

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## دانش فنی تخصصی

رشته الکتروتکنیک

گروه برق و رایانه

شاخه فنی و حرفه‌ای

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه



وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی



نام کتاب: دانش فنی تخصصی (رشته الکتروتکنیک) - ۲۱۲۲۶۳  
پدیدآورنده: سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی  
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف: دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش  
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف: علی اکبر مطیع بیرجندی، شهرام خدادادی، امیرحسین ترکمانی، مجتبی انصاری پور، محمدحسن اسلامی، علیرضا حجرگشت و نقی اصغری آقاباقر (اعضای شورای برنامه‌ریزی)  
مدیریت آماده‌سازی هنری: نقی اصغری آقاباقر، امیرحسین ترکمانی (پودمان اول)، علی عراقی، شهرام خدادادی (پودمان دوم)، علی اکبر مطیع بیرجندی (پودمان سوم)، فتح‌اله نظریان، نقی اصغری آقاباقر، امیرحسین ترکمانی (پودمان چهارم)، شبنم رهبر (پودمان پنجم) (اعضای گروه تألیف)  
شناسه افزوده آماده‌سازی: اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی  
نشانی سازمان: مجید ذاکری یونسی (مدیر هنری) - مجید کاظمی (صفحه‌آرا) - صبا کاظمی دوانی (طراح جلد) - الهام محبوب، فاطمه رئیسیان فیروزآباد و فتح‌الله نظریان (رسام)  
ناشر: تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهیدموسوی)  
چاپخانه: تلفن: ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹  
سال انتشار و نوبت چاپ: وب‌گاه: www.irtextbook.ir و www.chap.sch.ir  
نشر: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (دارو پخش) تلفن: ۴۴۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰/ صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹  
چاپ اول ۱۳۹۷

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس‌برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



ملت شریف ما اگر در این انقلاب بخواهد پیروز شود باید دست از آستین  
برآرد و به کار بپردازد. از متن دانشگاه‌ها تا بازارها و کارخانه‌ها و مزارع و  
باغستان‌ها تا آنجا که خودکفا شود و روی پای خود بایستد.  
امام خمینی (قدّس سره الشریف)

پودمان اول: تحلیل مدارهای الکتریکی..... ۱

پودمان دوم: تحلیل ماشین های الکتریکی (ترانسفورماتورهای تک فاز)..... ۹۳

پودمان سوم: تحلیل ماشین های الکتریکی سه فاز (موتورهای القایی)..... ۱۱۹

پودمان چهارم: کاربرد اتوماسیون صنعتی (اینورتر)..... ۱۶۵

پودمان پنجم: کسب اطلاعات فنی (زبان فنی)..... ۱۹۷

منابع..... ۲۳۳

## سخنی با هنرجویان عزیز

شرایط در حال تغییر دنیای کار در مشاغل گوناگون، توسعه فناوری‌ها و تحقق توسعه پایدار، ما را بر آن داشت تا برنامه‌های درسی و محتوای کتاب‌های درسی را در ادامه تغییرات پایه‌های قبلی براساس نیاز کشور و مطابق با رویکرد سند تحول بنیادین آموزش و پرورش و برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران در نظام جدید آموزشی بازطراحی و تألیف کنیم. مهم‌ترین تغییر در کتاب‌های درسی تغییر رویکرد آموزشی، آموزش و ارزشیابی مبتنی بر شایستگی است. شایستگی، توانایی انجام کار در محیط واقعی بر اساس استاندارد عملکرد تعریف شده است. توانایی شامل دانش، مهارت و نگرش می‌شود. در رشته تحصیلی - حرفه‌ای شما، چهار دسته شایستگی در نظر گرفته شده است:

۱- شایستگی‌های فنی برای جذب در بازار کار مانند کاربرد اینورتر در صنعت اتوماسیون  
۲- شایستگی‌های غیرفنی برای پیشرفت و موفقیت در آینده مانند مسئولیت‌پذیری، نوآوری و مصرف بهینه انرژی

۳- شایستگی‌های فناوری اطلاعات و ارتباطات مانند کار با نرم‌افزارها و انواع شبیه‌سازها  
۴- شایستگی‌های مربوط به یادگیری مادام‌العمر مانند کسب اطلاعات از منابع دیگر  
بر این اساس دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کار دانش مبتنی بر اسناد بالادستی و با مشارکت متخصصان برنامه‌ریزی درسی و حرفه‌ای و خبرگان دنیای کار مجموعه اسناد برنامه درسی رشته‌های شاخه فنی و حرفه‌ای را تدوین نموده‌اند که مرجع اصلی و راهنمای تألیف برای هر یک از کتاب‌های درسی در هر رشته است.

درس دانش فنی تخصصی، از خوشه دروس شایستگی‌های فنی می‌باشد که ویژه رشته الکتروتکنیک برای پایه ۱۲ تألیف شده است. کسب شایستگی‌های فنی و غیرفنی این کتاب برای موفقیت آینده شغلی و توسعه آن براساس جدول توسعه حرفه‌ای بسیار ضروری است. هنرجویان عزیز سعی نمایید تمام شایستگی‌های آموزش داده شده در این کتاب را کسب و در فرایند ارزشیابی به اثبات رسانید.

این کتاب نیز شامل پنج پودمان است. هنرجویان عزیز پس از طی فرایند یاددهی - یادگیری هر پودمان می‌توانند شایستگی‌های مربوط به آن را کسب کنند. در پودمان «کسب اطلاعات فنی» هدف توسعه شایستگی‌های حرفه‌ای شما بعد از اتمام دوره تحصیلی

در مقطع کنونی است تا بتوانید با درک مطالب از منابع غیر فارسی در راستای یادگیری در تمام طول عمر گام بردارید و در دنیای متغیر و متحول کار و فناوری اطلاعات خود را به روزرسانی کنید. هنرآموز محترم شما مانند سایر دروس این خوشه برای هر پودمان یک نمره در سامانه ثبت نمرات منظور می‌نماید. نمره قبولی در هر پودمان حداقل ۱۲ می‌باشد. در صورت احراز نشدن شایستگی پس از ارزشیابی اول، فرصت جبران و ارزشیابی مجدد تا آخر سال تحصیلی وجود دارد. در کارنامه شما این درس شامل ۵ پودمان است که هر پودمان از دو بخش نمره مستمر و نمره شایستگی تشکیل می‌شود و چنانچه در یکی از پودمان‌ها نمره قبولی را کسب نکردید، لازم است در همان پودمان مورد ارزشیابی قرار گیرید. همچنین این درس دارای ضریب ۴ بوده و در معدل کل شما تأثیر می‌گذارد.

همچنین در کتاب **همراه هنرجو** واژگان پرکاربرد تخصصی در رشته تحصیلی - حرفه‌ای شما آورده شده است. **کتاب همراه هنرجوی خود را هنگام یادگیری، آزمون و ارزشیابی حتماً همراه داشته باشید.** در این درس نیز مانند سایر دروس اجزایی دیگر از بسته آموزشی در نظر گرفته شده است و شما می‌توانید با مراجعه به وبگاه رشته خود با نشانی [www.tvoccd.oerp.ir](http://www.tvoccd.oerp.ir) از عناوین آنها مطلع شوید.

فعالیت‌های یادگیری در ارتباط با شایستگی‌های غیرفنی مانند مدیریت منابع، اخلاق حرفه‌ای، حفاظت از محیط زیست و شایستگی‌های یادگیری مادام‌العمر و فناوری اطلاعات و ارتباطات همراه با شایستگی‌های فنی، طراحی و در کتاب درسی و بسته آموزشی ارائه شده است. شما هنرجویان عزیز کوشش نمایید این شایستگی‌ها را در کنار شایستگی‌های فنی آموزش ببینید، تجربه کنید و آنها را در انجام فعالیت‌های یادگیری به کار گیرید.

امیدواریم با تلاش و کوشش شما هنرجویان عزیز و هدایت هنرآموزان گرامی، گام‌های مؤثری در جهت سربلندی و استقلال کشور و پیشرفت اجتماعی و اقتصادی و تربیت مؤثر و شایسته جوانان برومند میهن اسلامی برداشته شود.

دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش

## سخنی با هنرآموزان گرامی

در راستای تحقق اهداف سند تحول بنیادین آموزش و پرورش و برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران و تغییرات سریع عصر فناوری و نیازهای متغیر جامعه بشری و دنیای کار و مشاغل، برنامه درسی رشته الکتروتکنیک باز طراحی و بر اساس آن محتوای آموزشی نیز تألیف گردید. این کتاب و درس از خوشه دروس شایستگی های فنی می باشد که در سید درسی هنرجویان برای سال دوازدهم تدوین و تألیف شده است و مانند سایر دروس شایستگی و کارگاهی دارای ۵ پودمان می باشد. کتاب دانش فنی تخصصی مباحث نظری و تفکیک شده دروس کارگاهی و سایر شایستگی های رشته را تشکیل نمی دهد بلکه پیش نیازی برای شایستگی های لازم در سطوح بالاتر صلاحیت حرفه ای - تحصیلی می باشد. هدف کلی کتاب دانش فنی تخصصی آماده سازی هنرجویان برای ورود به مقاطع تحصیلی بالاتر و تأمین نیازهای آنان در راستای محتوای دانش نظری است. یکی از پودمان های این کتاب با عنوان «کسب اطلاعات فنی» با هدف یادگیری مادام العمر و توسعه شایستگی های هنرجویان بعد از دنیای آموزش و ورود به بازار کار، سازماندهی محتوایی شده است. این امر با آموزش چگونگی استخراج اطلاعات فنی مورد نیاز از متون فنی غیرفارسی و جداول، راهنمای ماشین آلات و تجهیزات صنعتی، دستگاه های اداری، خانگی و تجاری و درک مطلب آنها در راستای توسعه شایستگی های حرفه ای محقق خواهد شد. تدریس کتاب در کلاس درس به صورت تعاملی و با محوریت هنرآموز و هنرجوی فعال صورت می گیرد.

به مانند سایر دروس، هنرآموزان گرامی برای هر پودمان یک نمره در سامانه ثبت نمرات برای هر هنرجو ثبت کنند. نمره قبولی در هر پودمان حداقل ۱۲ می باشد و نمره هر پودمان از دو بخش ارزشیابی پایانی و مستمر تشکیل می شود. این کتاب مانند سایر کتاب ها جزئی از بسته آموزشی تدارک دیده شده برای هنرجویان است. شما می توانید برای آشنایی بیشتر با اجزای بسته، روش های تدریس کتاب، شیوه ارزشیابی مبتنی بر شایستگی، مشکلات رایج در یادگیری محتوای کتاب، بودجه بندی زمانی، نکات آموزشی شایستگی های غیرفنی، آموزش ایمنی و بهداشت و دریافت راهنما و پاسخ برخی از فعالیت های یادگیری و تمرین ها به کتاب راهنمای هنرآموز این درس مراجعه کنید. در هنگام ارزشیابی استاندارد عملکرد از ملزومات کسب شایستگی می باشند.



کتاب دانش فنی تخصصی شامل پودمان‌هایی به شرح زیر است:

**پودمان اول:** تحلیل مدارهای الکتریکی

**پودمان دوم:** تحلیل ماشین‌های الکتریکی تک‌فاز (ترانسفورماتور)

**پودمان سوم:** تحلیل ماشین‌های الکتریکی سه فاز (موتورهای الکتریکی)

**پودمان چهارم:** کاربرد اتوماسیون صنعتی (اینورتر)

**پودمان پنجم:** کسب اطلاعات فنی (زبان فنی)

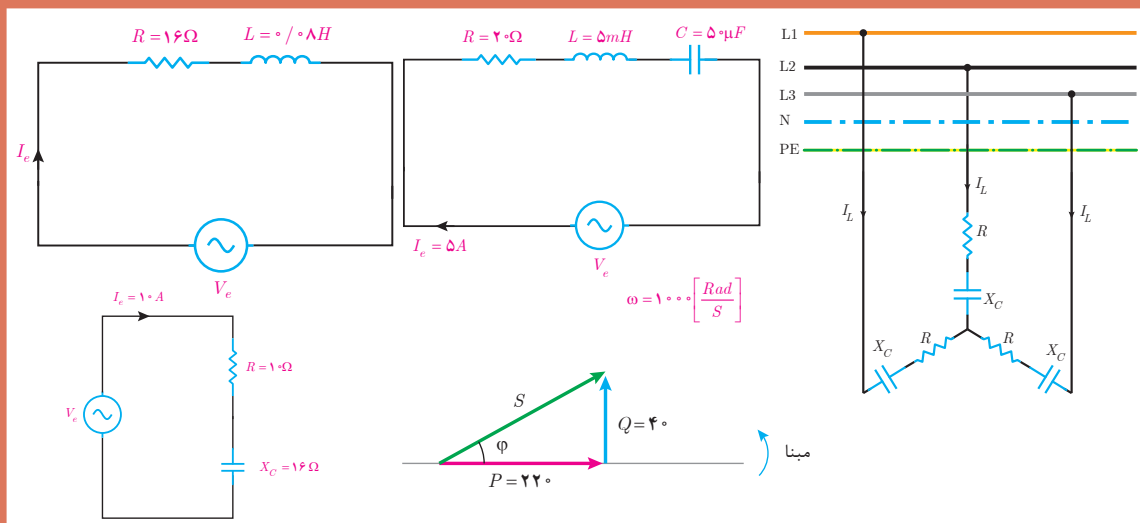
هنرآموزان گرامی در هنگام یادگیری و ارزشیابی، هنرجویان باید کتاب همراه هنرجو را با خود داشته باشند.

دفتر تألیف کتاب‌های درسی فنی و حرفه‌ای و کاردانش



## پودمان اول

## تحلیل مدارهای الکتریکی



## واحد یادگیری ۱

### آیا می‌دانید

- ۱- برابند و تفاضل بردارها چگونه به دست می‌آید؟
- ۲- مدارهای الکتریکی  $R-L$  سری برای معادل سازی کدام یک از تجهیزات الکتریکی به کار می‌رود؟
- ۳- وضعیت پس فاز یا پیش فاز بدون جریان نسبت به ولتاژ در چه مدارهایی رخ می‌دهد؟
- ۴- در مدارات  $RLC$  سری در چه وضعیتی رفتار مدار اهمی است؟
- ۵- تفاوت‌های اساسی مدارات الکتریکی سه فاز ستاره و مثلث چیست؟

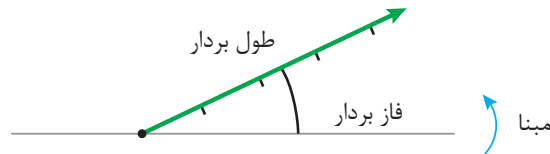
پس از پایان این پودمان هنرجویان قادر خواهند بود تحلیل برداری مدارهای الکتریکی متناوب تک فاز و سه فاز را انجام داده و مسائل مربوط به مدارات  $R-L$ ،  $R-C$  و  $R-L-C$  سری را تجزیه و تحلیل کنند.

استاندارد  
عملکرد



## ۱-۱ بردار

برداری<sup>۱</sup> در تحلیل مدارهای الکتریکی برای نمایش کمیت‌هایی استفاده می‌شود که علاوه بر مقدار<sup>۲</sup> دارای موقعیت یا فاز<sup>۳</sup> نیز باشد. طول بردار نشان‌دهنده مقدار کمیت الکتریکی و زاویه بین بردار با مبنا بیانگر موقعیت یا فاز آن می‌باشد (شکل ۱).

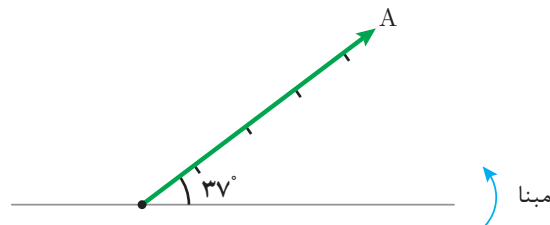


شکل ۱

مبنا به‌طور معمول در تحلیل مدارهای الکتریکی خط افق اختیار می‌شود که در این صورت فاز آن صفر خواهد شد.

علامت زاویه فاز در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت مثبت و در جهت حرکت عقربه‌های ساعت منفی می‌باشد. خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت را «جهت مثبّاتی» گویند.

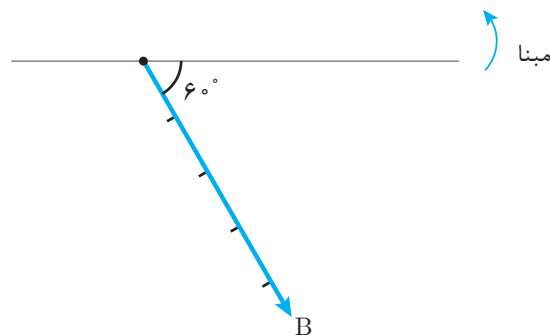
نشان  $\vec{A}$  برای معرفی برداری به نام  $A$  استفاده می‌شود و  $\vec{A}$  به صورت "برداری  $A$ " خوانده می‌شود. در شکل ۲،  $\vec{A}$  به مقدار ۵ واحد با زاویه  $37^\circ +$  نشان داده شده است.



شکل ۲

می‌توان  $\vec{A}$  را به صورت  $A = 5 \angle 37^\circ$  نشان داد که این شیوه نوشتن را «فرم قطبی»<sup>۴</sup> گویند. در فرم قطبی علاوه بر اندازه بردار، زاویه بردار با مبنا نیز بیان می‌شود.

در شکل ۳،  $\vec{B}$  نشان داده شده است.



شکل ۳

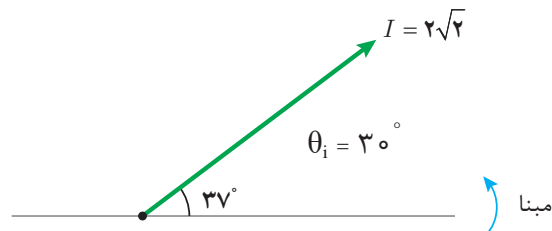
۱- Vector

۲- Value

۳- phase

۴- Polar form

می توان  $\vec{B}$  را به فرم قطبی  $B = 5 \angle -60^\circ$  نیز نوشت.  
 کمیت های الکتریکی متناوب نظیر ولتاژ، جریان و توان را نیز می توان با بردار نشان داد.  
 جریان متناوب سینوسی به معادله زمانی  $i(t) = 2\sqrt{2} \sin(50^\circ t + 3^\circ)$  در شکل ۴ نشان داده شده است.  
 در این شکل طول بردار بیانگر مقدار ماکزیمم جریان و زاویه بردار تا مبنا، فاز جریان را نشان می دهد.



شکل ۴

مقدار مؤثر جریان برابر است با:

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 \text{ [A]}$$

فاز جریان برابر است با:  $\theta_i = + 30^\circ$

جریان متناوب  $i(t)$  به فرم قطبی به صورت  $I = 2\sqrt{2} \angle 30^\circ$  نوشته می شود.

بردار ولتاژ متناوب سینوسی به معادله  $v(t) = 324 \sin(100^\circ t - 45^\circ)$  را رسم کنید و فرم قطبی آن را بنویسید.

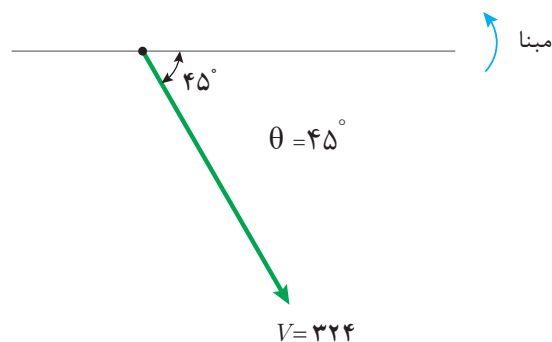
مثال



حل:

فاز ولتاژ برابر است با:  $\theta_v = - 45^\circ$

مبنا را ترسیم می کنیم و جهت مثلثاتی را نشان می دهیم. با توجه به مقدار ماکزیمم و فاز بردار  $V$  ترسیم می شود (شکل ۵).



شکل ۵

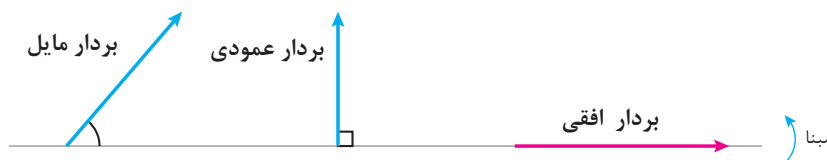
ولتاژ متناوب سینوسی  $v(t)$  به فرم قطبی به صورت  $V = 324 \angle -45^\circ$  نوشته می شود.

مقدار مؤثر ولتاژ برابر است با:  $\theta_V = -45^\circ$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{324}{\sqrt{2}} = 231 \text{ [V]}$$

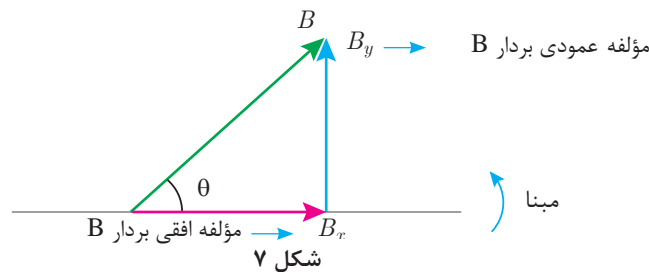
## ۲-۱ تجزیه بردار

تجزیه بردار برای به دست آوردن مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار مایل استفاده می‌شود. هر بردار با توجه به فاز آن به سه صورت افقی، عمودی و مایل رسم می‌شود (شکل ۶).



شکل ۶

برای به دست آوردن مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار مایل لازم است از ابتدای بردار به صورت افقی و عمودی به انتهای بردار حرکت کنیم تا به شکل مثلث قائم‌الزاویه ایجاد شود. مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار مایل B در شکل ۷ ترسیم شده است.



شکل ۷

مقادیر مؤلفه‌های افقی و عمودی از نسبتهای مثلثاتی به صورت زیر محاسبه خواهد شد.

$$\cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \cos \theta = \frac{B_x}{B} \Rightarrow B_x = B \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \sin \theta = \frac{B_y}{B} \Rightarrow B_y = B \sin \theta$$

در مثلث قائم‌الزاویه بردارها، وتر مثلث قائم‌الزاویه برآیند مؤلفه‌های افقی و عمودی نامیده می‌شود.

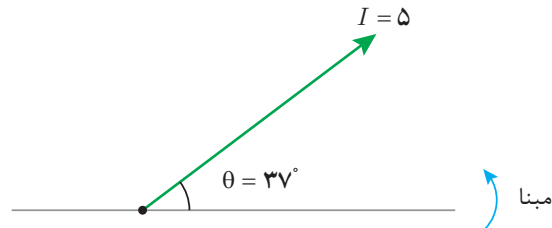
بردار جریان  $I = 5 \angle 37^\circ$  را ترسیم کنید و مؤلفه‌های افقی و عمودی آن را محاسبه نمایید.

مثال



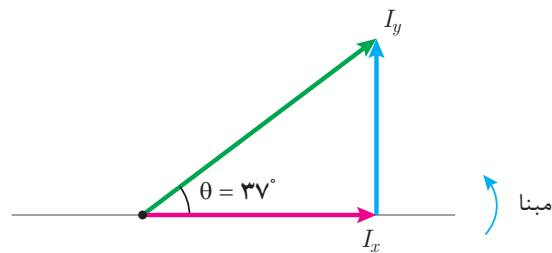
حل:

ابتدا مبنا و جهت مثلثاتی مشخص می شود و بردار  $I$  به مقدار ۵ آمپر و زاویه  $۳۷^\circ +$  ترسیم خواهد شد (شکل ۸).



شکل ۸

مؤلفه های افقی و عمودی بردار مایل  $I$  را ترسیم می نماییم تا مثلث قائم الزاویه شکل بگیرد مؤلفه افقی  $I_x$  و مؤلفه عمودی  $I_y$  نامیده می شود (شکل ۹).



شکل ۹

با توجه به نسبت های مثلثاتی مقادیر  $I_x$  و  $I_y$  محاسبه خواهد شد.

$$\cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \cos 37^\circ = \frac{I_x}{5} \Rightarrow I_x = 5 \cos 37^\circ$$

$$I_x = 5 \times 0.8 = 4 [A]$$

$$\sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \theta}{\text{وتر}} \rightarrow \sin 37^\circ = \frac{I_y}{5} \Rightarrow I_y = 5 \sin 37^\circ$$

$$I_y = 5 \times 0.6 = 3 [A]$$

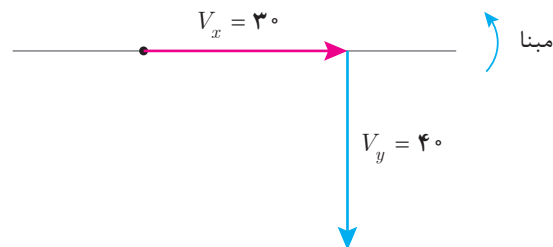
مؤلفه های افقی و عمودی ولتاژ به ترتیب  $۳۰۷$  ،  $۴۰۷$  - می باشد. مقدار و فاز بردار ولتاژ را به دست آورید و به فرم قطبی بنویسید.

مثال



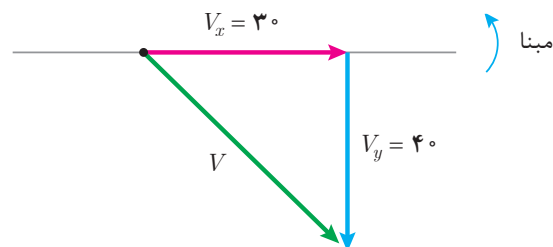
حل:

مؤلفه‌های افقی و عمودی ترسیم می‌شود ( شکل ۱۰ ).



شکل ۱۰

با وصل ابتدای بردار مؤلفه افقی به انتهای مؤلفه عمودی وتر مثلث قائم‌الزاویه به دست می‌آید (شکل ۱۱).



شکل ۱۱

مقدار ولتاژ برابر اندازه وتر است و از رابطه فیثاغورث به دست می‌آید.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 [V]$$

فاز ولتاژ برابر زاویه وتر تا مبنا می‌باشد و از نسبت‌های مثلثاتی قابل محاسبه است.

$$\cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه}}{\text{وتر}} \rightarrow \cos \theta = \frac{V_x}{V}$$

$$\cos \theta = \frac{30}{50} = 0.6$$

$$\cos^{-1}(0.6) = 53^\circ$$

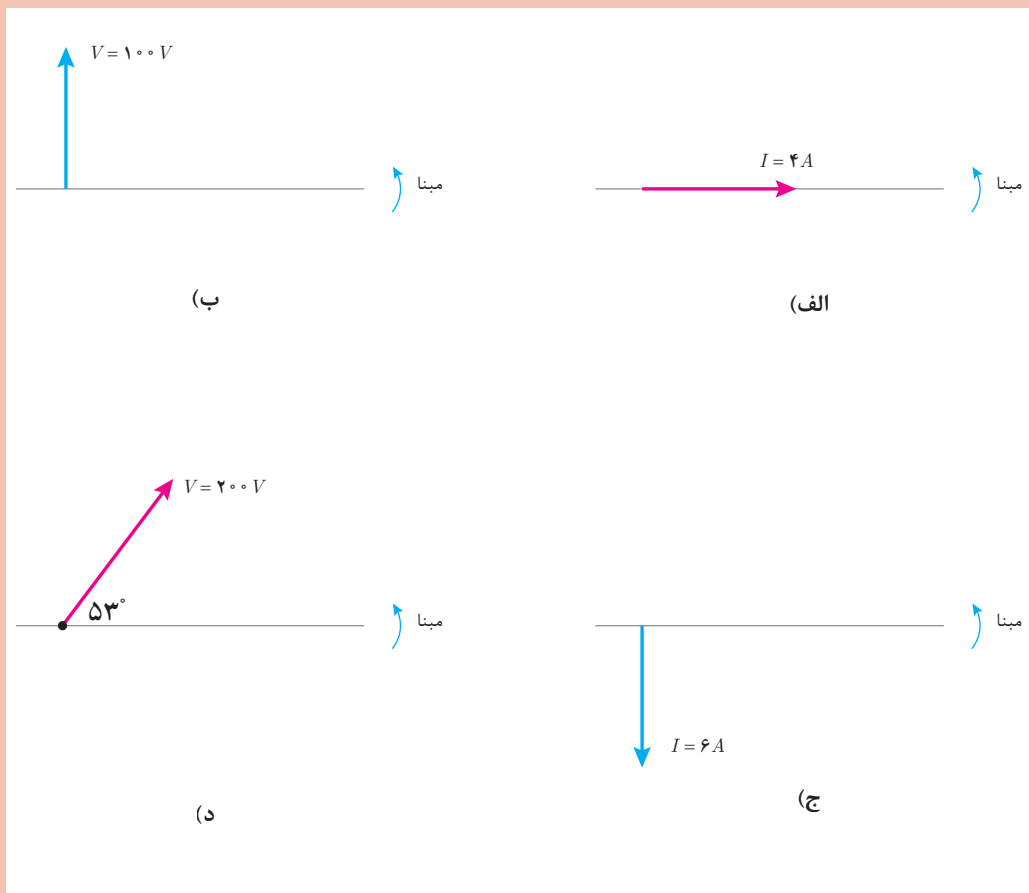
چون فاز بردار  $V$  در خلاف جهت مثلثاتی است لذا با علامت منفی به صورت  $\theta_V = -53^\circ$  نوشته می‌شود و فرم قطبی ولتاژ خواهد شد.

$$V = 50 \angle -53^\circ$$





۱- فرم قطبی بردارهای نمایش داده شده زیر را بنویسید.



۲- بردارهای ولتاژ و جریان زیر را رسم کنید.

(الف)  $I = 5 \angle +3^\circ$

(ب)  $V = 150 \angle -60^\circ$

(ج)  $V = 100 \angle +135^\circ$

(د)  $I = 2 \angle +180^\circ$

۳- معادله‌های زمانی جریان و ولتاژ متناوب سینوسی زیر را به صورت بردار نمایش دهید و فرم قطبی آنها را بنویسید.

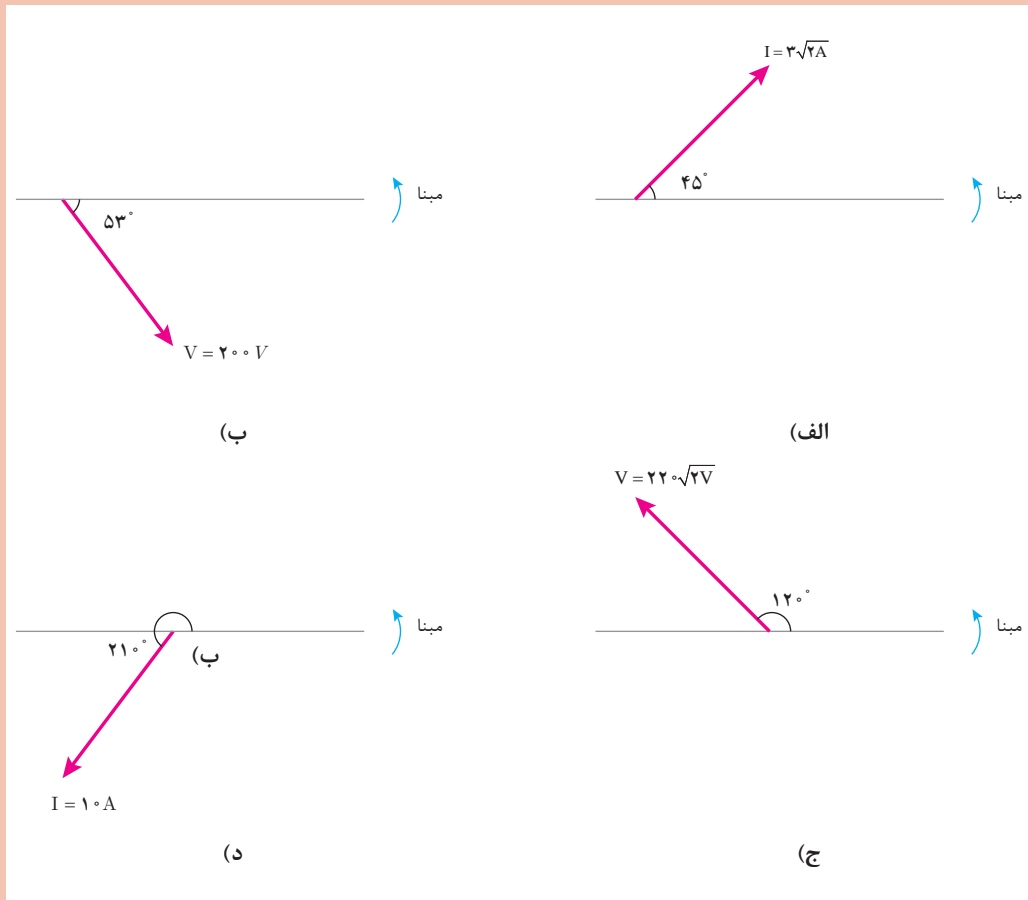
(الف)  $i(t) = 3 \sin(50^\circ t - \frac{\pi}{6})$

(ب)  $v(t) = 220 \sin(314t + 3^\circ)$

(ج)  $i(t) = \sin(250^\circ t)$

(د)  $v(t) = 100 \sin(1000t - \frac{\pi}{2})$

۴- مؤلفه افقی و عمودی بردارهای زیر را به دست آورید.



۵- مؤلفه‌های افقی و عمودی جریان متناوبی به ترتیب  $8A$  و  $6A$  می‌باشد مقدار و فاز جریان را به دست آورید و به فرم قطبی بنویسید.

۶- برای یک ولتاژ متناوب  $200V$  مقدار  $V_x = 100\sqrt{3}$  ولت می‌باشد. مؤلفه  $V_y$  را به دست آورید و فرم قطبی بردار ولتاژ را بنویسید.

### ۳-۱- برآیند بردارها

برآیند بردارها در تحلیل مدارهای الکتریکی متناوب برای جمع کمیت‌های الکتریکی هم‌واحد مانند جریان ولتاژ و توان ... به کار می‌رود. عملیات جمع بردارها با توجه به مقدار و فاز بردار صورت می‌گیرد. برای این عملیات دو روش تحلیلی و هندسی ارائه شده است.

#### الف) روش تحلیلی:

روش تحلیلی برای جمع چندین بردار به کار می‌رود. در این روش هر یک از بردارهای مایل به مؤلفه‌های افقی و عمودی تجزیه می‌شود. از جمع جبری یکایک مؤلفه‌های افقی «مجموع مؤلفه‌های افقی» به دست می‌آید. با توجه به علامت به صورت افقی ترسیم خواهد شد. همچنین «مجموع مؤلفه‌های عمودی» که از جمع جبری تک تک مؤلفه‌های عمودی به دست می‌آید با توجه به علامت به صورت عمودی از انتهای «مجموع مؤلفه‌های افقی» ترسیم می‌شود.

اکنون با وصل ابتدای «مجموع مؤلفه‌های افقی» به انتهای «مجموع مؤلفه‌های عمودی» وتر مثلث قائم‌الزاویه به دست می‌آید. وتر مثلث قائم‌الزاویه برآیند بردارها می‌باشد. برآیند بردارها جایگزین چندین بردار خواهد شد و از رابطه فیثاغورث به دست می‌آید.

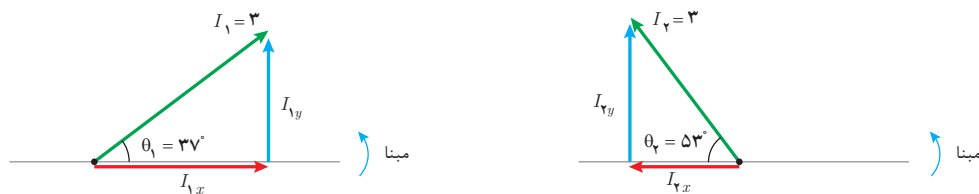
برآیند بردارهای شکل ۱۲ را به روش تحلیلی به دست آورید.



شکل ۱۲

حل:

مؤلفه‌های افقی و عمودی بردارهای  $I_1$  و  $I_2$  مطابق شکل ۱۳ ترسیم می‌شود.



شکل ۱۳

مثال



مقادیر مؤلفه‌های افقی و عمودی محاسبه می‌شود.

$$I_{1x} = I_1 \cos \theta_1 = 3 \cos 37^\circ = +2/4$$

$$I_{1y} = I_1 \sin \theta_1 = 3 \sin 37^\circ = +1/8$$

$$I_{2x} = I_2 \cos \theta_2 = 3 \cos 53^\circ = -1/8$$

$$I_{2y} = I_2 \sin \theta_2 = 3 \sin 53^\circ = +2/4$$

علامت (+) بیانگر این است که مؤلفه‌ها در جهت محورهای دستگاه مختصات قرار دارند و علامت (-) بیانگر این است که مؤلفه‌ها در خلاف جهت محورهای دستگاه مختصات قرار دارند.

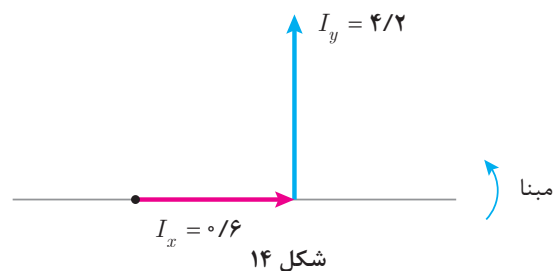
«مجموع مؤلفه‌های عمودی» با  $I_x$  نشان داده شده است که از جمع جبری یکایک مؤلفه‌های افقی به دست می‌آید.

$$I_x = I_{1x} + I_{2x} = +2/4 + (-1/8) = +0/6$$

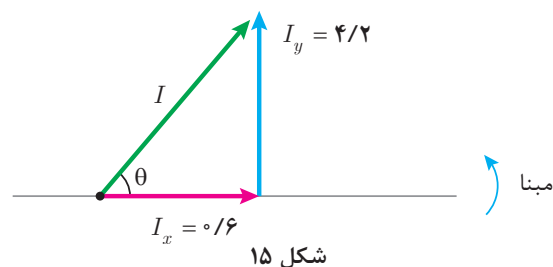
«مجموع مؤلفه‌های عمودی» با  $I_y$  نشان داده شده است که از جمع جبری یکایک مؤلفه‌های عمودی به دست می‌آید.

$$I_y = I_{1y} + I_{2y} = +1/8 + 2/4 = +4/2$$

$I_x$  با توجه به علامت (+) به صورت افقی در جهت محور x دستگاه مختصات و  $I_y$  با توجه به علامت (+) نیز به صورت عمودی در جهت محور y دستگاه مختصات از انتهای  $I_x$  ترسیم می‌شود (شکل ۱۴).



اکنون با وصل ابتدای  $I_x$  به انتهای  $I_y$  وتر مثلث قائم‌الزاویه یا برآیند رسم می‌شود (شکل ۱۵).

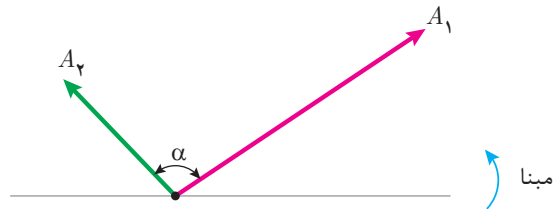


$I$  برآیند بردارهای  $I_1, I_2$  از رابطه فیثاغورث به دست می‌آید.

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \sqrt{0/6^2 + 4/2^2} = 4/24 [A]$$

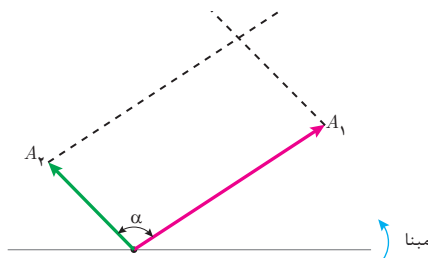
**ب) روش هندسی:**

روش هندسی برای جمع دو بردار به کار می‌رود. دو بردار  $A_1$ ،  $A_2$  که با یکدیگر زاویه  $\alpha$  می‌سازند در نظر است (شکل ۱۶).



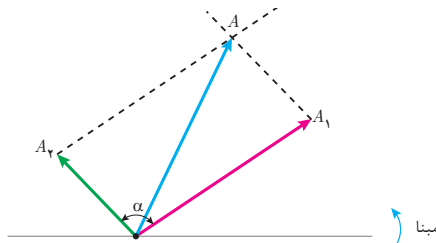
شکل ۱۶

برای ترسیم برآیند بردارهای  $A_1$ ،  $A_2$  از انتهای بردار  $A_1$  به موازات بردار  $A_2$  خط‌چین ترسیم می‌شود. همچنین از انتهای بردار  $A_2$  به موازات بردار  $A_1$  خط‌چین ترسیم می‌شود (شکل ۱۷).



شکل ۱۷

بردار برآیند  $A$  از ابتدای بردارهای  $A_1$ ،  $A_2$  به محل تقاطع دو خط‌چین ترسیم می‌شود (شکل ۱۸).



شکل ۱۸

مقدار برآیند از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \alpha}$$

که در این رابطه

$A$  مقدار بردار برآیند دو بردار

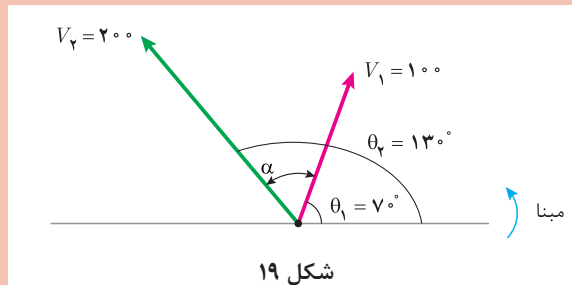
$A_1$  مقدار بردار اول

$A_2$  مقدار بردار دوم

$\alpha$  زاویه بین بردار  $A_1$  با  $A_2$  است.



برآیند دو بردار ولتاژ  $V_1 = 100 \angle +7^\circ$  و  $V_2 = 200 \angle +13^\circ$  را به روش هندسی به دست آورید (شکل ۱۹).

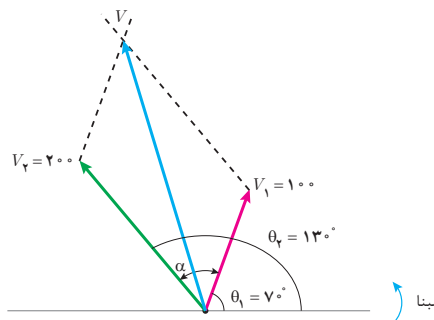


شکل ۱۹

حل:

بردارهای  $V_1$  و  $V_2$  ترسیم می شود.

$V$  برآیند بردارهای  $V_1$  و  $V_2$  ترسیم می شود (شکل ۲۰).



شکل ۲۰

$\alpha$  زاویه بین دو بردار  $V_1$  و  $V_2$  محاسبه می شود.

$$\alpha = \theta_2 - \theta_1 = 13^\circ - 7^\circ = 6^\circ$$

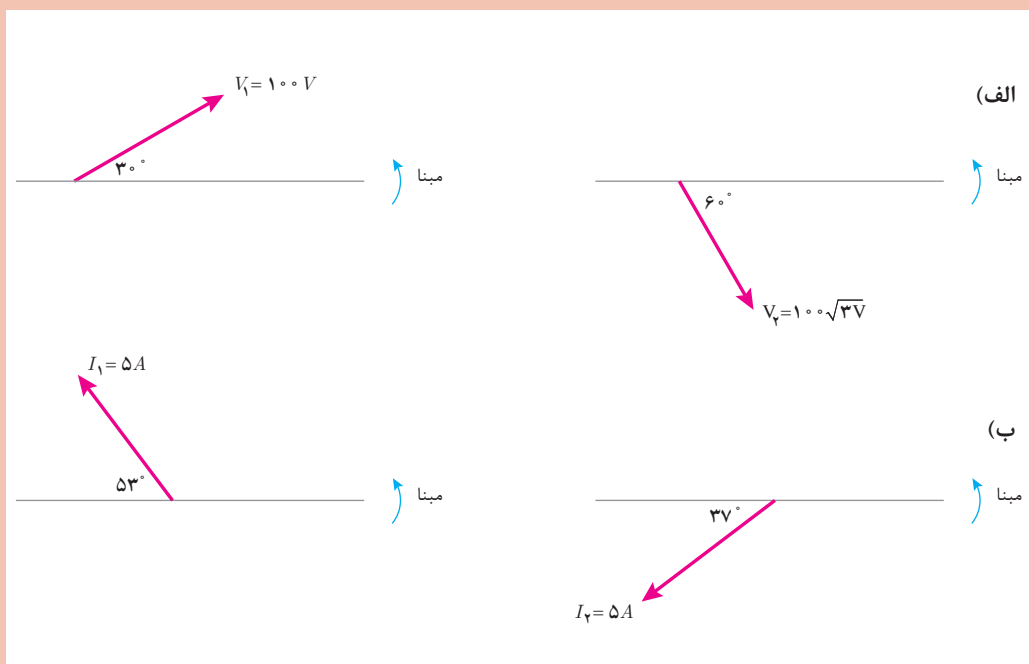
$V$  برآیند بین دو بردار  $V_1$  و  $V_2$  محاسبه می شود.

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \alpha}$$

$$V = \sqrt{100^2 + 200^2 + 2(100)(200) \cos 6^\circ} = 264.57 [V]$$



۱- برآیند بردارها را در هر قسمت به روش تحلیلی محاسبه کنید و آن را به فرم قطبی بنویسید.

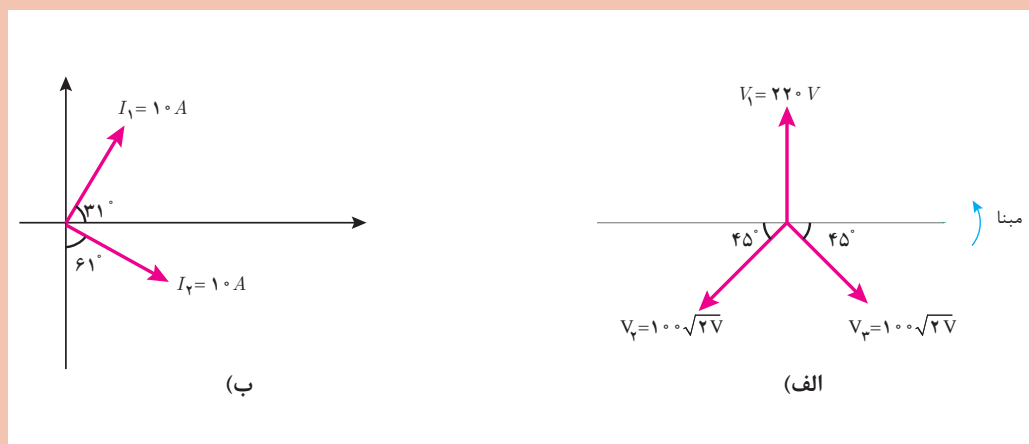


۲- بردارهای ولتاژ و جریان داده شده زیر را رسم کنید سپس برآیند آنها را به روش تحلیلی بیابید.

(الف)  $V_1 = 100 \angle 0^\circ$  و  $V_2 = 100 \angle +120^\circ$  و  $V_3 = 100 \angle -120^\circ$

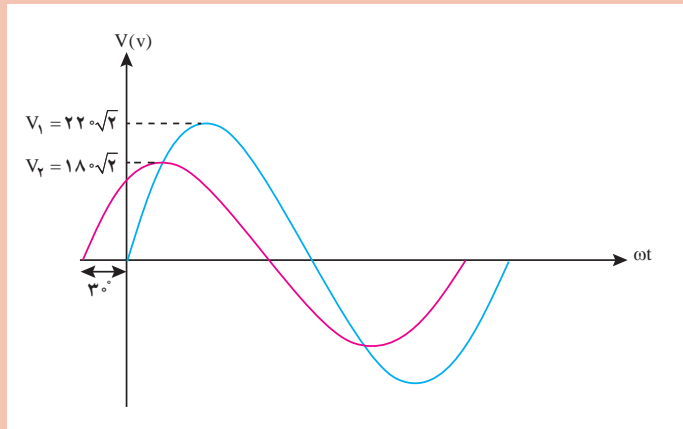
(ب)  $I_1 = 5 \angle +45^\circ$  و  $I_2 = 5 \angle +135^\circ$  و  $I_3 = 5 \angle -90^\circ$

۳- در هر یک از شکل‌های زیر برآیند بردارها را به روش تحلیلی محاسبه کنید.

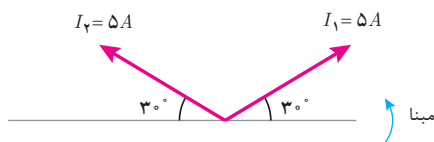




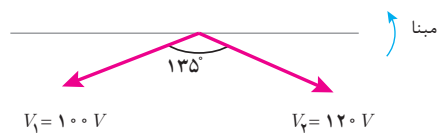
۴- شکل موج سینوسی دو ولتاژ متناوب به صورت زیر است، فرم قطبی هر کدام را بنویسید سپس برآیند آنها را محاسبه کنید.



\* برای حل تمرین‌ها از روابط آورده شده در کتاب همراه هرنجو استفاده کنید.  
۵- برآیند بردارهای زیر را به روش هندسی محاسبه نمایید.



(الف)

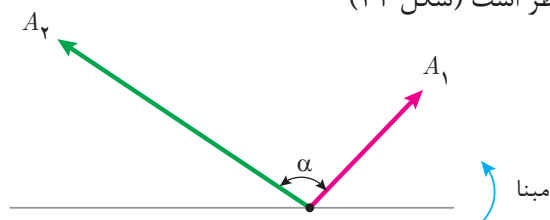


(ب)

- ۶- برآیند دو بردار  $I_1 = 4A$  و  $I_2 = 3A$  برابر  $I = 5A$  می‌باشد. زاویه بین دو بردار  $I_1$  و  $I_2$  چند درجه است؟
- ۷- برآیند دو بردار  $V_1 = 200 \angle 30^\circ$  و  $V_2 = 200\sqrt{3}V$  برابر  $V = 400V$  می‌باشد. زاویه بین دو بردار  $V_1$  و  $V_2$  را به دست آورید.  $V_2$  را به فرم قطبی بنویسید. بردار  $V_2$  چند حالت خواهد داشت؟

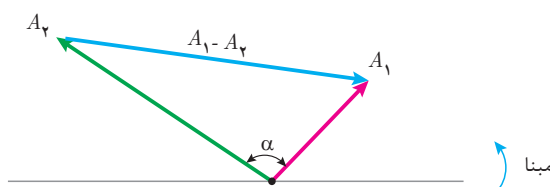
## ۴-۱- تفاضل دو بردار

تفاضل دو بردار در تحلیل مدارهای الکتریکی برای تفریق کمیت‌های الکتریکی هم واحد مانند جریان، ولتاژ و توان ... به کار می‌رود. عملیات تفریق بین دو بردار از روش هندسی انجام می‌گیرد. دو بردار  $A_1$ ،  $A_2$  که با یکدیگر زاویه می‌سازند در نظر است (شکل ۲۱)



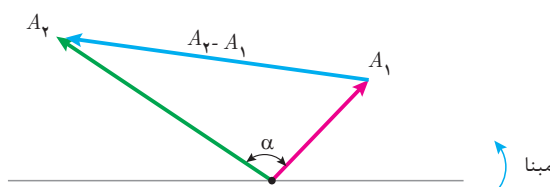
شکل ۲۱

تفاضل بردارهای  $\vec{A_1} - \vec{A_2}$  از انتهای بردار  $A_2$  به انتهای بردار  $A_1$  ترسیم می‌شوند. (شکل ۲۲)



شکل ۲۲

و تفاضل بردارهای  $\vec{A_2} - \vec{A_1}$  از انتهای بردار  $A_1$  به انتهای بردار  $A_2$  ترسیم می‌شود (شکل ۲۳).



شکل ۲۳

تفاضل بردارهای  $\vec{A_2} - \vec{A_1}$  و یا  $\vec{A_1} - \vec{A_2}$  را با  $A'$  نشان می‌دهند و مقدار  $A'$  از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \alpha}$$

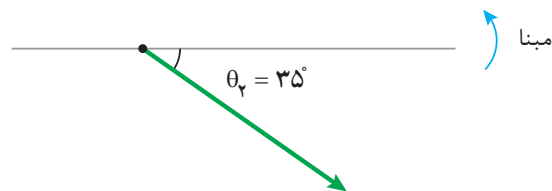
که در این رابطه:  
 $A'$  مقدار تفاضل دو بردار  
 $A_1$  مقدار بردار اول  
 $A_2$  مقدار بردار دوم  
 $\alpha$  زاویه بین بردار  $A_1$ ,  $A_2$  می باشد.

مثال



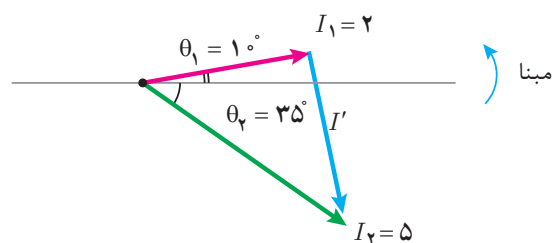
تفاضل دو بردار جریان  $I_1 = 2 \angle 10^\circ$  و  $I_2 = 5 \angle -35^\circ$  به روش هندسی را به دست آورید و  $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$  را رسم کنید.

حل: بردارهای  $I_1$ ,  $I_2$  ترسیم می شود (شکل ۲۴).



شکل ۲۴

$I'$  تفاضل بردارهای  $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$  ترسیم می شود (شکل ۲۵).



شکل ۲۵

زاویه بین دو بردار  $I_1$ ,  $I_2$  محاسبه می شود.

$$\alpha = \theta_1 - \theta_2 = 10^\circ + 35^\circ = 45^\circ$$

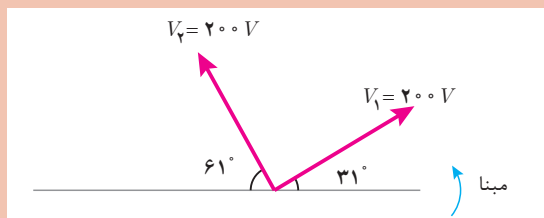
$I'$  تفاضل بین دو بردار  $I_1$ ,  $I_2$  محاسبه می شود.

$$I' = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2 \cos \alpha}$$

$$I' = \sqrt{2^2 + 5^2 - 2(2)(5) \cos 45^\circ} = 3.78 [A]$$



۱- در شکل زیر اندازه بردار  $\vec{V}_1 - \vec{V}_2$  را محاسبه کنید و بردار آن را رسم کنید.



۲- درستی یا نادرستی هر قسمت را مشخص کنید ( $I_1$  و  $I_2$  بردارهای جریان هستند).

غلط صحیح

☐ ☐

(الف) اندازه  $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$  و  $\vec{I}_2 - \vec{I}_1$  با هم برابر است.

☐ ☐

(ب) بردار  $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$  و  $\vec{I}_2 - \vec{I}_1$  هم جهت هستند.

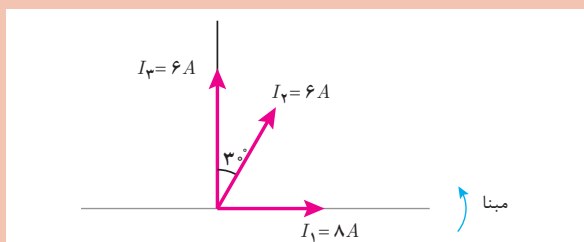
☐ ☐

(ج) اندازه بردار  $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$  حتماً از  $I_1$  و  $I_2$  کمتر است.

☐ ☐

(د) با افزایش زاویه بین دو بردار  $I_1$  و  $I_2$  اندازه  $I_1 - I_2$  کاهش می‌یابد.

۳- با توجه به شکل زیر مطلوب است:



(الف)  $\vec{I}_3 - \vec{I}_1$

(ب)  $\vec{I}_3 - \vec{I}_2$

(ج)  $\vec{I}_1 - \vec{I}_2$

۴- ولتاژهای متناوب  $v_1(t) = 200\sqrt{2} \sin(100\pi t)$  و  $v_2(t) = 150\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})$  مفروض است مطلوب است:

(الف) بردارهای ولتاژ را رسم کنید.

(ب) اندازه تفاضل آنها را بیابید.

(ج) تفاضل  $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$  را رسم کنید.

۵- برآیند دو بردار جریان  $I_1 = 3A$  و  $I_2 = 4A$  برابر  $5A$  می‌باشد. تفاضل آنها را به‌دست آورید.

۶- در هر حالت مورد خواسته شده را به‌دست آورید.

(الف)  $I_1 = 4 \angle 0^\circ$  و  $I_2 = 4 \angle 120^\circ$  ,  $I' = ?$

(ب)  $I_1 = 6A$  و  $I_2 = ?$  ,  $I' = 6$  ,  $\alpha = 60^\circ$  (زاویه بین دو بردار  $I_1$  و  $I_2$ )

(ج)  $I_1 = 5A$  و  $I_2 = 5A$  ,  $I' = 5\sqrt{3}$  ,  $\alpha = ?$

(د)  $I_1 = I_2$  و  $\alpha = 60^\circ$  ,  $\frac{I'}{I} = ?$

۷- برآیند دو بردار  $I_1 = 8 \angle 0^\circ$  و  $I_2$  برابر  $I = 6 \angle 90^\circ$  می‌باشد. مطلوب است محاسبه مقدار  $I_2$  و زاویه بین دو بردار  $I_1$  و  $I_2$ .

## ۱-۵- توان الکتریکی در جریان متناوب

توان الکتریکی در جریان متناوب از حاصل ضرب بردار ولتاژ  $V \angle \theta_v$  در بردار جریان  $I \angle \theta_i$  به دست می‌آید و به سه شکل توان مؤثر و غیرمؤثر و ظاهری قابل اندازه‌گیری و محاسبه می‌باشند. مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان به کار الکتریکی تبدیل می‌شود را «توان مؤثر» گویند و واحد آن وات است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = V_e I_e \cos \varphi$$

در این رابطه:

$P$  توان مؤثر [W]

$V_e$  توان مؤثر [V]

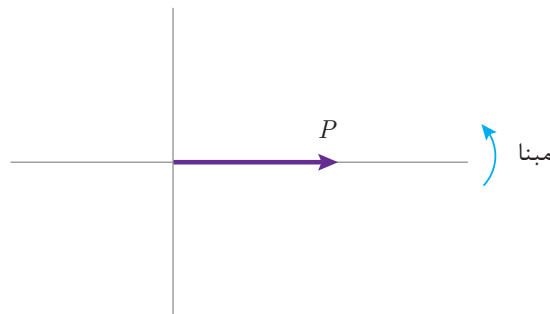
$I_e$  توان مؤثر [A]

$\varphi$  زاویه بین فاز ولتاژ با فاز جریان است.

$\varphi$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

توان مؤثر با یک بردار افقی در جهت مثبت محور xها نشان داده می‌شود (شکل ۲۶).



شکل ۲۶

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان ذخیره می‌شود و کار الکتریکی انجام نمی‌دهد را «توان غیر مؤثر» گویند و واحد آن ولت آمپر راکتیو است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = V_e I_e \sin \varphi$$

در این رابطه

$Q$  توان غیر مؤثر [VAR]

$V_e$  ولتاژ مؤثر [V]

$I_e$  جریان مؤثر [A]

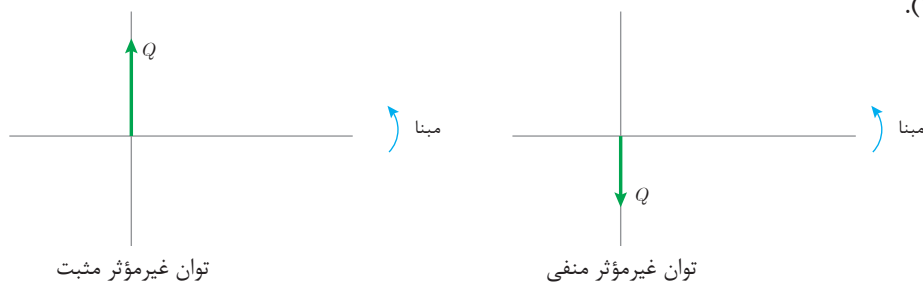
$\varphi$  زاویه بین فاز ولتاژ با فاز جریان است.

$\varphi$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

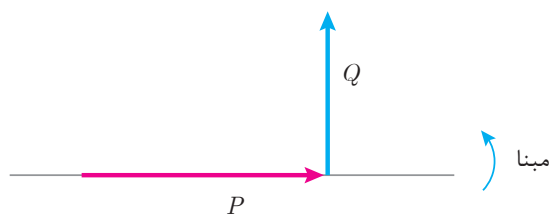
در مدارهای پس فاز، زاویه اختلاف فاز  $\varphi$  مقداری مثبت است لذا علامت  $Q$  مثبت خواهد شد اما در مدارهای پیش فاز، زاویه اختلاف فاز  $\varphi$  مقداری منفی است لذا علامت  $Q$  منفی خواهد شد.

توان غیرمؤثر با یک بردار عمودی نشان داده می‌شود. اگر علامت  $Q$  مثبت باشد بردار توان غیرمؤثر در جهت مثبت محور  $y$ ها و اگر علامت  $Q$  منفی باشد بردار توان غیرمؤثر در جهت منفی محور  $y$ ها نشان داده می‌شود (شکل ۲۷).



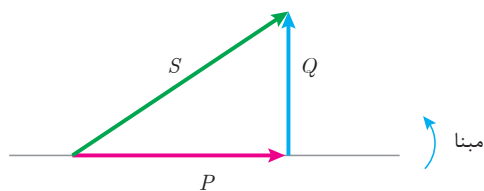
شکل ۲۷

در مدارهای پس‌فاز بردار توان مؤثر  $P$  به صورت افقی در جهت مثبت محور  $x$ ها و بردار توان غیرمؤثر  $Q$  عمودی در جهت مثبت محور  $y$ ها ترسیم می‌شود (شکل ۲۸).



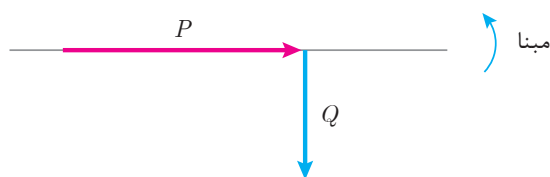
شکل ۲۸

توان ظاهری برآیند بردار  $P$  و  $Q$  می‌باشد. برای ترسیم برآیند بردارهای  $P$  و  $Q$  کافی است از ابتدای بردار  $P$  به انتهای بردار  $Q$  وصل شود تا مثلث قائم‌الزاویه شکل گیرد. این مثلث، مثلث توان پس‌فاز نامیده می‌شود که وتر آن بردار توان ظاهری است (شکل ۲۹).



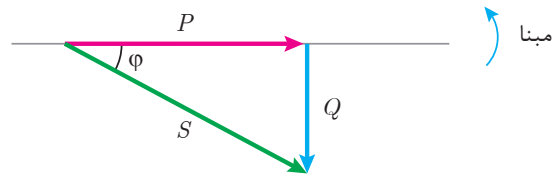
شکل ۲۹

در مدارهای پیش‌فاز بردار توان  $P$  به صورت افقی در جهت مثبت محور  $x$ ها و بردار توان غیرمؤثر  $Q$  عمودی در جهت منفی محور  $y$ ها ترسیم می‌شود. (شکل ۳۰)



شکل ۳۰

توان ظاهری برآیند بردار  $P$  و  $Q$  می‌باشد. با ترسیم برآیند بردارهای  $P$  و  $Q$  مثلث توان پیش فاز شکل می‌گیرد. (شکل ۳۱)



شکل ۳۱

در مثلث توان زاویه بردار توان ظاهری همان  $\varphi$  می‌باشد. فرم قطبی بردار توان ظاهری به صورت  $S \angle \varphi$  است. در مثلث توان نسبت‌های مثلثاتی زیر را می‌توان نوشت:

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{P}{S}$$

$$\sin \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{Q}{S}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{Q}{P}$$

که در این روابط:

$\cos \varphi$  ضریب توان مؤثر

$\sin \varphi$  ضریب توان غیرمؤثر

$\tan \varphi$  ضریب کیفیت می‌باشد.

در مثلث توان مقدار بردار توان ظاهری از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

اگر در رابطه توان ظاهری  $V_e I_e \cos \varphi$  به جای  $P$  و  $V_e I_e \sin \varphi$  به جای  $Q$  جای گذاری شود می‌توان نوشت:

$$S = \sqrt{(V_e I_e \cos \varphi)^2 + (V_e I_e \sin \varphi)^2}$$

با به توان رساندن می‌توان نوشت:

$$S = \sqrt{V_e^2 I_e^2 \cos^2 \varphi + V_e^2 I_e^2 \sin^2 \varphi}$$

فاکتورگیری از  $V_e^2 I_e^2$ :

$$S = \sqrt{V_e^2 I_e^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)}$$

از اتحاد مثلثاتی  $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$  استفاده می‌شود:

$$S = \sqrt{V_e^2 I_e^2}$$

$$S = V_e I_e$$

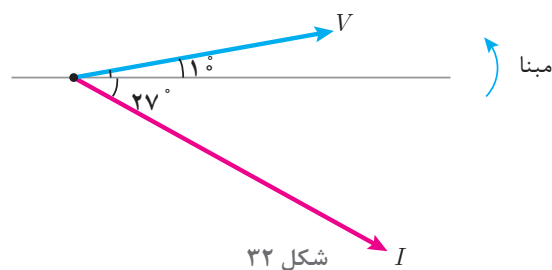
این رابطه نشان می‌دهد مقدار توان ظاهری از حاصل ضرب ولتاژ مؤثر در جریان مؤثر قابل محاسبه است.





معادلات زمانی ولتاژ و جریان یک مدار الکتریکی به صورت  $v(t) = 220\sqrt{2} \sin(1000t + 10^\circ)$  و  $i(t) = 2\sqrt{2} \sin(1000t - 27^\circ)$  می باشد. توان های مدار را محاسبه کنید و مثلث توان آن را رسم نمایید.

حل: بردارهای ولتاژ و جریان ترسیم می شود (شکل ۳۲):



مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان محاسبه می شود:

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 220 \text{ [V]}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2 \text{ [A]}$$

زاویه اختلاف فاز محاسبه می شود:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i = 10^\circ - (-27^\circ) = +37^\circ$$

زاویه  $\varphi$  مثبت شده است و نشان می دهد مدار پس فاز می باشد که این موضوع در شکل نیز مشخص می باشد. توان مؤثر محاسبه می شود:

$$P = V_e I_e \cos \varphi = 220 \times 2 \times \cos 37^\circ = 352 \text{ [W]}$$

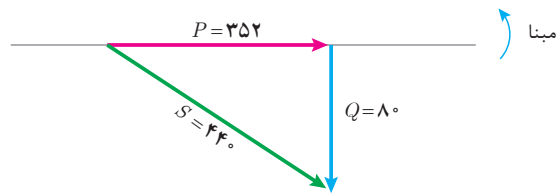
توان غیر مؤثر محاسبه می شود:

$$Q = V_e I_e \sin \varphi = 220 \times 2 \times \sin 37^\circ = +264 \text{ [VAR]}$$

چون  $\varphi$  مثبت است مدار پس فاز است لذا  $Q$  مثبت در نظر گرفته می شود. توان ظاهری محاسبه می شود.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{352^2 + 264^2} = 440 \text{ [VA]}$$

مثلث توان ترسیم می شود (شکل ۳۳).



شکل ۳۳

مثال



یک مصرف کننده الکتریکی پیش فاز با توان مؤثر  $60\text{ W}$  و توان ظاهری  $100\text{ VA}$  با ولتاژ  $V = 220\sqrt{2}\angle 0^\circ$  در نظر است  
مطلوب است:  
(الف) توان غیرمؤثر  
(ب) جریان مصرف کننده  
(ج) رسم بردارهای جریان و ولتاژ

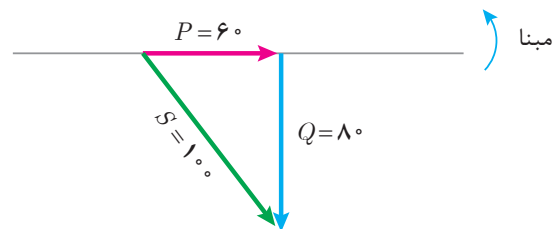
حل:

(الف) از رابطه توان ظاهری، توان غیرمؤثر محاسبه می شود:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80 [\text{VAR}]$$

چون مصرف کننده از نوع پیش فاز است توان غیر مؤثر منفی در نظر گرفته می شود یعنی  $Q = -80$  و مثلث توان ترسیم خواهد شد (شکل ۳۴).



شکل ۳۴

از رابطه توان ظاهری مقدار جریان مؤثر محاسبه می شود:

$$S = V_e I_e$$

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 220 [\text{V}]$$

$$I_e = \frac{S}{V_e} = \frac{100}{220} = 0.45 [\text{A}]$$

$$I_m = I_e \sqrt{2} = 0.63 \text{ [A]}$$

از مثلث توان  $\cos \varphi$  محاسبه می‌شود.

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{P_{\text{عوتر}}} = \frac{P}{S} = \frac{0}{100} = 0.6$$

$$\cos^{-1}(0.6) = 53^\circ$$

مصرف کننده پیش فاز است و علامت  $\varphi$  منفی خواهد شد:

$$\varphi = -53^\circ$$

از رابطه زاویه اختلاف فاز  $\varphi$  مقدار  $\theta_i$  محاسبه می‌شود:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

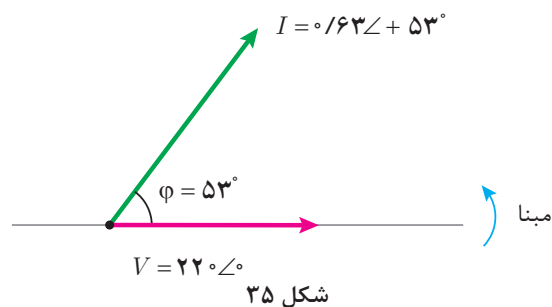
$$-53^\circ = 0 - \theta_i$$

$$\theta_i = +53^\circ$$

فرم قطبی بردار جریان و ولتاژ مطابق شکل ۳۵ خواهد شد:

$$V = 220 \angle 0^\circ$$

$$I = 0.63 \angle 53^\circ$$



## ۱-۶- توان ظاهری بار شبکه الکتریکی

توان ظاهری بار شبکه الکتریکی که شامل چندین مصرف کننده هستند از برآیند مجموع توان های مؤثر و غیرمؤثر هر مصرف کننده به دست می آید. برای این منظور با تحلیل هر مصرف کننده توان مؤثر و غیرمؤثر محاسبه می شود سپس توان های مؤثر مصرف کننده با یکدیگر جمع می شوند تا «توان مؤثر شبکه P» به دست آید:

$$P = P_1 + P_2 + \dots P_n \text{ [W]}$$

P توان مؤثر بار شبکه

$P_1$  توان مؤثر مصرف کننده اول

$P_2$  توان مؤثر مصرف کننده دوم

$P_n$  توان مؤثر مصرف کننده nام

همچنین توان‌های غیرمؤثر مصرف‌کننده با توجه به پس‌فاز یا پیش‌فاز بودن و با رعایت علامت جبری با یکدیگر جمع می‌شوند تا «توان غیرمؤثر بار شبکه Q» به دست آید:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots Q_n \text{ [VAR]}$$

Q توان غیرمؤثر شبکه

$Q_1$  توان غیرمؤثر مصرف‌کننده اول

$Q_2$  توان غیرمؤثر مصرف‌کننده دوم

$Q_n$  توان غیرمؤثر مصرف‌کننده nام

با توجه به مقادیر P و Q و رعایت علامت جبری Q که ناشی از پس‌فاز یا پیش‌فاز بودن شبکه است بردارهای P و Q و برآیند آنها S ترسیم می‌شود تا مثلث توان به دست آید و از رابطه فیثاغورث مقدار توان ظاهری بار شبکه S و از نسبت‌های مثلثاتی ضریب توان مؤثر بار شبکه محاسبه می‌شود.

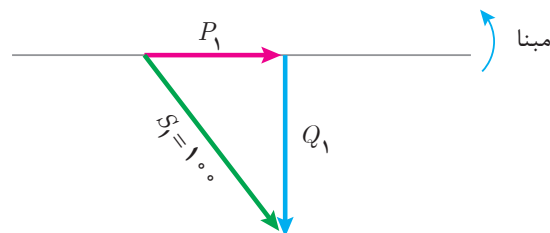
$$\cos \phi = \frac{P}{S}$$

مثال



شبکه الکتریکی شامل دو مصرف‌کننده با مشخصات زیر در نظر است:  
پیش‌فاز،  $\cos \phi_1 = 0.6$ ،  $100 \text{ [VA]}$  مصرف‌کننده اول  
پس‌فاز،  $\cos \phi_2 = 0.8$ ،  $200 \text{ [VA]}$  مصرف‌کننده دوم  
توان ظاهری کل و ضریب توان مؤثر بار شبکه را به دست آورید.

حل: مصرف‌کننده اول پیش‌فاز است. توان غیرمؤثر منفی در نظر گرفته می‌شود و مثلث توان مطابق شکل ۳۶ ترسیم خواهد شد:



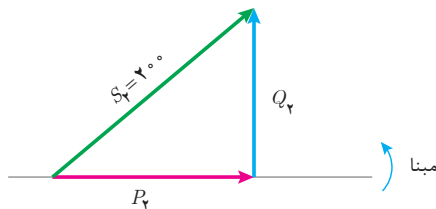
شکل ۳۶

$$\cos \phi_1 = \frac{P_1}{S_1} \rightarrow P_1 = S_1 \cos \phi_1$$

$$P_1 \sin \phi_1 = \frac{Q_1}{S_1} \rightarrow Q_1 = S_1 \sin \phi_1$$

$$Q_1 = 100 \times 0.8 = 80 \text{ [VAR]}$$

چون مصرف کننده اول از نوع پیش فاز است لذا  $Q = -80$  خواهد شد.  
مصرف کننده دوم پس فاز است توان غیرمؤثر مثبت در نظر گرفته می شود و مثلث توان ترسیم خواهد شد (شکل ۳۷).



شکل ۳۷

$$\cos \phi_r = \frac{P_r}{S_r} \rightarrow P_r = S_r \cos \phi_r$$

$$P_r \sin \phi_r = \frac{Q_r}{S_r} \Rightarrow Q_r = S_r \sin \phi_r$$

$$Q_r = 200 \times 0.6 = +120 \text{ [VAR]}$$

توان مؤثر بار شبکه از مجموع توان مؤثر مصرف کننده های اول و دوم به دست می آید.

$$P = P_1 + P_r$$

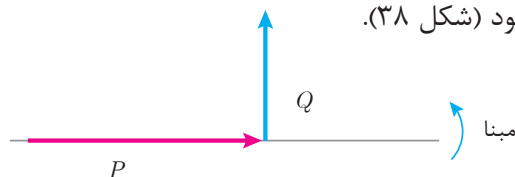
$$P = 60 + 160 = 220 \text{ [W]}$$

توان غیر مؤثر بار شبکه از مجموع توان غیرمؤثر مصرف کننده های اول و دوم با رعایت علامت جبری به دست می آید.

$$Q = Q_1 + Q_r$$

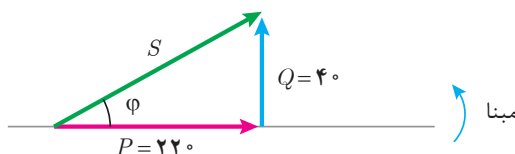
$$Q = (-80) + (+120) = +40 \text{ [VAR]}$$

بردارهای  $P$  و  $Q$  ترسیم می شود (شکل ۳۸).



شکل ۳۸

بردار توان ظاهری برآیند بردارهای  $P$  و  $Q$  ترسیم می شود (شکل ۳۹).



شکل ۳۹

از رابطه فیثاغورث مقدار توان ظاهری  $S$  به دست می آید:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S = \sqrt{(220)^2 + (40)^2} = 223.6 \text{ [VA]}$$

ضریب توان مؤثر شبکه از نسبت مثلثاتی کسینوس به دست می آید.

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{220}{223.6} = 0.98$$

$$\cos^{-1}(0.98) = 11.48^\circ$$

توان غیرمؤثر بار شبکه مثبت شده است. لذا بار شبکه پس فاز می باشد و علامت  $\varphi$  مثبت خواهد شد:

$$\varphi = 11.48^\circ$$

فرم قطبی بردارهای توان بار شبکه خواهد شد.

$$S = 223.6 \angle 11.46^\circ$$

$$P = 220 \angle 0^\circ$$

$$Q = 40 \angle 90^\circ$$

تمرین



۱- در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

الف) توان ظاهری را می توانید از حاصل ضرب ولتاژ مؤثر در ..... به دست آورید.

ب) در مثلث توان ضلع مقابل به ضلع مجاور ضریب ..... نام دارد.

ج) در مدارهای پیش فاز بردار توان غیرمؤثر در راستای محور ..... و در جهت ..... ترسیم می شود.

د) توانی که انرژی الکتریکی را تبدیل می کند ..... نام دارد و واحد آن ..... است.

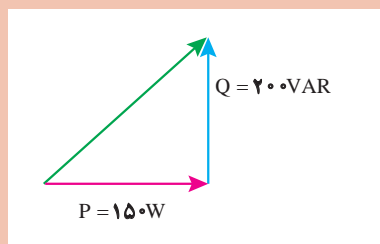
۲- در یک مصرف کننده الکتریکی  $P = 800 \text{ [W]}$  و  $Q = +800 \text{ [VAR]}$  می باشد، توان ظاهری را به صورت قطبی به دست آورید.

۳- مثلث توان یک مصرف کننده الکتریکی به صورت زیر است، مطلوب است:

الف) نوع مصرف کننده

ب) توان ظاهری

ج) ضریب توان مؤثر



- ۴- معادلات زمانی جریان و ولتاژ یک مدار الکتریکی به صورت  $v(t) = 110\sqrt{2} \sin(50^\circ t - 27^\circ)$  و  $i(t) = 2\sqrt{2} \sin(50^\circ t + 1^\circ)$  می باشد.
- توان های مدار را به دست آورید و مثلث توان آن را رسم کنید.
- ۵- یک مصرف کننده الکتریکی پس فاز با توان غیرمؤثر  $[VAR] 800$  و توان ظاهری  $[VA] 1000$  با جریان  $\vec{I} = 10 \angle 0^\circ$  را در نظر بگیرید، مطلوب است:
- الف) ولتاژ مصرف کننده به فرم قطبی
- ب) رسم مثلث توان
- ج) توان مؤثر
- د) ضریب توان مؤثر
- ۶- یک شبکه الکتریکی دو مصرف کننده با مشخصات زیر را تغذیه می کند.
- پس فاز  $P_1 = 400 [w]$ ,  $Q_1 = 300 [VAR]$ : مصرف کننده ۱
- پیش فاز  $P_2 = 400 [w]$ ,  $Q_2 = 900 [VAR]$ : مصرف کننده ۲
- الف) مثلث توان هر مصرف کننده
- ب) مثلث توان شبکه
- ج) توان ظاهری شبکه
- د) ضریب توان مؤثر شبکه
- ۷- توان مؤثر و ضریب توان مؤثر شبکه  $P = 3 [kw]$  و  $\cos \phi = 0.6$  پس فاز می باشد با ورود مصرف کننده ای با توان مؤثر  $P = 2 [kw]$  ضریب توان شبکه  $\cos \phi = 0.8$  پس فاز می شود. نوع مصرف کننده و توان های آن را به دست آورید.

## ۷-۱- مدار الکتریکی RL سری

مدارهای الکتریکی جریان متناوب تک فاز برای معادل سازی سیم پیچی موتورهای الکتریکی، ترانسفورماتورها و سایر تجهیزات الکتریکی به کار می رود. معادل سازی سیم پیچ با عناصر الکتریکی نظیر مقاومت الکتریکی اهمی  $R$ ، ضریب خودالقایی سلف  $L$  و ظرفیت  $C$  انجام می شود.

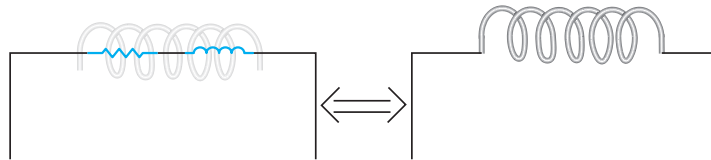
کمیت های الکتریکی نظیر شدت جریان، ولتاژ و توان الکتریکی در موتور الکتریکی، ترانسفورماتور و سایر تجهیزات الکتریکی با نصب آمپر متر، ولت متر و وات متر قابل اندازه گیری می باشند. حال آنکه به کمک روابط ریاضی و قوانین فیزیک الکتریسیته و مغناطیس و با تحلیل مدار الکتریکی معادل آنها می توان کمیت های الکتریکی را محاسبه نمود.

مدار الکتریکی RL سری برای معادل سازی سیم پیچ به کار می رود. سیم پیچ ها جز اصلی وسایل الکتریکی مانند موتور ها یا ترانسفورماتورها می باشند.

سیم پیچ علاوه بر ضریب خودالقایی  $L$ ، مقاومت الکتریکی اهمی  $R$  نیز دارد. مقاومت الکتریکی اهمی ناشی از جنس، طول و سطح مقطع هادی سیم پیچ است و ضریب خودالقایی ناشی از نیروی محرکه القایی می باشد که در اثر تغییرات جریان به وجود می آید.

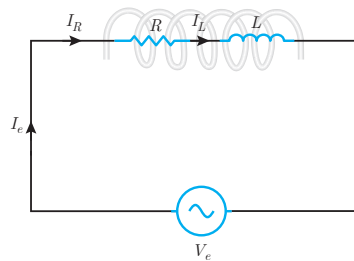


مدار الکتریکی که از معادل سازی سیم پیچ به دست می آید شامل اتصال سری یک مقاومت الکتریکی اهمی  $R$  و سلف با ضریب خودالقایی  $L$  می باشد و آن را مدار الکتریکی  $RL$  سری می نامند (شکل ۴۰).



شکل ۴۰

مدار الکتریکی  $RL$  سری متصل به منبع ولتاژ متناوب به منظور محاسبه کمیت های الکتریکی در شکل ۴۱ نشان داده شده است.



شکل ۴۱

با اتصال مدار الکتریکی  $RL$  سری به منبع متناوب در مدار جریان  $I_e$  جاری می شود. با توجه به شکل ۴۱ جریان  $I_e$  از مقاومت الکتریکی اهمی  $R$  و سلف با ضریب خودالقایی  $L$  عبور می کند. لذا جریان منبع  $I_e$  با جریان مقاومت اهمی  $I_R$  و جریان سلف  $I_L$  برابر می باشد که از ویژگی های مدارهای سری است و می توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L$$

جریان الکتریکی متناوب  $I_e$  از مقاومت الکتریکی اهمی  $R$  عبور می کند و در آن افت ولتاژ ایجاد می نماید و با عبور از سلف با ضریب خودالقایی  $L$  نیروی محرکه خودالقایی به وجود می آورد. نیروی محرکه خودالقایی سلف با جاری شدن جریان  $I_e$  مخالفت می کند. مخالفت سلف در مقابل عبور جریان الکتریکی متناوب  $I_e$  ناشی از اثر خودالقایی را «مقاومت القایی»<sup>۱</sup> گویند. مقاومت القایی را با  $X_L$  نشان می دهند و واحد آن اهم است. مقدار مقاومت القایی از رابطه زیر به دست می آید:

$$X_L = \omega \cdot L$$

در این رابطه:

$X_L$  مقاومت القایی  $[\Omega]$

$\omega = 2\pi f$  سرعت زاویه ای  $\left[\frac{\text{Rad}}{\text{s}}\right]$

$L$  ضریب خودالقایی سلف  $[\text{H}]$  است.



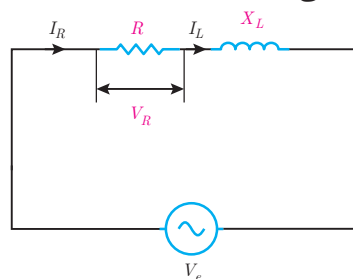
جریان الکتریکی متناوب با معادله زمانی  $i(t) = 5\sqrt{2} \sin(1000t)$  از یک سلف با ضریب خودالقایی  $0.5$  هانری عبور می‌کند، مقاومت القایی سلف چند اهم است؟

حل: از رابطه مقاومت القایی می‌توان نوشت:

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$X_L = 1000 \times 0.5 = 500 [\Omega]$$

در مدارهای RL سری با عبور جریان  $I_R$  از مقاومت الکتریکی R در آن افت ولتاژ  $V_R$  ایجاد می‌شود که بنا بر قانون اهم با توجه به شکل ۴۲ به دست می‌آید:



شکل ۴۲



جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R \cdot I_e$$

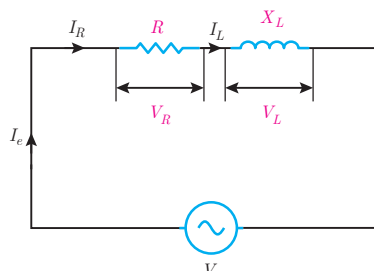
چون در مدار RL سری  $I_R = I_e$  است. پس در این رابطه:

$$V_R = R \cdot I_e$$

$V_R$  ولتاژ مقاومت الکتریکی اهمی [V]

$I_e$  جریان منبع [A] است.

همچنین در مدار RL سری با عبور جریان  $I_L$  از سلف با ضریب خودالقایی L و پدید آمدن مقاومت القایی  $X_L$  در آن نیروی محرکه خودالقایی  $V_L$  ایجاد می‌شود که بنابر قانون اهم با توجه به شکل ۴۳ به دست می‌آید:



شکل ۴۳



جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L \cdot I_L$$

چون در مدار RL سری  $I_L = I_e$  است. پس در این رابطه:

$$V_L = X_L \cdot I_L$$

در این رابطه:

$V_L$  ولتاژ دو سر سلف [V]

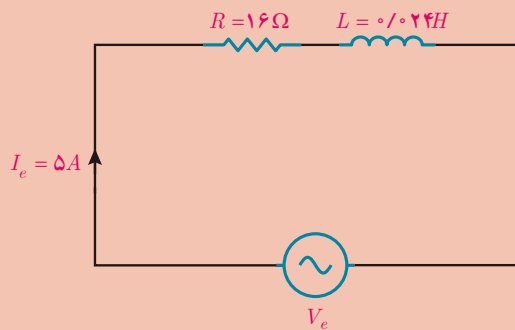
$I_e$  جریان منبع [A]

$X_L$  مقاومت القایی سلف [Ω] است.

مثال



ولتاژ متناوب  $v(t) = 100\sqrt{2} \sin(500t + 37^\circ)$  به یک سیم‌پیچ با مدار معادل شکل ۴۴ وصل شده است. مطلوب است:



شکل ۴۴

الف) ولتاژ دو سر مقاومت الکتریکی اهمی

ب) ولتاژ دو سر سلف

حل: با توجه به ویژگی مدار سری می‌توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L$$

الف) ولتاژ دو سر مقاومت،  $V_R$  بنابر قانون اهم به صورت زیر خواهد بود:

جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R \cdot I_R$$

$$V_R = 16 \times 5 = 80 \text{ [V]}$$

ب) مقاومت القایی سلف برابر است با:

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$X_L = 500 \times 0.024 = 12 \text{ [}\Omega\text{]}$$

ولتاژ دو سر سلف،  $V_L$  بنابر قانون اهم خواهد بود:

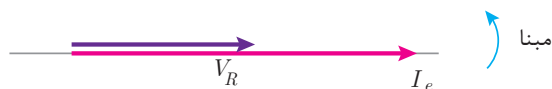


جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L \cdot I_L$$

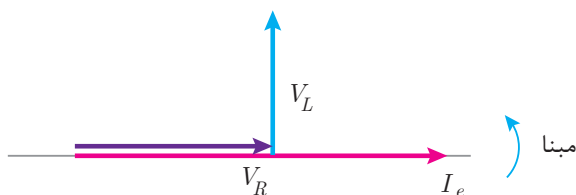
$$V_L = 12 \times 5 = 60 \text{ [V]}$$

افت ولتاژ دو سر مقاومت  $V_R$  با جریان عبوری از مقاومت  $I_e$  هم فاز است. با فرض اینکه  $\theta_i = 0^\circ$  در نظر گرفته شود. بردارهای  $V_R$  و  $I_e$  مطابق شکل ۴۵ می باشد:



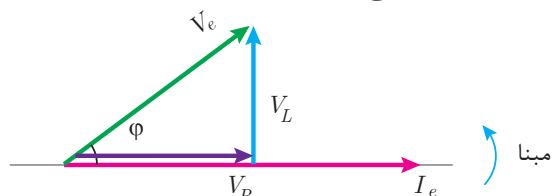
شکل ۴۵

نیروی محرکه خودالقایی سلف  $V_L$  از جریان عبوری سلف  $I_e$  به اندازه  $90^\circ$  جلوتر است. با فرض اینکه  $\theta_i = 0^\circ$  در نظر گرفته شود بردارهای  $V_R$ ,  $V_L$  و  $I_e$  مطابق شکل ۴۶ می باشد.



شکل ۴۶

ولتاژ منبع  $V_e$  از برآیند  $V_R$  و  $V_L$  به دست می آید (شکل ۴۷).



شکل ۴۷

شکل ۴۷ دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار الکتریکی RL سری را نشان می دهد.

نمایش بردارهای جریان و ولتاژ مدارهای الکتریکی را «دیاگرام برداری» گویند.

شکل ۴۷ نشان می دهد در مدار الکتریکی RL سری جریان منبع  $I_e$  از ولتاژ منبع به اندازه  $\phi$  عقب تر است.

لذا مدار الکتریکی RL سری «مدار پس فاز» است.

در مدارهای پس فاز جریان منبع  $I_e$  از ولتاژ منبع  $V_e$  به اندازه  $\phi$  درجه عقب تر است. بر حسب مقدار R و  $X_L$  مقدار  $0^\circ < \phi < 90^\circ$  می باشد.

بردارهای  $V_R$  و  $V_L$  و  $V_e$  شکل ۴۷ تشکیل مثلث قائم الزاویه داده اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به دست می آید:

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

و نسبت های مثلثاتی برابر است با:

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e} \quad \text{ضریب توان مؤثر}$$

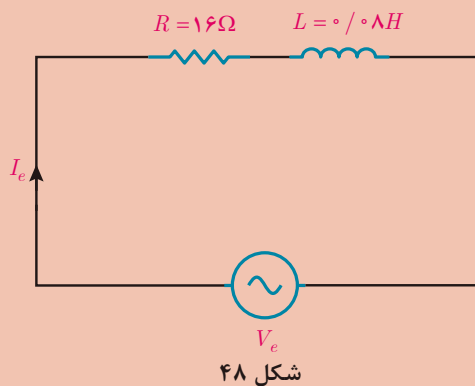
$$\sin \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_L}{V_e} \quad \text{ضریب توان غیرمؤثر}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{V_L}{V_R} \quad \text{ضریب کیفیت}$$

مثال



مدار معادل الکتریکی سیم پیچ یک وسیله الکتریکی مطابق شکل ۴۸ در اتصال به ولتاژ متناوب به صورت  $i(t) = 5\sqrt{2} \sin(500t)$  می باشد؛ مطلوب است:



الف) محاسبه  $V_L$  و  $V_R$

ب) محاسبه  $V_e$

ج) فرم قطبی  $V_e$

د) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار

حل: از معادله جریان مقدار مؤثر به دست می آید:

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \rightarrow I_e = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5 [A]$$

از ویژگی های مدار سری می توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L = 5 [A]$$

الف) بنابر قانون اهم می توان نوشت:



جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R \cdot I_R$$

$$V_R = 16 \times 5 = 80 [V]$$

مقاومت القایی سلف برابر است با:

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$X_L = 500 \times 0.024 = 12 [\Omega]$$

ولتاژ سلف از قانون اهم حساب می شود:

$$V_L = X_L \cdot I_L$$

$$V_L = 12 \times 5 = 60 [V]$$

ب) بنابر رابطه فیثاغورث بین  $V_R$  و  $V_L$ ،  $V_e$  می توان نوشت:

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

$$V_e = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 [V]$$

ج) برای نمایش بردار  $V_e$  به فرم قطبی نیاز به  $\varphi$  است. لذا با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی می‌توان نوشت:

$$\cos \varphi = \frac{V_R}{V_e} = \frac{80}{100} = 0.8$$

$$\cos^{-1}(0.8) = 37^\circ$$

مدار RL پس‌فاز است؛ مقدار  $\varphi$  مثبت می‌باشد.

با توجه به معادله زمانی جریان  $\theta_i = 0^\circ$  است و از رابطه  $\varphi = \theta_v - \theta_i$  مقدار  $\theta_v$  محاسبه می‌شود:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i$$

$$+37^\circ = \theta_v - 0^\circ$$

$$\theta_v = +37^\circ$$

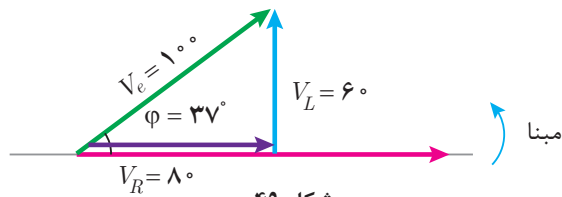
فرم قطبی  $V_e$  به صورت زیر خواهد بود:

$$V_m = V_e \times \sqrt{2} = 100 \times \sqrt{2} = 100\sqrt{2}$$

$$V = V_m \angle \theta_m$$

$$V = 100\sqrt{2} \angle +37^\circ$$

د) با توجه به  $\theta_i = 0^\circ$  بردار  $I_e$  منطبق بر مبنا است و بردارهای  $V_L$  و  $V_e$  به صورت شکل ۴۹ ترسیم می‌شوند:



شکل ۴۹

مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را «مقاومت ظاهری» گویند و آن را با  $Z$  نشان می‌دهند.

مقاومت ظاهری بنابر قانون اهم از نسبت ولتاژ مؤثر منبع به جریان مؤثر به دست می‌آید.

ولتاژ، جریان، مقاومت



$$\text{ولتاژ} \\ \text{جریان} = \text{مقاومت}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e}$$

که در این رابطه:

$Z$  مقاومت ظاهری مدار  $[\Omega]$

$V_e$  ولتاژ مؤثر منبع  $[V]$

$I_e$  جریان مؤثر منبع  $[A]$  می‌باشد.

مقاومت ظاهری در مدارهای  $RL$  سری از رابطه زیر نیز به دست می‌آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

رابطه  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$  را اثبات نمایید.

فعالیت



مثال



مقاومت ظاهری سیم‌پیچ یک وسیله الکتریکی با مقاومت اهمی  $R = 6\Omega$  و ضریب خودالقایی  $L = 8\text{mH}$  در اتصال به منبع ولتاژ متناوب با سرعت زاویه‌ای  $\omega = 1000\text{R/S}$  چند اهم است؟

حل: مقاومت القایی سلف برابر است با:

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = 1000 \times 8 \times 10^{-3} = 8 [\Omega]$$

مقاومت ظاهری به دست می‌آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 [\Omega]$$

ثابت کنید در مدار  $RL$  سری  $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$  می‌باشد.

فعالیت



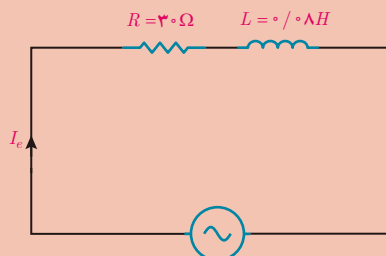
مدار الکتریکی معادل سیم‌پیچ در شکل ۵۰ نشان داده شده است.

مطلوب است محاسبه:

الف) مقاومت ظاهری مدار

ب) ضریب توان مؤثر مدار

ج) جریان مدار



$$V_e = 200 [V]$$

$$\omega = 500 \left[ \frac{\text{Rad}}{\text{S}} \right]$$

شکل ۵۰

حل:

(الف)

- مقاومت القایی سلف به دست می آید:

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = 500 \times 0.08 = 40 [\Omega]$$

- مقاومت ظاهری برابر است با:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 [\Omega]$$

(ب) ضریب توان به دست می آید:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = 0.6$$

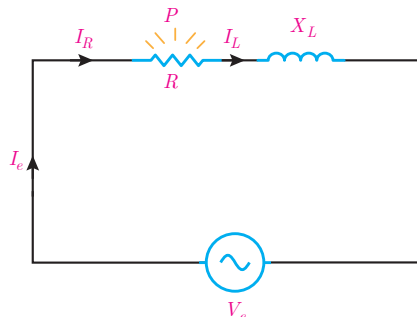
(ج) از قانون اهم جریان مدار به دست می آید:

$$\text{ولتاژ} \\ \text{مقاومت} = \text{جریان}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{200}{50} = 4 [A]$$



در مدار الکتریکی RL سری با عبور جریان  $I_R$  از مقاومت الکتریکی R انرژی الکتریکی به حرارت تبدیل می شود. ( شکل ۵۱)



شکل ۵۱

انتقال مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در مقاومت الکتریکی R به حرارت تبدیل می شود را توان مؤثر می نامند. توان مؤثر مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور Xها می باشد و به روش زیر به دست می آید:



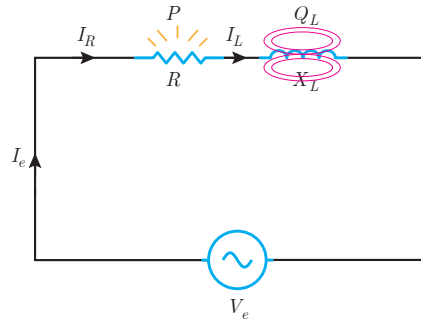
$$\text{مجدور جریان} \times \text{مقاومت} = \text{توان}$$

چون در مدار RL سری  $I_R = I_e$  است پس:

$$P = RI_e^2$$



همچنین با عبور جریان  $I_L$  از سلف با ضریب خودالقایی  $L$  انرژی الکتریکی در سلف ذخیره می‌شود. (شکل ۵۲)



شکل ۵۲

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در سلف ذخیره می‌شود را توان «غیرمؤثر سلف» می‌نامند. توان غیرمؤثر سلف مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور  $y$  می‌باشد و با توجه به مقدار مقاومت القایی سلف  $X_L$  به روش زیر به دست می‌آید:



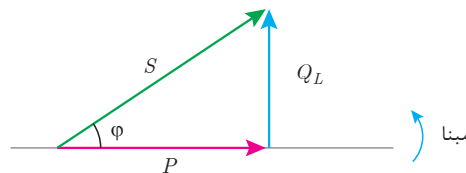
مجدور جریان  $\times$  مقاومت = توان

$$Q_L = X_L I_e^2$$

چون در مدار  $RL$  سری  $I_L = I_e$  است پس:

$$Q_L = X_L I_e^2$$

مثلث توان  $RL$  که پس فاز است در شکل ۵۳ نشان داده شده است.



شکل ۵۳

توان ظاهری در مثلث توان از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است.

$$S = \sqrt{P^2 + Q_L^2} \quad [\text{VA}]$$

از طرفی توان ظاهری از مقاومت ظاهری نیز قابل محاسبه است.



مجدور جریان  $\times$  مقاومت = توان

$$S = Z I_e^2 \quad [\text{VA}]$$

همچنان روابط زیر در محاسبه توان‌ها برقرار است:

$$P = V_e I_e \cos \phi \quad [\text{w}]$$

$$Q_L = V_e I_e \sin \phi \quad [\text{VAR}]$$

$$S = V_e I_e \quad [\text{V.A}]$$



یک سیم‌پیچ در اتصال به منبع ولتاژ متناوب به معادله  $v(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t + 53^\circ)$  دارای جریانی  $i(t) = 5\sqrt{2} \sin(1000t)$  می‌شود. مطلوب است محاسبه:

(الف) توان‌های مدار (ب) مقادیر  $L, R$

**حل:** الف) مقدار مؤثر ولتاژ و جریانی حساب می‌شود:

از ویژگی مدار سری می‌توان نوشت:

$$I_e = I_R = I_L = 5 \text{ [A]}$$

$\phi$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\phi = \theta_v - \theta_i$$

$$\phi = 53^\circ - 0^\circ$$

$$\phi = 53^\circ$$

توان مؤثر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = V_e I_e \cos \phi$$

$$P = 1000 \times 5 \times \cos 53^\circ$$

$$P = 5000 \times 0.6 = 3000 \text{ [W]}$$

توان غیرمؤثر از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$Q = V_e I_e \sin \phi$$

$$Q = 1000 \times 5 \times \sin 53^\circ$$

$$Q = 5000 \times 0.8 = 4000 \text{ [VAR]}$$

توان ظاهری از رابطه فیثاغورث  $S, Q, P$  به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S = \sqrt{3000^2 + 4000^2} = 5000 \text{ [VA]}$$

ب) مقدار  $R$  را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{توان مجذور جریانی}}{P}$$

$$R = \frac{P}{I_R^2}$$

$$R = \frac{3000}{25} = 120 \text{ } [\Omega]$$

مقاومت القایی به صورت زیر حساب می‌شود:

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{توان مجذور جریانی}}{Q}$$

$$X_L = \frac{Q}{I_L^2}$$

$$X_L = \frac{4000}{25} = 160 \text{ } [\Omega]$$



ضریب خودالقایی،  $L$  به صورت زیر حساب می‌شود:

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$16 = 1000 \times L$$

$$L = \frac{16}{1000} \text{H} = 16 [\text{mH}]$$

تمرین



### تمرین‌های RL سری:

- ۱- در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید:
  - سیم‌پیچ علاوه بر مقاومت الکتریکی اهمی، ..... نیز دارد.
  - مقاومت الکتریکی اهمی سیم‌پیچ ناشی از طول و سطح مقطع و ..... است.
  - نیروی محرکه خود القایی سلف با ..... مخالفت می‌کند.
  - در RL سری نسبت  $\frac{V_R}{V_e}$  را ضریب ..... مدار می‌نامند.
  - مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را ..... می‌گویند.
  - مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در سلف ذخیره می‌شود ..... نام دارد.
  - توان ظاهری مدار RL سری از حاصل ضرب ولتاژ مؤثر در ..... به دست می‌آید.
- ۲- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید:
  - سیم‌پیچ موتورهای الکتریکی را می‌توان با عناصر الکتریکی نظیر مقاومت الکتریکی اهمی  $R$ ، ضریب خود القایی سلف  $L$  معادل کرد.
 

☐ غلط
 ☐ صحیح
  - در مدار الکتریکی RL سری جریان‌های  $I_R$  و  $I_L$  و  $I_e$  با هم برابر هستند.
 

☐ غلط
 ☐ صحیح
  - در مدار الکتریکی RL سری ولتاژهای  $V_R$  و  $V_L$  و  $V_e$  با هم برابر هستند.
 

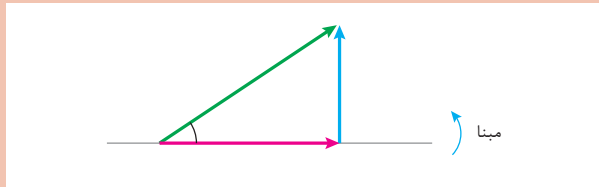
☐ غلط
 ☐ صحیح
  - با افزایش فرکانس ولتاژ متناوب منبع مدار RL، مقدار مقاومت القایی تغییر نخواهد کرد.
 

☐ غلط
 ☐ صحیح
  - در مدار RL سری بردار  $V_R$  نسبت به جریان مدار،  $I_e$  مقدار ۹۰ درجه اختلاف فاز دارد.
 

☐ غلط
 ☐ صحیح
  - در مدار RL سری نسبت  $\frac{V_L}{V_R}$  ضریب توان غیر مؤثر نام دارد.
 

☐ غلط
 ☐ صحیح
- ۳- توان مؤثر در مدار RL سری را تعریف کنید و رابطه آن را بنویسید.

۴- مثلث توان زیر را برای یک مدار RL سری کامل کنید.



۵- رابطه  $\sin \phi = \frac{X_L}{Z}$  را در مدار RL سری به دست آورید.

۶- معادل الکتریکی یک سیم پیچ به صورت RL سری با مقادیر  $R = 3[\Omega]$  و  $L = 2\text{mH}$  می باشد. با اتصال سیم پیچ به ولتاژ متناوب  $v(t) = 100 \sin(2000t + 53^\circ)$  مطلوب است:

الف) مقاومت ظاهری مدار

ب)  $V_L$  و  $V_R$

ج) جریان مدار

د) فرم قطبی جریان مدار

۷- در مدار شکل زیر ولتاژ سیم پیچ  $v(t) = 250\sqrt{2}(\omega t + 37)$  می باشد.

مطلوب است:

الف) مقاومت ظاهری

ب) جریان مدار

ج)  $V_L$  و  $V_R$

د) فرم قطبی ولتاژ و جریان منبع

ه) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژها

۸- ضریب توان مؤثر شکل زیر ۰/۶ است. مطلوب است محاسبه:

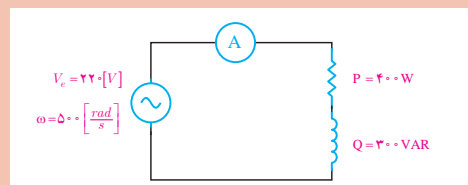
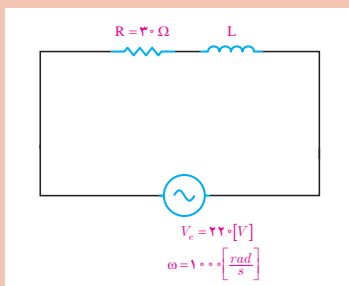
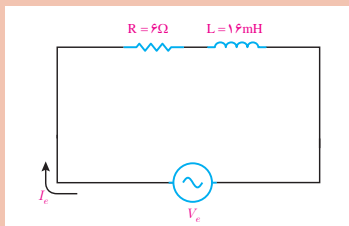
الف) مقاومت ظاهری

ب) ولتاژهای  $V_L$  و  $V_R$

ج)  $X_L$  و  $L$

د) توان های مدار

۹- در شکل زیر جریان عبوری از آمپر متر را بیابید.

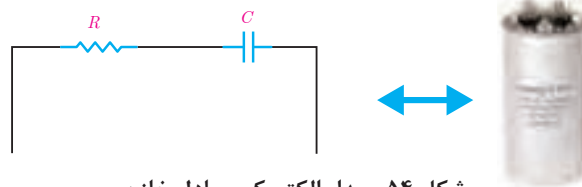


۱۰- با اتصال ولتاژ  $v(t) = 200\sqrt{2} \sin(500t + 53^\circ)$  به یک سیم پیچ جریان الکتریکی  $i(t) = 4\sqrt{2} \sin(500t + 53^\circ)$  از آن عبور می کند مقدار  $R$  و  $X_L$  را به دست آورید.

## ۸- مدار الکتریکی RC سری

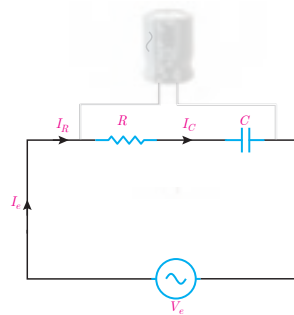
معادل سازی خازن با مدار الکتریکی RC سری انجام می شود. خازن ها در وسایل الکتریکی و مدار الکترونیکی استفاده می شوند.

خازن علاوه بر ظرفیت  $C$ ، مقاومت الکتریکی اهمی  $R$  نیز دارد. مقاومت الکتریکی اهمی  $R$  ناشی از جنس، ضخامت و مساحت صفحات خازن است. مقدار ظرفیت  $C$  به مشخصات فیزیکی خازن شامل مساحت صفحات خازن و فاصله بین آنها و همچنین جنس دی الکتریک بستگی دارد. مدار الکتریکی که از معادل سازی خازن به دست می آید شامل اتصال سری یک مقاومت الکتریکی اهمی  $R$  و ظرفیت  $C$  می باشد و آن را مدار الکتریکی RC سری می نامند (شکل ۵۴).



شکل ۵۴- مدار الکتریکی معادل خازن

مدار الکتریکی RC سری متصل به منبع ولتاژ متناوب به منظور محاسبه کمیت های الکتریکی در شکل ۵۵ نشان داده شده است.



شکل ۵۵- مدار الکتریکی RC

با اتصال مدار الکتریکی RC سری به منبع متناوب در مدار جریان متناوب  $I_e$  جاری می شود. با توجه به شکل ۵۵ جریان  $I_e$  از مقاومت الکتریکی اهمی  $R$  و ظرفیت خازن  $C$  عبور می کند. جریان منبع  $I_e$  با جریان مقاومت اهمی  $I_R$  و جریان ظرفیت خازن  $I_C$  برابر می باشد که از ویژگی های مدارهای سری است و می توان نوشت :

$$I_e = I_R = I_C$$

جریان الکتریکی متناوب  $I_e$  از مقاومت الکتریکی اهمی  $R$  عبور می کند و در آن افت ولتاژ  $V_R$  ایجاد می نماید. این جریان با عبور از ظرفیت خازن  $C$  در آن افت ولتاژ  $V_C$  به وجود می آورد. افت ولتاژ  $V_C$  با جاری شدن جریان در ظرفیت خازن مخالفت می کند. مخالفت ظرفیت خازن به خاطر تغییرات ولتاژ متناوب آن در مقابل عبور جریان را «مقاومت خازنی»<sup>۱</sup> گویند. مقاومت خازنی را با  $X_C$  نشان می دهند و واحد آن اهم است. مقدار

<sup>۱</sup> Capacitor Reactance

مقاومت خازنی از رابطه زیر به دست می آید :

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

در این رابطه :

$X_C$  مقاومت خازنی  $[\Omega]$

$\omega = 2\pi f$  سرعت زاویه ای  $\left[\frac{\text{Rad}}{\text{s}}\right]$

$C$  ظرفیت خازن  $[\text{F}]$

می باشد.

مثال



مقاومت خازنی را برای یک خازن با ظرفیت  $50 \mu\text{F}$  در فرکانس  $50 \text{ Hz}$  به دست آورید.

حل :

مقدار سرعت زاویه ای به صورت زیر حساب می شود :

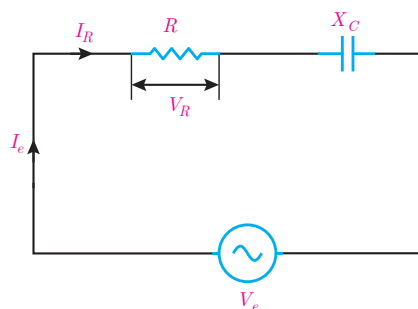
$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2 \times 3.14 \times 50 = 314 [\Omega]$$

از رابطه  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  مقدار مقاومت خازنی به دست می آید :

$$X_C = \frac{1}{314 \times 50 \times 10^{-6}} = 637 [\Omega]$$

در مدارهای RC سری با عبور جریان  $I_R$  از مقاومت الکتریکی  $R$  در آن افت ولتاژ  $V_R$  ایجاد می شود که بنابر قانون اهم اندازه آن با توجه به شکل ۵۶ به دست می آید:



شکل ۵۶



جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_R = RI_R$$

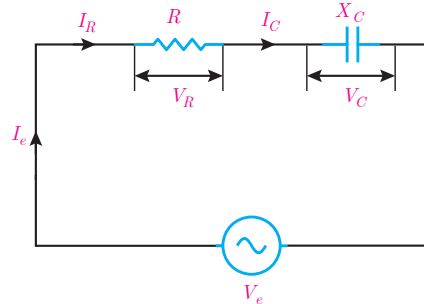
چون در مدار RC سری  $I_R = I_e$  است پس :

$$V_R = RI_e$$

در این رابطه :

$V_R$  اندازه ولتاژ دو سر مقاومت الکتریکی اهمی [V]

$I_e$  جریان مؤثر منبع [A] می باشد. همچنین در مدار RC سری با عبور جریان  $I_C$  از ظرفیت خازن C و پدید آمدن مقاومت خازنی  $X_C$  در آن افت ولتاژ  $V_C$  ایجاد می شود که بنا بر قانون اهم اندازه آن با توجه به شکل ۵۷ به دست می آید:



شکل ۵۷



جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_C = X_C I_C$$

چون در مدار RC سری  $I_C = I_e$  است پس :

$$V_C = X_C I_e$$

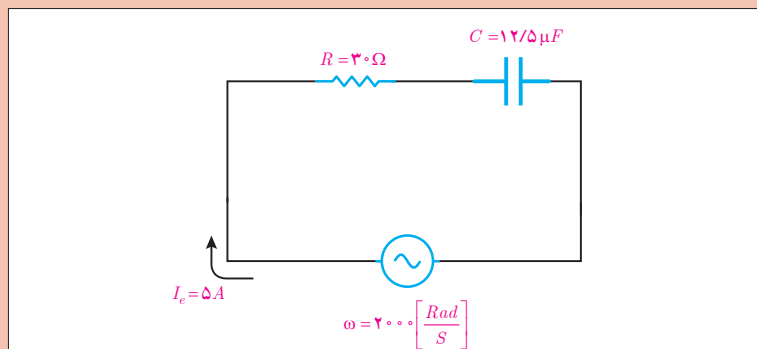
در این رابطه :

$V_C$  ولتاژ دو سر ظرفیت خازن [V]

$I_e$  جریان مؤثر منبع [A]

$X_C$  مقاومت خازنی [ $\Omega$ ] می باشد.

ولتاژ دو سر مقاومت الکتریکی اهمی و ظرفیت خازن را در شکل ۵۸ به دست آورید.



شکل ۵۸- مدار الکتریکی

مثال



حل : مقاومت خازنی  $X_C$  به صورت زیر به دست می آید:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_C = \frac{1}{2000 \times 12,5 \times 10^{-6}} = 40 [\Omega]$$

با توجه به ویژگی مدارهای سری  $I_e = I_R = I_C$  است. پس :

$$I_R = I_C = 5 [A]$$

ولتاژ دو سر مقاومت خازنی،  $V_C$  از قانون اهم محاسبه می شود :



جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_C = X_C \cdot I_C$$

$$V_C = 40 \times 5 = 200 [V]$$

ولتاژ دو سر مقاومت اهمی به صورت زیر محاسبه می شود :



جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R \cdot I_R$$

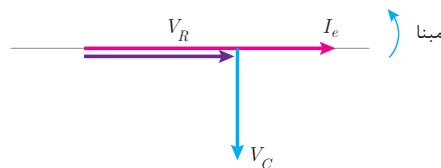
$$V_R = 30 \times 5 = 150 [V]$$

افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی  $V_R$  با جریان عبوری از آن  $I_e$  هم فاز است. با فرض اینکه  $\theta_i = 0^\circ$  در نظر گرفته شود، بردارهای  $V_R$  و  $I_e$  مطابق شکل ۵۹ می باشد:



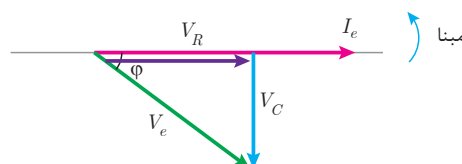
شکل ۵۹ - بردار  $V_R$ ،  $I_e$

افت ولتاژ دو سر ظرفیت خازن  $V_C$  از جریان عبوری  $I_e$  به اندازه  $90^\circ$  عقب تر است. با فرض اینکه  $\theta_i = 0^\circ$  در نظر گرفته شود، بردارهای  $V_C$ ،  $V_R$ ،  $I_e$  مطابق شکل ۶۰ می باشد.



شکل ۶۰ - بردارهای  $V_C$ ،  $V_R$ ،  $I_e$

ولتاژ منبع  $V_e$  از برابری بردارهای  $V_C$  و  $V_R$  به دست می آید (شکل ۶۱).



شکل ۶۱ - دیاگرام برداری



نمایش بردارهای جریان و ولتاژ مدارهای الکتریکی را «دیاگرام برداری» گویند.

شکل ۶۱ دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار الکتریکی RC سری را نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود جریان منبع  $I_e$  از ولتاژ منبع  $V_e$  به اندازه  $\phi$  جلوتر است لذا مدار الکتریکی RC سری «مدار پیش‌فاز» است. در مدارهای پیش‌فاز جریان منبع  $I_e$  از ولتاژ منبع  $V_e$  به اندازه  $\phi$  درجه جلوتر است. برحسب مقدار R و  $X_C$  مقدار  $0 < \phi < 90^\circ$  می‌باشد. بردارهای  $V_R$ ،  $V_C$  و  $V_e$  شکل ۶۱ تشکیل مثلث قائم‌الزاویه داده‌اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به دست می‌آید.

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

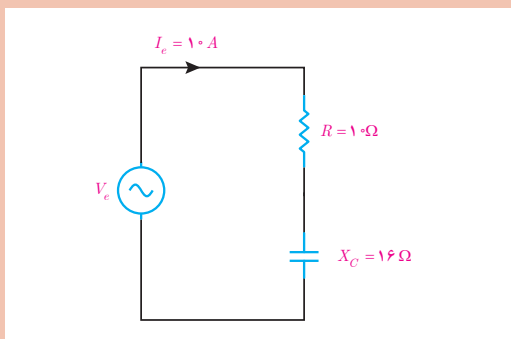
و نسبت‌های مثلثاتی برابر است :

$$\cos \phi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e}$$

$$\sin \phi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_C}{V_e}$$

$$\tan \phi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{V_C}{V_R}$$

در این رابطه  $\cos \phi$  «ضریب توان مؤثر»،  $\sin \phi$  «ضریب توان غیرمؤثر» و  $\tan \phi$  «ضریب کیفیت» نامیده می‌شوند.



شکل ۶۲- مدار الکتریکی

در شکل ۶۲ مطلوب است محاسبه:

الف)  $V_R$  و  $V_C$

ب) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژها

ج)  $V_e$

د)  $\sin \phi$  و  $\cos \phi$

مثال



حل :

الف) با توجه به ویژگی مدارهای سری می توان نوشت :

$$I_e = I_R = I_C = 10 [A]$$

ولتاژ دو سر مقاومت،  $V_R$  از قانون اهم حساب می شود :

ولتاژ  
مقاومت  
جریان

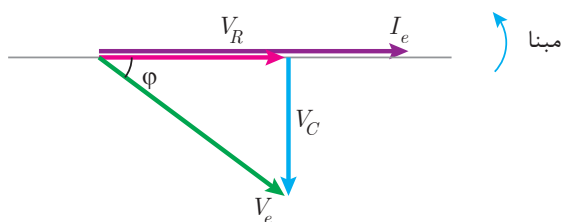
جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ  
 $V_R = R I_R$   
 $V_R = 12 \times 10 = 120 [V]$

ولتاژ دو سر ظرفیت خازن،  $V_C$  از قانون اهم به دست می آید :

ولتاژ  
مقاومت  
جریان

جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ  
 $V_C = R I_C$   
 $V_C = 16 \times 10 = 160 [V]$

ب) دیاگرام برداری جریان ولتاژهای مدار RC سری به صورت زیر است:



شکل ۶۳- دیاگرام برداری

ج) به کمک رابطه فیثاغورث به دست می آید :

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$V_e = \sqrt{120^2 + 160^2} = 200 [V]$$

د) از نسبت های مثلثاتی می توان ضریب توان مؤثر و غیرمؤثر را محاسبه کرد :

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e}$$

$$\cos \varphi = \frac{120}{200} = 0.6$$

$$\sin \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{V_C}{V_e}$$

$$\sin \varphi = \frac{160}{200} = 0.8$$

مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را «مقاومت ظاهری» گویند و آن را با  $Z$  نشان می‌دهند. مقاومت ظاهری بنابر قانون اهم از نسبت ولتاژ مؤثر منبع به جریان مؤثر منبع به دست می‌آید.



$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e}$$

که در این رابطه :

$Z$  مقاومت ظاهری مدار  $[\Omega]$

$V_e$  ولتاژ مؤثر منبع خازن  $[V]$

$I_e$  جریان مؤثر منبع  $[A]$  می‌باشد.

مقاومت ظاهری در مدار  $R-C$  سری از رابطه  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$  نیز به دست می‌آید.

فعالیت



رابطه  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$  را اثبات نمایید.

فعالیت



ثابت کنید در مدار  $RC$  سری  $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$  می‌باشد.

مثال



معادل الکتریکی خازن به صورت مدار  $RC$  سری با مقادیر  $R = 10 \Omega$  و  $C = 100 \mu f$  می‌باشد. مقاومت

ظاهری را در  $\omega = 50 \frac{\text{Rad}}{\text{s}}$  به دست آورید.

حل : مقاومت خازنی از رابطه  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  به دست می‌آید:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

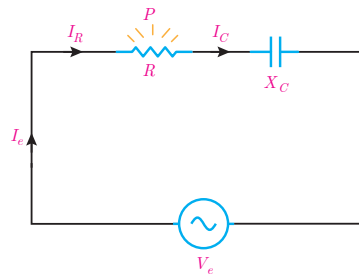
$$X_C = \frac{1}{500 \times 100 \times 10^{-6}} = 20 [\Omega]$$

مقاومت ظاهری از رابطه  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$  به دست می‌آید :

$$Z = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22.36 [\Omega]$$

در مدار الکتریکی  $RC$  سری با عبور جریان  $I_R$  از مقاومت الکتریکی  $R$  انرژی الکتریکی به حرارت تبدیل

می‌شود (شکل ۶۴).



شکل ۶۴

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در مقاومت الکتریکی  $R$  به حرارت تبدیل می‌شود «توان مؤثر» می‌نامند. توان مؤثر مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور  $X$  می‌باشد و از رابطه زیر به دست می‌آید:



مجذور جریان  $\times$  مقاومت = توان

$$P = RI_R^2$$

چون در مدار  $RC$  سری  $I_R = I_e$  است پس :

$$P = RI_e^2$$

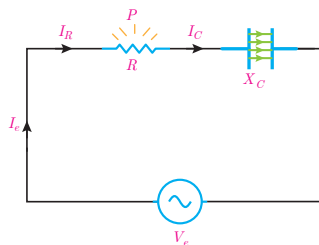
که در این رابطه:

$P$  توان مؤثر  $[W]$

$R$  مقاومت الکتریکی اهمی  $[\Omega]$

$I_e$  جریان مؤثر  $[A]$  می‌باشد.

همچنین با عبور جریان  $I_C$  از ظرفیت خازن  $C$ ، انرژی الکتریکی در ظرفیت خازن ذخیره می‌شود (شکل ۶۵).



شکل ۶۵

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در ظرفیت خازن ذخیره می‌شود را «توان غیرمؤثر خازن» می‌نامند. توان غیرمؤثر خازن مقداری منفی است و بردار آن در جهت منفی محور  $Y$  می‌باشد و با توجه به مقاومت خازنی  $X_C$  از رابطه زیر به دست می‌آید :



مجذور جریان  $\times$  مقاومت = توان

$$Q_C = -X_C I_e^2$$

چون در مدار  $RC$  سری  $I_C = I_e$  است پس :

$$Q_C = -X_C I_e^2$$

در این رابطه :

$Q_C$  توان غیرمؤثر خازن [VAR]

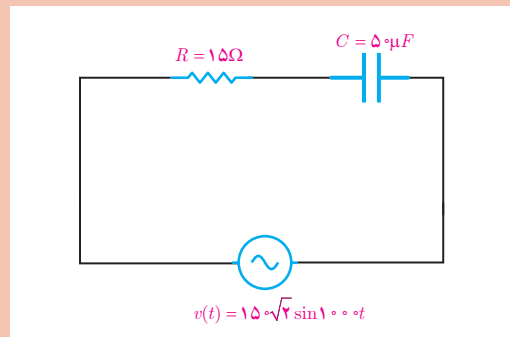
$X_C$  مقاومت خازنی [ $\Omega$ ]

$I_e$  جریان مؤثر [A] می باشد.

مثال



در مدار شکل ۶۶ توان های مدار را محاسبه کنید.



شکل ۶۶- مدار الکتریکی

حل: مقاومت خازنی محاسبه می شود:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_C = \frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6}} = 20 [\Omega]$$

مقاومت ظاهری به دست می آید:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$Z = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 [\Omega]$$

مقدار مؤثر ولتاژ از معادله زمانی به دست آید:

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{150\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 150 [V]$$

از قانون اهم مقدار مؤثر جریان به دست می آید:

$$\text{ولتاژ} \\ \text{مقاومت} \\ \text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{150}{25} = 6 [A]$$

مجذور جریان  $\times$  مقاومت = توان

$$P = R I_R^2 = 15(6)^2 = 540 [W]$$

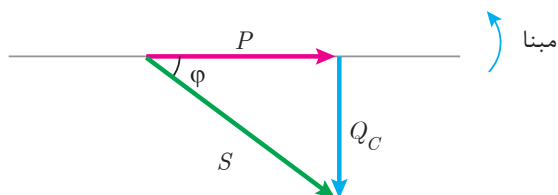
توان مؤثر محاسبه می شود :

$$P = X_C I_C^2 = -20(6)^2 = -720 [VAR]$$

$$Q = X_C I_C^2 = -20(6)^2 = -720 [VAR]$$



مثلت توان مدار RC که پیش فاز است در شکل ۶۷ نشان داده شده است:



شکل ۶۷- مثلث توان مدار RC

توان ظاهری در مثلث توان از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است :

$$S = \sqrt{P^2 + Q_C^2} \text{ [VA]}$$

در این رابطه :

S توان ظاهری [VA]

P توان مؤثر [W]

Q<sub>C</sub> توان غیرمؤثر خازنی [VAR]

می باشد. از طرفی توان ظاهری از مقاومت ظاهری نیز قابل محاسبه است.



مجدور جریان × مقاومت = توان

$$S = Z I_e^2 \text{ [VA]}$$

که در این رابطه :

S توان ظاهری [VA]

Z اسپرانس [Ω]

I<sub>e</sub> جریان مؤثر [A]

می باشد.

همچنان روابط زیر در محاسبه توان ها برقرار است :

$$P = V_e I_e \cos \phi \text{ [W]}$$

$$Q_C = V_e I_e \sin \phi \text{ [VAR]}$$

$$S = V_e I_e \text{ [VA]}$$

معادله زمانی ولتاژ و جریان یک مدار RC سری به صورت  $v(t) = 200 \sin(1000t - 37^\circ)$  و  $i(t) = 10 \sin(1000t)$  می باشد. مطلوب است:

الف) توان های مدار

ب) رسم مثلث توان

مثال



حل :

مقادیر مؤثر ولتاژ و جریان به دست می آید :

$$V_e = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70.7 \text{ [V]}$$

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.07 \text{ [A]}$$

زاویه اختلاف فاز و ولتاژ جریان به دست می آید:

$$\phi = \theta_v - \theta_i = (-37^\circ) - (0^\circ)$$

$$\theta = -37^\circ$$

مقدار  $\phi$  منفی است زیرا مدار پیش فاز است.

توان مؤثر به دست می آید :

$$P = V_e I_e \cos \phi$$

$$P = 70.7 \times 7.07 \times \cos 37^\circ = 392 \text{ [W]}$$

توان غیرمؤثر به دست می آید:

$$Q_C = V_e I_e \sin \phi$$

$$Q = 70.7 \times 7.07 \times \sin 37^\circ = 260$$

چون مدار RC پیش فاز است. لذا:

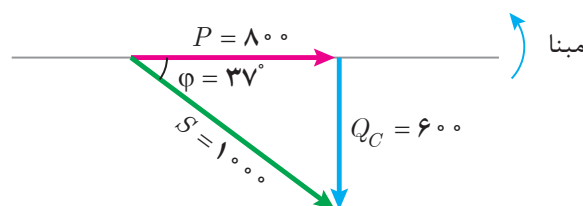
$$Q_C = -260 \text{ [VAR]}$$

توان ظاهری محاسبه می شود:

$$S = V_e I_e$$

$$S = 70.7 \times 7.07 = 500 \text{ [VA]}$$

مثلث توان RC پیش فاز است و رسم می شود:



شکل ۶۸- مثلث توان RC



## تمرین‌های RC سری :

- ۱- در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.  
 الف) مقاومت الکتریکی R در خازن ناشی از .....، ..... و مساحت صفحات خازن است.  
 ب) مقاومت خازنی با سرعت زاویه‌ای و ..... رابطه عکس دارد.  
 ج) افت ولتاژ دو سر خازن از جریان عبوری آن به اندازه  $90^\circ$  ..... است.  
 د) مقدار انرژی الکتریکی که در واحد زمان در خازن ذخیره می‌شود ..... نام دارد.
- ۲- درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.  
 الف) مدار الکتریکی که از معادل‌سازی خازن به دست می‌آید شامل اتصال سری یک مقاومت الکتریکی و ظرفیت خازن است.

☐ غلط ☐ صحیح

ب) توان ظاهری در مدار RC را می‌توان از رابطه  $V_e I_e \sin \phi$  محاسبه کرد.

☐ غلط ☐ صحیح

ج) در مدار RC سری جریان منبع از ولتاژ منبع به اندازه  $\phi$  جلوتر است.

☐ غلط ☐ صحیح

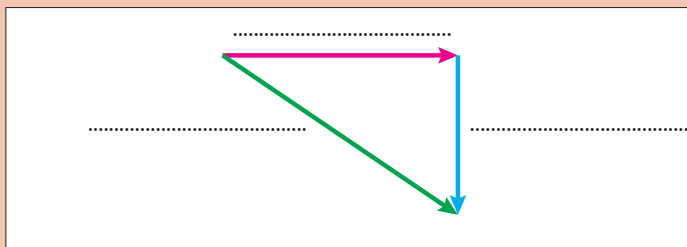
د) در مدار RC سری نسبت  $\frac{V_R}{V_L}$  ضریب توان مؤثر است.

☐ غلط ☐ صحیح

۳- مقاومت خازنی را تعریف کنید و عوامل مؤثر بر آن را نام ببرید.

۴- دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار RC سری را رسم کنید.

۵- مثلث توان زیر را برای مدار RC سری کامل کنید.



شکل ۶۹- مثلث توان

۶- رابطه  $\sin \phi = \frac{X_C}{Z}$  را در مدار RC سری به دست آورید.

۷- معادل الکتریکی یک خازن به صورت RC سری با مقادیر  $R = 3\Omega$  و  $C = 250\mu F$  می‌باشد. با

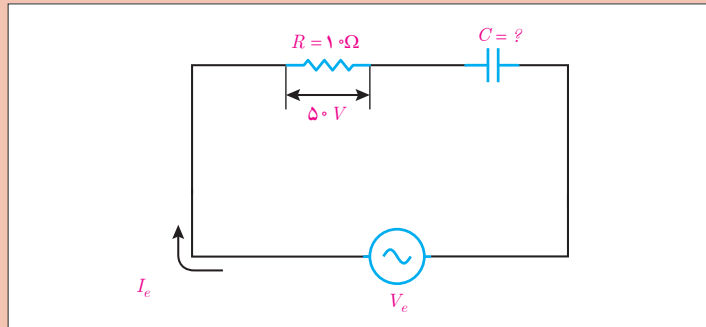
اتصال خازن به ولتاژ متناوب جریان  $i(t) = 5\sqrt{2} \sin(100\pi t + 53^\circ)$  از آن می‌گذرد. مطلوب است محاسبه :

الف) Z (ب)  $V_C$  و  $V_R$

ج)  $V_e$  (د) فرم قطبی جریان و ولتاژ منبع



۸- در مدار شکل زیر  $v(t) = 100 \sin(500t - 37^\circ)$  می باشد. مطلوب است:



شکل ۷۰

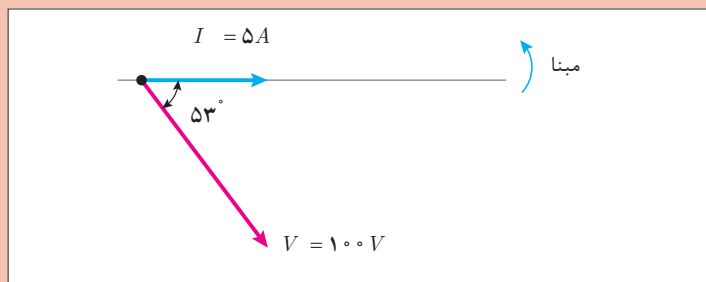
الف) ظرفیت خازن

ب) فرم قطبی جریان منبع

ج) توان های مدار

د) رسم مثلث توان

۹- دیاگرام برداری یک RC سری مطابق شکل زیر است. توان های مدار را به دست آورید و فرم قطبی توان ظاهری را بنویسید.



شکل ۷۱- دیاگرام برداری

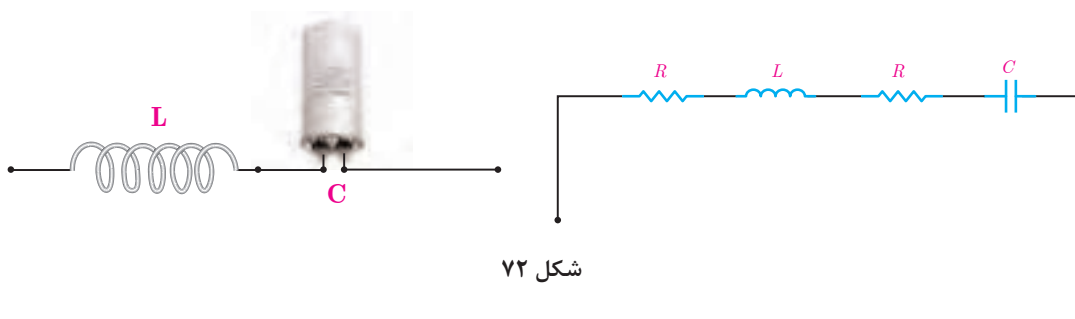
۱۰- جریان و ولتاژ یک مدار RC به صورت  $I = 5 \angle 0^\circ$  و  $V = 200 \angle -37^\circ$  می باشد. در صورتی که  $\omega = 2000 \text{ Rad/s}$  باشد، مطلوب است:

الف) R و C

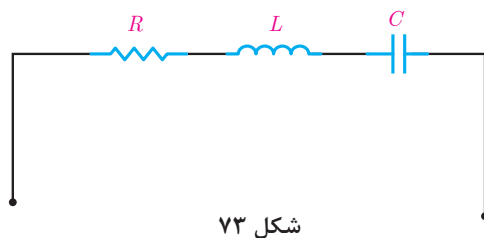
ب) دیاگرام برداری ولتاژها و جریان مدار

## ۹-۱- مدارهای RLC سری

مدار RLC سری برای معادل سازی اتصال سری یک سیم پیچ با خازن به کار می رود. اتصال سری سیم پیچ با خازن در موتورهای الکتریکی تک فاز استفاده می شود. سیم پیچ علاوه بر ضریب خود القایی  $L$  مقاومت الکتریکی اهمی و همچنین خازن علاوه بر ظرفیت  $C$  مقاومت الکتریکی اهمی نیز دارد. مدار الکتریکی که از معادل سازی اتصال سری سیم پیچ با خازن به دست می آید در شکل ۷۲ نشان داده شده است.

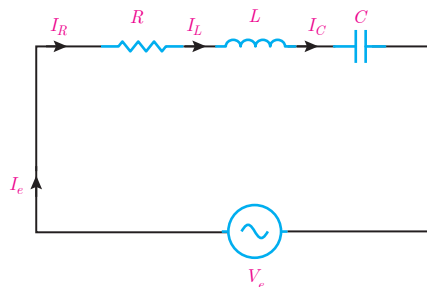


در شکل ۷۲ مقاومت اهمی سیم پیچ و مقاومت اهمی خازن سری هستند. با جایگزینی معادل آنها شکل ۷۳ به دست می آید.



شکل ۷۳ اتصال سری مقاومت اهمی  $R$  و ضریب خود القایی  $L$  و ظرفیت خازن  $C$  را نشان می دهد که آن را مدار RLC سری می نامند.

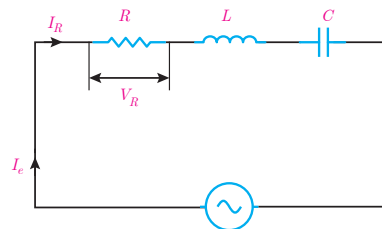
مدار الکتریکی RLC سری متصل به منبع ولتاژ متناوب به منظور محاسبه کمیت های الکتریکی در شکل ۷۴ نشان داده شده است.



با اتصال مدار الکتریکی RLC سری به منبع متناوب  $I_e$  جاری می‌شود. با توجه به شکل ۷۴ جریان  $I_e$  از مقاومت الکتریکی اهمی  $R$  و سلف با ضریب خود القایی  $L$  و ظرفیت خازن  $C$  عبور می‌کند. لذا جریان منبع  $I_e$  با جریان مقاومت اهمی  $I_R$  و جریان سلف  $I_L$  و جریان خازن  $I_C$  برابر می‌باشد که از ویژگی‌های مدارهای سری است و می‌توان نوشت :

$$I_e = I_R = I_L = I_C$$

جریان الکتریکی متناوب  $I_e$  از مقاومت اهمی  $R$  عبور می‌کند و در آن افت ولتاژ  $V_R$  ایجاد می‌نماید که بنابر قانون اهم با توجه به شکل ۷۵ به دست می‌آید:



شکل ۷۵



جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R I_e$$

$$V_R = R I_e$$

چون در مدار RLC سری  $I_R = I_e$  است پس :

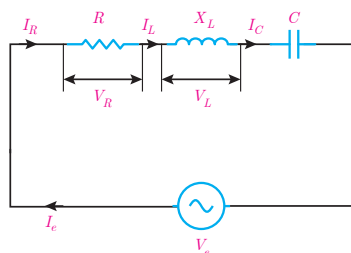
در این رابطه:

$V_R$  افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی  $[V]$

$R$  مقاومت اهمی  $[\Omega]$

$I_e$  جریان مؤثر منبع  $[A]$  می‌باشد.

همچنین در مدار RLC سری با عبور جریان  $I_L$  از سلف با ضریب خودالقایی  $L$  و پدید آمدن مقاومت القایی  $X_L$  در آن نیروی محرکه خودالقایی ایجاد می‌شود که برابر افت ولتاژ دو سر سلف  $V_L$  می‌باشد و بنابر قانون اهم با توجه به شکل ۷۶ به دست می‌آید:



شکل ۷۶



جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L \cdot I_e$$

$$V_L = X_L \cdot I_e$$

چون در مدار RLC سری  $I_L = I_e$  است پس :

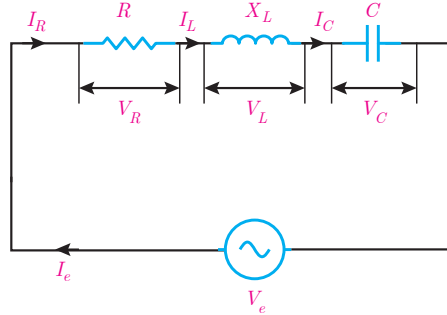
در این رابطه

$V_L$  ولتاژ دو سر سلف [V]

$I_e$  جریان منبع [A]

$X_L = \omega L$  مقاومت القایی سلف [Ω] است.

همچنین با عبور جریان  $I_C$  از ظرفیت خازن C در آن افت ولتاژ  $V_C$  ایجاد می شود که بنابر قانون اهم با توجه به شکل ۷۷ به دست می آید.



شکل ۷۷

چون در مدار RLC سری  $i_C = i_e$  است پس :

جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_C I_C$$

$$V_C = X_C I_C$$

در این رابطه :

$V_C$  ولتاژ دو سر ظرفیت خازن [V]

$I_e$  جریان مؤثر خازن [A]

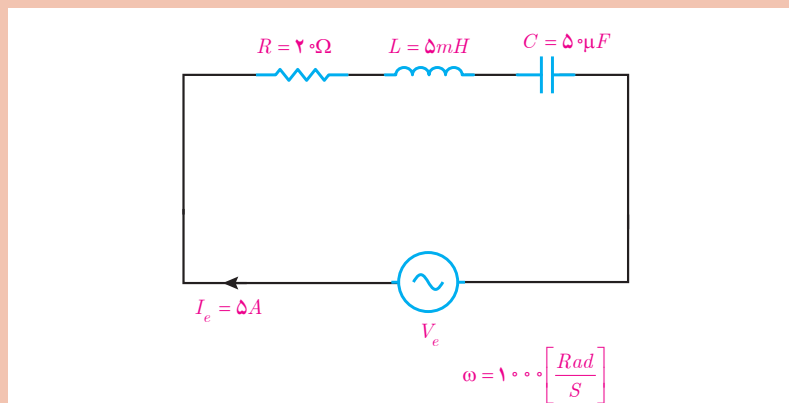
$X_C$  مقاومت خازنی [Ω] می باشد.



مثال



در مدار الکتریکی شکل ۷۸ ولتاژهای  $V_C, V_L, V_R$  را بیابید.



شکل ۷۸

حل : از ویژگی های مدار RLC می توان نوشت :

$$I_R = I_L = I_C = I_e = 5 \text{ A}$$



مجذور جریان × مقاومت = توان

$$V_R = R \cdot I_R$$

$$V_R = 20 \times 5 = 100 \text{ [V]}$$

از قانون اهم ولتاژ  $V_R$  حساب می شود :

از رابطه مقاومت القایی  $X_L = \omega \cdot L$  حساب می شود:

$$X_L = \omega \cdot L = 1000 \times 5 \times 10^{-3} = 5 [\Omega]$$



جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_L = X_L \times I_L$$

$$V_L = 5 \times 5 = 25 \text{ [V]}$$

از قانون اهم ولتاژ  $V_L$  به دست می آید:

مقاومت خازنی از رابطه  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  به دست می آید:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow X_C = \frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6}}$$

$$X_C = \frac{10^6}{50000} = \frac{100}{5} = 20 [\Omega]$$



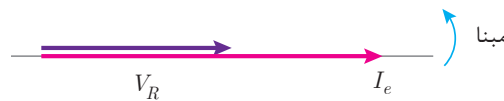
جریان × مقاومت = ولتاژ

$$V_C = X_C \cdot I_C$$

$$V_C = 20 \times 5 = 100 \text{ [V]}$$

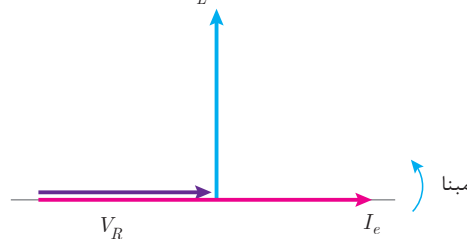
از قانون اهم ولتاژ  $V_C$  به دست می آید :

افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی  $V_R$  با جریان عبوری از آن  $I_e$  هم فاز است. با فرض اینکه  $\theta_i = 0^\circ$  بردارهای  $V_R$  و  $I_e$  مطابق شکل ۷۹ می باشد.



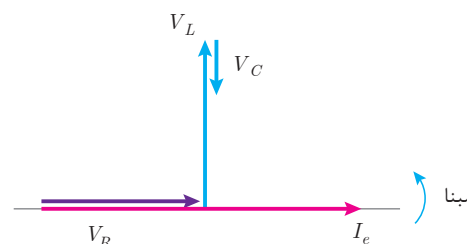
شکل ۷۹

افت ولتاژ دو سر سلف  $V_L$  از جریان عبوری  $I_e$  به اندازه  $90^\circ$  جلوتر است. بر فرض اینکه  $\theta_i = 0^\circ$  در نظر گرفته شود بردارهای  $V_L$  و  $V_R$  و  $I_e$  مطابق شکل ۸۰ می باشد.



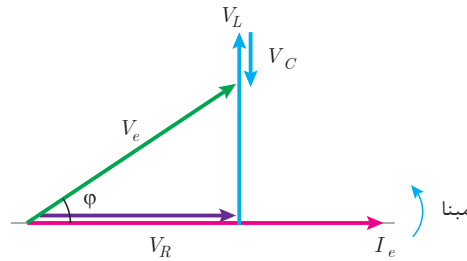
شکل ۸۰

افت ولتاژ دو سر ظرفیت خازن  $V_C$  از جریان عبوری  $I_e$  به اندازه  $90^\circ$  عقب تر است. بر فرض اینکه  $\theta_i = 0^\circ$  در نظر گرفته شود بردارهای  $V_C$ ،  $V_L$ ،  $V_R$  و  $I_e$  با فرض  $V_L > V_C$  مطابق شکل ۸۱ است.



شکل ۸۱

ولتاژ منبع  $V_e$  از برایندهای  $V_C$ ,  $V_L$ ,  $V_R$  به دست می آید. (شکل ۸۲).



شکل ۸۲

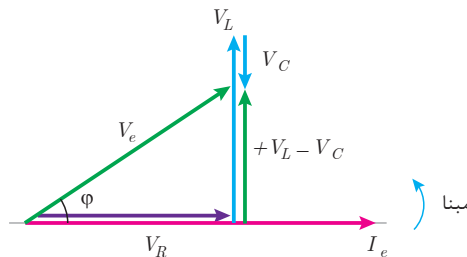
نمایش بردارهای جریان و ولتاژ مدارهای الکتریکی را «**دیاگرام برداری**» گویند. شکل ۸۲ دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار الکتریکی RLC سری را نمایش می دهد. در این شکل مشاهده می شود جریان منبع  $I_e$  از ولتاژ منبع  $V_e$  به اندازه  $\phi$  عقب تر است. لذا مدار الکتریکی RLC سری که در آن  $V_L > V_C$  است «مدار پس فاز» می باشد. در صورتی که  $V_C > V_L$  باشد جریان منبع  $I_e$  از ولتاژ منبع  $V_e$  به اندازه  $\phi$  جلوتر خواهد شد. در این صورت «**مدار پیش فاز**» می باشد.

دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار RLC سری که  $V_C > V_L$  است را رسم نمایید و نتیجه بگیرید مدار پیش فاز است.

فعالیت



برایندهای  $V_L$  یا  $V_C$  به صورت  $(+V_L - V_C)$  در شکل ۸۲ قابل محاسبه است. علامت (+) بیانگر این است که  $V_L$  در جهت محور  $y$  دستگاه مختصات باشد و علامت (-) بیانگر این است که  $V_C$  در خلاف جهت محور  $y$  دستگاه مختصات باشد (شکل ۸۳).



شکل ۸۳

بردارهای  $V_e$ ,  $V_R$  و  $+V_L - V_C$  شکل ۸۳ تشکیل مثلث قائم الزاویه داده اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به دست می آید:

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + (+V_L - V_C)^2}$$

که در این رابطه:  
 $V_e$  ولتاژ مؤثر منبع  $[V]$

$V_R$  افت ولتاژ دو سر مقاومت اهمی [V]  
 $V_L$  افت ولتاژ دو سر مقاومت [V]  
 $V_C$  افت ولتاژ دوسر مقاومت خازنی [V]  
 و نسبت‌های مثلثاتی برابر است با :

$$\cos \varphi = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{V_R}{V_e}$$

$$\sin \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{+V_C - V_C}{V_e}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{+V_L - V_C}{V_R}$$

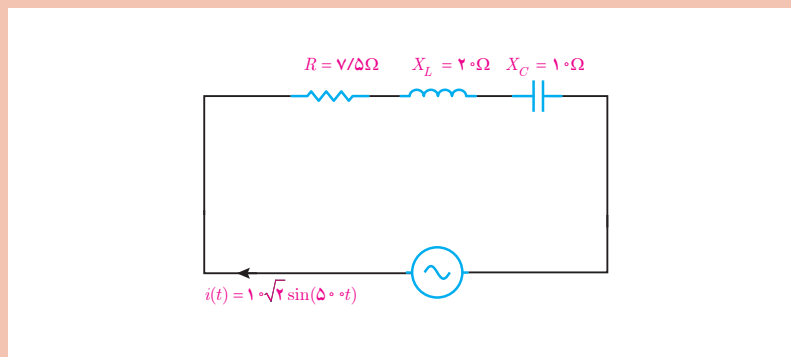
مثال



در مدار شکل ۸۴ مطلوب است محاسبه:

$V_e, V_C, V_L, V_R$  (الف)

(ب) رسم دیاگرام برداری جریان و ولتاژهای مدار



شکل ۸۴

حل : جریان مؤثر  $I_e$  به صورت زیر به دست می‌آید :

$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10 \text{ [A]}$$

از ویژگی مدار RLC سری می‌توان نوشت :

$$I_R = I_L = I_C = I_e = 10 \text{ A}$$

ولتاژ  $V_R$  از قانون اهم به دست می‌آید :



جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$V_R = R \times I_R$$

$$V_R = 7/5 \times 10 = 75 \text{ [V]}$$

ولتاژ  $V_L$  از قانون اهم به دست می آید :

$$V_L = X_L \times i_L$$

$$V_L = 20 \times 10 = 200 \text{ [V]}$$

ولتاژ  $V_C$  از قانون اهم به دست می آید :

$$V_C = X_C \times I_C$$

$$V_C = 10 \times 10 = 100 \text{ [V]}$$

ولتاژ  $V_e$  به صورت زیر محاسبه می شود :

$$V_e = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{75^2 + (200 - 100)^2} = \sqrt{75^2 + 100^2} = 125 \text{ [V]}$$

با توجه به  $\theta_i = 0^\circ$  بردار  $I_e$  به صورت زیر رسم می شود :



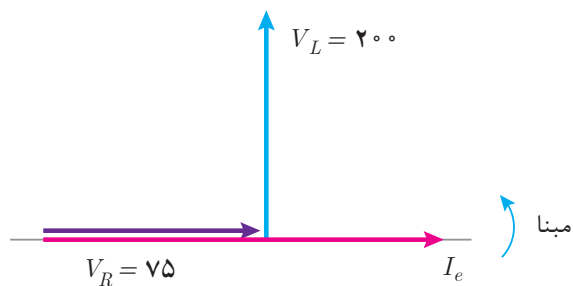
شکل ۸۵

بردار  $V_R$  هم فاز با  $I_e$  می باشد و به صورت افقی رسم می شود.



شکل ۸۶

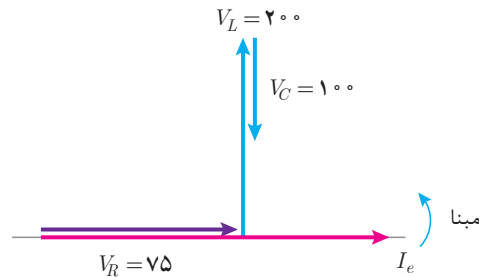
بردار  $V_L$  از  $I_e$  به اندازه  $90^\circ$  جلوتر است، به صورت زیر رسم می شود :



شکل ۸۷

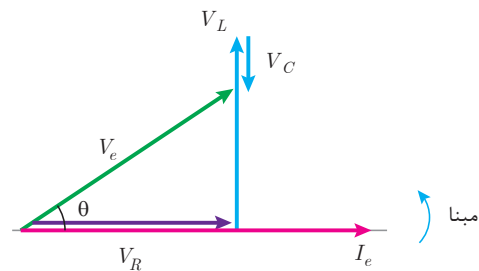


بردار  $V_e$  از  $I_e$  به اندازه  $90^\circ$  عقب‌تر است، به صورت زیر رسم می‌شود:



شکل ۸۸

بردار  $V_e$  از ابتدای  $V_R$  به انتهای  $V_C$  وصل می‌شود:



شکل ۸۹

مخالفت مدار الکتریکی در مقابل عبور جریان متناوب را «مقاومت ظاهری» گویند و آن را با  $Z$  نشان می‌دهند. مقاومت ظاهری بنابر قانون اهم از نسبت ولتاژ مؤثر منبع به جریان مؤثر منبع به دست می‌آید.

ولتاژ

---

جریان  
مقاومت

$$\text{مقاومت} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{جریان}}$$

$$Z = \frac{V_e}{I_e}$$

که در این رابطه:

$Z$  مقاومت ظاهری مدار  $[\Omega]$

$V_e$  ولتاژ مؤثر منبع  $[V]$

$i_e$  جریان مؤثر منبع  $[A]$  می‌باشد.

مقاومت ظاهری در مدار R-L-C از رابطه  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  به دست می‌آید.

رابطه  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  را اثبات نمایید.

فعالیت



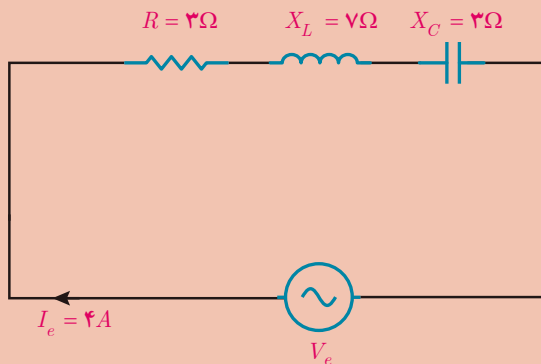
فعالیت



ثابت کنید در مدار RLC سری  $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$  می‌باشد.



در مدار الکتریکی شکل ۹۰ مطلوب است :  
 الف) امپدانس مدار  
 ب) ولتاژ منبع  
 ج) ضریب توان مؤثر مدار



شکل ۹۰

حل :

الف) از رابطه  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  استفاده می شود :

$$Z = \sqrt{3^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 [\Omega]$$

ب) ولتاژ منبع از قانون اهم به دست می آید :



جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

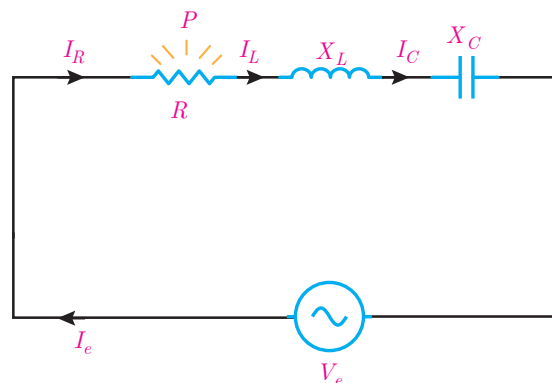
$$V_e = I_e \times Z$$

$$V_e = 5 \times 4 = 20 [\text{V}]$$

ج) ضریب توان مؤثر مدار از رابطه  $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$  به دست می آید :

$$\cos \varphi = \frac{3}{5} = 0.6$$

در مدار الکتریکی RLC سری با عبور جریان  $I_R$  از مقاومت الکتریکی  $R$  انرژی الکتریکی به حرارت تبدیل می شود (شکل ۹۱).



شکل ۹۱

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در مقاومت الکتریکی  $R$  به حرارت تبدیل می‌شود را «توان مؤثر» می‌نامند.

توان مؤثر مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت  $X$ ها می‌باشد و از رابطه زیر به دست می‌آید.



مجذور جریان  $\times$  مقاومت = توان

$$P = R I_e^2$$

$$P = R I_e^2$$

چون در مدار RLC سری  $I_R = I_e$  پس :

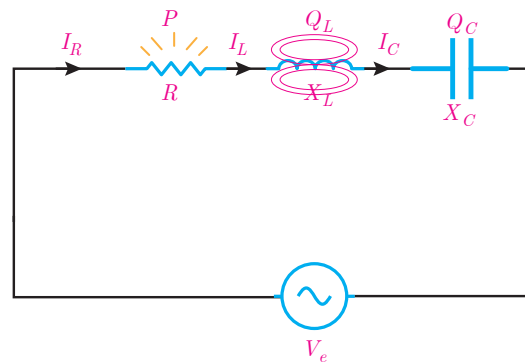
که در این رابطه :

$P$  توان مؤثر [W]

$R$  مقاومت الکتریکی اهمی [ $\Omega$ ]

$I_e$  جریان مؤثر [A] می‌باشد.

همچنین با عبور جریان  $I_L$  از سلف با ضریب خودالقایی  $L$  انرژی الکتریکی در سلف ذخیره می‌شود (شکل ۹۲).



شکل ۹۲

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در سلف ذخیره می‌شود را توان غیرمؤثر سلف می‌نامند. توان غیرمؤثر سلف مقداری مثبت است و بردار آن در جهت مثبت محور  $Y$ ها می‌باشد و با توجه به مقدار مقاومت القایی سلف  $X_L$  از رابطه زیر به دست می‌آید.



مجذور جریان  $\times$  مقاومت = ولتاژ

$$Q_L = X_L \cdot I_e^2$$

$$Q_L = X_L \cdot I_e^2$$

چون در مدار RLC سری  $I_L = I_e$  پس :

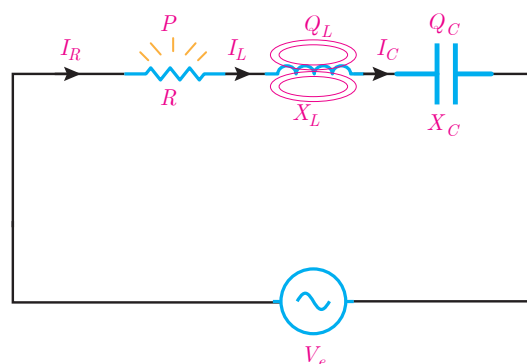
که در این رابطه :

$Q_L$  توان غیرمؤثر سلف [VAR]

$X_L$  مقاومت القایی سلف [ $\Omega$ ]

$I_e$  جریان مؤثر [A] می‌باشد.

همچنین با عبور جریان  $I_e$  از ظرفیت خازن  $C$ ، انرژی الکتریکی در خازن ذخیره می‌شود (شکل ۹۳)



شکل ۹۳

مقداری از انرژی الکتریکی که در واحد زمان در ظرفیت خازن ذخیره می شود را توان غیرمؤثر خازن می نامند. توان غیرمؤثر خازن مقداری منفی است و بردار آن در جهت منفی محور  $\omega$  می باشد و با توجه به مقاومت خازنی  $X_C$  از رابطه زیر به دست می آید:

توان  
مقاومت مجذور  
جریان

مجدور جریان  $\times$  مقاومت = توان

$$Q_C = X_C \cdot I_C^2$$

چون در مدار RLC سری  $I_e = I_C$  است پس:

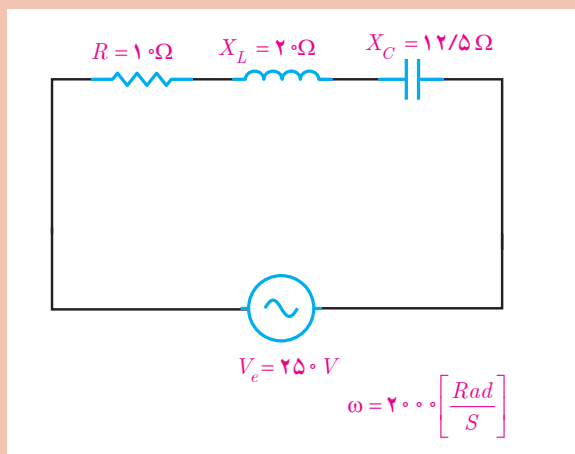
$$Q_C = -X_C \cdot I_e^2$$

در این رابطه:

$Q_C$  توان غیرمؤثر خازن [VAR]

$X_C$  مقاومت خازن [ $\Omega$ ]

$I_e$  جریان مؤثر [A] می باشد.



شکل ۹۴

در مدار الکتریکی شکل ۹۴ مطلوب است:

الف) محاسبه جریان

ب) محاسبه توان های مؤثر و غیرمؤثر

مثال



حل :

الف) مقاومت ظاهری مدار به دست می آید :

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (20 - 12/5)^2} = \sqrt{100 + 56/25} = 12/5 [\Omega]$$

به کمک قانون اهم جریان به دست می آید :

ولتاژ  
جریان  
مقاومت  
جریان

$$I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{250}{12/5} = 20 [A]$$

از ویژگی مدار RLC سری می توان نوشت :

$$I_R = I_L = I_C = I_e = 20 A$$

ب) توان مؤثر به صورت زیر محاسبه می شود :

$$P = R I_R^2 \rightarrow P = 10 (20)^2 = 4000 [W]$$

توان غیرمؤثر سلف به صورت زیر محاسبه می شود :

$$Q_L = +X_L I_R^2 \rightarrow Q_L = 20 (20)^2 = 8000 [VAR]$$

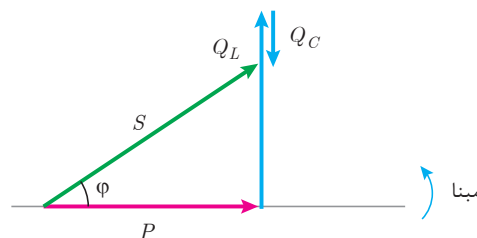
توان غیرمؤثر خازن از رابطه زیر تعیین می شود :

$$Q_C = -X_C I_C^2 = -12/5 (20)^2 = -5000 [VAR]$$

توان غیرمؤثر مدار به صورت زیر است :

$$Q = Q_L + Q_C \rightarrow Q = 8000 + (-5000) = 3000 [VAR]$$

مثلت توان در مدار RLC سری با توجه به اینکه  $Q_L > Q_C$  است «پس فاز» می باشد در شکل ۹۵ نشان داده شده است.



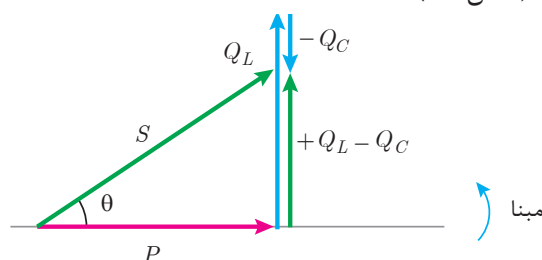
شکل ۹۵

در صورتی که  $Q_C > Q_L$  باشد در این صورت مدار «پیش فاز» می باشد.



مثلت توان مدار RLC سری که  $Q_L < Q_C$  است را رسم نمایید.

برآیند بردارهای  $Q_L$  با  $Q_C$  به صورت  $(+Q_L - Q_C)$  شکل ۹۵ قابل محاسبه است. علامت (+) بیانگر این است که  $Q_L$  در جهت محور  $y$  دستگاه مختصات می‌باشد و علامت (-) بیانگر این است که  $Q_C$  در خلاف جهت محور  $y$  دستگاه مختصات می‌باشد. (شکل ۹۶)



شکل ۹۶

بردارهای  $P$ ,  $S$ ,  $+Q_L - Q_C$  شکل ۹۶ تشکیل مثلث قائم‌الزاویه داده‌اند و با توجه به رابطه فیثاغورث به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{P^2 + (+Q_L - Q_C)^2}$$

که در این رابطه:

$S$  توان ظاهری منبع [VA]

$P$  توان مؤثر مقاومت اهمی [W]

$Q_L$  توان غیرمؤثر سلف [VAR]

$Q_C$  توان غیرمؤثر خازن [VAR] می‌باشد.

همچنان روابط زیر محاسبه توان‌ها برقرار است:

$$P = V_e I_e \cos \phi \text{ [W]}$$

$$Q = V_e I_e \sin \phi \text{ [VAR]}$$

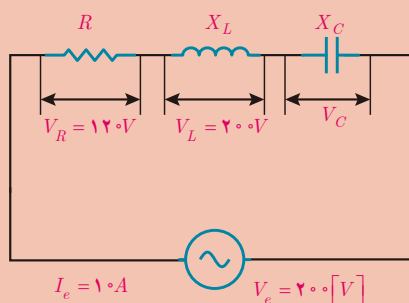
$$S = V_e I_e \text{ [VA]}$$



در مدار الکتریکی شکل ۹۷ مطلوب است:

الف) محاسبه توان مؤثر و غیرمؤثر در صورتی که  $X_L > X_C$  باشد.

ب) رسم مثلث توان



شکل ۹۷



$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{مقاومت}}{\text{جریان}}$$

$$R = \frac{V_R}{I_R}$$

حل : الف) برای مقاومت الکتریکی R می توان نوشت :

از طرفی طبق ویژگی مدار RLC می توان نوشت :

$$I_R = I_L = I_C = I_e = 10 \text{ A}$$

$$R = \frac{120}{10} = 12 [\Omega]$$

در نتیجه توان مؤثر در مقاومت الکتریکی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P = R I_R^2 = 12(10)^2 = 1200 \text{ [W]}$$

برای  $X_L$  می توان از قانون اهم به صورت زیر استفاده کرد:



$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{مقاومت}}{\text{جریان}}$$

$$X_L = \frac{V_L}{I_L}$$

$$X_L = \frac{200}{10} = 20 [\Omega]$$

توان غیرمؤثر سلف به صورت زیر به دست می آید:

$$Q_L = +X_L I_L^2 = 20(10)^2 = 2000 \text{ [VAR]}$$

توان ظاهری از رابطه  $S = V_e I_e$  به دست می آید:

$$S = 200 \times 10 = 2000 \text{ [VA]}$$

از رابطه مثلث توان می توان نوشت:

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$$

$$2000 = \sqrt{1200^2 + (Q_L - Q_C)^2}$$

مقدار  $X_L$  بیشتر از  $X_C$  می باشد. در نتیجه خاصیت مدار پس فاز است پس :

$$(Q_L - Q_C)^2 = 2000^2 - 1200^2 = 2560000$$

$$Q_L - Q_C = \sqrt{2560000} = 1600$$

$$2000 - Q_C = 1600 \rightarrow Q_C = 400$$

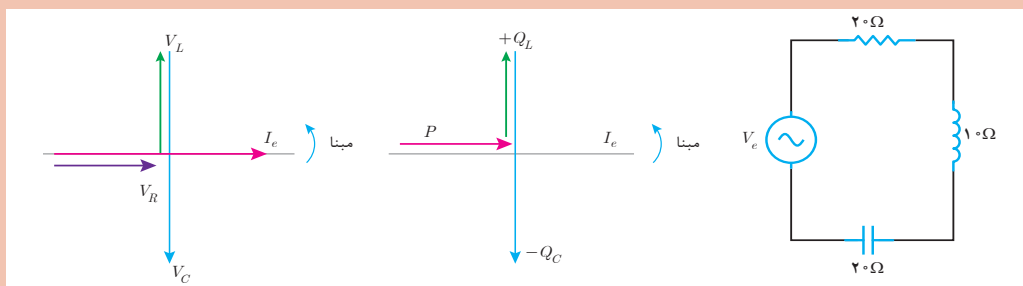
با توجه به خاصیت پیش فاز بودن خازن و رابطه  $Q_C$  می توان نوشت :

$$Q_C = -400 \text{ [VAR]}$$

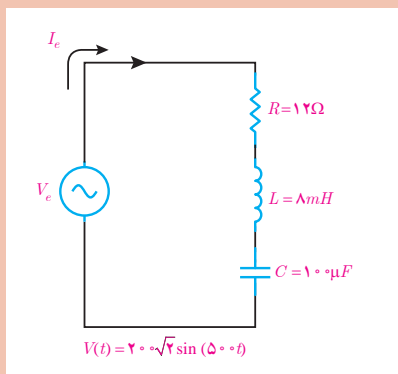


## تمرین‌های RLC سری

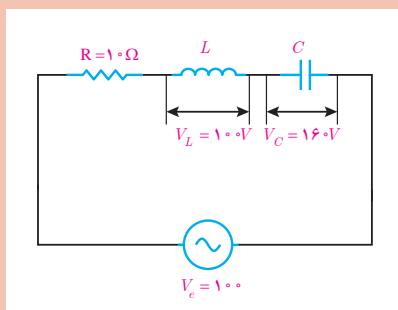
- ۱- کاربرد مدار RLC سری را بنویسید.
- ۲- چگونگی معادل‌سازی مدار RLC را شرح دهید.
- ۳- مدار RLC سری را تعریف کنید.
- ۴- در هر یک از شکل‌های زیر پس‌فاز یا پیش‌فاز بودن مدار را تعیین کنید.



- ۵- ویژگی‌های مدار RLC سری را بنویسید.
- ۶- مثلث توان یک مدار RLC سری را در حالت  $Q_L < Q_C$  رسم نمایید.



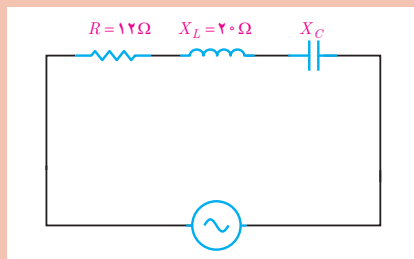
- ۱- در مدار الکتریکی شکل روبه‌رو مطلوب است:  
 الف) ولتاژ هر کدام از عناصر مدار  
 ب) ضریب توان مؤثر و ضریب توان غیرمؤثر  
 ج) توان‌های مدار و مثلث توان



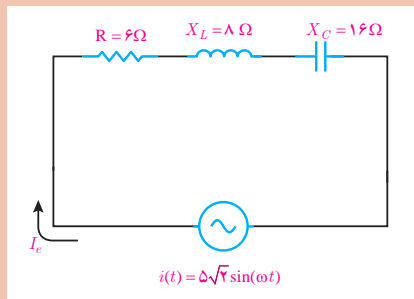
- ۲- در مدار الکتریکی RLC سری زیر مطلوب است :  
 الف)  $I_R$  و  $V_R$   
 ب)  $Z$   
 ج)  $X_C$  و  $X_L$

- ۳- در یک مدار RLC سری معادله زمانی ولتاژ منبع  $v(t) = 200\sqrt{2} \sin(1000t)$  و  $i(t) = 4\sqrt{2} \sin(1000t - 37^\circ)$  و  $C = 100 \mu F$  می‌باشد. مطلوب است محاسبه  $R$  و  $L$ .

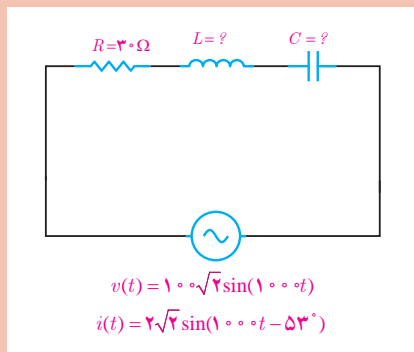




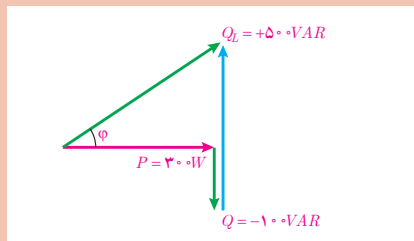
۴- در مدار الکتریکی سری RLC شکل زیر در صورتی که ضریب توان مؤثر ۰/۶ باشد مطلوب است محاسبه مقدار  $X_C$  در دو حالت زیر:  
 الف) مدار پیش فاز باشد.  
 ب) مدار پس فاز باشد.



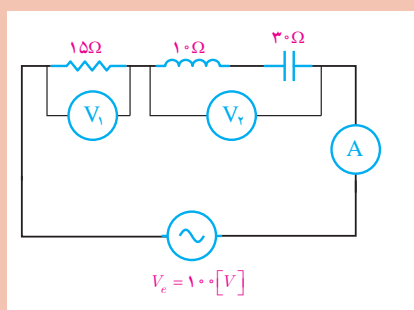
۵- در مدار الکتریکی سری RLC زیر مطلوب است :  
 الف) مقاومت ظاهری مدار  
 ب) ولتاژ منبع و رسم دیاگرام برداری ولتاژها و جریان  
 ج) توان های مدار و رسم مثلث توان



۶- در مدار RLC سری شکل زیر  $V_L = 5V_C$  می باشد. مطلوب است محاسبه:  
 الف)  $L$  و  $C$



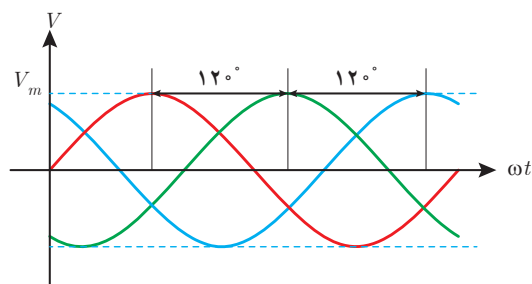
۷- مثلث توان یک مدار RLC سری به صورت زیر است. مطلوب است:  
 الف) توان های مؤثر و غیرمؤثر مدار  
 ب) توان ظاهری و ضریب قدرت مؤثر  
 ج) در صورتی که  $I_e = 5[A]$  باشد ولتاژ منبع را بیابید.



۸- در مدار الکتریکی شکل روبه رو ولت متر  $V_1$  مقدار ۶۰ نشان می دهد. مقداری که ولت متر  $V_2$  و آمپر متر نشان می دهد را به دست آورید.

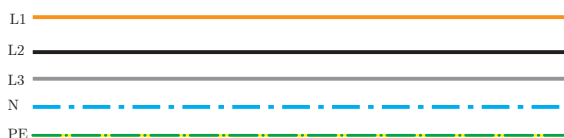
## ۱-۱۰ مدارهای الکتریکی سه فاز

مدارهای الکتریکی سه فاز برای معادل سازی اتصال مصرف کننده های سه فاز به شبکه سه فاز به کار می روند. شبکه الکتریکی که شامل سه ولتاژ با اختلاف فاز  $120^\circ$  درجه نسبت به یکدیگر و دامنه ولتاژ برابر باشد را «شبکه الکتریکی سه فاز» گویند (شکل ۹۸).



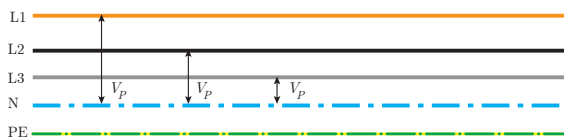
شکل ۹۸

در شبکه های توزیع انرژی الکتریکی برای تغذیه مصرف کننده های الکتریکی از شبکه الکتریکی سه فاز به صورت پنج سیمه استفاده می شود که شامل سه فاز، سیم نول و سیم حفاظتی زمین می باشد. سه فاز را با حروف  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  نشان می دهند و از حرف N برای نشان دادن سیم نول و از حرف PE برای نشان دادن سیم حفاظتی زمین استفاده می شود (شکل ۹۹).



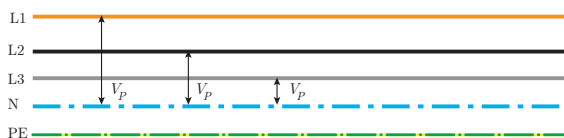
شکل ۹۹

ولتاژ در شبکه های سه فاز به صورت ولتاژ فازی و ولتاژ خطی قابل محاسبه و اندازه گیری می باشد. اختلاف پتانسیل الکتریکی هر فاز با سیم نول را «ولتاژ فازی» گویند و آن را با  $V_P$  نمایش می دهند (شکل ۱۰۰).



شکل ۱۰۰

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو فاز را «ولتاژ خط» گویند و آن را با  $V_L$  نمایش می دهند (شکل ۱۰۱).



شکل ۱۰۱

رابطه بین ولتاژ خطی با ولتاژهای فازی به صورت زیر است:

$$V_L = \sqrt{3} V_P$$

در این رابطه

$V_L$  ولتاژ خطی [v]

$V_P$  ولتاژ فازی [v] می‌باشد.

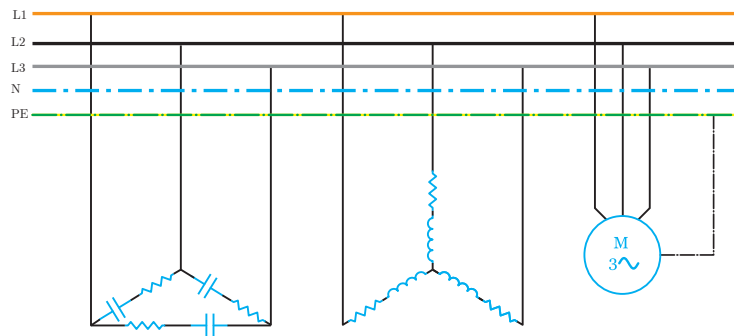
مثال: در شبکه توزیع انرژی الکتریکی ایران اختلاف پتانسیل بین دو فاز غیرهم‌نام  $400\text{V}$  است. ولتاژ فازی این شبکه چند ولت می‌باشد؟

از رابطه  $V_L = \sqrt{3} V_P$  می‌توان ولتاژ فازی را به دست آورد.

$$400 = \sqrt{3} V_P \rightarrow V_P = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230 \text{ [V]}$$

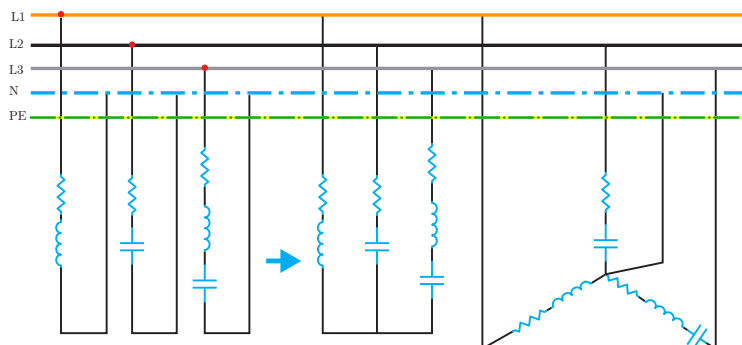
شبکه‌های سه فاز برای تغذیه مصرف‌کننده‌های سه فاز و تک‌فاز به کار می‌روند.

مصرف‌کننده‌های سه فاز با اتصال ستاره یا مثلث از شبکه سه فاز تغذیه می‌شوند (شکل ۱۰۲).



شکل ۱۰۲

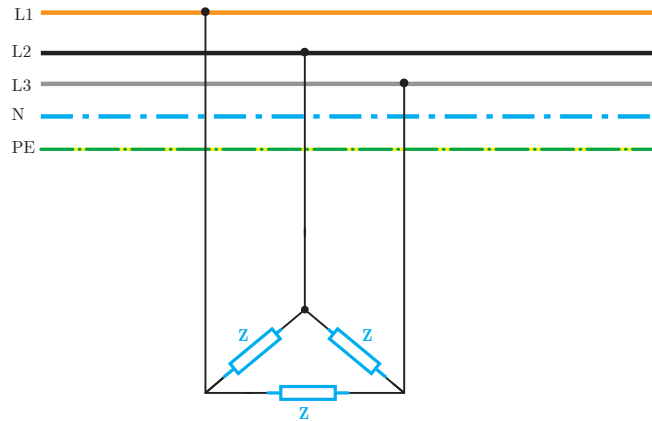
مصرف‌کننده‌های تک‌فاز نیز با اتصال به شبکه سه فاز تغذیه می‌شوند. اتصال مصرف‌کننده‌های تک‌فاز به شبکه سه فاز باعث شکل‌گیری اتصال ستاره نامتعادل خواهد شد (شکل ۱۰۳).



شکل ۱۰۳

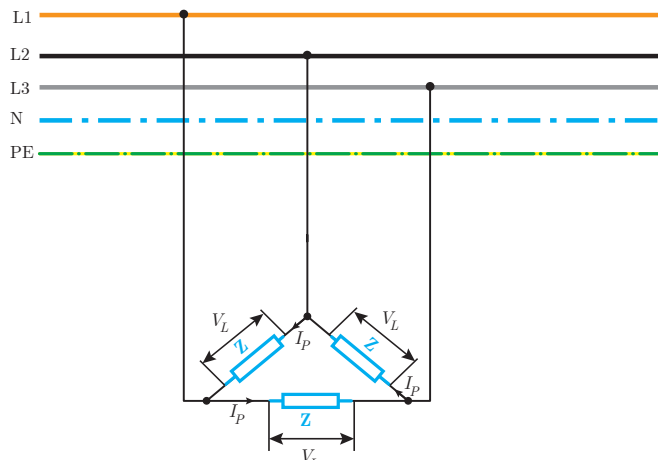
## مدار الکتریکی سه فاز با اتصال مثلث

مدار الکتریکی سه فاز با اتصال مثلث در شکل ۱۰۴ نشان داده شده است.



شکل ۱۰۴

در اتصال مثلث هر یک از مقاومت‌های ظاهری  $Z$  باید ولتاژ خطی را تحمل کنند. اعمال ولتاژ خطی  $V_L$  به مقاومت ظاهری  $Z$  در آن جریان جاری می‌نماید. جریانی که در هر یک از مقاومت‌های ظاهری مصرف‌کننده سه فاز جاری می‌شود را «جریان فازی» گویند و آن را با  $I_P$  نشان می‌دهند (شکل ۱۰۵).



شکل ۱۰۵

جریان فازی  $I_P$  با توجه به قانون اهم به صورت زیر محاسبه می‌شود.

ولتاژ

جریان

مقاومت

$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

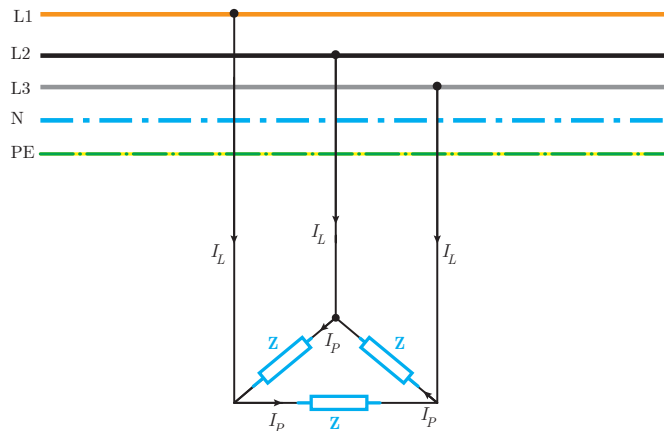
در این رابطه:

$I_P$  جریان فازی [A]

$V_L$  ولتاژ خطی [V]

$Z$  مقاومت ظاهری [ $\Omega$ ] است.

در اثر جاری شدن جریان فازی  $I_P$  در مقاومتهای ظاهری  $Z$ ، جریانی بین بار مثلث و شبکه سه فاز برقرار می‌شود. جریانی که مصرف‌کننده سه فاز از شبکه دریافت می‌نماید را «جریان خطی» می‌گویند و آن را با  $I_L$  نشان می‌دهند (شکل ۱۰۶).



شکل ۱۰۶

در اتصال مثلث رابطه زیر بین جریان خطی  $I_L$  و جریان فازی  $I_P$  برقرار است:

$$I_L = \sqrt{3} I_P$$

در این رابطه:

$I_L$  جریان خطی [A]

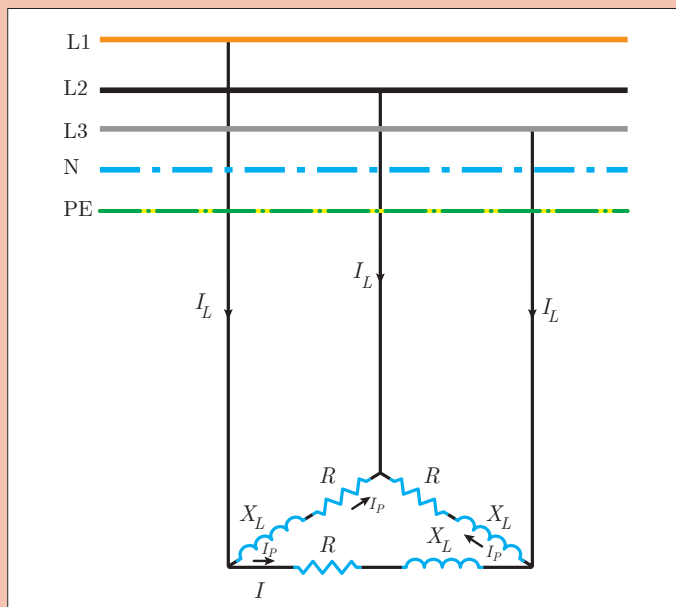
$I_P$  جریان فازی [A] است.

یک مصرف‌کننده الکتریکی سه فاز با اتصال مثلث مطابق شکل ۱۰۷ به شبکه سه فاز با  $V_L = 400 [V]$  متصل شده است. اگر  $R = 12 [\Omega]$  و  $X_L = 16 [\Omega]$  باشد. مطلوب است محاسبه:

الف) مقاومت ظاهری  $Z$

ب) جریان فاز

ج) جریان خط



شکل ۱۰۷

مثال



حل: الف) هر  $Z$  به صورت مدار  $RL$  سری است پس مقاومت ظاهری به صورت زیر محاسبه می شود:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ } [\Omega]$$

ب) جریان فاز از رابطه قانون اهم به دست می آید:

$$\text{ولتاژ} \\ \text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

$$I_P = \frac{400}{20} = 20 \text{ [A]}$$

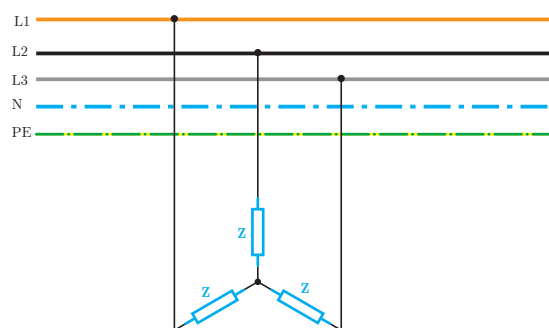
ج) جریان خطی از رابطه  $I_L = \sqrt{3} I_P$  به دست می آید:

$$I_L = \sqrt{3} \times 20 = 34.64 \text{ [A]}$$



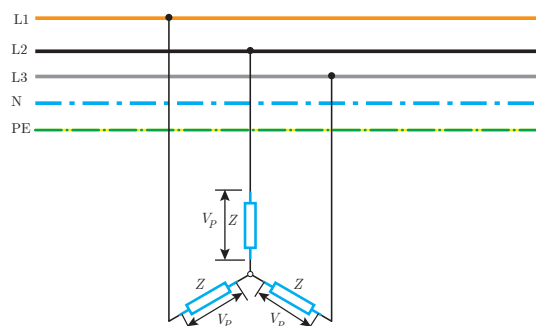
## مدار الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره

مدار الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره در شکل ۱۰۸ نشان داده شده است.



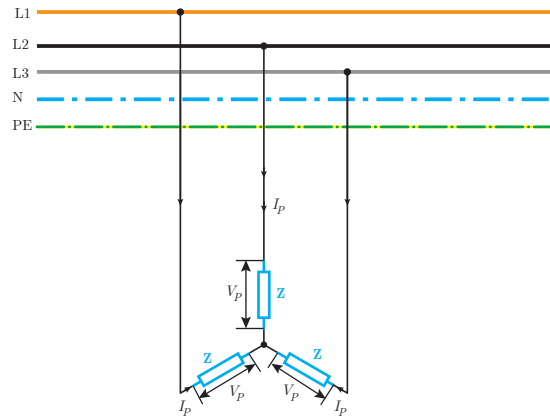
شکل ۱۰۸

پتانسیل محل اتصال مقاومت ظاهری  $Z$  به یکدیگر در اتصال ستاره مصرف کننده های سه فاز «صفر» است. محل اتصال مقاومت ها به یکدیگر در مصرف کننده های سه فاز با اتصال ستاره را «نقطه صفر» گویند. اختلاف پتانسیل بین هر فاز با نقطه صفر برابر ولتاژ فازی  $V_P$  می باشد (شکل ۱۰۹).



شکل ۱۰۹

در اتصال مصرف کننده سه فاز با اتصال ستاره هر یک از مقاومت های ظاهری  $Z$  ولتاژ فازی  $V_P$  را باید تحمل کند. با اعمال ولتاژ فازی  $V_P$  به مقاومت ظاهری  $Z$  در آن جریان جاری می شود. جریانی که در هر یک از مقاومت های ظاهری جاری می شود را «جریان فازی» می گویند و آن را با  $I_P$  نشان می دهند (شکل ۱۱۰).



شکل ۱۱۰

جریان فازی  $I_P$  با توجه به قانون اهم به صورت زیر محاسبه می شود:



$$\text{ولتاژ} \\ \text{جریان} = \frac{\text{مقاومت}}{\text{جریان}}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

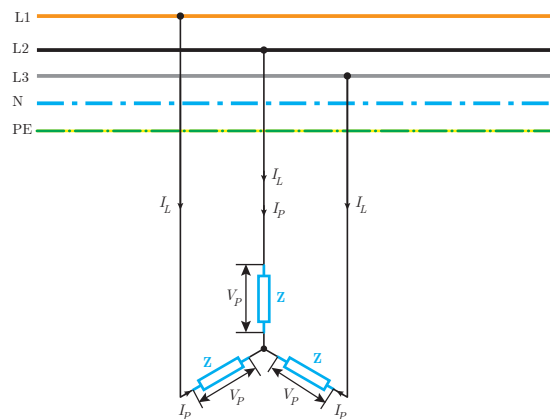
که در این رابطه:

$I_P$  جریان فازی [A]

$V_P$  ولتاژ فازی [V]

$Z$  مقاومت ظاهری [ $\Omega$ ] می باشد.

در اثر جاری شدن جریان فازی  $I_P$  در مقاومت های ظاهری  $Z$  جریان بین بار ستاره و شبکه سه فاز برقرار می شود. جریانی که مصرف کننده سه فاز از شبکه سه فاز دریافت می نماید را «جریان خطی» می گویند و آن را با  $I_L$  نشان می دهند (شکل ۱۱۱).



شکل ۱۱۱

جریان خطی  $I_L$  در اتصال ستاره با جریان فازی  $I_P$  برابر است یعنی:

$$I_L = I_P$$

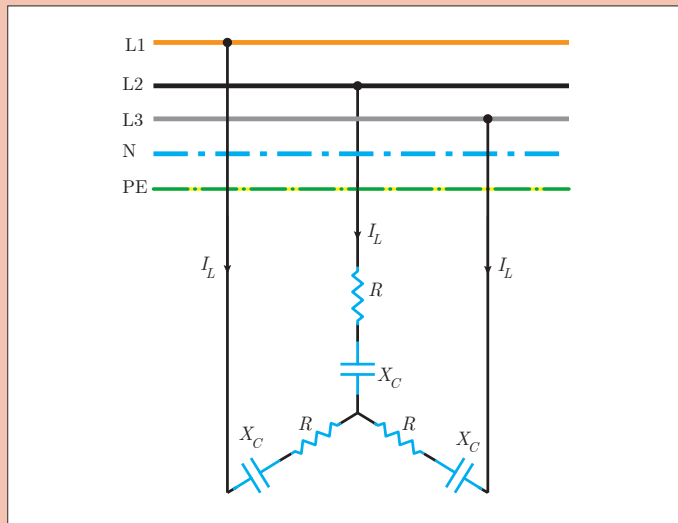


یک مصرف کننده الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره مطابق شکل ۱۱۲ از شبکه سه فاز با ولتاژ  $V_L = 380 [V]$  تغذیه می کند اگر  $R = 8 [\Omega]$  و  $X_C = 6 [\Omega]$  مطلوب است:

الف) محاسبه مقاومت ظاهری

ب) جریان فازی

ج) جریان خطی



شکل ۱۱۲

حل: الف) هر فاز مصرف کننده الکتریکی سه فاز به صورت مدار RC سری می باشد و مقاومت ظاهری آن به صورت زیر حساب می شود:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 [\Omega]$$

ب) ولتاژ فازی به صورت زیر حساب می شود:

$$V_L = V_P \sqrt{3} \rightarrow V_P = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 V$$

$$I_L = I_P = 22 [A]$$

ج) جریان فازی از قانون اهم قابل محاسبه است:

$$\text{ولتاژ} \\ \text{جریان} = \frac{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_P}{Z} = \frac{220}{10} = 22 [A]$$

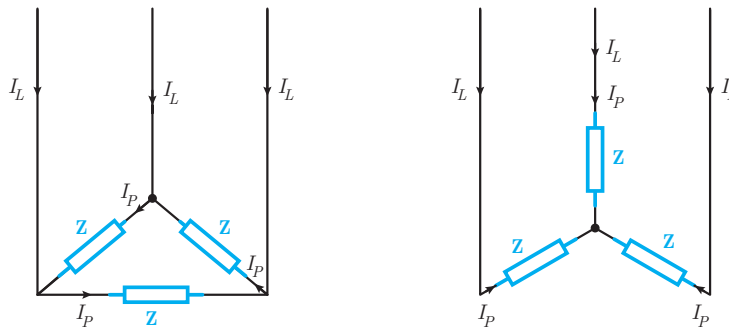


ج) در اتصال ستاره جریان خطی ( $I_L$ ) با جریان فازی  $I_P$  برابر است پس:



## توان مدارهای الکتریکی سه فاز

توان مدارهای الکتریکی سه فاز با اتصال ستاره یا مثلث از توان هر یک از مقاومت‌های ظاهری  $Z$  به دست می‌آید. در اتصال مصرف کننده سه فاز با حالت ستاره یا مثلث به شبکه الکتریکی سه فاز، جریان فازی  $I_P$  در هر یک از مقاومت‌های ظاهری جاری می‌شود و هر یک از آنها توان الکتریکی خواهند داشت (شکل ۱۱۳).



شکل ۱۱۳

توان مؤثر هر یک از مقاومت‌های ظاهری  $P_Z$  در اتصال ستاره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_Z = V_P I_P \cos \varphi$$

توان مؤثر مصرف کننده سه فاز  $P_{\varphi}$  از جمع توان مؤثر در سه مقاومت ظاهری به دست خواهد آمد:

$$P_{\varphi} = P_Z + P_Z + P_Z$$

توان ظاهری هر یک از مقاومت‌های ظاهری با یکدیگر برابر است و می‌توان نوشت:

$$P_{\varphi} = 3P_Z$$

با جایگزینی رابطه  $P_Z$  خواهیم داشت:

$$P_{\varphi} = 3V_P I_P \cos \varphi$$

در این رابطه:

$P_{\varphi}$  توان مؤثر مصرف کننده سه فاز [W]

$V_P$  ولتاژ فازی [V]

$I_P$  جریان فازی [A]

$\cos \varphi$  ضریب توان مؤثر است.

توان مؤثر در اتصال ستاره یا مثلث را می‌توان از رابطه زیر نیز به دست آورد.

$$P_{\varphi} = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi$$

در این رابطه:

$P_{\varphi}$  توان مؤثر مصرف کننده سه فاز [W]

$V_L$  ولتاژ خطی [V]

$I_L$  جریان خطی [A] می‌باشد.

توان غیرمؤثر هر يك از مقاومت‌های ظاهري  $Q_Z$  در اتصال ستاره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q_Z = V_P I_P \sin \phi$$

توان غیرمؤثر مصرف کننده سه فاز  $Q_{3\phi}$  از جمع توان غیرمؤثر در سه مقاومت ظاهري به دست خواهد آمد:

$$Q_{3\phi} = Q_Z + Q_Z + Q_Z$$

توان غیرمؤثر هر يك از مقاومت‌های ظاهري با یکدیگر برابر است و می‌توان نوشت:

$$Q_{3\phi} = 3Q_Z$$

با جایگزینی رابطه  $Q_Z$  خواهیم داشت:

$$Q_{3\phi} = 3 V_P I_P \sin \phi$$

در این رابطه:

$Q_{3\phi}$  توان غیرمؤثر مصرف کننده سه فاز [VAR]

$V_P$  ولتاژ فازی [V]

$I_P$  جریان فازی [A]

$\sin \phi$  ضریب توان غیرمؤثر است.

توان راکتیو در اتصال ستاره یا مثلث از رابطه زیر نیز به دست می‌آید:

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L \sin \phi$$

در این رابطه:

$Q_{3\phi}$  توان غیرمؤثر مصرف کننده سه فاز [VAR]

$V_L$  ولتاژ خطی [V]

$I_L$  جریان خطی [A]

ضریب توان غیرمؤثر است.

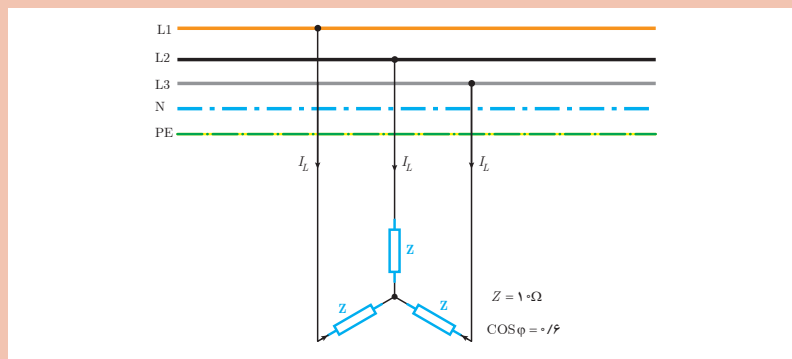
مثال



یک مصرف کننده الکتریکی سه فاز در حالت ستاره به شبکه الکتریکی سه فاز با  $V_L = 200\sqrt{3}$  متصل است. مطلوب است محاسبه:

الف) جریان فازی و خطی

ب) توان غیرمؤثر مصرف کننده سه فاز



شکل ۱۱۴

حل: در اتصال ستاره ولتاژ مقاومت‌های ظاهری برابر ولتاژ فازی است.  
الف) در اتصال ستاره ولتاژ فازی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V_P = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$$

$$V_P = \frac{200\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 200 [V]$$

جریان فازی از قانون اهم به دست می‌آید:

$$\text{ولتاژ} \\ \text{جریان} = \frac{\text{ولتاژ}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_P}{Z}$$

$$I_P = \frac{200}{10} = 20 [A]$$

در اتصال ستاره  $I_P = I_L$  می‌باشد:

$$[A] 20 = I_P = I_L$$

ب) از رابطه زیر  $\sin \phi$  به دست می‌آید:

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sqrt{1 - (0.6)^2} = 0.8$$

توان غیرمؤثر سه فاز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q_{\text{ref}} = 3 V_P I_P \sin \phi$$

$$Q_{\text{ref}} = 3 \times 200 \times 20 \times 0.8 = 9600 [\text{VAR}]$$

مثال

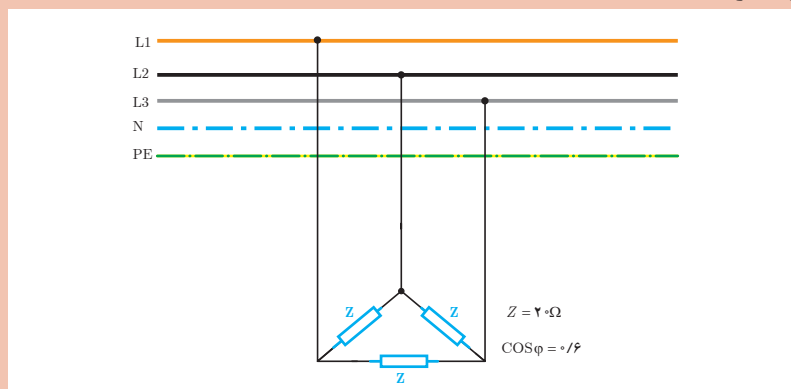


یک مصرف‌کننده الکتریکی سه فاز مطابق شکل ۱۱۵ از شبکه الکتریکی سه فاز  $V_L = 400 [V]$  تغذیه

می‌شود. مطلوب است محاسبه:

الف) جریان‌های فازی و خطی

ب) توان مؤثر مصرف‌کننده



شکل ۱۱۵



$$\text{ولتاژ} = \frac{\text{جریان}}{\text{مقاومت}}$$

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

حل: در اتصال مثلث ولتاژ مقاومت‌های ظاهری  $Z$  برابر ولتاژ خطی است.  
الف) جریان فازی در اتصال مثلث از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I_P = \frac{400}{20} = 20 \text{ [A]}$$

در اتصال مثلث جریان خط به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I_L = I_P \sqrt{3} \rightarrow I_L = 20\sqrt{3} \text{ [A]}$$

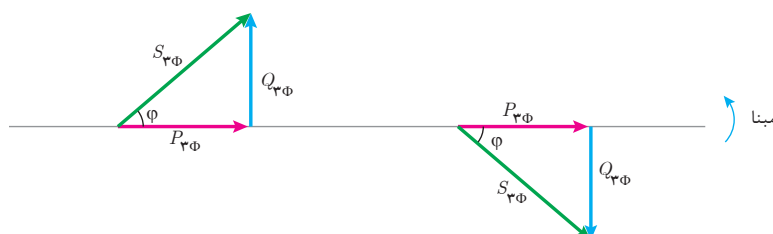
ب) توان مؤثر سه فاز به صورت زیر حساب می‌شود:

$$P_{3\phi} = 3 V_L I_P \cos \phi$$

$$P_{3\phi} = 3 \times 400 \times 20 \times 0.6$$

$$P_{3\phi} = 14400 \text{ [W]}$$

مثلث توان مصرف کننده‌های سه فاز در دو حالت پس فاز و پیش فاز در شکل ۱۱۶ نشان داده شده است.



شکل ۱۱۶

توان ظاهری سه فاز در مثلث توان از رابطه فیثاغورث قابل محاسبه است.

$$S_{3\phi} = \sqrt{P_{3\phi}^2 + Q_{3\phi}^2}$$

که در این رابطه:

$S_{3\phi}$  توان ظاهری مصرف کننده سه فاز [VA]

$P_{3\phi}$  توان مؤثر مصرف کننده سه فاز [W]

$Q_{3\phi}$  توان غیرمؤثر مصرف کننده سه فاز [VAR] است.

با جایگزینی رابطه  $P_{3\phi}$  و  $Q_{3\phi}$  در رابطه  $S_{3\phi}$  رابطه زیر به دست می‌آید:

$$S_{3\phi} = 3 V_P I_P$$

که در این رابطه:

$S_{3\phi}$  توان ظاهری مصرف کننده سه فاز [VAR]

$V_P$  ولتاژ فازی [V]

$I_P$  جریان فازی [A] است.

توان ظاهری از رابطه زیر نیز به دست می آید:

$$S_{\varphi} = \sqrt{3} V_L I_L$$

که در این رابطه:

$S_{\varphi}$  توان ظاهری مصرف کننده سه فاز [VAR]

$V_L$  ولتاژ خطی [V]

$I_L$  جریان خطی [A] است.

مثال



یک مصرف کننده سه فاز در حالت مثلث از شبکه الکتریکی با ولتاژ خط  $V_L = 380$  [V] تغذیه می شود. در صورتی که مقاومت ظاهری  $Z = 20$  [ $\Omega$ ] و ضریب توان مؤثر  $0.6$  باشد توان های مصرف کننده را به دست آورید.

حل:

در اتصال مثلث ولتاژ مقاومت های ظاهری برابر ولتاژ خطی  $V_L$  است.

جریان فازی از قانون اهم به دست می آید:

$$I_P = \frac{V_L}{Z}$$

$$I_P = \frac{380}{20} = 19 \text{ [A]}$$

توان مؤثر سه فاز از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_{\varphi} = 3 V_L I_P \cos \varphi$$

$$P_{\varphi} = 3 \times 380 \times 19 \times 0.6 = 12996 \text{ [W]}$$

از رابطه مثلثاتی می توان  $\sin \varphi$  را محاسبه کرد:

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - (0.6)^2} = 0.8$$

توان غیر مؤثر سه فاز از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$Q_{\varphi} = 3 V_L I_P \sin \varphi$$

$$Q_{\varphi} = 3 \times 380 \times 19 \times 0.8 = 17328 \text{ [VAR]}$$

توان ظاهری سه فاز به صورت زیر حساب می شود:

$$S_{\varphi} = 3 V_P I_P$$

$$S_{\varphi} = 3 \times 380 \times 19 = 21660 \text{ [V.A]}$$



ثابت کنید توان ظاهری مصرف کننده سه فاز در اتصال مثلث و ستاره از رابطه  $S_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L$  به دست می آید.



یک مصرف کننده سه فاز از شبکه الکتریکی سه فاز با ولتاژ خط  $V_L = 200 [V]$  تغذیه می شود. اگر جریان دریافتی مصرف کننده از شبکه الکتریکی  $15 [A]$  باشد توان ظاهری سه فاز را به دست آورید.

حل: از رابطه توان ظاهری سه فاز می توان نوشت:

$$S_{3\phi} = \sqrt{3} V_L I_L$$

$$S_{3\phi} = \sqrt{3} \times 200 \times 15$$

$$3000\sqrt{3} [VA] = 3\sqrt{3} [KVA]$$



۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید

الف) شبکه الکتریکی سه فاز

ب) ولتاژ فازی

ج) جریان خطی

۲- در جای خالی کلمات مناسب بنویسید.

الف) مدارهای الکتریکی سه فاز برای ..... اتصال مصرف کننده های سه فاز استفاده می شود.

ب) ولتاژ در شبکه های سه فاز به صورت ..... و ..... قابل اندازه گیری است.

ج) اتصال مصرف کننده های تک فاز به شبکه سه فاز ..... ایجاد می کند.

۳- درستی و نادرستی جملات زیر را تعیین کنید.

الف) اختلاف پتانسیل بین دوفاز را ولتاژ خطی گویند.

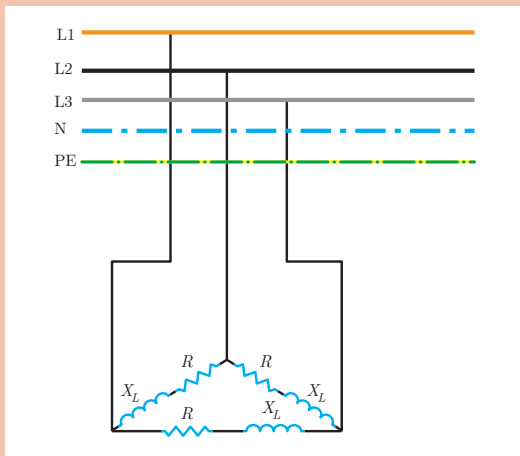
☐ صحیح ☐ غلط

ب) جریانی که مصرف کننده سه فاز از شبکه دریافت می کند را جریان فازی گویند.

☐ صحیح ☐ غلط

ج) برای محاسبه جریان خطی از رابطه  $I_L = \frac{V_P}{Z}$  استفاده می شود.

☐ صحیح ☐ غلط

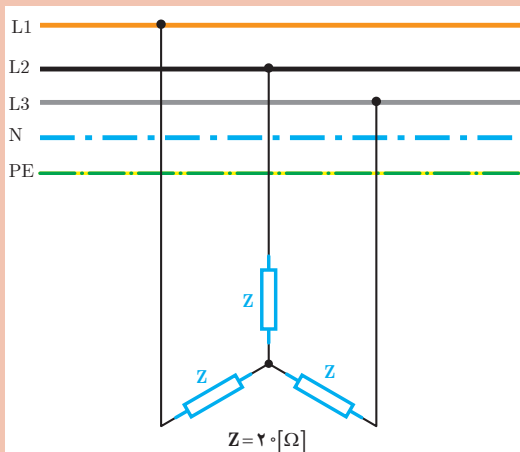


۴- یک مصرف کننده الکتریکی مطابق شکل روبه‌رو به شبکه سه فاز ۴۰۰ ولت متصل شده است. اگر  $R=20\Omega$  و  $X_L=20\Omega$  باشد، مطلوب است:

(الف) جریان فازی و خطی

(ب) توان های مدار

(ج) رسم مثلث توان

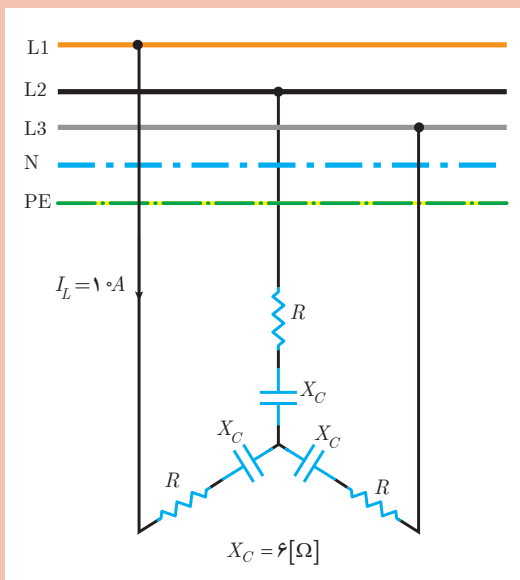


۵- یک مصرف کننده سه فاز مطابق شکل روبه‌رو به شبکه سه فاز  $400 [V]$  متصل شده است. مطلوب است.

(الف) توان ظاهری

(ب) اگر اتصال مصرف کننده به حالت مثلث درآید توان ظاهری را محاسبه کنید.

(ج) از مقایسه توان ظاهری دو حالت ستاره و مثلث چه نتیجه ای می گیرید؟



۶- توان مؤثر مصرف کننده الکتریکی شکل مقابل  $2/4 [kW]$  است. مطلوب است محاسبه:

(الف) مقدار R

(ب) ضریب توان

(ج) رسم مثلث توان

\* برای حل تمرین ها از کتاب همراه هنرجو استفاده کنید.

## ارزشیابی مبتنی بر شایستگی پودمان تحلیل مدارهای الکتریکی

### هدف گذاری و سنجش:

برای کسب شایستگی در این پودمان اگر هنرجو:

از کل سؤالات به یک تا پنج سؤال به طور کامل پاسخ دهد شایستگی پایین تر از حد انتظار خواهد بود.

از کل سؤالات به شش سؤال به طور کامل پاسخ دهد شایستگی در حد انتظار خواهد بود.

از کل سؤالات به هفت تا ده سؤال به طور کامل پاسخ دهد شایستگی بالاتر از حد انتظار خواهد بود.

**توجه:** سؤالات ارائه شده همگی هم ارزش بوده و در سطح یادگیری در حد انتظار است. معیار ارزشیابی نتیجه محور است.

سؤال ۱- ..... (۲ نمره)

سؤال ۲- ..... (۲ نمره)

سؤال ۳- ..... (۲ نمره)

سؤال ۴- ..... (۲ نمره)

سؤال ۵- ..... (۲ نمره)

سؤال ۶- ..... (۲ نمره)

سؤال ۷- ..... (۲ نمره)

سؤال ۸- ..... (۲ نمره)

سؤال ۹- ..... (۲ نمره)

سؤال ۱۰- ..... (۲ نمره)