{cm} = \sqrt{۲}\ V_c = (\sqrt{۲}\ )(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ v$

$V_{L(t)} = \ldots\ldots\ldots\ Sin(۵۰۰t + ۰)$

$V_{c(t)} = \ldots\ldots\ldots\ Sin(۵۰۰t - ۱۸۰^\circ)$

تمرین

در مدار شکل (۵-۳۷) مطلوبست:



$V_{(t)}=50\sqrt{2}\ \mathrm{Sin}\,(500t+90^\circ)$

شکل (۵-۳۷)

الف) جریان منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) ولتاژ دو سر هر المان

ج) معادله‌ی زمانی V_L و V_C

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

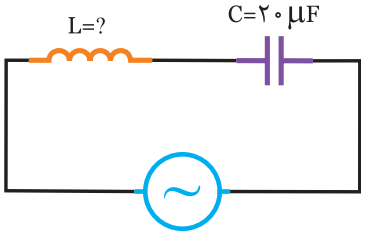
.....

مثال ۶

در مدار شکل (۵-۳۸) مطلوبست:

الف) مقاومت سلفی

ب) اندوکتانس سلفی



$V_{(t)}=100\sqrt{2}\ \mathrm{Sin}\,(500t-30^\circ)$

$i_{(t)}=2\sqrt{2}\ \mathrm{Sin}(500t+60^\circ)$

شکل (۵-۳۸)

حل

الف) ابتدا ولتاژ و جریان موثر مدار را بدست آورید.

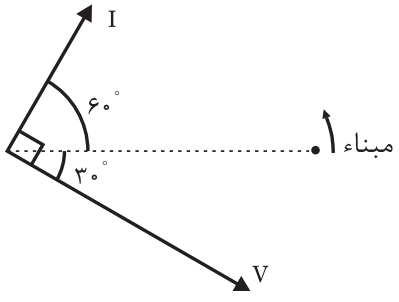
$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{2}}=\frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=100v$$

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2A$$

$$\text{جریان}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$Z=\frac{V_e}{I_e}=\frac{100}{2}=50\Omega$$

دیاگرام برداری را ترسیم کنید.



شکل (۵-۳۹)

چون جریان مدار ۹۰° جلوتر از ولتاژ مدار است به همین دلیل مدار پیش فاز بوده و $X_c > X_L$ است.

$$Z = |X_L - X_c|$$

$$X_c = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{۵۰۰ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۰۰\Omega$$

$$Z = X_c - X_L$$

$$۵۰ = ۱۰۰ - X_L \Rightarrow X_L = ۵۰\Omega$$

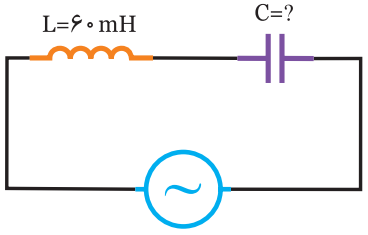
ب)

$$X_L = \omega L \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{۵۰}{۵۰۰} = ۰/۱H$$

$$L = ۱۰۰mH$$

فعالیت ۲

در مدار شکل (۵-۴۰) مطلوبست:



$$V_{(t)} = ۱۰۰ \sin ۱۰۰۰t$$

$$i_{(t)} = ۵ \sin(۱۰۰۰t - ۹۰^\circ)$$

شکل (۵-۴۰)

الف) مقاومت خازنی

ب) ظرفیت خازن بر حسب میکروفاراد

حل

الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۰۰}{\sqrt{۲}} = \ldots\ldots v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots A$$

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\Omega$$

دیاگرام برداری را ترسیم کنید.

چون ولتاژ مدار جلوتر از جریان می‌باشد، مدار پس فاز و $X_L > X_c$ است.

$$Z = |X_L - X_c|$$

$$X_L = \omega L = ۶۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰۰۰ = ۶۰\Omega$$

$$Z = X_L - X_c$$

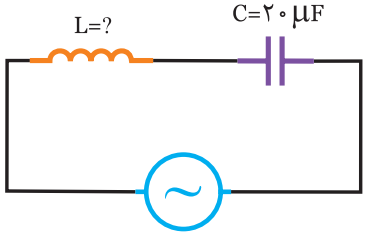
$$\ldots\ldots = ۶۰ - \ldots\ldots \Rightarrow X_c = \ldots\ldots\Omega$$

ب)

$$X_c = \frac{۱}{\omega c} \Rightarrow c = \frac{۱}{\omega . X_c} = \frac{۱}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \ldots\ldots \mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۴۱) مطلوبست:



$$V_{(t)} = ۱۰۰\sqrt{۲} \sin(۱۰۰۰t - ۵۰^\circ)$$

$$i_{(t)} = ۴\sqrt{۲} \sin(۱۰۰۰t + ۴۰^\circ)$$

شکل (۵-۴۱)

الف) مقاومت القایی

ب) ضریب خودالقایی سلف(L)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

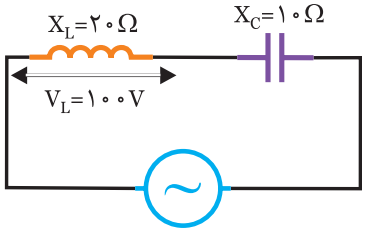
.....

.....

.....

مثال ۷

در مدار شکل (۴۲-۵) مطلوبست:



شکل (۴۲-۵)

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v=۰$

حل

الف)

$$\text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_e = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵\ A$$

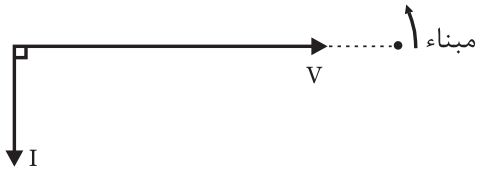
ب)

جریان×مقاومت= ولتاژ

$$Z = |X_L - X_C| = |۲۰-۱۰| = ۱۰\Omega$$

$$V_e = z.I_e \Rightarrow V_e = ۱۰\times۵ = ۵۰v$$

ج) چون $X_L>X_c$ است مدار پس فاز می‌باشد و جریان مدار ۹۰ از ولتاژ مدار عقب‌تر است.



شکل (۴۳-۵)

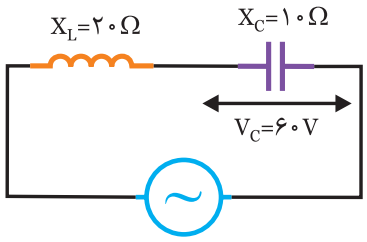
فعالیت ۷

در مدار شکل (۴۴-۵) مطلوبست:

الف) جریان منبع

ب) ولتاژ منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta v=۳۰$



شکل (۴۴-۵)

حل

الف)

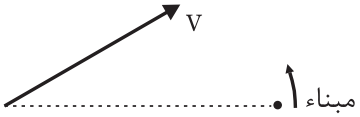
$$I_e = \frac{V_C}{X_C} = \frac{.....}{.....} = ... A$$

ب)

$$Z = |X_L - X_c| = |.....-.....| = ... \Omega$$

$$V_e = z.I_e = ...\times ..... = ...v$$

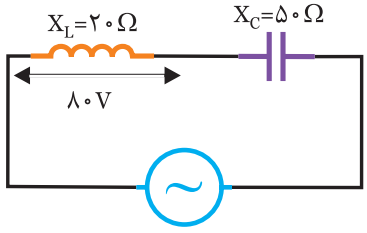
ج) چون $X_L>X_c$ است، مدار ..... می‌باشد و جریان مدار ..... درجه از ولتاژ مدار ..... است. دیاگرام را کامل کنید.



شکل (۴۵-۵)

تمرین

در مدار شکل (۴۶-۵) مطلوبست:



شکل (۴۶-۵)

الف) جریان مدار ب) ولتاژ منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta v=۰$

.....

.....

.....

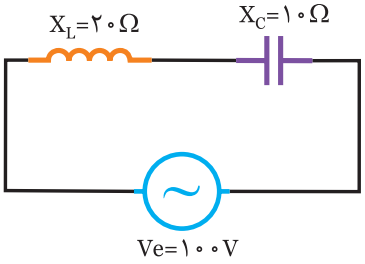
.....

.....

.....

مثال ۸

در مدار شکل (۵-۴۷) مطلوبست:



شکل (۵-۴۷)

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

حل

الف) بخاطر اینکه مقاومت R نداریم توان موثر صفر است.

$P_e = V_e.I_e.\cos\varphi = ۰$

ب)

$Z = |X_L - X_C| = |۲۰ - ۱۰| = ۱۰\Omega$

$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰\,A$

بخاطر اینکه $X_L > X_c$ است، توان غیر موثر مثبت می‌باشد.

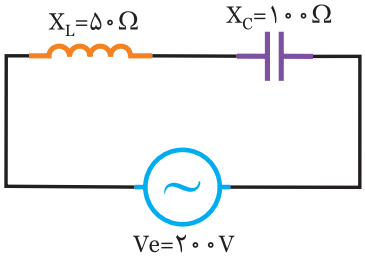
$P_d = V_e.I_e \sin\varphi = (۱۰۰)(۱۰)(۱) = ۱۰۰۰\,V.A.R$

ج)

$P_S = V_e.I_e = ۱۰۰ \times ۱۰ = ۱۰۰۰\,V.A$

فعالیت ۸

در مدار شکل (۵-۴۸) مطلوبست:



شکل (۵-۴۸)

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

حل

الف) $P_e = ۰$

ب)

$Z = |X_L - X_c| = |\ldots\ldots - \ldots\ldots| = \ldots\ldots\ \Omega$

جریان $= \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \Rightarrow I_e = \frac{V_e}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ A$

بخاطر اینکه $X_c > X_L$ است، توان راکتیو ..... است.

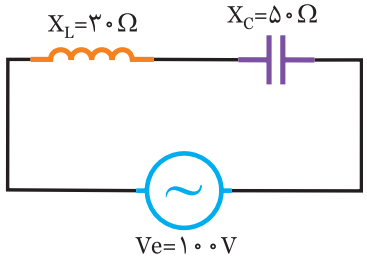
$P_d = -V_e.I_e \sin\varphi = -(۱)(\ldots\ldots)(۲۰۰) = -\ldots\ldots V.A.R$

ج)

$P_S = V_e.I_e = (\ldots\ldots)(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ V.A$

تمرین

در مدار شکل (۵-۴۹) مطلوبست:



شکل (۵-۴۹)

الف) توان اکتیو مدار ب) توان غیر مفید مدار

ج) توان ظاهری مدار

.....

.....

.....

.....

.....

.....

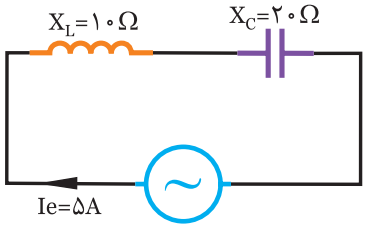
.....

.....

.....

مثال ۹

در مدار شکل (۵-۵۰) مطلوبست:



شکل (۵-۵۰)

الف) توان اکتیو

ب) توان راکتیو

ج) توان ظاهری

حل

الف)

$P_e=R.I_e^{۲}=(۰)(۵)^{۲}=۰w$

ب)

$P_{dL}=X_L.I_e^{۲}=(۱۰)(۵)^{۲}=۲۵۰$

$P_{dc}=-X_c.I_e^{۲}=-(۲۰)(۵)^{۲}=-۵۰۰$

$P_d=۲۵۰-۵۰۰=-۲۵۰V.A.R$

ج)

$Z=|X_L-X_C|=|۱۰-۲۰|=۱۰\Omega$

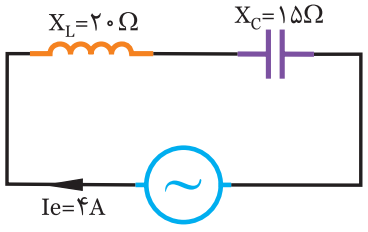
$P_s=z.I_e^{۲}=۱۰(۵)^{۲}=۲۵۰V.A$

البته می‌توان از رابطه‌ی $P_s=|P_d|$ نیز بدست آورید.

$P_s=|P_d|=|-۲۵۰|=۲۵۰V.A$

فعالیت ۹

در مدار شکل (۵-۵۱) مطلوبست:



شکل (۵-۵۱)

الف) توان مصرفی

ب) توان غیرمصرفی

ج) توان ظاهری

حل

الف)

$P_e=R.I_e^{۲}=(.....)(.....)^{۲}=.....w$

ب)

$P_{dL}=X_L.I_e^{۲}=(۴)(.....)^{۲}=.....V.A.R$

$P_{dc}=-X_c.I_e^{۲}=-(۱۵)(.....)^{۲}=.....V.A.R$

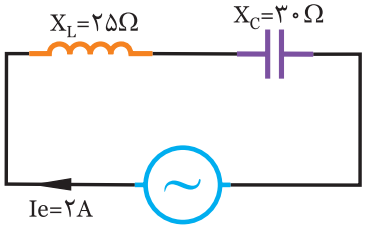
$P_d=P_{dL}+P_{dc}=.....-.....=.....V.A.R$

ج)

$P_s=|P_d|=|.....|=.....V.A$

تمرین

در مدار شکل (۵-۵۲) مطلوبست:



شکل (۵-۵۲)

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

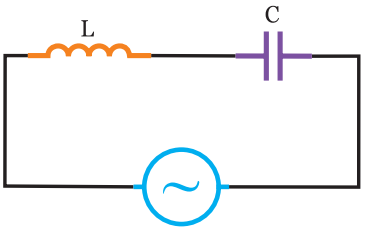
.....

.....

.....

مثال ۱۰

در مدار شکل (۵-۵۳) اگر $V_L=۳V_c$ باشد. مطلوبست:



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \sin ۵۰۰t$

$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \sin(۵۰۰t-۹۰^\circ)$

شکل (۵-۵۳)

الف) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۱۰۰v$$

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۲A$$

$$V_e=|V_L-V_C| \Rightarrow ۱۰۰=۳V_C-V_C \Rightarrow ۱۰۰=۲V_C$$

$$V_C=\frac{۱۰۰}{۲}=۵۰v$$

$$V_L=۳V_C=۳\times ۵۰=۱۵۰v$$

$$\text{مقاومت}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$X_L=\frac{V_L}{I_e}=\frac{۱۵۰}{۲}=۷۵\Omega$$

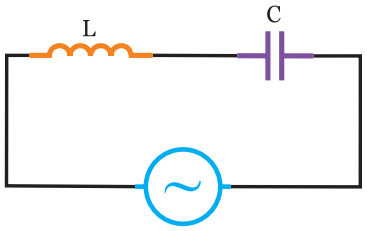
$$X_c=\frac{V_c}{I_e}=\frac{۵۰}{۲}=۲۵\Omega$$

$$c=\frac{۱}{\omega X_c}=\frac{۱}{۲۵\times ۵۰۰}=۸۰\mu F$$

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۷۵}{۵۰۰}=۱۵۰\ mH$$

فعالیت ۱۰

در مدار شکل (۵-۵۴) اگر $V_c=۲V_L$ باشد. مطلوبست:



$i_{(t)}=۵\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t+۶۰^\circ)$

$V_{(t)}=۲۰۰\sqrt{۲}\ \sin(۱۰۰۰t-۳۰^\circ)$

شکل (۵-۵۴)

الف) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$$V_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....v$$

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....A$$

$$V_e=|V_L-V_C| \Rightarrow ۲۰۰=۲V_L-V_L \Rightarrow V_L=.....v$$

$$V_c=۲V_L=۲\times .....=.....v$$

$$\text{مقاومت}=\frac{.....}{.....}$$

$$X_L=\frac{.....}{.....}=.....\Omega$$

$$X_c=\frac{.....}{.....}=.....\Omega$$

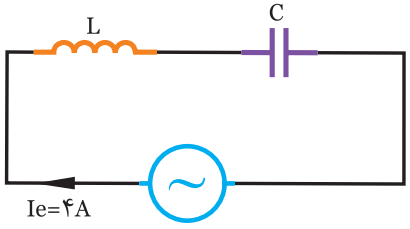
$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{۱۰۰۰}=.....mH$$

$$c=\frac{۱}{\omega X_c}=\frac{۱}{۱۰۰۰\times .....}=.....\mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۵۵) اگر $V_C=۴V_L$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



شکل (۵-۵۵)

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

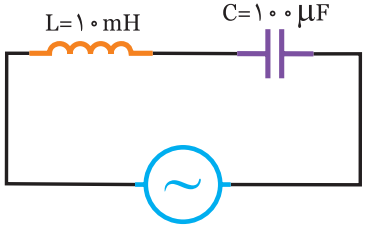
.....

.....

.....

مثال ۱۱

فرکانس رزنانس مدار شکل (۵-۵۶) را بدست آورید.



شکل (۵-۵۶)

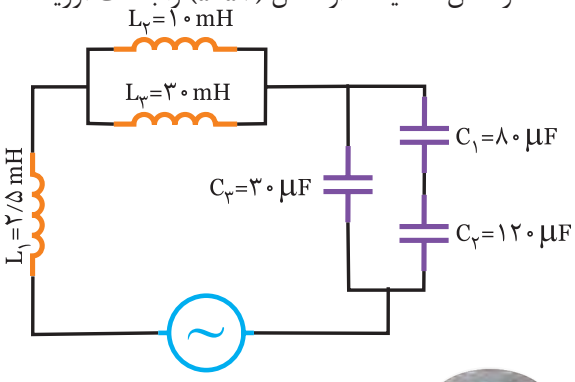
حل

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۱۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰۰\times۱۰^{-۶}}}$$

$$=\frac{۱۰۰۰}{۲\pi}=۱۵۹Hz$$

فعالیت ۱۱

فرکانس تشدید مدار شکل (۵-۵۷) را بدست آورید.



شکل (۵-۵۷)

حل

$$C_{۱۲}=\frac{C_۱.C_۲}{C_۱+C_۲}=\frac{۱۲۰\times۸۰}{۱۲۰+۸۰}=\frac{.....}{.....}=.....\mu F$$

$$C_t=C_۳+C_{۱۲}=۱۰۰+.....=.....\mu F$$

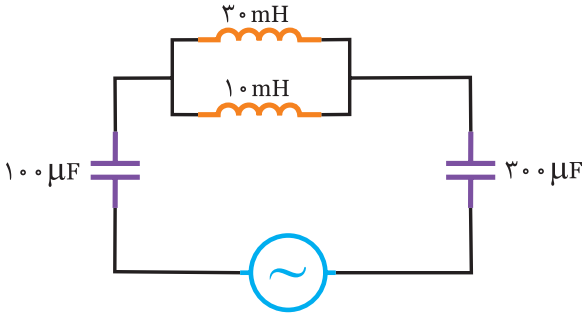
$$L_{۲۳}=\frac{L_۱.L_۲}{L_۱+L_۲}=\frac{.....\times.....}{.....}=.....mH$$

$$L_t=L_۱+L_{۲۳}=۲/۵+.....=.....mH$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{L_t.c_t}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{.....\times.....}}=.....Hz$$

تمرین

فرکانس رزنانس مدار شکل (۵-۵۸) را بدست آورید.



شکل (۵-۵۸)

.....

.....

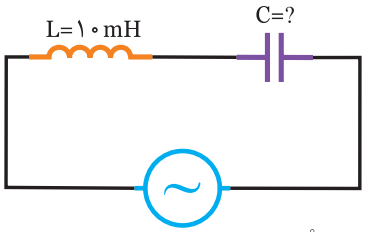
.....

.....

.....

مثال ۱۲

در مدار شکل (۵-۵۹) ظرفیت خازن C را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$V_{(t)}=۱۰۰\ \mathrm{Sin}\ (۱۰۰۰t + ۲۰^{\circ})$

شکل (۵-۵۹)

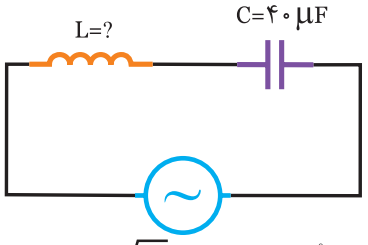
حل

شرط اینکه مدار در حالت رزنانس قرار گیرد $X_L=Xc$ است لذا داریم:

$$\omega L=\frac{۱}{\omega c} \Rightarrow c=\frac{۱}{\omega^{۲}.L}=\frac{۱}{(۱۰۰۰)^{۲}\times ۱۰\times ۱۰^{-۳}}=۱۰۰\mu F$$

فعالیت ۱۲

در مدار شکل (۵-۶۰) اندوکتانس L را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ \mathrm{Sin}\ (۵۰۰t - ۱۰^{\circ})$

شکل (۵-۶۰)

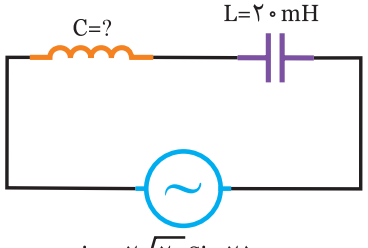
حل

$$X_c=X_L \Rightarrow \frac{۱}{\omega c}=\omega L \Rightarrow L=\frac{۱}{.....}$$

$$L=\frac{۱}{(۵۰۰)^{۲}\times .....}=.....\ mH$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۶۱) ظرفیت خازن C را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \mathrm{Sin}\ ۲۵۰t$

شکل (۵-۶۱)

.....

.....

.....

.....

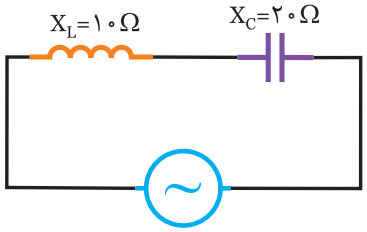
.....

.....

.....

مثال ۱۳

در مدار شکل (۶۲-۵) مطلوبست:



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \sin ۱۰۰۰t$

شکل (۶۲-۵)

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید

حل

الف) ابتدا L و C را بدست آورید.

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۱۰}{۱۰۰۰}=۱۰mH$$

$$c=\frac{۱}{X_c.\omega}=\frac{۱}{۱۰۰۰\times ۲۰}=۵۰\mu F$$

$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{۱۰\times ۱۰^{-۳}\times ۵۰\times ۱۰^{-۶}}}=۲۲۵Hz$$

ب) از آنجائیکه در رزنانس $X_L=X_c$ می‌باشد لذا

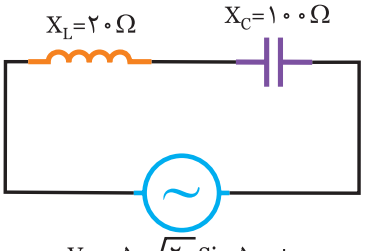
$$Z=|X_L-X_c|=۰$$

ج)

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{V}{۰}=\infty$$

فعالیت ۱۳

در مدار شکل (۶۳-۵) مطلوبست:



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ \sin ۵۰۰t$

شکل (۶۳-۵)

الف) فرکانس رزنانس

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید

حل

الف)

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{.....}=.....mH$$

$$c=\frac{۱}{\omega.X_c}=\frac{۱}{.....\times.....}=.....\mu F$$

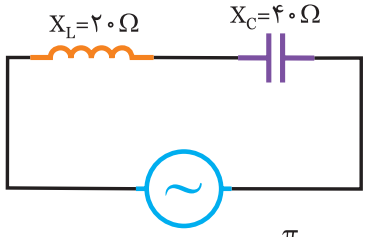
$$f_r=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}=\frac{۱}{۲\pi\sqrt{.....\times.....}}=.....Hz$$

ب) Z=.....

ج) I=.....

تمرین

در مدار شکل (۶۴-۵) مطلوبست:



$V_{(t)}=۲۰۰\ \sin(۲۵۰t+\frac{\pi}{۳})$

شکل (۶۴-۵)

الف) فرکانس رزنانس

ب) امپدانس در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید

.....

.....

.....

.....

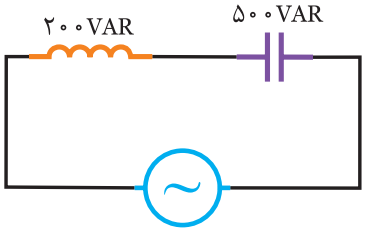
.....

.....

.....

مثال ۱۴

در مدار شکل (۵-۶۵) مطلوبست:



شکل (۵-۶۵)

الف) اندازه‌ی جریان منبع

ب) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$P_d=|P_{dL}-P_{dc}|=$ ..... $-$ ..... $=$ ..... V.A.R

$P_d=V_e.I_e \Rightarrow I_e=\frac{P_d}{.....}=\frac{.....}{.....}=$ ..... A

ب)

$P_{dL}=X_L.I_e^{۲} \Rightarrow X_L=\frac{P_{dL}}{(.....)^{۲}}=\frac{.....}{.....}=$ ..... Ω

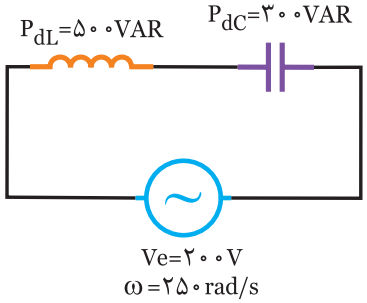
$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{.....}{.....}=$ ..... mH

$P_{dc}=X_c.I_e^{۲} \Rightarrow X_c=\frac{P_{dc}}{(.....)^{۲}}=\frac{.....}{.....}=$ ..... Ω

$C=\frac{۱}{\omega.X_c}=\frac{۱}{..... \times .....}=$ ..... μF

فعالیت ۱۴

در مدار شکل (۵-۶۶) مطلوبست:



شکل (۵-۶۶)

الف) اندازه‌ی جریان منبع

ب) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$P_d=|P_{dc}-P_{dL}|=۵۰۰-۲۰۰=۳۰۰V.A.R$

$P_d=V_e.I_e \Rightarrow I_e=\frac{P_d}{V_e}=\frac{۳۰۰}{۱۰۰}=۳\ A$

ب)

$P_{dL}=X_L.I_e^{۲} \Rightarrow X_L=\frac{۲۰۰}{(۳)^{۲}}=۲۲/۲۲\ \Omega$

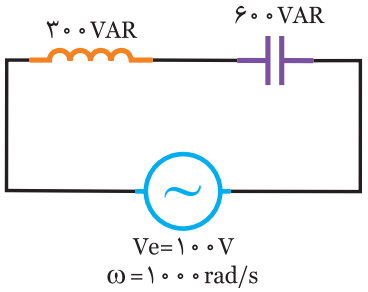
$P_{dc}=X_c.I_e^{۲} \Rightarrow X_c=\frac{۵۰۰}{(۳)^{۲}}=۵۵/۵۵\ \Omega$

$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{۲۲/۲۲}{۵۰۰}=۴۴/۴۴\ mH$

$C=\frac{۱}{X_c.\omega}=\frac{۱}{۵۰۰\times ۵۵/۵۵}=۳۶\ \mu F$

تمرین

در مدار شکل (۵-۶۷) مطلوبست:



شکل (۵-۶۷)

الف) اندازه‌ی جریان منبع ب) اندازه‌ی L و C

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

۱- در مدار LC سری کدام صحیح نیست؟

۱) $P_e=0$

۲) $\cos\varphi=0$

۳) $\sin\varphi=0$

۴) $\sin\varphi=1$

۲- در مدار LC سری در حالت رزنانس کدام صحیح نیست؟

۱) $P_d=0$

۲) $P_s=0$

۳) $P_e=0$

۴) $P_L=P_c$

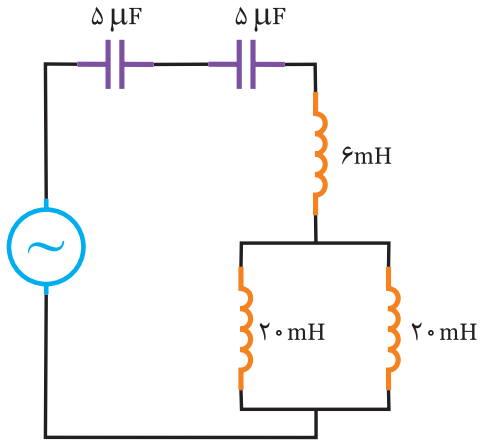
۳- فرکانس تشدید مدار شکل (۶۸-۵) چند هرتز است.

۱) ۱۲۵۰

۲) $\frac{125}{\pi}$

۳) ۱۲۵

۴) $\frac{1250}{\pi}$



شکل (۶۸-۵)

۴- در مدار LC سری اگر فرکانس زیاد شود P_{dL} چه خواهد شد؟

۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۳) افزایش می‌یابد.

۴) کاهش می‌یابد.

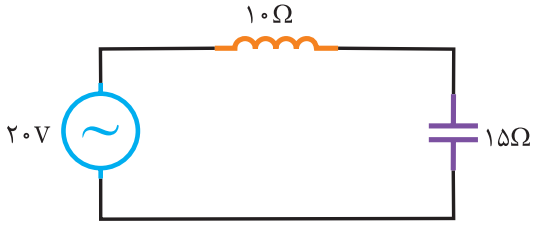
۵- در مدار شکل (۶۹-۵) توان راکتیو چند وار است.

۱) -۲۰

۲) ۲۰

۳) -۸۰

۴) ۸۰



شکل (۶۹-۵)

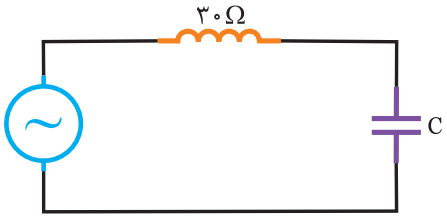
۶- در مدار شکل (۵-۷۰) اگر $i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$ و $V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۵۰۰t-۹۰^{\circ})$ باشد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است.

۱) ۴۰۰

۲) ۸۰

۳) ۳۶

۴) ۶۶



شکل (۵-۷۰)

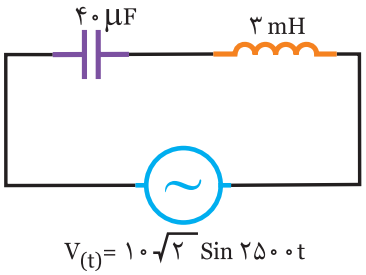
۷- در مدار شکل (۵-۷۱) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان مدار

ج) مدار توسط نرم افزار مولتی‌سیم به صورت

آزمایشگاه مجازی بسته و درستی جواب‌ها را بررسی کنید.

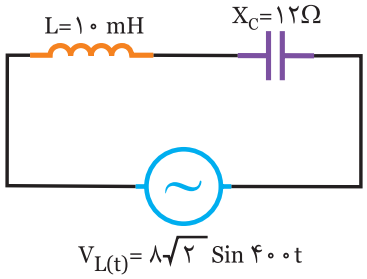


شکل (۵-۷۱)

۸- در مدار شکل (۵-۷۲) مطلوبست:

الف) امپدانس مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

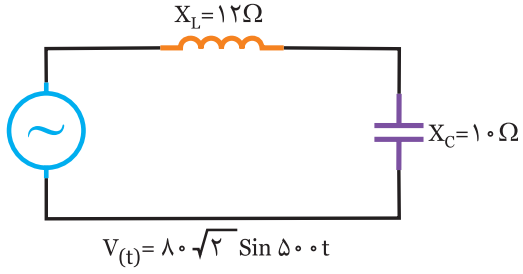


شکل (۵-۷۲)

۹- در مدار شکل (۵-۷۳) مطلوبست:

الف) معادله‌ی زمانی جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ دو سر سلف و خازن



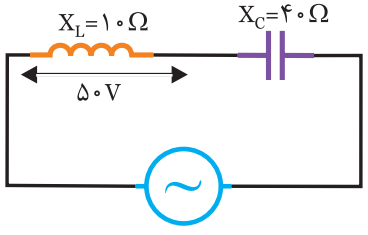
شکل (۵-۷۳)

۱۰- در مدار شکل (۵-۷۴) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) ولتاژ منبع

ج) رسم دیاگرام برداری ولتاژ با فرض θ_V=۵۰



شکل (۵-۷۴)

تحقیق کنید

به کمک موتورهای جستجوگر درباره‌ی لغات زیر مطالبی را تهیه و در کلاس ارائه دهید.

۱) Impedance

۲) Admittance

۳) Susceptance

۴) Reactance

۵) Serial LC Circaits

همچنین درباره‌ی تفاوت لغات زیر تحقیق کنید.

۱) Resistor با Resistance

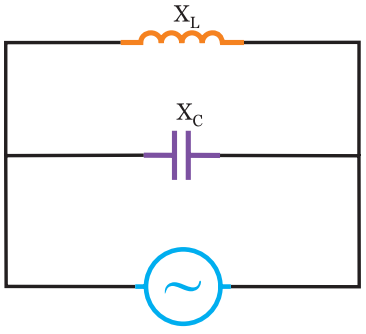
۲) Inductance با Inductor

۳) Capacitance با Capacitor

خلاصه درس

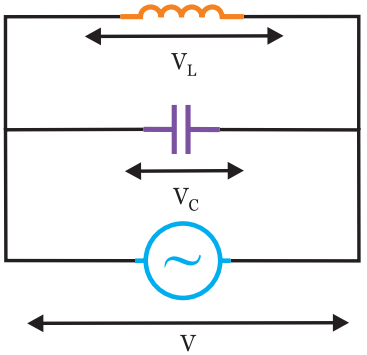
۳-۵- مدارهای LC موازی:

هرگاه یک مقاومت سلفی و یک مقاومت خازنی به صورت موازی به یک منبع ولتاژ متناوب متصل شود. مطابق شکل (۵-۷۵) مدار LC موازی را تشکیل می‌دهد.



شکل (۵-۷۵)

در مدارهای LC موازی ولتاژ منبع با ولتاژ هر یک از عناصر که در شکل (۵-۷۶) دیده می شود، برابر می‌باشد.



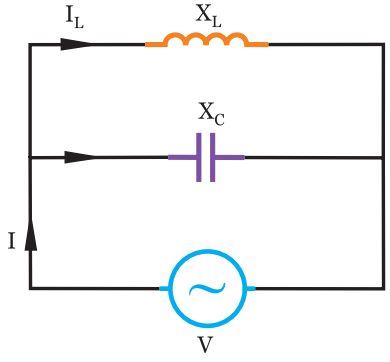
شکل (۵-۷۶)

جریان × مقاومت = ولتاژ

$V = Z.I$

$V_L = V_C = V_e$

در این مدارها در شکل (۵-۷۷) جریان منبع به نسبت عکس مقاومت‌های سلفی و خازنی تقسیم می‌شود.

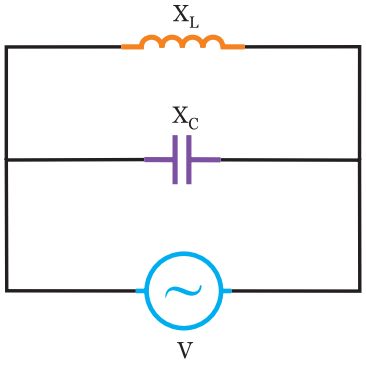


شکل (۵-۷۷)

$I_e = |I_L - I_c|$

$I_L = \frac{V_e}{X_L}$ $\quad I_c = \frac{V_e}{X_c}$

در مدارهای LC موازی مطابق شکل (۵-۷۸) اختلاف فاز $\varphi = ۹۰$ می‌باشد.

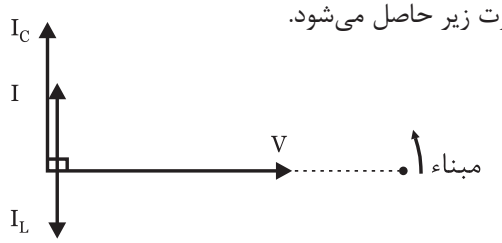


$V_{(t)} = V_m \sin\omega t$

$i_{(t)} = I_m \sin(\omega t \pm ۹۰^\circ)$

شکل (۵-۷۸)

اگر $X_L>X_c$ باشد: مراحل ایجاد نمودار شکل (۷۹-۵) به صورت زیر حاصل می‌شود.



شکل (۷۹-۵)

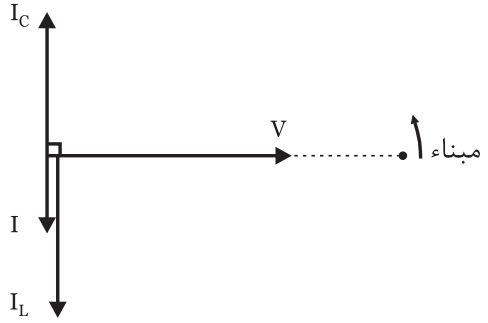
- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ منبع ۹۰° جلوتر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت

$$i_{(t)}= I_m Sin\ (\omega t + ۹۰^\circ)$$

نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L نسبت به V؛ ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود .
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا I_C نسبت به V ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پیش فاز است لذا $I_c>I_L$ می‌باشد.

اگر $X_L<X_c$ باشد: مراحل ایجاد نمودار شکل (۸۰-۵) به صورت زیر حاصل می‌شود.



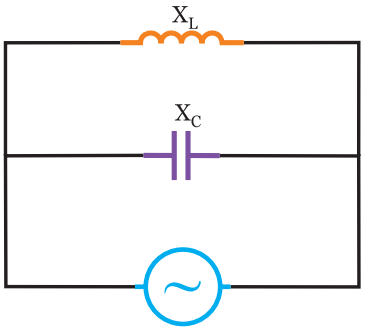
شکل (۸۰-۵)

- مبنا را ترسیم کنید.
- بردار V را رسم کنید.
- جریان منبع از ولتاژ منبع ۹۰° عقب‌تر است.
- معادله‌ی زمانی جریان منبع به صورت $I_{(t)}= I_m Sin\ (\omega t + ۹۰^\circ)$ نوشته می‌شود.

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L نسبت به V ۹۰° عقب‌تر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $I_L<I_C$ می‌باشد.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا I_C نسبت به V ۹۰° جلوتر ترسیم می‌شود از آنجائیکه مدار پس فاز است لذا $I_L>I_C$ می‌باشد.

اگر $X_L>X_C$ باشد:

از آنجائیکه $V_L=V_C$ می‌باشد جریان عبوری از سلف و خازن در مدار شکل (۸۱-۵) برابر می‌شود لذا جریان منبع صفر خواهد شد که مدار در حالت تشدید یا رزنانس می‌باشد.



شکل (۸۱-۵)

$$X_L = X_c \Rightarrow I_c = I_L$$

$$I = |I_L - I_c| \Rightarrow I = ۰$$

$$X_L = X_c \Rightarrow \frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}} = ۲\pi fL \Rightarrow f_r = \frac{۱}{۲\pi\sqrt{Lc}}$$

برای بدست آوردن توان در مدارهای LC موازی به علت اینکه $\varphi=\pm ۹۰$ است، داریم:

$$\varphi= \pm ۹۰^\circ \Rightarrow Cos\varphi= ۰ \qquad Sin\varphi= \pm ۱$$

- توان موثر یا مصرفی صفر می‌باشد.

$$P_e=V_e.I_e.Cos\varphi = ۰$$

- توان غیر موثر یا راکتیو می‌شود.

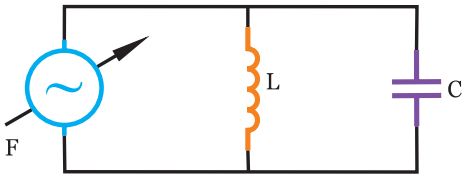
$$P_d=V_e.I_e.Sin\ \varphi = \pm V_e.I_e$$

- اگر $X_L>X_c$ باشد. مدار پیش فاز بوده و $P_d=-V_e.I_e$ می‌شود و اگر $X_L<X_c$ باشد. مدار پس فاز بوده و $P_d=V_e.I_e$ می‌شود.
- توان ظاهری می‌شود. $P_s= V_e.I_e \Rightarrow P_s=|P_d|$

۵-۴- تاثیر فرکانس بر روی امپدانس و جریان در مدارLC موازی:

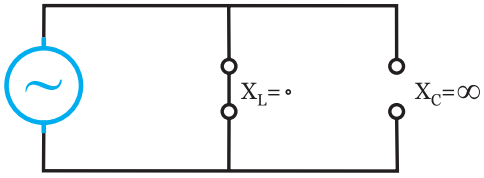
از آنجائیکه با افزایش فرکانس مقاومت سلفی $X_L= ۲\pi fL$ افزایش می‌یابد و با افزایش فرکانس مقاومت خازنی $X_c= \frac{۱}{۲\pi fc}$

کاهش می‌یابد لذا با توجه به فرمول‌های $Z=\frac{1}{\left|\frac{1}{X_L}-\frac{1}{X_c}\right|}$ و $I=\frac{V}{Z}$ در شکل های زیر، z و I در کمترین و بیشترین فرکانس و فرکانس رزنانس بررسی می‌کنیم.



شکل (۵-۸۲)

۱) فرکانس صفر (DC):



شکل (۵-۸۳)

$f=0 \Rightarrow X_L=0$

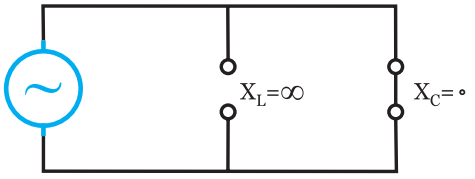
$X_c=\infty$

$Z=0$

$I=\infty$

سلف مدار را اتصال کوتاه می‌کند.

۲) فرکانس بی‌نهایت:



شکل (۵-۸۴)

$f=\infty \Rightarrow X_L=\infty$

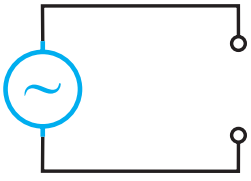
$X_c=0$

$Z=0$

$I=\infty$

خازن مدار را اتصال کوتاه می‌کند.

۳) فرکانس رزنانس (تشدید):



شکل (۵-۸۵)

$Z=\frac{1}{\frac{1}{X_L}-\frac{1}{X_c}}=\infty$

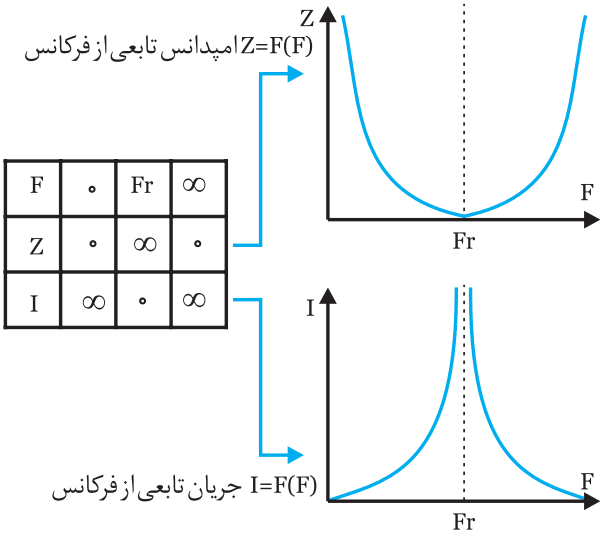
$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{Lc}}$

$f=f_r \Rightarrow X_L=X_c$

$Z=\infty$

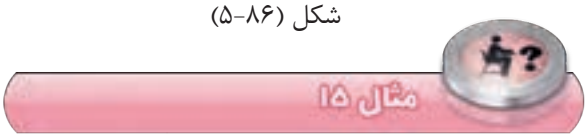
$I=0$

نتایج بررسی شده را می‌توان در جدول زیر خلاصه کرد.

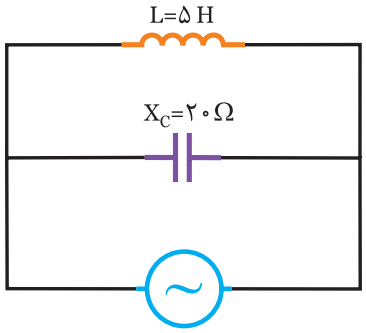


F	۰	Fr	∞
Z	۰	∞	۰
I	∞	۰	∞

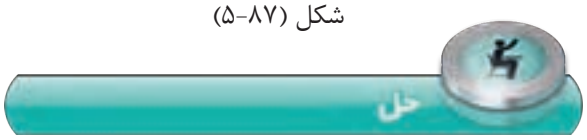
شکل (۵-۸۶)



در مدار شکل (۵-۸۴) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۵-۸۷)



ابتدا X_L را بدست می‌آوریم.

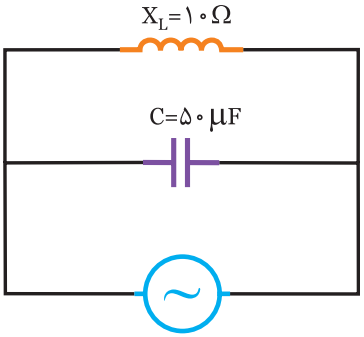
$X_L=\omega L=۵۰۰\times ۵\times ۱۰^{-۳}=۲/۵\Omega$

$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_L-X_c|}=\frac{۲/۵\times ۲۰}{|۲/۵-۲۰|}=\frac{۵۰}{۱۷/۵}=۲/۸۵\Omega$

توضیح: چون $X_c>X_L$ می‌باشد لذا مدار پس فاز است.

فعالیت ۱۵

در مدار شکل (۵-۸۸) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۵-۸۸)

حل

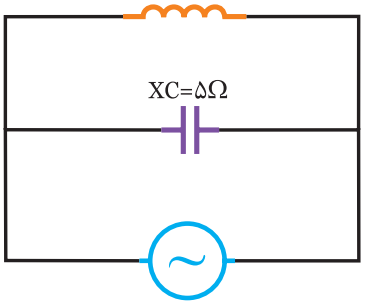
$$X_c=\frac{1}{\omega c}=\frac{1}{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}=\ldots\ldots\ldots\Omega$$

$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{|\ldots\ldots-\ldots\ldots|}=\ldots\ldots\ldots\ldots$$

توضیح: چون X_C.....X_L می‌باشد لذا مدار ..... فاز است.

تمرین

در مدار شکل (۵-۸۹) امپدانس مدار را بدست آورید.



شکل (۵-۸۹)

.....

.....

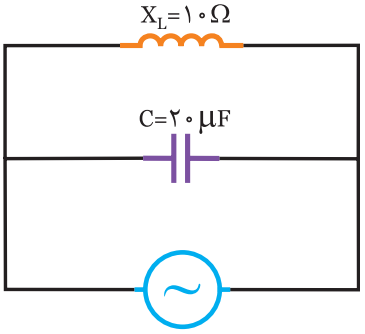
.....

.....

.....

مثال ۱۷

در مدار شکل (۵-۹۰) مطلوبست:



شکل (۵-۹۰)

الف) جریان مدار ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

حل

الف) ابتدا مقدار X_c را بدست می‌آوریم.

$$Xc=\frac{1}{\omega c}=\frac{1}{1000\times20\times10^{-6}}=50\Omega$$

$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{10\times50}{|10-50|}=\frac{500}{40}=12/5\Omega$$

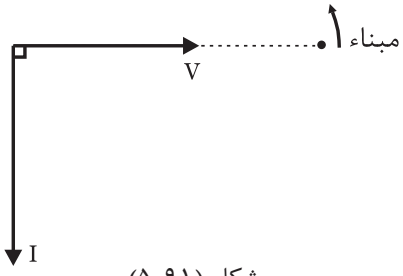
$$\text{جریان}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$V_e=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=50v$$

جریان موثر مدار

$$I_e=\frac{V_e}{Z}=\frac{50}{12/5}=4A$$

ب) برای نوشتن معادله زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.



شکل (۵-۹۱)

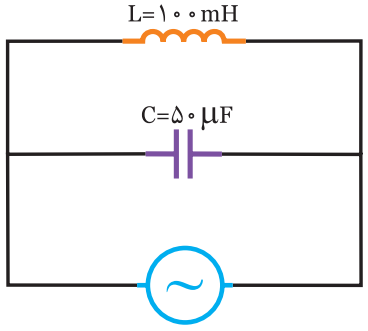
- مبنا را ترسیم می‌کنیم.
- بردار $V_{(t)}$ را رسم کنید.
- در این مدار $X_c > X_L$ است لذا مدار پس فاز و جریان منبع ۹۰° از ولتاژ مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار I معادله به صورت زیر می‌شود.

$I_m = \sqrt{۲}\, I_e = ۴\sqrt{۲}$ A

$I_{(t)} = I_m \sin(\omega t - ۹۰^\circ) \Rightarrow I_{(t)} = ۴\sqrt{۲}\, \sin(۱۰۰۰t - ۹۰^\circ)$

فعالیت ۱۶

در مدار شکل (۹۲-۵) مطلوبست:



$V_{(t)} = ۱۰۰\sqrt{۲}\, \sin(۵۰۰t - ۶۰^\circ)$

شکل (۹۲-۵)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

حل

الف)

$X_L = \omega L = \ldots\ldots \times ۵۰۰ = \ldots\ldots\ \Omega$

$X_c = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \ldots\ldots \Omega$

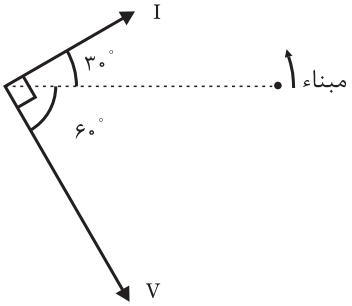
$Z = \frac{X_c X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{|\ldots\ldots - \ldots\ldots|} = ۲۰۰\Omega$

$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots v$

جریان موثر مدار

$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots$ A

ب) برای نوشتن معادله‌ی زمانی جریان نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که در این مدار $X_L > X_C$ است لذا مدار پیش فاز می‌باشد، که داریم:



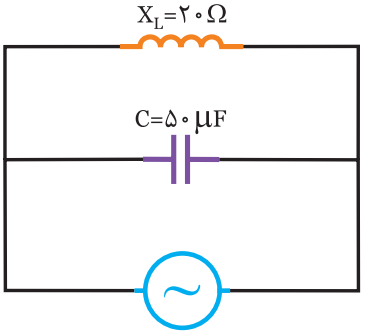
شکل (۹۳-۵)

$I_m = \sqrt{۲}\, I_e = \ldots\ldots$ A

$I_{(t)} = I_m \sin(\omega t + ۳۰^\circ) \Rightarrow I_{(t)} = \ldots\ldots \sin(\ldots\ldots + ۳۰^\circ)$

تمرین

در مدار شکل (۹۴-۵) مطلوبست:



$V_{(t)} = ۵۰\sqrt{۲}\, \sin(۵۰۰t - ۱۰^\circ)$

شکل (۹۴-۵)

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

.....

.....

.....

.....

.....

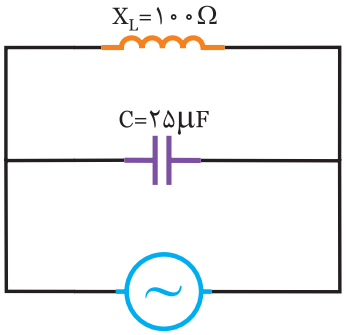
.....

.....

.....

مثال ۱۷

در مدار شکل (۹۵-۵) مطلوبست:



$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t+۷۰^\circ)$

شکل (۹۵-۵)

الف)ولتاژ منبع

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

الف) ابتدا X_c را بدست می‌آوریم.

$$Xc=\frac{۱}{\omega c}=\frac{۱}{۵۰۰\times۲۵\times۱۰^{-۶}}=۸۰\Omega$$

$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_L-X_c|}=\frac{۱۰۰\times۸۰}{|۸۰-۱۰۰|}=۴۰۰\Omega$$

مقاومت × جریان = ولتاژ

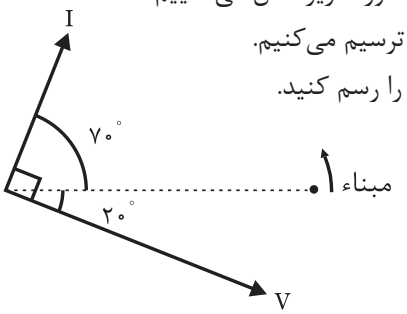
ولتاژ موثر منبع

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۲\ A$$

$$V_e=z.I_e=۴۰۰\times۲=۸۰۰v$$

ب) برای نوشتن معادله‌ی ولتاژ نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد که به صورت زیر عمل می‌نماییم.

- مبنا را ترسیم می‌کنیم.
- بردار I را رسم کنید.



شکل (۹۶-۵)

- در این مدار $X_L>X_c$ است لذا مدار پیش فاز و جریان منبع ۹۰ از جریان مدار عقب‌تر است و آن را رسم کنید.
- با توجه به موقعیت بردار V معادله‌ی زمانی آن را می‌نویسیم.

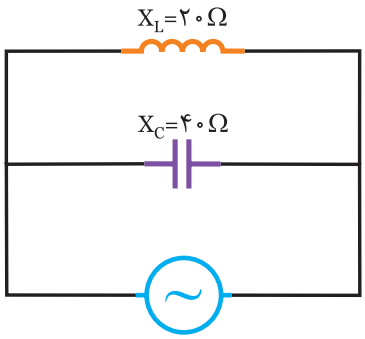
$$V_m=\sqrt{۲}\ V_e=\sqrt{۲}\times۸۰۰=۸۰۰\sqrt{۲}$$

$$V_{(t)}=V_m\text{Sin}\ (۵۰۰t-۲۰^\circ)$$

$$\Rightarrow V_{(t)}=۸۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}(۵۰۰t-۲۰^\circ)$$

فعالیت ۱۷

در مدار شکل (۹۷-۵) مطلوبست:



$i_{(t)}=۳\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (\omega t-۴۰^\circ)$

شکل (۹۷-۵)

الف) ولتاژ مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

حل

الف)

$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{.....\times.....}{|.....-.....|}=..... \Omega$$

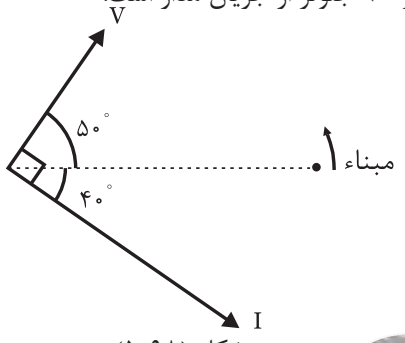
جریان موثر منبع

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=.....A$$

ولتاژ مدار

$$V_e=z.I_e=.....\times.....=.....v$$

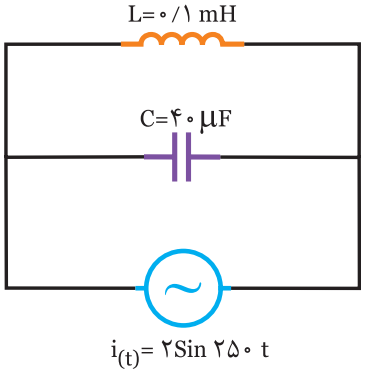
ب) برای نوشتن معادله زمانی ولتاژ منبع نیاز به دیاگرام برداری درایم که در این مدار $X_c > X_L$ است لذا مدار پس فاز و ولتاژ مدار ۹۰° جلوتر از جریان مدار است.



شکل (۵-۹۸)

تمرین

در مدار شکل (۵-۹۹) مطلوبست:



شکل (۵-۹۹)

الف) ولتاژ مدار

ب) معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

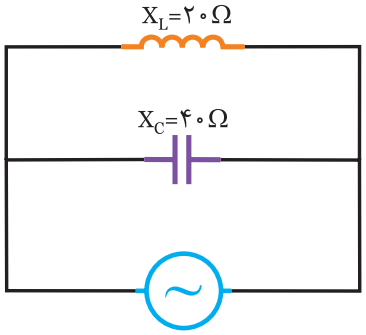
.....

.....

.....

مثال ۱۸

در مدار شکل (۵-۱۰۰) مطلوبست:



$V_{(t)}=۱۰۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۵۰۰t$

شکل (۵-۱۰۰)

الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

حل

الف)

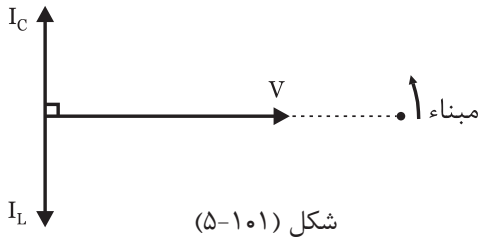
$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۰۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۱۰۰v$$

$$I_L = \frac{V_e}{X_L} = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵\ A$$

$$I_c = \frac{V_e}{X_c} = \frac{۱۰۰}{۴۰} = ۲/۵\ A$$

ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان نیاز به رسم دیاگرام برداری می‌باشد که مراحل آن به صورت زیر است.

- مبنا را ترسیم کنید.
- معادله‌ی زمانی ولتاژ منبع را رسم کنید.



شکل (۵-۱۰۱)

- در سلف جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش عقب‌تر است لذا I_L، ۹۰° از ولتاژ مدار عقب‌تر است.
- در خازن جریان ۹۰° از ولتاژ دو سرش جلوتر است لذا I_c، ۹۰° از ولتاژ مدار جلوتر است.

- با توجه به موقعیت بردارهای I_L و I_c معادله‌ی زمانی آن‌ها می‌شود.

$I_{Lm}=\sqrt{۲}\ I_L=۵\sqrt{۲}$ A

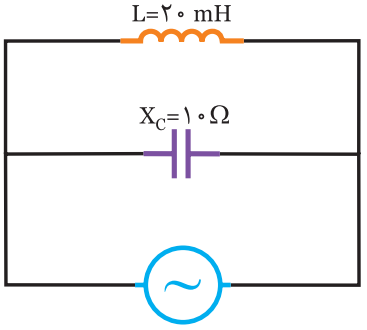
$I_{cm}=\sqrt{۲}\ I_c=۲/۵\sqrt{۲}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$ A

$i_{L(t)}=۵\sqrt{۲}\ Sin(۵۰۰t-۹۰^\circ)$

$i_{C(t)}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}\ Sin(۵۰۰t+۹۰^\circ)$

فعالیت ۱۸

در مدار شکل (۵-۱۰۲) مطلوبست:



$V_{(t)}=۵۰\sqrt{۲}\ Sin(۱۰۰۰t-۲۰^\circ)$

شکل (۵-۱۰۲)

الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

حل

الف)

$X_L=\omega L=$ ..... × ..... = ... Ω

$V_e=\frac{V_m}{\sqrt{۲}}=\frac{.....}{.....}=$ v

$I_L=\frac{V_e}{X_L}=\frac{.....}{.....}=$ ..... A

$I_c=\frac{V_e}{X_c}=\frac{.....}{.....}=$ ..... A

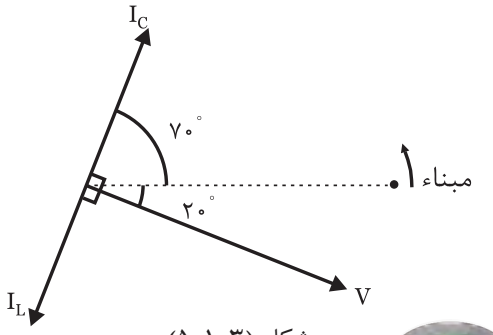
ب) برای نوشتن معادلات زمانی جریان سلف و خازن باید مبنا را مشخص کرده و دیاگرام معادله زمانی ولتاژ را رسم کنیم و سپس دیاگرام I_L و I_c را رسم نماییم.

$I_{Lm}=\sqrt{۲}\ I_L=$ ..... A

$I_{cm}=\sqrt{۲}\ I_c=$ ..... A

$I_{L(t)}=$ ..... $Sin(۱۰۰۰t-$.....$)$

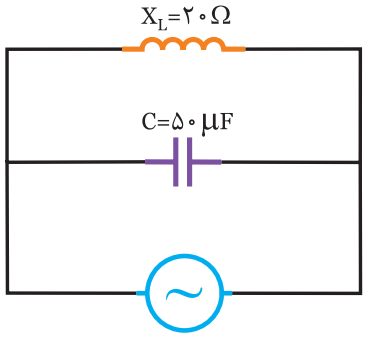
$I_{c(t)}=$ ..... $Sin(۱۰۰۰t+$.....$)$



شکل (۵-۱۰۳)

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۰۴) مطلوبست:



$V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\ Sin(۵۰۰t+۳۰^\circ)$

شکل (۵-۱۰۴)

الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

.....

.....

.....

.....

.....

.....

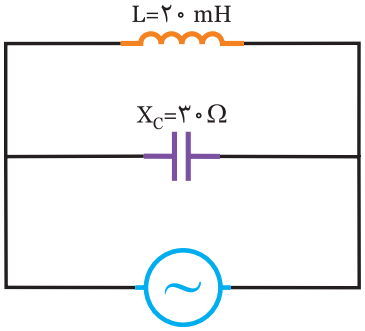
.....

.....

.....

مثال ۱۹

در مدار شکل (۵-۱۰۵) مطلوبست:



$i_{(t)}=۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\,(۱۰۰۰t-۹۰^\circ)$

شکل (۵-۱۰۵)

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان سلف و خازن

ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

حل

الف) ابتدا مقاومت سلفی را بدست می‌آوریم.

$$X_L=\omega L=۱۰۰۰\times ۲۰\times ۱۰^{-۳}=۲۰\Omega$$

$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{۳۰\times ۲۰}{|۲۰-۳۰|}=۶۰\Omega$$

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۲\ A$$

جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_e=z.I_e \Rightarrow V_e=۲\times ۶۰=۱۲۰v$$

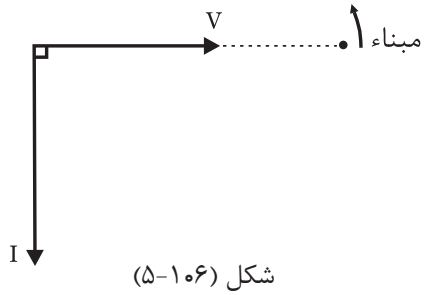
برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ دیاگرام برداری را رسم کنید.

چون $X_c>X_L$ است مدار خاصیت سلفی دارد و ولتاژ مدار ۹۰° جلوتر از جریان مدار می‌باشد.

ولتاژ ماکزیمم

$$V_m=\sqrt{۲}\,V_e=\sqrt{۲}\times ۱۲۰=۱۲۰\sqrt{۲}\ V$$

$$V_{(t)}=V_m \text{Sin}\,\omega t \Rightarrow V_{(t)}=۱۲۰\sqrt{۲}\,\text{Sin}(۱۰۰۰t)$$



شکل (۵-۱۰۶)

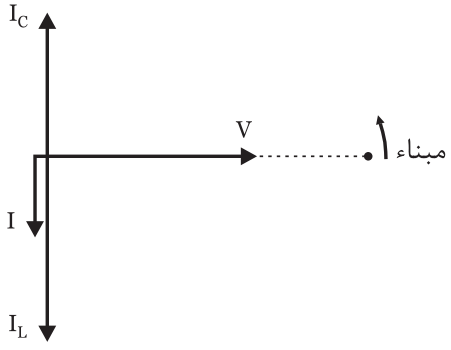
ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان سلف و خازن را بدست می‌آوریم.

$$\text{جریان}=\frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_L=\frac{V_e}{X_L}=\frac{۱۲۰}{۲۰}=۶\ A$$

$$I_c=\frac{V_e}{X_c}=\frac{۱۲۰}{۳۰}=۴\ A$$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن دیاگرام برداری را ترسیم کرده و با توجه به اینکه جریان سلف ۹۰° عقب‌تر از ولتاژ مدار و جریان خازن ۹۰° جلوتر از ولتاژ مدار می‌باشد معادله‌ی زمانی I_L و I_c را می‌نویسیم.



شکل (۵-۱۰۷)

$$I_{Lm}=\sqrt{۲}\,I_L=۶\sqrt{۲}\ A$$

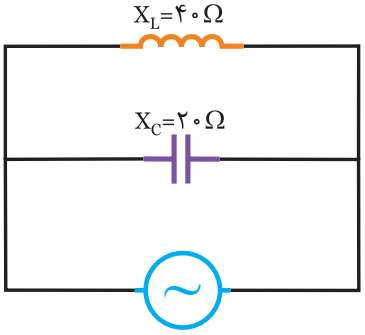
$$I_{cm}=\sqrt{۲}\,I_c=۴\sqrt{۲}\ A$$

$$i_{L(t)}=۶\sqrt{۲}\,\text{Sin}(۱۰۰۰t-۹۰^\circ)$$

$$i_{c(t)}=۴\sqrt{۲}\,\text{Sin}(۱۰۰۰t+۹۰^\circ)$$

فعالیت ۱۹

در مدار شکل (۵-۱۰۸) مطلوبست:



شکل (۵-۱۰۸)

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان سلف و خازن

ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

حل

الف)

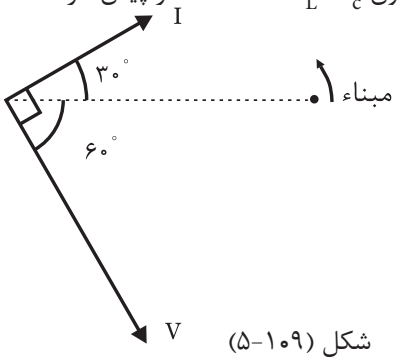
$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_L-X_c|}=\frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{|\ldots\ldots-\ldots\ldots|}=\ldots\ldots\ \Omega$$

$$I_e=\frac{I_m}{\sqrt{۲}}=\frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}=\ldots\ldots A$$

$$V_e=Z.I_e=\ldots\ldots\times\ldots\ldots=\ldots\ldots v$$

برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی ولتاژ مدار نیاز به دیاگرام برداری می‌باشد.

- ابتدا مبناء را رسم کنید.
- بردار $i_{(t)}$ را رسم کنید.
- چون $X_L>X_c$ است لذا مدار پیش فاز است.



شکل (۵-۱۰۹)

$$V_m=\sqrt{۲}\ V_e=\ldots\ldots\times\ldots\ldots=\ldots\ldots v$$

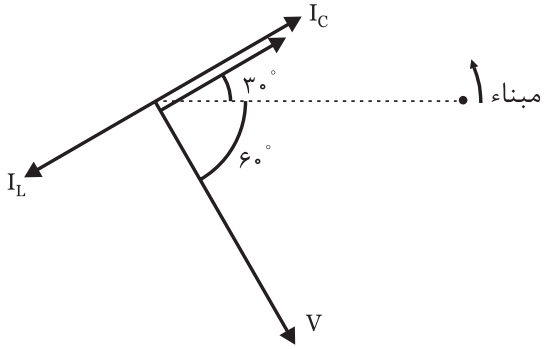
$$V_{(t)}=\ldots\ldots\ Sin(۵۰۰t-\ldots\ldots)$$

ب) با داشتن ولتاژ مدار، جریان سلف و خازن را بدست آورید.

$$I_L=\frac{V_e}{X_L}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots A$$

$$I_c=\frac{V_e}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots A$$

ج) برای بدست آوردن معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن دیاگرام برداری را ترسیم می‌نماییم.



شکل (۵-۱۱۰)

$$I_{Lm}=\sqrt{۲}\ I_L=\ldots\ldots A$$

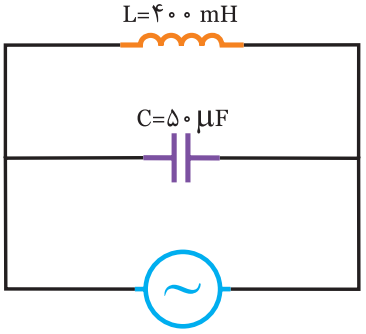
$$I_{cm}=\sqrt{۲}\ I_c=\ldots\ldots A$$

$$i_{L(t)}=\ldots\ldots\ Sin(۵۰۰t-۱۵۰^\circ)$$

$$i_{c(t)}=\ldots\ldots\ Sin(۵۰۰t+\ldots\ldots)$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۱۱) مطلوبست:



$i_{(t)}= ۳\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ ۲۵۰t$

شکل (۵-۱۱۱)

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

ب) جریان سلف و خازن

ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

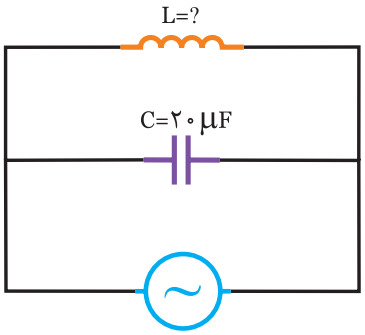
.....

.....

.....

مثال ۲۰

در مدار شکل (۵-۱۱۲) مطلوبست:



$V_{(t)}=۱۰۰\,\text{Sin}\,(۵۰۰t + ۳۰^\circ)$

$i_{(t)}=۲\text{Sin}\,(۵۰۰t - ۶۰^\circ)$

شکل (۵-۱۱۲)

الف) مقاومت سلفی

ب) اندوکتانس سلفی

حل

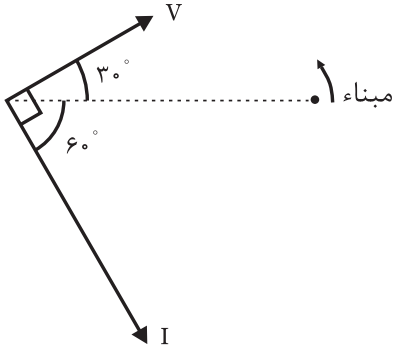
الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۱۰۰}{\sqrt{۲}} = ۵۰\sqrt{۲}\ v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}\ A$$

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}} \Rightarrow Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{۵۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۵۰\Omega$$

دیاگرام برداری را ترسیم کنید.



شکل (۵-۱۱۳)

چون ولتاژ ۹۰° جلوتر از جریان است به همین دلیل مدار پس فاز و $X_c > X_L$ است.

$$Xc = \frac{۱}{\omega c} = \frac{۱}{۵۰۰ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۱۰۰\Omega$$

$$Z = \frac{X_c . X_L}{|X_c - X_L|} \Rightarrow ۵۰ = \frac{۱۰۰X_L}{|۱۰۰ - X_L|}$$

$$\Rightarrow ۱۰۰X_L = ۵۰۰۰ - ۵۰X_L$$

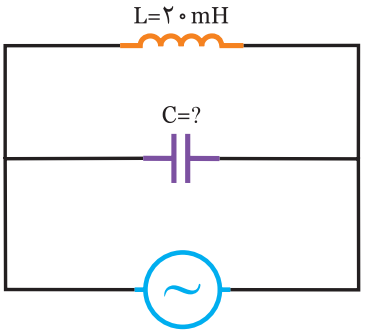
$$\Rightarrow ۱۵۰X_L = ۵۰۰۰ \quad \Rightarrow X_L = \frac{۵۰۰۰}{۱۵۰} = ۳۳/۳۳\Omega$$

ب)

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{۳۳/۳۳}{۵۰۰} = ۶۶/۶۶ \text{ mH}$$

فعالیت ۲۰

در مدار شکل (۵-۱۱۴) مطلوبست:



$$V_{(t)} = ۱۲۰\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t - ۴۵^\circ)$$

$$i_{(t)} = ۲\sqrt{۲}\ \text{Sin}\ (۵۰۰t + ۴۵^\circ)$$

شکل (۵-۱۱۴)

الف) مقاومت خازنی

ب) ظرفیت خازن

حل

الف)

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{۲}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....} v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....} A$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....} A$$

دیاگرام برداری را ترسیم کنید.

مبناء ۱

چون جریان ۹۰° جلوتر از ولتاژ است به همین دلیل مدار پیش فاز و $X_L > X_c$ است.

$$X_L = \omega L = \text{.....} \times \text{.....} = \text{.....} \Omega$$

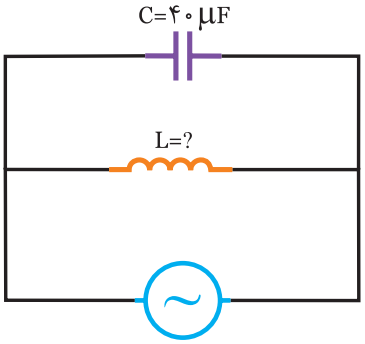
$$Z = \frac{X_c . X_L}{|X_L - X_c|} \Rightarrow \text{.....} = \frac{\text{.....} \times X_c}{|\text{.....} - X_c|} \Rightarrow X_c = \text{.....} \Omega$$

ب)

$$c = \frac{۱}{\omega . Xc} = \frac{۱}{۵۰۰ \times \text{.....}} = \text{.....} \mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۱۵) مطلوبست:



$$V_{(t)} = ۱۰۰\ \text{Sin}\ (۵۰۰t - ۹۰^\circ)$$

$$i_{(t)} = ۴\ \text{Sin}\ (۵۰۰t + ۰^\circ)$$

شکل (۵-۱۱۵)

الف) مقاومت القایی ب) ضریب خودالقایی سلف(L)

.....

.....

.....

.....

.....

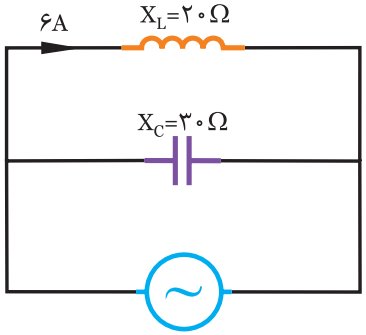
.....

.....

.....

مثال ۲۱

در مدار شکل (۱۱۶-۵) مطلوبست:



شکل (۱۱۶-۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v = ۰^\circ$

حل

الف)

جریان × مقاومت = ولتاژ

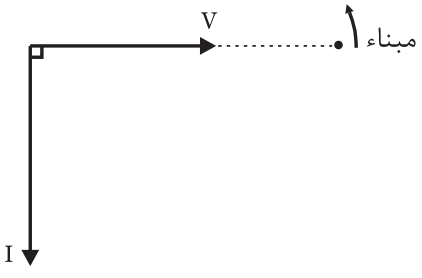
$V_e = X_L.I_L = ۶ \times ۲۰ = ۱۲۰v$

ب)

$$Z = \frac{X_c.X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{۳۰\times۲۰}{|۲۰-۳۰|} = \frac{۶۰۰}{۱۰} = ۶۰\Omega$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{۱۲۰}{۶۰} = ۲\ A$$

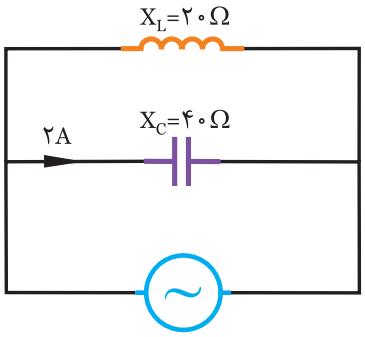
ج) چون $X_c > X_L$ است مدار پس فاز می‌باشد و جریان مدار ۹۰° از ولتاژ مدار عقب‌تر است.



شکل (۱۱۷-۵)

فعالیت ۲۱

در مدار شکل (۱۱۸-۵) مطلوبست:



شکل (۱۱۸-۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) جریان منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض $\theta_v = ۳۰^\circ$

حل

الف)

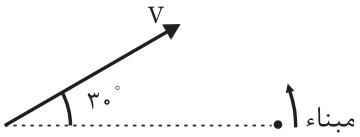
$V_e = X_c.I_c = ۴۰ \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ v$

ب)

$$Z = \frac{X_c.X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{|\ldots\ldots-\ldots\ldots|} = \ldots\ldots\ \Omega$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ A$$

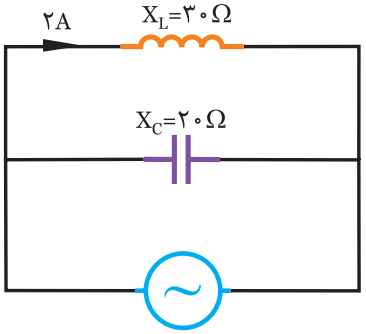
ج) چون $X_c > X_L$ است مدار ..... فاز می‌باشد و جریان مدار ..... از ولتاژ ..... مدار ..... است.



شکل (۱۱۹-۵)

تمرین

در مدار شکل (۱۲۰-۵) مطلوبست:



شکل (۱۲۰-۵)

الف) ولتاژ منبع ب) جریان منبع

ج) رسم دیاگرام برداری با فرض θ_v= ۰

.....

.....

.....

.....

.....

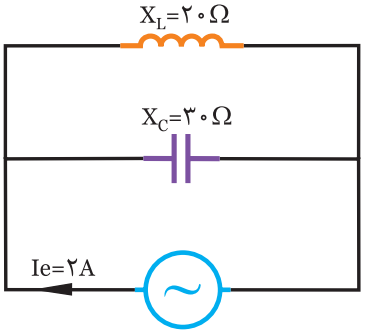
.....

.....

.....

مثال ۲۲

در مدار شکل (۱۲۱-۵) مطلوبست:



شکل (۱۲۱-۵)

الف) توان موثر

ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

حل

الف) به خاطر اینکه R نداریم توان موثر صفر است.

$P_e = V_e.I_e.Cos\ \varphi = ۰$

ب)

$$Z = \frac{X_c.X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{۲۰\times۳۰}{|۲۰-۳۰|} = ۶۰\Omega$$

$V_e = z.I_e = ۶۰\times۲ = ۱۲۰v$

به خاطر اینکه $X_c > X_L$ است توان غیر موثر مثبت است.

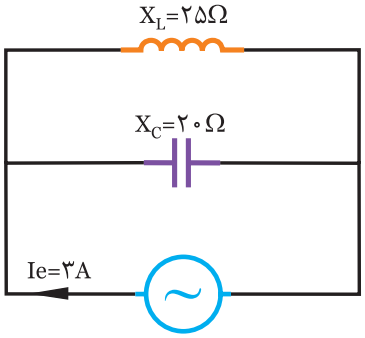
$P_d = V_e.I_e Sin\ \varphi = (۱۲۰)(۲)(۱) = ۲۴۰VAR$

ج)

$P_S = V_e.\ I_e = ۱۲۰\times۲ = ۲۴۰V.A$

فعالیت ۲۲

در مدار شکل (۱۲۲-۵) مطلوبست:



شکل (۱۲۲-۵)

الف) توان مفید

ب) توان غیر مفید

ج) توان ظاهری

حل

الف) P_e=۰

ب)

$$Z = \frac{X_c.X_L}{|X_c - X_L|} = \frac{.....\times.....}{|.....-.....|} = ... \Omega$$

$V_e = z.I_e = ...\times..... = ...v$

به خاطر اینکه $X_L > X_C$ است توان غیر موثر ..... است.

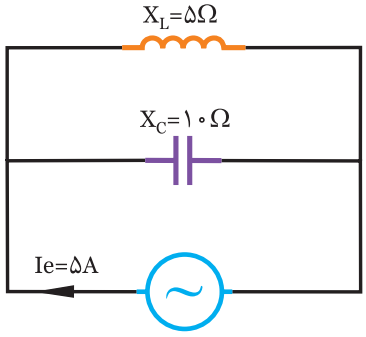
$P_d = -V_e.I_e.\sin\varphi = -(.....)(.....)(1) = - .....V.A.R$

ج)

$P_S = V_e.I_e = (.....)(.....) = ... V.A$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۲۳) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۳)

الف) توان مصرفی مدار

ب) توان غیر مصرفی

ج) توان ظاهری

حل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

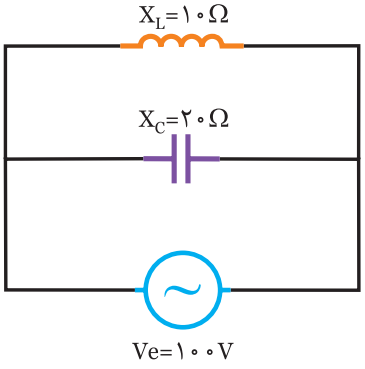
.....

.....

.....

مثال ۲۳

در مدار شکل (۵-۱۲۴) مطلوبست:



شکل (۵-۱۲۴)

الف) توان اکتیو

ب) توان راکتیو

ج) توان ظاهری

حل

الف) چون R نداریم توان صفر است.

$$P_e = \frac{V_e^2}{R} = \frac{(100)^2}{\infty} = 0\ w$$

ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e^2}{X_L} = \frac{(100)^2}{10} = 1000\ VAR$$

$$P_{dc} = \frac{V_e^2}{-X_C} = \frac{(100)^2}{-20} = -500\ VAR$$

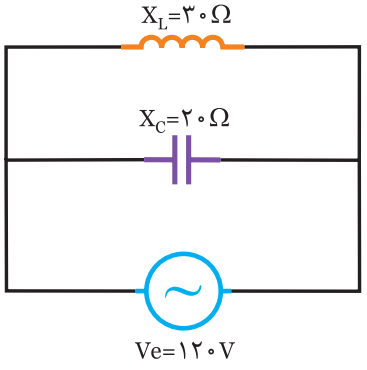
$$P_d = P_{dc} + P_{dL} = -500 + 1000 = 500 VAR$$

ج)

$$P_s = |P_d| = 500 VA$$

فعالیت ۲۳

در مدار شکل (۱۲۵-۵) مطلوبست:



شکل (۱۲۵-۵)

الف) توان واته

ب) توان دواته

ج) توان ظاهری

حل

الف)

$$P_e = \frac{V_e^{۲}}{R} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....} \ w$$

ب)

$$P_{dL} = \frac{V_e^{۲}}{X_L} = \frac{(۱۲۰)^{۲}}{\text{.....}} = \text{.....} \ VAR$$

$$P_{dc} = -\frac{V_e^{۲}}{Xc} = -\frac{(۱۲۰)^{۲}}{\text{.....}} = - \text{.....} \ VAR$$

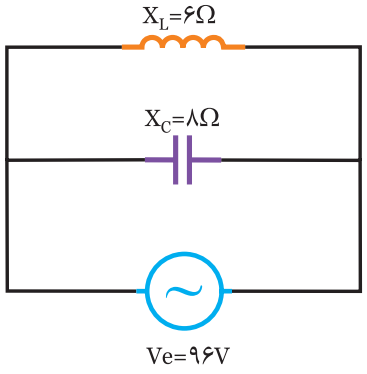
$$P_d = P_{dL} + P_{dc} = \text{.....} - \text{.....} = - \text{.....} \ VAR$$

ج)

$$P_s = |P_d| = |\text{.....}| = \text{.....} \ V.A$$

تمرین

در مدار شکل (۱۲۶-۵) مطلوبست:



شکل (۱۲۶-۵)

الف) توان موثر ب) توان غیر موثر

ج) توان ظاهری

.....

.....

.....

.....

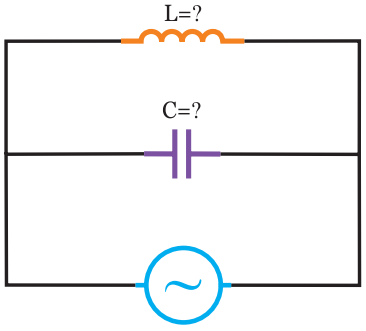
.....

.....

مثال ۲۴

در مدار شکل (۱۲۷-۵) اگر $I_L = ۳I_c$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



$V_{(t)} = ۶۰\sqrt{۲} \ Sin \ ۵۰۰t$

$i_{(t)} = ۲\sqrt{۲} \ Sin \ (۵۰۰t - ۹۰^\circ)$

شکل (۱۲۷-۵)

حل

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{60\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 60v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2A$$

$$I_e = |I_L - I_C| \Rightarrow 2 = 3I_C - I_C \Rightarrow 2 = 2I_C \Rightarrow I_C = 1A$$

$$I_L = 3I_C \Rightarrow I_L = 3A$$

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$X_L = \frac{V_e}{I_L} = \frac{60}{3} = 20\,\Omega$$

$$X_c = \frac{V_e}{I_c} = \frac{60}{1} = 60\,\Omega$$

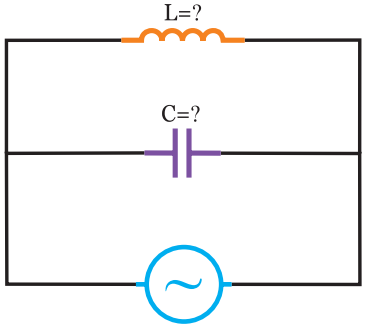
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{20}{500} = 40\,mH$$

$$c = \frac{1}{\omega . Xc} = \frac{1}{500 \times 60} = 3/33\,\mu F$$

فعالیت ۲۴

در مدار شکل (۵-۱۲۸) اگر $I_c = 2I_L$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



$$V_{(t)} = 30\sqrt{2}\ \sin(250t - 30^\circ)$$

$$i_{(t)} = \sqrt{2}\ \sin(250t + 60^\circ)$$

شکل (۵-۱۲۸)

حل

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 30v$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1\,A$$

$$I_e = |I_c - I_L| \Rightarrow 1 = 2I_L - I_L \Rightarrow I_L = \ldots\ldots\,A$$

$$I_c = 2I_L = 2(\ldots\ldots) = \ldots\ldots\,A$$

$$X_L = \frac{V_e}{I_L} = \frac{30}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\,\Omega$$

$$X_c = \frac{V_e}{I_c} = \frac{30}{\ldots\ldots} = \ldots\ldots\,\Omega$$

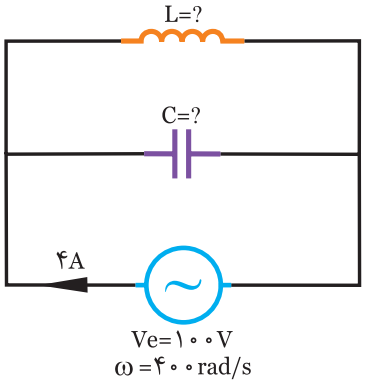
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{\ldots\ldots}{250} = \ldots\ldots\,mH$$

$$c = \frac{1}{\omega . Xc} = \frac{1}{\ldots\ldots \times 250} = \ldots\ldots\,\mu F$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۲۹) اگر $I_L = 4I_c$ باشد، مطلوبست:

اندازه‌ی L و C



شکل (۵-۱۲۹)

.....

.....

.....

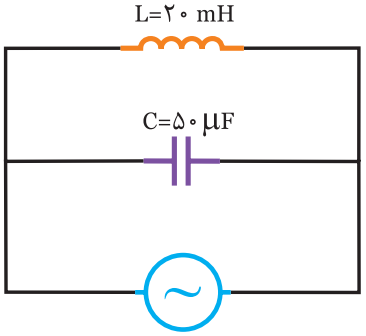
.....

.....

.....

مثال ۲۵

در مدار شکل (۵-۱۳۰) فرکانس رزنانس را بدست آورید.



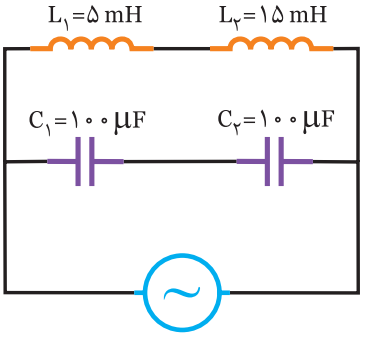
شکل (۵-۱۳۰)

حل

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{Lc}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{20\times10^{-3}\times50\times10^{-6}}} = 159\,Hz$$

فعالیت ۲۵

در مدار شکل (۵-۱۳۱) فرکانس تشدید را بدست آورید.



شکل (۵-۱۳۱)

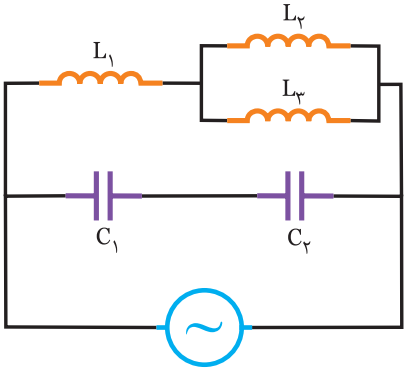
$$C_t = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}{\ldots\ldots+\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ \mu F$$

$$L_t = L_1 + L_2 = \ldots\ldots + \ldots\ldots = \ldots\ldots\ mH$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_t.c_t}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}} = \ldots\ldots Hz$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۳۲) فرکانس رزنانس را بدست آورید.



شکل (۵-۱۳۲)

$L_1 = 6\ mH \qquad L_2 = 12\ mH \qquad L_3 = 6\ mH$

$C_1 = 120\ \mu F \qquad C_2 = 240\ \mu F$

.....

.....

.....

.....

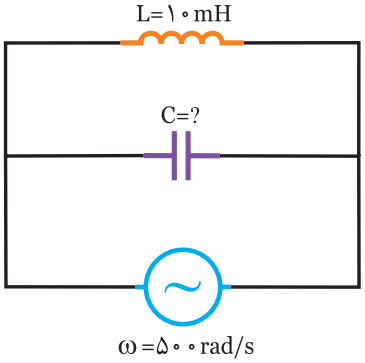
.....

.....

.....

مثال ۲۶

در مدار شکل (۵-۱۳۳) ظرفیت خازن c را چنان تعیین کنید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



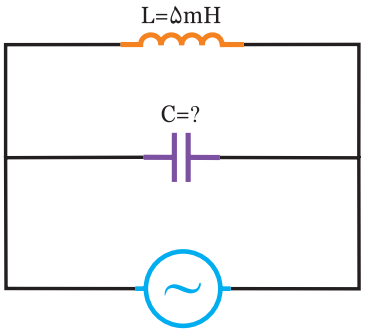
شکل (۵-۱۳۳)

شرط اینکه مدار در حالت تشدید قرار گیرد این است که $X_L = Xc$ باشد لذا داریم.

$$X_L = X_c \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega c} \Rightarrow c = \frac{1}{\omega^2 . L}$$

$$c = \frac{1}{(500)^2 (10 \times 10^{-3})} = \frac{1}{2500000 \times 10 \times 10^{-3}} = 400 \mu F$$

در مدار شکل (۵-۱۳۴) ظرفیت خازن c را چنان بیابید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد.



$$V_{(t)} = 100\sqrt{2}\ \text{Sin}\ (400t + 30^\circ)$$

شکل (۵-۱۳۴)

$$X_L = X_c \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega c} \Rightarrow c = \frac{1}{\omega^2 . L}$$

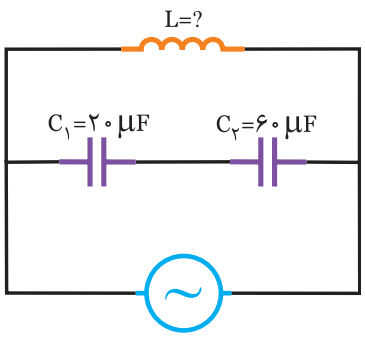
$$c = \frac{1}{\text{.....} \times (\text{.....})} = \frac{1}{\text{.....}} = \text{.....}\ \mu F$$

در مدار شکل (۵-۱۳۵) اندوکتانس L را چنان بیابید که مدار در حالت تشدید قرار گیرد

.....

.....

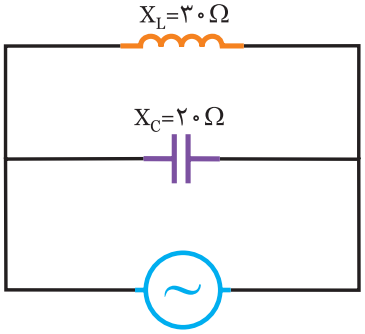
.....



$$V_{(t)} = 50\sqrt{2}\ \text{Sin}\ 1000t$$

شکل (۵-۱۳۵)

در مدار شکل (۵-۱۳۶) مطلوبست:



$$V_{(t)} = 20\sqrt{2}\ \text{Sin}\ 500t$$

شکل (۵-۱۳۶)

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس مدار در حالت تشدید

ج) جریان مدار در حالت تشدید

الف)

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{30}{500} = 60\ mH$$

$$c = \frac{1}{Xc.\omega} = \frac{1}{20 \times 500} = 100\ \mu F$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{Lc}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{60 \times 100 \times 10^{-9}}} = 65\ Hz$$

ب) از آنجائیکه در رزنانس $X_c=X_L$ می‌باشد لذا داریم.

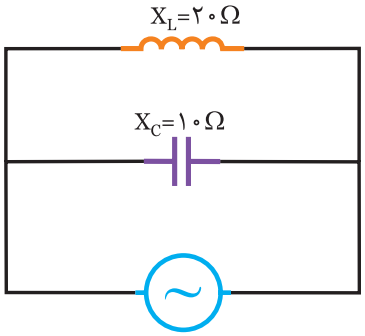
$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{X_c.X_L}{0}=\infty$$

ج)

$$I_e=\frac{V}{Z}=\frac{V}{\infty}=0\,A$$

فعالیت ۲۷

در مدار شکل (۵-۱۳۷) مطلوبست:



شکل (۵-۱۳۷)

الف) فرکانس تشدید

ب) امپدانس در حالت رزنانس

ج) جریان مدار در حالت رزنانس

حل

الف)

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots mH$$

$$c=\frac{1}{\omega.Xc}=\frac{1}{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}=\ldots\ldots\mu F$$

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{Lc}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{\ldots\ldots\times\ldots\ldots}}=\ldots\ldots Hz$$

ب) چون $X_L=X_c$ می‌باشد، داریم.

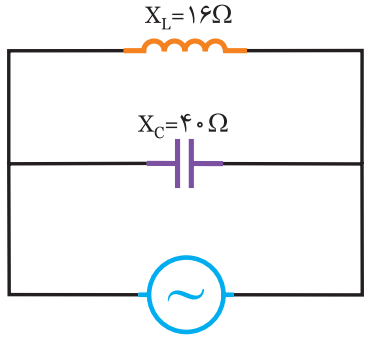
$$Z=\frac{X_c.X_L}{|X_c-X_L|}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots\Omega$$

ج)

$$I_e=\frac{V}{Z}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\ldots\ldots A$$

تمرین

در مدار شکل (۵-۱۳۸) مطلوبست:



شکل (۵-۱۳۸)

الف) فرکانس رزنانس

ب) امپدانس مدار در حالت رزنانس

ج) جریان مدار در حالت رزنانس

.....

.....

.....

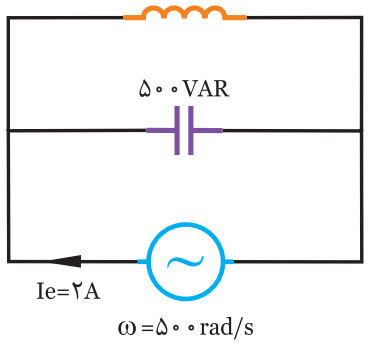
.....

.....

.....

مثال ۲۸

در مدار شکل (۵-۱۳۹) مطلوبست:



شکل (۵-۱۳۹)

الف) ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$P_d = |P_{dc} - P_{dL}| = ۵۰۰ - ۲۰۰ = ۳۰۰ VAR$

$P_e = V_e I_e \Rightarrow V_e = \frac{P_d}{I_e} = \frac{۳۰۰}{۲} = ۱۵۰ V$

ب)

$P_{dL} = \frac{V_e^۲}{X_L} \Rightarrow X_L = \frac{V_e^۲}{P_{dL}} = \frac{(۱۵۰)^۲}{۲۰۰} = ۱۱۲/۵ \Omega$

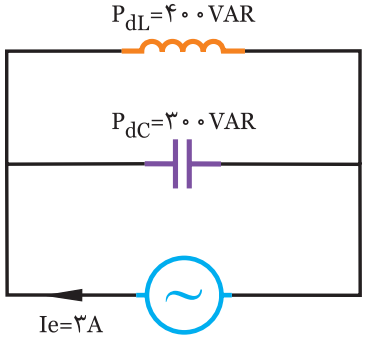
$P_{dc} = \frac{V_e^۲}{X_c} \Rightarrow X_c = \frac{V_e^۲}{P_{dc}} = \frac{(۱۵۰)^۲}{۵۰۰} = ۴۵ \Omega$

$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{۱۱۲/۵}{۵۰۰} = ۲۲۵ mH$

$c = \frac{۱}{\omega . Xc} = \frac{۱}{۵۰۰ \times ۴۵} = ۴/۴۴ \mu F$

فعالیت ۲۸

در مدار شکل (۱۴۰-۵) مطلوبست:



$\omega = ۵۰۰ rad/s$

شکل (۱۴۰-۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L و C

حل

الف)

$P_d = |P_{dL} - P_{dc}| = ۴۰۰ - ۳۰۰ = ۱۰۰ VAR$

$P_d = V_e I_e \Rightarrow V_e = \frac{P_d}{.....} = \frac{.....}{.....} = ... v$

ب)

$X_L = \frac{V_e^۲}{P_{dL}} = \frac{(.....)^۲}{.....} = ... \Omega$

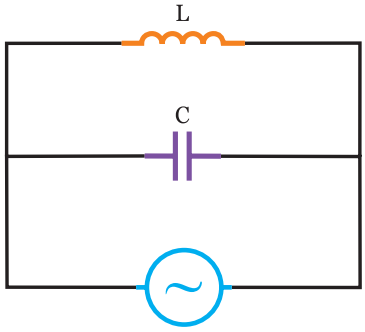
$X_c = \frac{V_e^۲}{P_{dc}} = \frac{(.....)^۲}{.....} = ... \Omega$

$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{.....}{۵۰۰} = ... mH$

$c = \frac{۱}{\omega . Xc} = \frac{۱}{..... \times ۵۰۰} = ... \mu F$

تمرین

در مدار شکل (۱۴۱-۵) مطلوبست:



شکل (۱۴۱-۵)

الف) ولتاژ منبع

ب) اندازه‌ی L و C

حل

.....

.....

.....

.....

.....

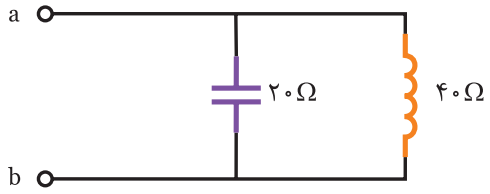
.....

.....

.....

.....

۱- مقاومت معادل بین دو نقطه a و b در شکل (۱۴۲-۵) چند اهم است؟



شکل (۱۴۲-۵)

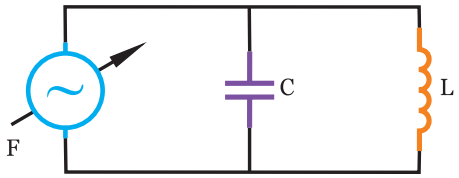
۱) $X_c = ۲۰$

۲) $X_c = ۴۰$

۳) $X_L = ۲۰$

۴) $X_L = ۴۰$

۲- در مدار شکل (۱۴۳-۵) اگر فرکانس از صفر تا بی‌نهایت افزایش یابد جریان مدار کدام است.



شکل (۱۴۳-۵)

۱) افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد.

۳) افزایش سپس کاهش می‌یابد.

۴) کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۳- در مدار LC موازی اگر ظرفیت خازن چهار برابر شود فرکانس رزنانس کدام است.

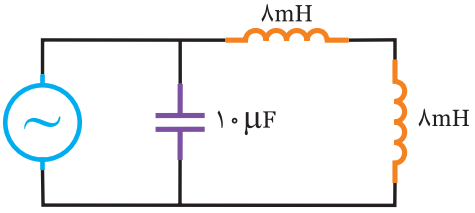
۱) ۲ برابر می‌شود.

۲) نصف می‌شود.

۳) ۴ برابر می‌شود.

۴) $\frac{۱}{۴}$ برابر می‌شود.

۴- فرکانس تشدید مدار شکل (۱۴۴-۵) چند هرتز است.



شکل (۱۴۴-۵)

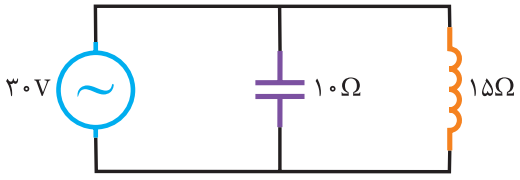
۱) $\frac{۱۲۵۰}{\pi}$

۲) $\frac{۱۲۵}{\pi}$

۳) ۱۲۵۰

۴) ۱۲۵

۵- در مدار شکل (۱۴۵-۵) توان راکتیو چند وار است.



شکل (۱۴۵-۵)

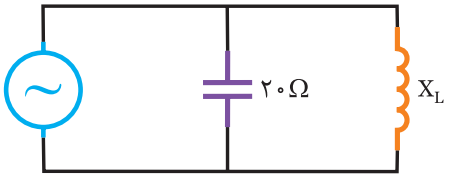
۱)

۲)

۳)

۴)

۶- اگر در شکل (۱۴۶-۵) ، Z=۲۰ باشد راکتانس القایی کدام است.



شکل (۱۴۶-۵)

۱) ۲۰

۲) ۱۰

۳) ۴۰

۴) ۵

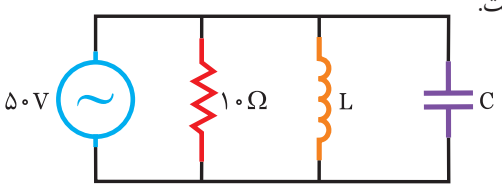
۷- اگر جریان مدار شکل (۵-۱۴۷)، ۵A باشد، کدام گزینه صحیح است.

۱) $X_c = ۲X_L$

۲) $X_L = ۲X_c$

۳) $X_L = X_c$

۴) L=c



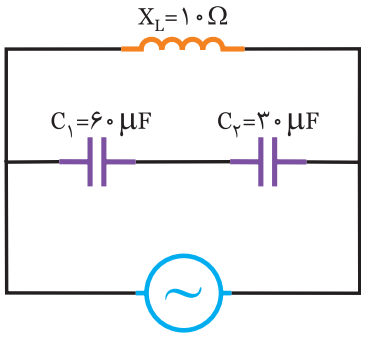
شکل (۵-۱۴۷)

۸- در مدار شکل (۵-۱۴۸) مطلوبست:

الف) جریان مدار

ب) معادله‌ی زمانی جریان منبع

ج) مدار را توسط نرم‌افزار مولتی‌سیم بررسی کنید.

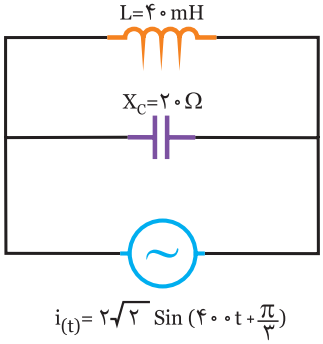


شکل (۵-۱۴۸)

۹- در مدار شکل (۵-۱۴۹) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع

ب) معادله زمانی ولتاژ منبع

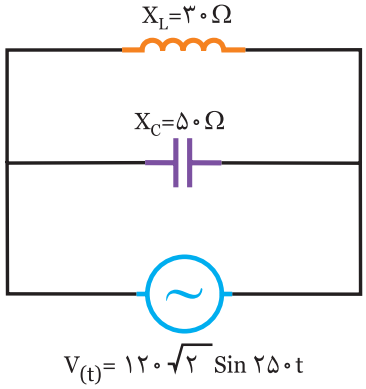


شکل (۵-۱۴۹)

۱۰- در مدار شکل (۵-۱۵۰) مطلوبست:

الف) جریان عبوری از سلف و خازن

ب) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن



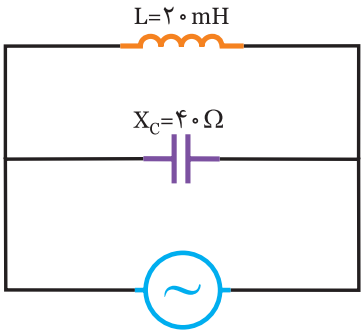
شکل (۵-۱۵۰)

۱۱- در مدار شکل (۱۵۱-۵) مطلوبست:

الف) ولتاژ منبع و معادله‌ی زمانی آن

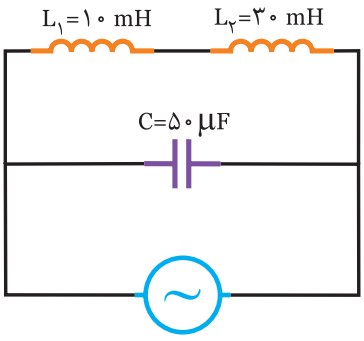
ب) جریان سلف و خازن

ج) معادله‌ی زمانی جریان سلف و خازن



شکل (۱۵۱-۵)

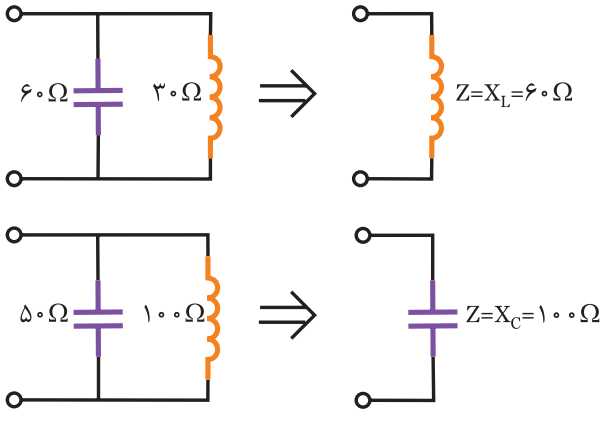
۱۲- در مدار شکل (۱۵۲-۵) فرکانس تشدید را بدست آورید.



شکل (۱۵۲-۵)

بیشتر بدانید

اگر در مدار Lc موازی راکتانس خازنی و سلفی یکی دو برابر دیگری باشد امپدانس مدار برابر راکتانس بزرگتر و خاصیت آن شبیه کوچکتر می‌باشد.



شکل (۱۵۳-۵)