۱ــ۲ــ حرکت با سرعت ثابت

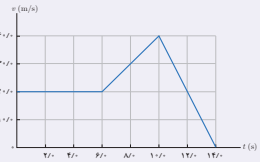
راهنمای تدریس : پیش از این و در مثال ۱ــ۵، دانش‌آموزان با حرکتی که در آن سرعت متوسط متحرک با سرعت لحظه‌ای آن در طول حرکت یکسان است آشنا شده‌اند. ضمن توجه دوباره دانش‌آموزان به این مثال، همچنین با توجه به شکل ۱ــ۱۰، معادله ۱ــ۷ را برای دانش‌آموزان به‌دست آورید و به بررسی بیشتر این حرکت بپردازید.

تمرین ۱ــ۵

نمودار سرعت ــ زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۴/۰s مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازهٔ زمانی چقدر است؟

ب) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = ۲/۰s$، $t = ۸/۰s$ و $t = ۱۱/۰s$ به‌دست آورید.



۱ــ۲ حرکت با سرعت ثابت

ساده‌ترین نوع حرکت، حرکت با سرعت ثابت است. در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است (شکل ۱ــ۱۰). پیش از این و در مثال ۱ــ۵، با نمونه‌ای از حرکت با سرعت ثابت آشنا شدیم. در این مثال شیب نمودار مکان ــ زمان متحرک در طول حرکت ثابت و در نتیجه سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه‌ای آن است. در این صورت می‌توان نوشت :

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v\Delta t$$

شکل ۱ــ۱۰ در حرکت با سرعت ثابت، هم جهت سرعت و هم اندازهٔ آن (تندی) ثابت است.

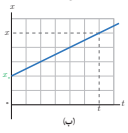
اگر مطابق شکل ۱ــ۱۱ متحرک در لحظهٔ $t_0 = 0$ در مکان $x_0 = x_0$ و در لحظهٔ $t_1 = t$ در مکان $x_1 = x$ باشد، رابطهٔ اخیر را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد :

$$x - x_0 = v(t - 0)$$

یا :

$$x = vt + x_0 \qquad \text{(معادلهٔ مکان ــ زمان در حرکت با سرعت ثابت)} \qquad (۱ــ۷)$$

در معادلهٔ ۱ــ۷ معمولاً x_0 را که مکان متحرک در لحظهٔ $t = 0$ است مکان اولیهٔ متحرک می‌نامند. توجه کنید که مکان‌های x_0 و x می‌توانند مثبت، منفی یا صفر باشند. سرعت متحرک هم به‌دلیل ماهیت برداری آن، در صورتی که حرکت در جهت محور x باشد مثبت و در غیر این صورت منفی است.



شکل ۱ــ۱۱ الف) مکان یک دونده در دو لحظهٔ متفاوت. ب) نمودار مکان‌ــزمان دونده‌ای که در جهت محور x با سرعت ثابت می‌دود.

تمرین ۱ــ۶

با توجه به شیب هر یک از نمودارها، دانش‌آموزان به سادگی می‌توانند سرعت هر یک از متحرک‌های A و B را پیدا کنند.

$$v_A = \frac{۸/۰\,m}{۴/۰\,s} = ۲/۰\,m/s \quad \text{و} \quad v_B = \frac{(۲۴/۰ - ۱۴/۰)\,m/s}{۴/۰\,s} = ۲/۵\,m/s$$

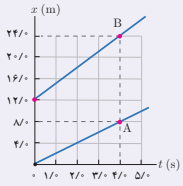
با توجه به رابطهٔ ۱ــ۷ معادله مکان ــ زمان هر متحرک را به‌طور جداگانه می‌نویسیم.

$$x_A = v_A t + x_{0A} = (۲/۰\ m/s)t + 0 = (۲/۰\ m/s)t \quad \text{و} \quad x_B = v_B t + x_{0B} = (۲/۵\ m/s)t + ۱۲/۰\,m$$

تمرین ۱ــ۶

شکل مقابل نمودار مکان ــ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند.

سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادلهٔ مکان ــ زمان آنها را بنویسید.



تمرین ۱ــ۷

الف) در این قسمت نیازی به محاسبه نیست و کافی است از محل برخورد دو نمودار، خطی موازی محور زمان رسم شود و محل برخورد آن با محور x، تعیین شود. مقدار حدس زده شده برابر مکان هم‌رسی تقریبی کفش‌دوزک‌هاست $(x \simeq ۰/۵\text{m})$. همچنین خطی که از محل برخورد دو نمودار، موازی محور x رسم می‌شود و محور زمان را قطع می‌کند زمان هم‌رسی تقریبی کفش‌دوزک‌هاست $(t \simeq ۳/۵\text{s})$.

ب) با توجه به شیب هر نمودار، سرعت هر کفش‌دوزک را به‌طور جداگانه به‌دست می‌آوریم.

$$v_A = \frac{(۰-۴/۰)\,\text{m}}{۴/۰\,\text{s}} = -۱/۰\,\text{m/s}$$

$$= \frac{[۰-(-۳/۰)]}{۳\ \ ۰} = ۱\ \ ۰\,\text{m/s}$$

$$x_A = v_A t + x_{۰A} = (-۱/۰\ \text{m/s})t + ۴/۰\ \text{m}$$

$$x_B = v_B t + x_{۰B} = (۱/۰\ \text{m/s})t + (-۳/۰)\ \text{m}$$

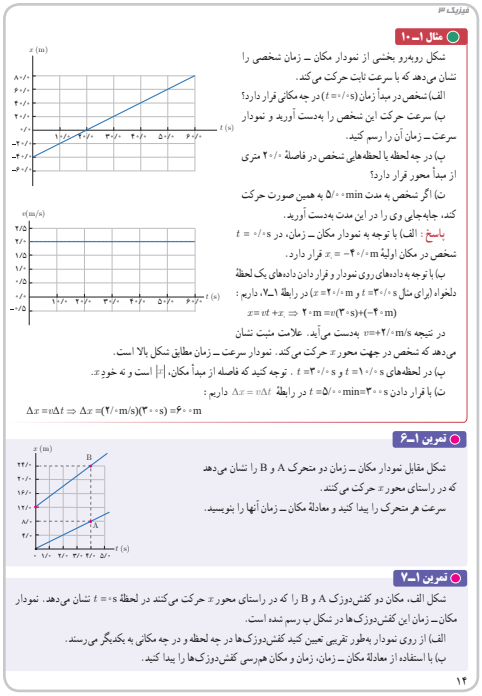
با برابر قرار دادن این دو معادله داریم $(x_A = x_B)$:

$$(-۱/۰\ \text{m/s})t + ۴/۰\ \text{m} = (۱/۰\ \text{m/s})t - ۳/۰\ \text{m}$$

$$(۲/۰\ \text{m/s})t = ۷/۰\ \text{m} \Rightarrow t = ۳/۵\ \text{s}$$

با جای‌گذاری t در یکی از معادله‌های مکان ــ زمان کفش‌دوزک‌ها داریم :

$$x_A = (-۱/۰\ \text{m/s})(۳/۵\text{s}) + ۴/۰\text{m} = ۰/۵\ \text{m}$$



فیزیک ۳

مثال ۱ــ۱۰

شکل روبه‌رو بخشی از نمودار مکان ــ زمان شخصی را نشان می‌دهد که با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

الف) شخص در مبدأ زمان $(t=۰/۰\text{s})$ در چه مکانی قرار دارد؟

ب) سرعت حرکت این شخص را به‌دست آورید و نمودار سرعت ــ زمان آن را رسم کنید.

پ) در چه لحظه یا لحظه‌هایی شخص در فاصلهٔ $۲۰/۰$ متری از مبدأ محور قرار دارد؟

ت) اگر شخص به مدت $۵/۰۰\text{min}$ به همین صورت حرکت کند، جابه‌جایی وی را در این مدت به‌دست آورید.

پاسخ : الف) با توجه به نمودار مکان ــ زمان، در $t = ۰/۰\text{s}$ شخص در مکان اولیهٔ $x = -۴۰/۰\text{m}$ قرار دارد.

ب) با توجه به داده‌های روی نمودار و قرار دادن داده‌های یک لحظهٔ دلخواه (برای مثال $t = ۳۰/۰\text{s}$ و $x = ۲۰/۰\text{m}$) در رابطهٔ ۱ــ۷، داریم :

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow ۲۰\text{m} = v(۳۰\text{s}) + (-۴۰\text{m})$$

در نتیجه $v = +۲/۰\text{m/s}$ به‌دست می‌آید. علامت مثبت نشان می‌دهد که شخص در جهت محور x حرکت می‌کند. نمودار سرعت ــ زمان مطابق شکل بالا است.

ب) در لحظه‌های $t = ۱۰/۰\text{s}$ و $t = ۳۰/۰\text{s}$. توجه کنید که فاصله از مبدأ مکان، $|x|$ است و نه خود x.

ت) با قرار دادن $t = ۵/۰۰\text{min} = ۳۰۰\text{s}$ در رابطهٔ $\Delta x = v\Delta t$ داریم :

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = (۲/۰\text{m/s})(۳۰۰\text{s}) = ۶۰۰\text{m}$$

تمرین ۱ــ۶

شکل مقابل نمودار مکان ــ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند.

سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادلهٔ مکان ــ زمان آنها را بنویسید.

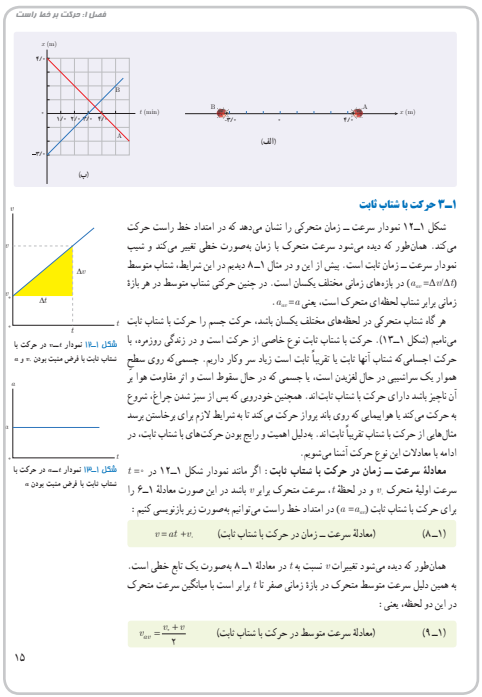
تمرین ۱ــ۷

شکل الف، مکان دو کفش‌دوزک A و B را که در راستای محور x حرکت می‌کنند در لحظهٔ $t = ۰\text{s}$ نشان می‌دهد. نمودار مکان ــ زمان این کفش‌دوزک‌ها در شکل ب رسم نشده است.

الف) از روی نمودار به‌طور تقریبی تعیین کنید کفش‌دوزک‌ها در چه لحظه و در چه مکانی به یکدیگر می‌رسند.

ب) با استفاده از معادلهٔ مکان ــ زمان، زمان و مکان هم‌رسی کفش‌دوزک‌ها را پیدا کنید.

۱۲



فصل ۱: حرکت بر خط راست

(الف)

(ب)

۱ــ۳ حرکت با شتاب ثابت

شکل ۱ــ۱۲ نمودار سرعت ــ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد خط راست حرکت می‌کند. همان‌طور که دیده می‌شود سرعت متحرک با زمان به‌صورت خطی تغییر می‌کند و شیب نمودار سرعت ــ زمان ثابت است. پیش از این و در مثال ۱ــ۸ دیدیم در این شرایط، شتاب متوسط $(a_{av} = \Delta v/\Delta t)$ در بازه‌های زمانی مختلف یکسان است. در چنین حرکتی شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است، یعنی $a_{av} = a$.

هر گاه شتاب متحرکی در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم (شکل ۱ــ۱۳). حرکت با شتاب ثابت نوع خاصی از حرکت است و در زندگی روزمره، با حرکت اجسامی که شتاب آنها ثابت یا تقریباً ثابت است زیاد سر و کار داریم. جسمی که روی سطح هموار یک سرانیبی در حال لغزیدن است، یا جسمی که در حال سقوط است و از مقاومت هوا بر آن ناچیز باشد دارای حرکت با شتاب ثابت‌اند. همچنین خودرویی که پس از سبز شدن چراغ، شروع به حرکت می‌کند یا هواپیمایی که روی باند پرواز حرکت می‌کند تا به شرایط لازم برای برخاستن برسد مثال‌هایی از حرکت با شتاب تقریباً ثابت‌اند. به‌دلیل اهمیت و رایج بودن حرکت‌های با شتاب ثابت، در ادامه با معادلات این نوع حرکت آشنا می‌شویم.

معادلهٔ سرعت ــ زمان در حرکت با شتاب ثابت : اگر مانند نمودار شکل ۱ــ۱۲ در $t = ۰$ سرعت اولیهٔ متحرک $v_۰$ و در لحظهٔ t، سرعت متحرک برابر v باشد در این صورت معادلهٔ ۱ــ۶ را برای حرکت با شتاب ثابت $(a = a_{av})$ در امتداد خط راست می‌توانیم به‌صورت زیر بازنویسی کنیم :

$$v = at + v_۰ \qquad \text{(معادلهٔ سرعت ــ زمان در حرکت با شتاب ثابت)} \qquad (۱\text{ــ}۸)$$

همان‌طور که دیده می‌شود تغییرات v نسبت به t در معادلهٔ ۱ــ۸ به‌صورت یک تابع خطی است. به همین دلیل سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t برابر است با میانگین سرعت متحرک در این دو لحظه، یعنی :

$$v_{av} = \frac{v_۰ + v}{۲} \qquad \text{(معادلهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت)} \qquad (۱\text{ــ}۹)$$

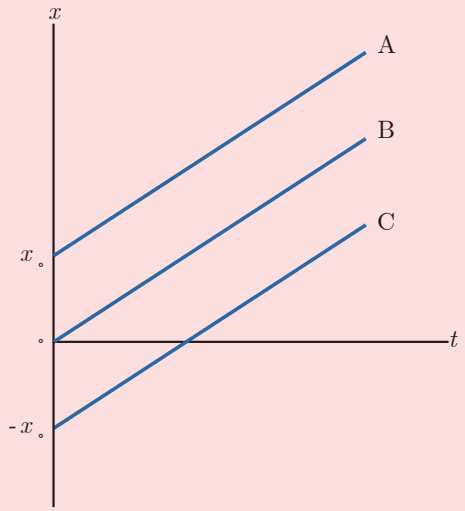
شکل ۱ــ۱۳ نمودار vــt در حرکت با شتاب ثابت با فرض مثبت بودن v و a

شکل ۱ــ۱۴ نمودار aــt در حرکت با شتاب ثابت با فرض مثبت بودن a

۱۵

تمرین‌های پیشنهادی بخش ۱ــ۲

۱ شکل زیر نمودار مکان ــ زمان سه متحرک را نشان می‌دهد که حرکت آنها با سرعت ثابت و بر خط راست است. معادلهٔ حرکت هر متحرک را بنویسید.



۲ معادلهٔ حرکت سه متحرک به ترتیب $x=-v_At+x_0$، $x=-v_Bt$ و $x=-v_Ct-x_0$ است که در آن $v_A=v_B=v_C>0$ و x_0 عددی مثبت است. نمودار مکان ــ زمان این سه متحرک را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

۳ متحرکی که با سرعت ثابت در امتداد خط راست حرکت می‌کند در لحظهٔ $t_1=0$ در $x_1=-8\text{m}$ و در لحظهٔ $t_2=4\text{s}$ در $x_2=12\text{m}$ قرار دارد. معادلهٔ مکان ــ زمان متحرک را بنویسید.

۴ در حرکت با سرعت ثابت بر خط راست سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی

الف) برابر سرعت لحظه‌ای است.

ب) برابر صفر است.

پ) کوچک‌تر از سرعت لحظه‌ای است.

ت) بزرگ‌تر از سرعت لحظه‌ای است.

۵ معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x=12t-24$ است.

الف) تغییر مکان متحرک در ۲ ثانیهٔ اول حرکت چقدر است؟

ب) در چه لحظه‌ای متحرک به مبدأ مکان می‌رسد؟

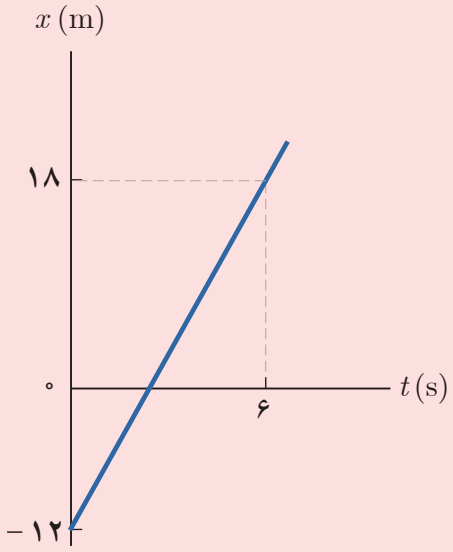
پ) نمودار مکان زمان متحرک را رسم کنید.

۶ شکل صفحه بعد نمودار مکان ــ زمان متحرکی را در ۶ ثانیهٔ اول حرکت نشان می‌دهد.

الف) نوع حرکت متحرک را تعیین کنید.

ب) معادلهٔ حرکت متحرک را بنویسید.

پ) جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ اول حرکت چقدر است؟



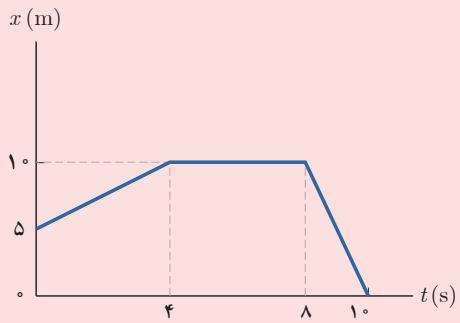
۷ جسمی با سرعت ثابت در امتداد خط راست در حرکت است. اگر این جسم در لحظهٔ $t=$ ۴s در فاصلهٔ ۲۲m از مبدأ مکان و ۲ ثانیه بعد در فاصلهٔ ۳۴m از آن مبدأ باشد، سرعت جسم چقدر است؟ معادلهٔ مکان ــ زمان جسم را بنویسید.

۸ متحرکی در امتداد خط راست در حرکت است. این متحرک در ۲ ثانیهٔ اول حرکت با سرعت ثابت ۴ m/s، آن‌گاه به مدت ۴s با سرعت ثابت ۶m/s و بقیهٔ مسیر را به مدت ۵s با سرعت ۳m/s طی می‌کند. نمودار سرعت ــ زمان متحرک را رسم کنید. اگر در $t=$ ۰ متحرک در مبدأ مکان باشد، نمودار مکان ــ زمان آن را در کل مسیر رسم کنید.

۹ دو متحرک هم‌زمان از مبدأ مکان با سرعت‌های ۷۲km/h و ۱۰۸km/h در جهت محور x می‌گذرند. پس از چند دقیقه فاصلهٔ آنها از یکدیگر به ۳۶۰۰m می‌رسد.

الف) ۶ ب) ۸ پ) ۱۰ ت) ۱۲

۱۰ شکل روبه‌رو نمودار مکان ــ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد خط راست حرکت می‌کند.



الف) جابه‌جایی متحرک در کل زمان حرکت چقدر است؟

ب) سرعت متوسط متحرک را در هر بازهٔ زمانی و همچنین در کل زمان حرکت به‌دست آورید.

پ) معادلهٔ حرکت متحرک را در هر بازهٔ زمانی بنویسید.

ت) نمودار سرعت زمان متحرک را برای هر بازهٔ زمانی در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

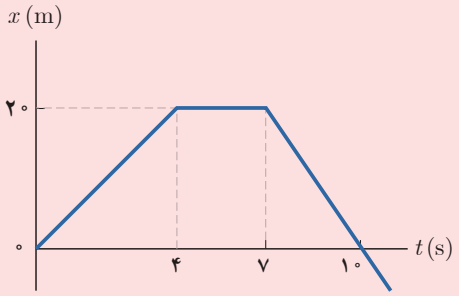
۱۱ ذره‌ای با سرعت ثابت روی محور xها به حرکت درمی‌آید و پس از ۲s به مبدأ می‌رسد و ۲s بعد به نقطهٔ $x=-۶m$ می‌رسد. معادلهٔ حرکت آن در SI کدام است؟

الف) $x=-۳t-۶$ ب) $x=-۳t+۶$ پ) $x=۳t-۶$ ت) $x=۳t+۶$

۱۲ قطاری با سرعت ثابت ۳۰m/s از روی پلی به طول ۴۰۰m در مدت ۲۰s می‌گذرد. طول قطار چند متر است؟

الف) ۲۰۰ ب) ۴۰۰ پ) ۶۰۰ ت) ۸۰۰

۱۳ نمودار مکان ــ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت این متحرک ۱۰s پس از شروع حرکت چند m/s است؟



الف) صفر

ب) ۹m/s در جهت مثبت محور x

پ) ۹m/s در جهت منفی محور x

ت) $\frac{۲۰}{۳}$m/s در جهت مثبت محور x

ث) $\frac{۲۰}{۳}$m/s در جهت منفی محور x

۱۴ معادلهٔ سرعت ــ زمان متحرکی در SI به‌صورت $v=۴t+v_۰$ و سرعت متوسط آن در ۵ ثانیهٔ اول حرکت ۲۰m/s بوده است.

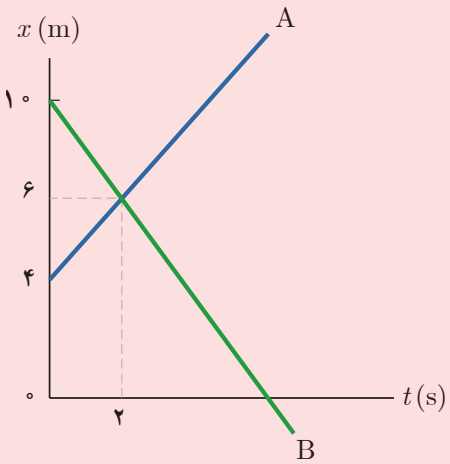
الف) مقدار $v_۰$ چقدر است؟ ب) درصورتی‌که در $t=۰$ متحرک در $x_۰=-۲m$ باشد، نمودار مکان ــ زمان آن را رسم کنید.

۱۵ دو هواپیما از فرودگاهی به‌طور هم‌زمان به طرف فرودگاه دیگری پرواز می‌کنند. تندی پرواز هواپیمای اول ۱۰۸۰km/h و تندی پرواز هواپیمای دوم ۹۰۰km/h است. اگر هواپیمای اول پس از ۲ ساعت به مقصد برسد،

الف) فاصلهٔ بین دو فرودگاه چقدر است؟

ب) هواپیمای دوم چند دقیقه پس از هواپیمای اول به مقصد می‌رسد؟ (فرض کنید هواپیماها از ابتدا تا انتها روی مسیری مستقیم و با سرعت ثابت حرکت می‌کنند.)

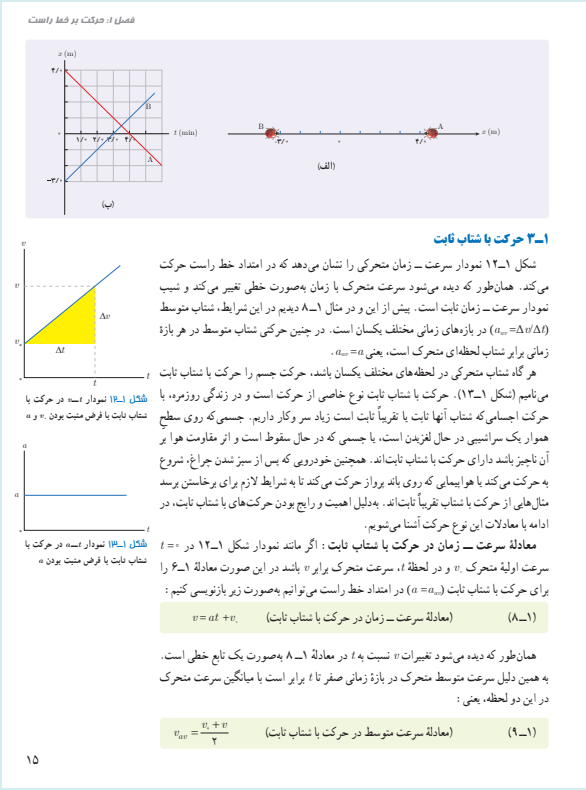
۱۶ نمودار مکان ــ زمان دو متحرک مطابق شکل روبه‌رو است. معادله مکان ــ زمان این دو متحرک را به‌دست آورید.



۱ــ۳ــ حرکت با شتاب ثابت

راهنمای تدریس : مثال ۱ــ۸ شروع مناسبی برای بررسی حرکت با شتاب ثابت است. در کتاب درسی نیز با همین مثال و تمرکز روی نمودار شکل ۱ــ۱۲ مبحث حرکت با شتاب ثابت شروع شده است. از آنجا که در زندگی روزمره حرکت بسیاری از اجسام پیرامون ما با تقریب خوبی، حرکت با شتاب ثابت است، لذا در تمامی کتاب‌های درسی فیزیک، حرکت با شتاب ثابت و معادله‌های مربوط به آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

توجه : به چگونگی اثبات رابطهٔ ۱ــ۹ در مسئله ۳ پایان فصل پرداخته شده است. لازم به توضیح است که اثبات این رابطه جزء اهداف این کتاب نیست و صرفاً جهت آگاهی همکاران آورده شده است.



فصل ۱: حرکت بر خط راست

(الف)

(ب)

۱ــ۳ حرکت با شتاب ثابت

شکل ۱ــ۱۲ نمودار سرعت ــ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد خط راست حرکت می‌کند. همان‌طور که دیده می‌شود سرعت متحرک با زمان به‌صورت خطی تغییر می‌کند و شیب نمودار سرعت ــ زمان ثابت است. پیش از این و در مثال ۱ــ۸ دیدیم در این شرایط، شتاب متوسط ($a_{av}=\Delta v/\Delta t$) در بازه‌های زمانی مختلف یکسان است. در چنین حرکتی شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است، یعنی $a_{av}=a$.

هر گاه شتاب متحرکی در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم (شکل ۱ــ۱۳). حرکت با شتاب ثابت نوع خاصی از حرکت است و در زندگی روزمره، با حرکت اجسامی که شتاب آنها ثابت یا تقریباً ثابت است زیاد سر وکار داریم. جسمی که روی سطح هموار یک سرانبیی در حال لغزیدن است، یا جسمی که در حال سقوط است و اثر مقاومت هوا بر آن ناچیز باشد دارای حرکت با شتاب ثابت‌اند. همچنین خودرویی که پس از سبز شدن چراغ، شروع به حرکت می‌کند یا هواپیمایی که روی باند پرواز حرکت می‌کند تا به شرایط لازم برای برخاستن برسد مثال‌هایی از حرکت با شتاب تقریباً ثابت‌اند. به‌دلیل اهمیت و رایج بودن حرکت‌های با شتاب ثابت، در ادامه با معادلات این نوع حرکت آشنا می‌شویم.

معادلهٔ سرعت ــ زمان در حرکت با شتاب ثابت : اگر مانند نمودار شکل ۱ــ۱۲ در $t=0$ سرعت اولیهٔ متحرک v_0 و در لحظهٔ t، سرعت متحرک برابر v باشد در این صورت معادلهٔ ۱ــ۶ را برای حرکت با شتاب ثابت ($a=a_{av}$) در امتداد خط راست می‌توانیم به‌صورت زیر بازنویسی کنیم :

$$v=at+v_0 \qquad \text{(معادلهٔ سرعت ــ زمان در حرکت با شتاب ثابت)} \qquad (۱ــ۸)$$

همان‌طور که دیده می‌شود تغییرات v نسبت به t در معادلهٔ ۱ــ۸ به‌صورت یک تابع خطی است. به همین دلیل سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t برابر است با میانگین سرعت متحرک در این دو لحظه، یعنی :

$$v_{av}=\frac{v_0+v}{2} \qquad \text{(معادلهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت)} \qquad (۱ــ۹)$$

شکل ۱ــ۱۲ نمودار vــt در حرکت با شتاب ثابت با فرض مثبت بودن v و a

شکل ۱ــ۱۳ نمودار aــt در حرکت با شتاب ثابت با فرض مثبت بودن a

۱۵

تمرین ۱ــ۸

الف)

$$v=(-1/8\ \text{m/s}^2)t+2/2\ \text{m/s}$$
$$=(-1/8\ \text{m/s}^2)(4/0\ \text{s})+2/2\ \text{m/s}$$
$$=-5/0\ \text{m/s}$$

ب) سرعت متحرک در لحظهٔ $t=0$ برابر است :

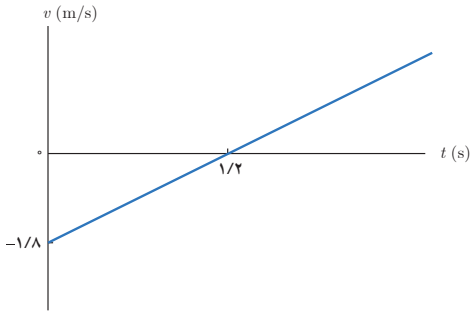
$$v_0=2/2\ \text{m/s}$$

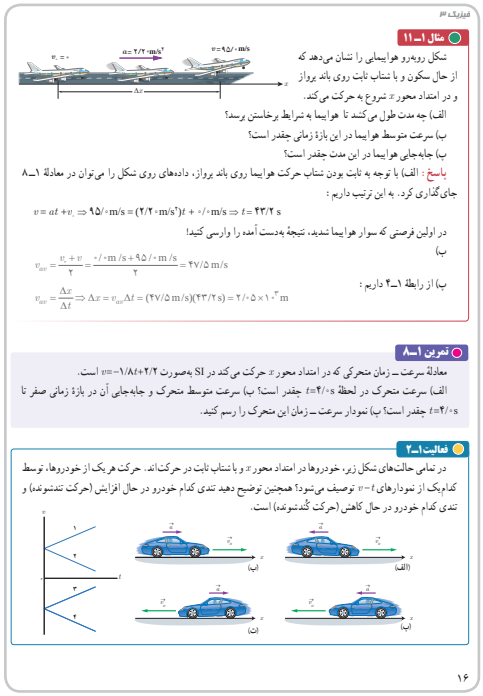
چون حرکت جسم با شتاب ثابت است، داریم :

$$v_{av}=\frac{v_0+v}{2}=\frac{2/2\ \text{m/s}+(-5/0)\text{m/s}}{2}=-1/4\ \text{m/s}$$

پ) ابتدا لحظه‌ای را تعیین می‌کنیم که سرعت متحرک صفر می‌شود. به این ترتیب داریم :

$$v=(-1/8\ \text{m/s})t+2/2\ \text{m/s}$$
$$0=(-1/8\ \text{m/s})t+2/2\ \text{m/s}\Rightarrow t\simeq 1/2\ \text{s}$$





فیزیک ۳

مثال ۱ــ۱۱

شکل روبه‌رو هواپیمایی را نشان می‌دهد که از حال سکون و با شتاب ثابت روی باند پرواز و در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند.

الف) چه مدت طول می‌کشد تا هواپیما به شرایط برخاستن برسد؟

ب) سرعت متوسط هواپیما در این بازهٔ زمانی چقدر است؟

پ) جابه‌جایی هواپیما در این مدت چقدر است؟

پاسخ : الف) با توجه به ثابت بودن شتاب حرکت هواپیما روی باند پرواز، داده‌های روی شکل را می‌توان در معادلهٔ ۱ــ۸ جای‌گذاری کرد. به این ترتیب داریم :

$$v = at + v_0 \Rightarrow 95/0\,m/s = (2/20\,m/s^2)t + 0/0\,m/s \Rightarrow t = 43/2\,s$$

در اولین فرصتی که سوار هواپیما شدید، نتیجهٔ به‌دست آمده را وارسی کنید!

ب)

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0/0\,m/s + 95/0\,m/s}{2} = 47/5\,m/s$$

پ) از رابطهٔ ۱ــ۴ داریم :

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v_{av}\Delta t = (47/5\,m/s)(43/2\,s) = 2/05 \times 10^3\,m$$

تمرین ۱ــ۸

معادلهٔ سرعت ــ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v=-1/8t+2/2$ است.

الف) سرعت متحرک در لحظهٔ $t=4/0\,s$ چقدر است؟ ب) سرعت متوسط متحرک و جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی صفر تا $t=4/0\,s$ چقدر است؟ پ) نمودار سرعت ــ زمان این متحرک را رسم کنید.

فعالیت ۱ــ۲

در تمامی حالت‌های شکل زیر، خودروها در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت‌اند. حرکت هر یک از خودروها، توسط کدام‌یک از نمودارهای $v-t$ توصیف می‌شود؟ همچنین توضیح دهید تندی کدام خودرو در حال افزایش (حرکت تندشونده) و تندی کدام خودرو در حال کاهش (حرکت کُندشونده) است.

۱۶

فعالیت ۱ــ۲

در این فعالیت حرکت تندشونده و کند شونده با توجه به مفهوم تندی معرفی شده است. هرگاه مطابق نمودارهای ۱ و ۴، در هر لحظه از زمان تندی متحرک روبه افزایش باشد (منظور از تندی اندازهٔ سرعت است که همواره مقدار مثبتی دارد) حرکت تند شونده است و هرگاه در هر لحظه از زمان، تندی متحرک رو به کاهش باشد (مانند نمودار ۲ و ۳)، حرکت کند شونده است. لذا اگر نمودارهای سرعت ــ زمان متحرک را در اختیار داشته باشیم، برای تعیین تند شونده یا کند شونده بودن حرکت، کافی است به چگونگی تغییرات تندی متحرک روی نمودار توجه شود.

ــ حرکت خودروی الف توسط نمودار ۲

ــ حرکت خودروی ب توسط نمودار ۱

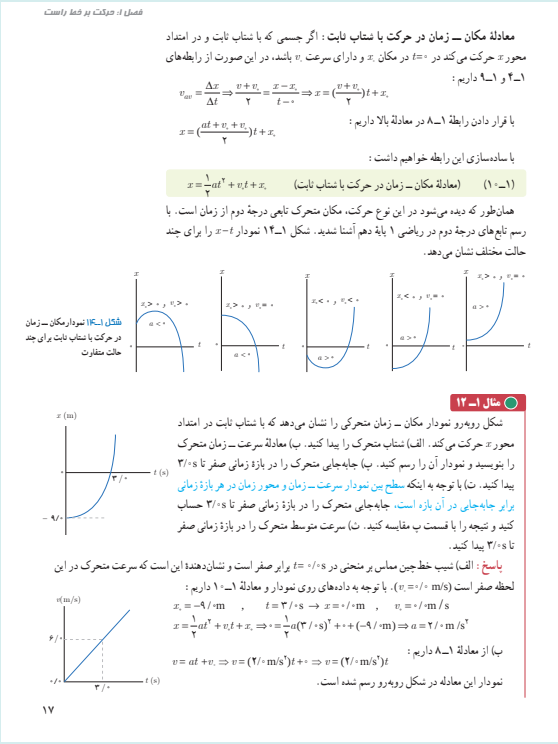
ــ حرکت خودروی پ توسط نمودار ۴

ــ حرکت خودروی ت توسط نمودار ۳

توجه

برای هر یک از خودروها، توصیه می‌شود دانش‌آموزان یک مثال واقعی بزنند. برای مثال در خصوص خودروی شکل (ت) که توسط نمودار ۳ توصیف می‌شود. می‌توان گفت : خودرویی در خلاف جهت محور x در حرکت است که مانعی را در دوردست می‌بیند و با شتاب ثابت، تندی خود را کاهش می‌دهد (حرکت کند شونده).

ادامه راهنمای تدریس: از آنجا که دانش‌آموزان در ریاضی سال دهم با معادلهٔ $y = ax^2 + bx + c$ و نحوهٔ رسم آن برای حالت‌های مختلف آشنا شده‌اند، لذا در این قسمت از آموخته‌های قبلی دانش‌آموزان در درس ریاضی برای رسم معادلهٔ مکان ــ زمان متحرک که دارای حرکت با شتاب ثابت است استفاده کرده‌ایم. معادلهٔ مکان ــ زمان برای چند حالت خاص در شکل ۱ــ۱۴ و مثال ۱ــ۱۲ در کتاب درسی رسم شده است. حالت‌های دیگر را نیز همکاران محترم می‌توانند به کمک دانش‌آموزان مورد بررسی قرار دهند.



فصل ۱: حرکت بر خط راست

معادلهٔ مکان ــ زمان در حرکت با شتاب ثابت : اگر جسمی که با شتاب ثابت و در امتداد محور x حرکت می‌کند در $t=0$ در مکان x_0 و دارای سرعت v_0 باشد، در این صورت از رابطه‌های ۱ــ۴ و ۱ــ۹ داریم :

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v+v_0}{2} = \frac{x-x_0}{t-0} \Rightarrow x = (\frac{v+v_0}{2})t + x_0$$

با قرار دادن رابطهٔ ۱ــ۸ در معادلهٔ بالا داریم :

$$x = (\frac{at+v_0+v_0}{2})t + x_0$$

با ساده‌سازی این رابطه خواهیم داشت :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \qquad \text{(معادلهٔ مکان ــ زمان در حرکت با شتاب ثابت)} \qquad (۱\text{ــ}۱۰)$$

همان‌طور که دیده می‌شود در این نوع حرکت، مکان متحرک تابعی درجهٔ دوم از زمان است. با رسم تابع‌های درجهٔ دوم در ریاضی ۱ پایهٔ دهم آشنا شدید. شکل ۱ــ۱۴ نمودار $x-t$ را برای چند حالت مختلف نشان می‌دهد.

شکل ۱ــ۱۴ نمودار مکان ــ زمان در حرکت با شتاب ثابت برای چند حالت متفاوت

مثال ۱ــ۱۲

شکل روبه‌رو نمودار مکان ــ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند. الف) شتاب متحرک را پیدا کنید. ب) معادلهٔ سرعت ــ زمان متحرک را بنویسید و نمودار آن را رسم کنید. پ) جابه‌جایی متحرک را در بازهٔ زمانی صفر تا $3.0\,s$ پیدا کنید. ت) با توجه به اینکه سطح بین نمودار سرعت ــ زمان و محور زمان در هر بازهٔ زمانی برابر جابه‌جایی در آن بازه است، جابه‌جایی متحرک را در بازهٔ زمانی صفر تا $3.0\,s$ حساب کنید و نتیجه را با قسمت پ مقایسه کنید. ث) سرعت متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی صفر تا $3.0\,s$ پیدا کنید.

پاسخ : الف) شیب خط‌چین مماس بر منحنی در $t=0.0\,s$ برابر صفر است و نشان‌دهندهٔ این است که سرعت متحرک در این لحظه صفر است ($v_0=0.0\,m/s$). با توجه به داده‌های روی نمودار و معادلهٔ ۱ــ۱۰ داریم :

$$x_0 = -9.0\,m \quad , \quad t = 3.0\,s \rightarrow x = 0.0\,m \quad , \quad v_0 = 0.0\,m/s$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(3.0\,s)^2 + 0 + (-9.0\,m) \Rightarrow a = 2.0\,m/s^2$$

ب) از معادلهٔ ۱ــ۸ داریم :

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = (2.0\,m/s^2)t + 0 \Rightarrow v = (2.0\,m/s^2)t$$

نمودار این معادله در شکل روبه‌رو رسم شده است.

۱۷

تمرین ۱ــ۹

مبدأ مکان و مبدأ زمان را محل گذر خودرو از چهارراه در نظر می‌گیریم. در این صورت :

$x = 0$

$v_0 = 18.0\ km/h = 5.0\ m/s$

$a = 1.0\ m/s^2$

$\Delta x = 300\ m$

$v = ?$

از آنجا که هنوز معادلهٔ سرعت ــ جابه‌جایی معرفی نشده است، هدف این تمرین استفاده از معادله‌هایی است که تاکنون دانش‌آموزان با آنها آشنا شده‌اند. ابتدا از معادلهٔ ۱ــ۱۱، مدت زمان حرکت خودرو را به‌دست می‌آوریم :

فیزیک ۳

ب) با توجه به نمودار مکان ــ زمان، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $(0.0\,s, 3.0\,s)$ برابر $\Delta x = 0.0 - (-9.0\,m) = 9.0\,m$ است.

ت) سطح بین منحنی سرعت و محور زمان در نمودار سرعت ــ زمان، برابر $(\frac{1}{2} \times 6.0\,m/s)(3.0\,s) = 9.0\,m$ است که با نتیجهٔ قسمت پ سازگار است.

ث) از رابطهٔ ۱ــ۴ داریم :

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{9.0\,m}{3.0\,s} = 3.0\,m/s$$

توجه کنید که می‌توانستیم سرعت متوسط در این بازهٔ زمانی را از رابطهٔ $v_{av} = \frac{(v_0+v)}{2}$ نیز حساب کنیم که به همین نتیجه می‌رسد.

تمرین ۱ــ۹

خودرویی با سرعت $18.0\,km/h$ در امتداد مسیری مستقیم از چهارراهی می‌گذرد تندی آن با شتاب $1.0\,m/s^2$ افزایش می‌یابد. سرعت خودرو پس از $300\,m$ جابه‌جایی چقدر است؟

معادلهٔ سرعت ــ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت : اگر هنگام بررسی حرکت جسمی، زمان t معلوم نباشد، می‌توان از معادلهٔ سرعت ــ جابه‌جایی برای پیدا کردن یکی از کمیت‌های جابه‌جایی Δx، سرعت اولیه v_0، سرعت v، یا شتاب a متحرک استفاده کرد. برای به‌دست آوردن این معادله از رابطه‌های ۱ــ۴ و ۱ــ۹ شروع می‌کنیم. به این ترتیب مشابه آنچه هنگام به‌دست آوردن معادلهٔ مکان ــ زمان دیدیم می‌توان نوشت :

$$x = (\frac{v+v_0}{2})t + x_0$$

با به‌دست آوردن t از معادلهٔ ۱ــ۸ و قرار دادن آن در رابطهٔ بالا داریم :

$$x = (\frac{v+v_0}{2})(\frac{v-v_0}{a}) + x_0$$

در این صورت داریم :

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \qquad \text{(معادلهٔ سرعت ــ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت)} \qquad (۱\text{ــ}۱۱)$$

اگر چه این رابطه را برای بازهٔ زمانی صفر تا t به‌دست آوردیم، برای هر بازهٔ زمانی دلخواه t_1 تا t_2 نیز می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم که در آن x_1 و v_1 متناظر با لحظهٔ t_1 و همچنین x_2 و v_2 متناظر با لحظهٔ t_2 هستند.

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a(x_2 - x_1)$$

مثال ۱ــ۱۳

محیط‌بان یک پارک حفاظت شده هنگام گشت شبانه، با تندی $40.0\,km/h$ در جاده‌ای مستقیم در حرکت است که ناگهان گوزنی بدون حرکتی را در جلوی خود می‌بیند و ترمز می‌گیرد (شکل روبه‌رو). حرکت خودرو با شتابی به اندازهٔ $3.80\,m/s^2$ کُند می‌شود تا سرانجام متوقف شود. اگر لحظه‌ای که محیط‌بان ترمز می‌گیرد، گوزن در فاصلهٔ $22.0\,m$ متری از خودرو باشد،

الف) خودرو در چه فاصله‌ای از گوزن متوقف می‌شود؟

ب) چه مدت طول می‌کشد تا خودرو متوقف شود؟

۱۸

ادامهٔ راهنمای حل تمرین ۱ــ۹

$$x = \frac{۱}{۲}a + ۲ + v_{\circ}t + x_{\circ} \Rightarrow$$

$$۳۰۰\,\text{m} = \frac{۱}{۲}(۱/۰\,\text{m}/\text{s}^{۲})t^{۲} + (۵/۰\,\text{m}/\text{s})t + ۰$$

معادلهٔ مکان ــ زمان خودرو در SI به‌صورت زیر ساده می‌شود :

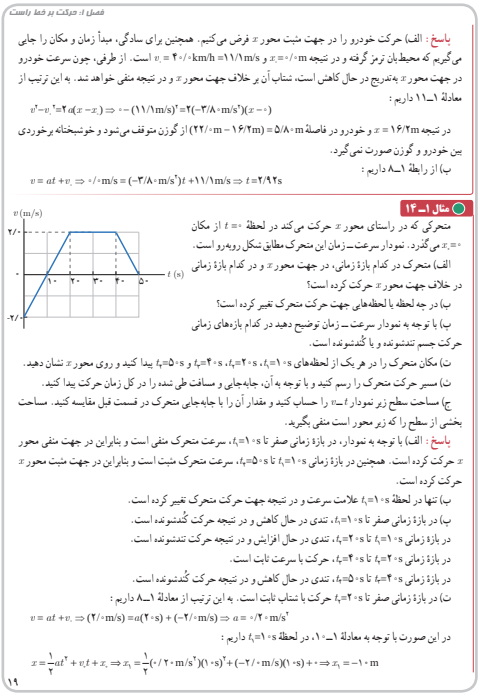
$$t^{۲} + ۱۰/۰t - ۶۰۰/۰ = ۰$$

پاسخ قابل قبول این معادلهٔ درجه دوم $t = ۲۰/۰\,\text{s}$ است. به این ترتیب از معادله ۱ــ۸ داریم :

$$v = at + v_{\circ} = (۱/۰\,\text{m}/\text{s}^{۲})(۲۰/۰\,\text{s}) + ۵/۰\,\text{m}/\text{s}$$

$$\Rightarrow v = ۲۵/۰\,\text{m}/\text{s}$$

دانش‌آموزان در ادامه این بخش که با معادلهٔ سرعت ــ جابه‌جایی آشنا می‌شوند، خواهند دید که راه‌حل ساده‌تری برای این تمرین نیز وجود دارد.



فصل ۱: حرکت بر خط راست

پاسخ : الف) حرکت خودرو را در جهت مثبت محور x فرض می‌کنیم. همچنین برای سادگی، مبدأ زمان و مکان را جایی می‌گیریم که محیط‌بان ترمز گرفته و در نتیجه $x_{\circ} = ۰/۰\,\text{m}$ و $v_{\circ} = ۴۰/۰\,\text{km/h} = ۱۱/۱\,\text{m/s}$ است. از طرفی، چون سرعت خودرو در جهت محور x به‌تدریج در حال کاهش است، شتاب آن بر خلاف جهت محور x و در نتیجه منفی خواهد شد. به این ترتیب از معادلهٔ ۱ــ۱۱ داریم :

$$v^{۲} - v_{\circ}^{۲} = ۲a(x - x_{\circ}) \Rightarrow ۰ - (۱۱/۱\,\text{m}/\text{s})^{۲} = ۲(-۳/۸\,\text{m}/\text{s}^{۲})(x - ۰)$$

در نتیجه $x = ۱۶/۲\,\text{m}$ و خودرو در فاصلهٔ $(۲۲/۰\,\text{m} - ۱۶/۲\,\text{m}) = ۵/۸\,\text{m}$ از گوزن متوقف می‌شود و خوشبختانه برخوردی بین خودرو و گوزن صورت نمی‌گیرد.

ب) از رابطهٔ ۱ــ۸ داریم :

$$v = at + v_{\circ} \Rightarrow ۰/۰\,\text{m}/\text{s} = (-۳/۸\,\text{m}/\text{s}^{۲})t + ۱۱/۱\,\text{m}/\text{s} \Rightarrow t = ۲/۹۲\,\text{s}$$

مثال ۱ــ۱۳

متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند در لحظهٔ $t = ۰$ از مکان $x_{\circ} = ۰$ می‌گذرد. نمودار سرعت ــ زمان این متحرک مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) متحرک در کدام بازهٔ زمانی، در جهت محور x و در کدام بازهٔ زمانی در خلاف جهت محور x حرکت کرده است؟

ب) در چه لحظه یا لحظه‌هایی جهت حرکت متحرک تغییر کرده است؟

پ) با توجه به نمودار سرعت ــ زمان توضیح دهید در کدام بازه‌های زمانی حرکت جسم تندشونده و یا کُندشونده است.

ت) مکان متحرک را در هر یک از لحظه‌های $t_1 = ۱۰\,\text{s}$، $t_2 = ۲۰\,\text{s}$، $t_3 = ۴۰\,\text{s}$ و $t_4 = ۵۰\,\text{s}$ پیدا کنید و روی محور x نشان دهید.

ث) مسیر حرکت متحرک را رسم کنید و با توجه به آن، جابه‌جایی و مسافت طی شده را در کل زمان حرکت پیدا کنید.

ج) مساحت سطح زیر نمودار $v-t$ را حساب کنید و مقدار آن را با جابه‌جایی متحرک در قسمت قبل مقایسه کنید. مساحت بخشی از سطح را که زیر محور است منفی بگیرید.

پاسخ : الف) با توجه به نمودار، در بازهٔ زمانی صفر تا $t_1 = ۱۰\,\text{s}$، سرعت متحرک منفی است و بنابراین در جهت منفی محور x حرکت کرده است. همچنین در بازهٔ زمانی $t_1 = ۱۰\,\text{s}$ تا $t_4 = ۵۰\,\text{s}$، سرعت متحرک مثبت است و بنابراین در جهت مثبت محور x حرکت کرده است.

ب) تنها در لحظهٔ $t_1 = ۱۰\,\text{s}$ علامت سرعت و در نتیجه جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.

پ) در بازهٔ زمانی صفر تا $t_1 = ۱۰\,\text{s}$، تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت کُندشونده است.

در بازهٔ زمانی $t_1 = ۱۰\,\text{s}$ تا $t_2 = ۲۰\,\text{s}$، تندی در حال افزایش و در نتیجه حرکت تندشونده است.

در بازهٔ زمانی $t_2 = ۲۰\,\text{s}$ تا $t_3 = ۴۰\,\text{s}$، حرکت با سرعت ثابت است.

در بازهٔ زمانی $t_3 = ۴۰\,\text{s}$ تا $t_4 = ۵۰\,\text{s}$، تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت کُندشونده است.

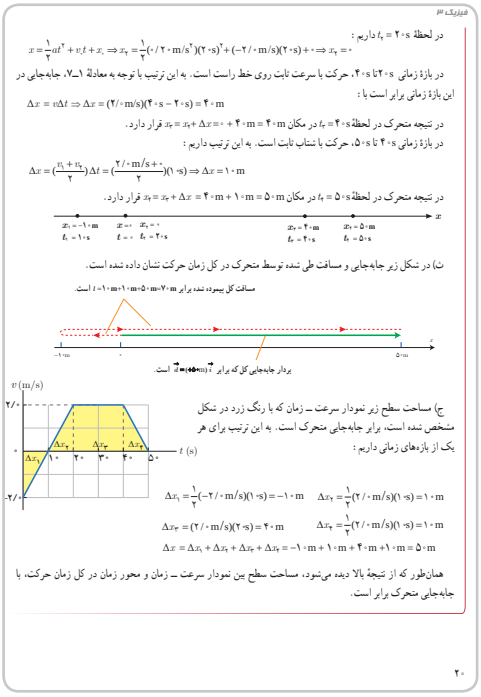
ت) در بازهٔ زمانی صفر تا $t_2 = ۲۰\,\text{s}$ حرکت با شتاب ثابت است. به این ترتیب از معادلهٔ ۱ــ۸ داریم :

$$v = at + v_{\circ} \Rightarrow (۲/۰\,\text{m}/\text{s}) = a(۲۰\,\text{s}) + (-۲/۰\,\text{m}/\text{s}) \Rightarrow a = ۰/۲\,\text{m}/\text{s}^{۲}$$

در این صورت با توجه به معادلهٔ ۱ــ۱۰، در لحظهٔ $t_1 = ۱۰\,\text{s}$ داریم :

$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{\circ}t + x_{\circ} \Rightarrow x_1 = \frac{۱}{۲}(۰/۲\,\text{m}/\text{s}^{۲})(۱۰\,\text{s})^{۲} + (-۲/۰\,\text{m}/\text{s})(۱۰\,\text{s}) + ۰ \Rightarrow x_1 = -۱۰\,\text{m}$$

۱۹



فیزیک ۳

در لحظهٔ $t_4 = ۴۰\,\text{s}$ داریم :

$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{\circ}t + x_{\circ} \Rightarrow x_4 = \frac{۱}{۲}(۰/۲\,\text{m}/\text{s}^{۲})(۴۰\,\text{s})^{۲} + (-۲/۰\,\text{m}/\text{s})(۴۰\,\text{s}) + ۰ \Rightarrow x_4 = ۰$$

در بازهٔ زمانی $۴۰\,\text{s}$ تا $۵۰\,\text{s}$، حرکت با سرعت ثابت روی خط راست است. به این ترتیب با توجه به معادلهٔ ۱ــ۷، جابه‌جایی در این بازهٔ زمانی برابر است با :

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = (۲/۰\,\text{m}/\text{s})(۴۰\,\text{s} - ۲۰\,\text{s}) = ۴۰\,\text{m}$$

در نتیجه متحرک در لحظهٔ $t_5 = ۴۰\,\text{s}$ در مکان $x_5 = x_4 + \Delta x = ۰ + ۴۰\,\text{m} = ۴۰\,\text{m}$ قرار دارد.

در بازهٔ زمانی $۴۰\,\text{s}$ تا $۵۰\,\text{s}$، حرکت با شتاب ثابت است. به این ترتیب داریم :

$$\Delta x = \left(\frac{v_1 + v_2}{۲}\right)\Delta t = \left(\frac{۲/۰\,\text{m}/\text{s} + ۰}{۲}\right)(۱۰\,\text{s}) \Rightarrow \Delta x = ۱۰\,\text{m}$$

در نتیجه متحرک در لحظهٔ $t_6 = ۵۰\,\text{s}$ در مکان $x_6 = x_5 + \Delta x = ۴۰\,\text{m} + ۱۰\,\text{m} = ۵۰\,\text{m}$ قرار دارد.

$x_1 = -۱۰\,\text{m}$, $t_1 = ۱۰\,\text{s}$; $x = ۰$, $t = ۰$; $x_4 = ۰$, $t_4 = ۴۰\,\text{s}$; $x_5 = ۴۰\,\text{m}$, $t_5 = ۴۰\,\text{s}$; $x_6 = ۵۰\,\text{m}$, $t_6 = ۵۰\,\text{s}$; x

ث) در شکل زیر جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک در کل زمان حرکت نشان داده شده است.

مسافت کل پیموده شده برابر $t = ۱۰\,\text{m} + ۱۰\,\text{m} + ۵۰\,\text{m} = ۷۰\,\text{m}$ است.

$-۱۰\,\text{m}$ ۰ $۵۰\,\text{m}$

بردار جابه‌جایی کل که برابر $\vec{d} = (۴۰\,\text{m})\vec{i}$ است.

ج) مساحت سطح زیر نمودار سرعت ــ زمان که با رنگ زرد در شکل مشخص شده است، برابر جابه‌جایی متحرک است. به این ترتیب برای هر یک از بازه‌های زمانی داریم :

$v\,(\text{m}/\text{s})$; $۲/۰$; ۰; $-۲/۰$; $t\,(\text{s})$; ۱۰; ۲۰; ۳۰; ۴۰; ۵۰; Δx_1; Δx_2; Δx_3; Δx_4

$$\Delta x_1 = \frac{۱}{۲}(-۲/۰\,\text{m}/\text{s})(۱۰\,\text{s}) = -۱۰\,\text{m} \qquad \Delta x_2 = \frac{۱}{۲}(۲/۰\,\text{m}/\text{s})(۱۰\,\text{s}) = ۱۰\,\text{m}$$

$$\Delta x_3 = (۲/۰\,\text{m}/\text{s})(۲۰\,\text{s}) = ۴۰\,\text{m} \qquad \Delta x_4 = \frac{۱}{۲}(۲/۰\,\text{m}/\text{s})(۱۰\,\text{s}) = ۱۰\,\text{m}$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = -۱۰\,\text{m} + ۱۰\,\text{m} + ۴۰\,\text{m} + ۱۰\,\text{m} = ۵۰\,\text{m}$$

همان‌طور که از نتیجهٔ بالا دیده می‌شود، مساحت سطح بین نمودار سرعت ــ زمان و محور زمان در کل زمان حرکت، با جابه‌جایی متحرک برابر است.

۲۰

ادامه راهنمای تدریس : هرچند معادلهٔ ۱ــ۱۱ به‌طور مستقیم با زمان رابطه‌ای ندارد و به همین دلیل در گذشته به آن معادلهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌گفتند ولی در تمامی منابع امروزی فیزیک، این معادله را، معادلهٔ سرعت ــ جابه‌جایی می‌نامند، تا بر اساس متغیرهای اصلی این معادله نام‌گذاری شده باشد.

مثال ۱ــ۱۴، یکی از جامع‌ترین مثال‌های این فصل است که به مرور تمامی مفاهیمی که از ابتدای فصل تا اینجا به آن پرداخته‌ایم در این مثال مورد بررسی قرار می‌گیرد. لذا توصیه می‌شود که وقت کافی برای بررسی این مثال در کلاس درس بگذارید.

فصل ۱: حرکت بر خط راست

پرسش ۱ــ۷

نمودار شتاب ــ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. توضیح دهید چگونه هر یک از نمودارهای سرعت ــ زمان شکل‌های الف، ب و پ می‌تواند متناظر با این نمودار شتاب ــ زمان باشد.

تمرین ۱ــ۱۰

آهویی در مسیری مستقیم در امتداد محور x می‌دود. نمودار سرعت ــ زمان آهو در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۲/۰s مطابق شکل است. در این بازهٔ زمانی

الف) مسافت کل پیموده شده توسط آهو را به‌دست آورید.

ب) جابه‌جایی آهو را پیدا کنید.

پ) نمودار شتاب ــ زمان آهو را رسم کنید.

تمرین ۱ــ۱۱

شکل مقابل نمودار شتاب ــ زمان یک ماشین اسباب بازی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. با فرض $x_0=0$ و $v_0=0$، در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۵/۰s،

الف) نمودارهای سرعت ــ زمان و مکان ــ زمان این ماشین را رسم کنید.

ب) با توجه به نمودار سرعت ــ زمان، مشخص کنید در کدام یک از بازه‌های زمانی، حرکت ماشین تندشونده، کُندشونده یا با سرعت ثابت است.

پ) شتاب متوسط ماشین را پیدا کنید.

ت) جابه‌جایی ماشین را پیدا کنید.

۱ــ۴ سقوط آزاد

وقتی گلوله‌ای را رها می‌کنیم اثر مقاومت هوا هنگام حرکت آن ناچیز است، ولی وقتی برگهٔ کاغذی را رها می‌کنیم اثر مقاومت هوا را هنگام حرکت آن نمی‌توان نادیده گرفت. با مقایسهٔ زمان سقوط گلوله و برگهٔ کاغذ، به‌سادگی می‌توان تفاوت اثر مقاومت هوا را روی حرکت این دو جسم تجربه کرد (شکل ۱ــ۱۵ الف). حال اگر برگهٔ کاغذ را مچاله کنیم، اثر مقاومت هوا هنگام سقوط آن به‌طور چشمگیری کاهش می‌یابد (شکل ۱ــ۱۵ ب). جسمی که تحت تأثیر جاذبهٔ گرانشی، در نزدیکی سطح

۲۱

پرسش ۱ــ۷

هر سه نمودار سرعت ــ زمان شکل‌های (الف)، (ب) و (پ) می‌تواند متناظر با نمودار شتاب ــ زمان باشد. دانش‌آموزان باید بتوانند برای هر کدام یک مثال از جهان واقعی بزنند. برای مثال می‌توان گفت :

نمودار سرعت ــ زمان شکل (الف) : خودرویی با سرعت ثابت و در جهت مثبت محور x در حال حرکت است که مانعی را در دوردست می‌بیند و با شتاب ثابت، تندی خود را کاهش می‌دهد و سپس با تندی کمتری در همان جهت اولیه، به حرکت خود ادامه می‌دهد.

نمودار سرعت ــ زمان شکل (ب) : خودرویی در جهت منفی محور x و با سرعت ثابت در حرکت است که پس از مدتی، با شتاب ثابت تندی خود را افزایش می‌دهد. پس از رسیدن خودرو به تندی مورد نظر، در همان جهت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

نمودار سرعت ــ زمان شکل (پ) : خودرویی در جهت مثبت محور x و با سرعت ثابت در حال حرکت است. پس از مدتی و با شتاب ثابت تندی خود را کاهش می‌دهد تا به صفر برسد. آنگاه با همان شتاب ولی در جهت منفی محور x، تندی خود را افزایش می‌دهد تا به مقدار مورد نظر برسد. سپس با همین تندی و در همان جهت (منفی محور x) به حرکت خود ادامه می‌دهد.

تمرین ۱ــ۱۰

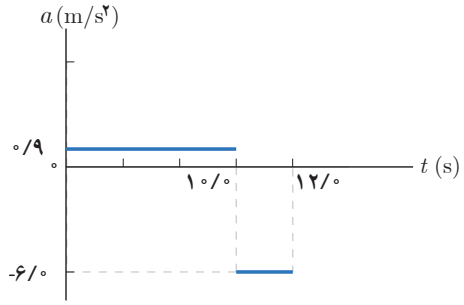
همان‌طور که در مثال ۱ــ۱۲ اشاره شده است (جملهٔ آبی‌رنگ)، سطح بین نمودار سرعت ــ زمان و محور زمان در هر بازهٔ زمانی برابر جابه‌جایی در آن بازه است، دانش‌آموزان به سادگی می‌توانند قسمت‌های الف و ب را پاسخ دهند. دانش‌آموزان باید توجه کنند که با توجه به نمودار سرعت ــ زمان، در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۲/۰s، سرعت متحرک مثبت است و مفهوم فیزیکی آن این است که آهو در این بازهٔ زمانی در جهت مثبت محور x حرکت کرده است. لذا چون آهو در یک جهت حرکت کرده است و در کل بازهٔ زمانی، جهت حرکت خود را تغییر نداده است، مسافت پیموده شده توسط آهو، با اندازهٔ بردار جابه‌جایی آهو برابر است.

(الف و ب) به این ترتیب با توجه به سطح زیر نمودار سرعت ــ زمان مسافت پیموده شده و جابه‌جایی آهو هر کدام برابر ۸۷m است.

پ) ابتدا شتاب آهو را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰ تا ۱۰۶ و همچنین ۱۰s تا ۱۲s به‌دست می‌آوریم. اگر این شتاب‌ها را به ترتیب a_1 و a_2 نام‌گذاری کنیم، خواهیم داشت :

$$a_1 = \frac{(12/0 - 3/0)\,m/s}{10/0\,s} = 0/9\,m/s^2$$

$$a_2 = \frac{(0 - 12/0)\,m/s}{(12/0 - 10/0)\,s} = -6/0\,m/s^2$$



تمرین ۱ــ۱۱

الف) ابتدا سرعت متحرک را در هر یک از لحظه‌های $t = 5/0\,s$ و $t = 15/0\,s$ و همچنین $t = 25/0\,s$ به‌دست می‌آوریم. از معادلهٔ ۱ــ۷ دیدیم.

در لحظهٔ $t = 5/0\,s$:

$$v = at + v_0 = (2\,m/s^2)(5/0\,s) + 0 = 10/0\,m/s$$

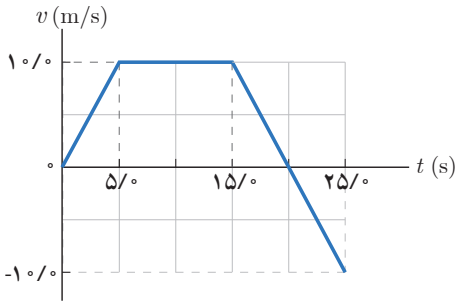
چون شتاب ماشین اسباب‌بازی در بازهٔ زمانی ۵/۰s تا ۱۵/۰s صفر است، در نتیجه، سرعت ماشین اسباب‌بازی در لحظهٔ $t = 15/0\,s$ برابر سرعت آن در لحظهٔ $t = 5/0\,s$ است :

در لحظهٔ $t = 25/0\,s$:

$$v = at + v_0 = (-2/0\,m/s^2)(10/0\,s) + 10/0\,m/s = -10\,m/s$$

به این ترتیب نمودار سرعت ــ زمان متحرک مطابق شکل زیر است :

برای رسم نمودار مکان ــ زمان، مکان متحرک را در هر یک از لحظه‌های $t = 5/0\,s$، $t = 15/0\,s$، $t = 20/0\,s$ و $t = 25/0\,s$ پیدا می‌کنیم. از معادلهٔ $x = (\frac{v_1 + v_2}{2})\Delta t + x_0$ داریم :



در لحظهٔ $t = ۵/۰s$:

$$x = \left(\frac{۰ + ۱۰/۰\,m/s}{۲}\right)(۵/۰\,s) + ۰ = ۲۵/۰\,m$$

در لحظهٔ $t = ۱۵/۰s$: چون در بازهٔ زمانی ۵/۰s تا ۱۵/۰s متحرک با سرعت ثابت حرکت کرده است از معادلهٔ ۱ــ۷ داریم :

$$x = (۱۰/۰m/s)(۱۰/۰\,s) + ۲۵/۰\,m = ۱۲۵/۰\,m$$

اکنون باید ببینیم که در چه لحظه‌هایی از بازهٔ زمانی ۱۵/۰s تا ۲۵/۰s سرعت متحرک صفر می‌شود به این منظور از معادلهٔ سرعت و زمان (معادلهٔ ۱ــ۸) داریم :

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = (-۲/۰m/s^۲)t + ۱۰/۰m/s \Rightarrow t = ۵/۰s$$

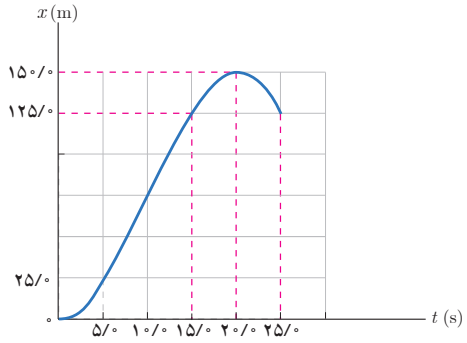
یعنی ۵/۰s پس از لحظهٔ ۱۵/۰s که متحرک با شتاب منفی به حرکت خود ادامه می‌دهد سرعت آن صفر می‌شود و باید شیب خط مماس بر منحنی مکان ــ زمان آن نیز صفر شود. به این ترتیب اکنون باید در لحظهٔ $t = (۵/۰ + ۱۵/۰)s = ۲۰/۰s$ مکان متحرک را پیدا کنیم.

$$x = \left(\frac{۱۰/۰\,m/s + ۰}{۲}\right)(۵/۰\,s) + ۱۲۵/۰\,m = ۱۵۰/۰\,m$$

همچنین در لحظه $t = ۲۵/۰s$ داریم :

$$x = \left(\frac{۰ - ۱۰/۰\,m/s}{۲}\right)(۵/۰\,s) + ۱۵۰/۰\,m = ۱۵۰/۰\,m = ۱۲۵/۰m$$

به این ترتیب با داشتن مکان متحرک در لحظه‌های مورد نظر و با توجه به اینکه در بازهٔ زمانی ۰ تا ۵/۰s حرکت تندشونده، در بازهٔ زمانی ۵/۰s تا ۱۵/۰s حرکت با سرعت ثابت، در بازهٔ زمانی ۱۵/۰s تا ۲۰/۰s حرکت کندشونده، در بازهٔ زمانی ۲۰/۰s تا ۲۵/۰s نیز حرکت کندشونده است، نمودار مکان ــ زمان متحرک مطابق شکل زیر خواهد بود.



ب) در قسمت (الف) اشاره شده است.

پ)

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{(-۱۰/۰ - ۰)m/s}{(۲۵/۰ - ۰)s} = -۰/۴m/s^۲$$

ت) با توجه به نمودار مکان ــ زمان که در قسمت الف رسم کردیم، مکان اولیه و پایانی متحرک را در اختیار داریم. به این ترتیب می‌توان نوشت :

جابه‌جایی کل $\Delta x = ۱۲۵/۰m - ۰ = ۱۲۵/۰m$

توجه

راهبردهای حل مسئله در حرکت با شتاب ثابت قبل از مسئله ۱۴ پایان فصل آمده است. این راهبردها را می‌توانید با دانش‌آموزان در میان بگذارید.

تمرین‌های پیشنهادی بخش ۱ــ۳

۱ متحرکی در مسیری مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. سرعت اولیه و شتاب این متحرک به ترتیب ۴m/s و ۴m/s^2 است. سرعت متوسط متحرک در دو ثانیه اول حرکت چند m/s است؟

الف) ۸ ب) ۱۰ پ) ۱۲ ت) ۱۴

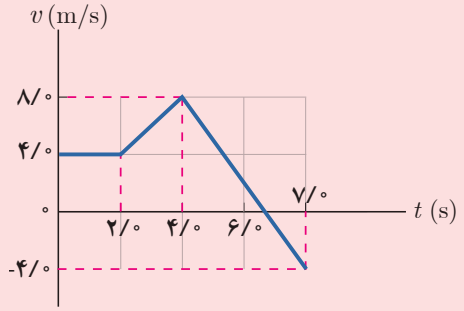
۲ دو متحرک به‌طور هم‌زمان، از حال سکون و از یک نقطه به حرکت درمی‌آیند. یکی با شتاب a و دیگری با شتاب $(a+۲)$ در SI. پس از t ثانیه، سرعت آنها به ترتیب به ۱۰ و ۱۲ متر بر ثانیه می‌رسد. شتاب a چقدر است؟

۳ خودرویی از حال سکون و با شتاب ثابت در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند و پس از ۳ ثانیه سرعت آن به ۱۸km/h می‌رسد.

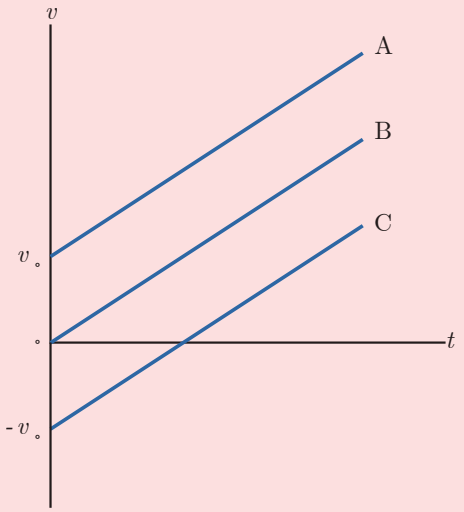
الف) معادلهٔ سرعت ــ زمان اتومبیل را بنویسید.

ب) نمودار سرعت ــ زمان اتومبیل را رسم و سرعت آن را ۱۰ ثانیه پس از شروع حرکت پیدا کنید.

۴ نمودار $v-t$ متحرکی که در امتداد خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل روبه‌رو است. شتاب متحرک را در هر بازهٔ زمانی پیدا کنید.



۵ نمودار $v-t$ سه متحرک بر مسیر مستقیم مطابق شکل روبه‌رو است. معادلهٔ سرعت ــ زمان هر متحرک را بنویسید.



۶ معادلهٔ سرعت ــ زمان سه متحرک به ترتیب $v = a_A t + v_0$، $v = -a_B t$ و $v = -a_C t - v_0$ است، که در آن $a_A = a_B = a_C > 0$ و v_0 عددی مثبت است. نمودار سرعت ــ زمان این سه متحرک را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

۷ مارهای زنگی قادرند هنگام شکار، سر خود را با شتاب $50\,m/s^2$ به حرکت درآورند. اگر خودرویی می‌توانست این شتاب را بگیرد، چقدر طول می‌کشید تا با حرکت بر خط راست، از حال سکون به سرعت $108\,km/h$ برسد؟

۸ قطاری با سرعت $96\,km/h$ و در امتداد محور x حرکت می‌کند. چند ثانیه باید با شتاب $2\,m/s^2$ ترمز کند تا به سرعت $24\,km/h$ برسد؟

الف) ۵ ب) ۱۰ پ) ۱۵ ت) ۲۰

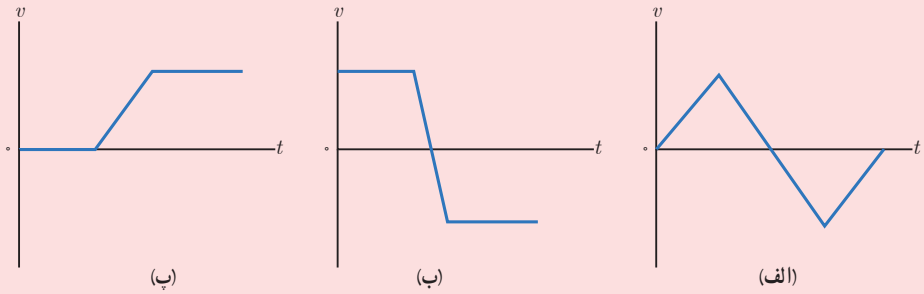
۹ سرعت متوسط خودرویی که از حال سکون با شتاب $1/6\,m/s^2$ در امتداد محور x به حرکت درمی‌آید در ۵ ثانیهٔ اول حرکت چند m/s است؟

الف) ۴ ب) ۸ پ) ۶ ت) ۱۰

۱۰ در شکل زیر سه نمودار سرعت ــ زمان سه متحرک که در امتداد محور x در حرکت‌اند رسم شده است. برای هر نمودار :

الف) نمودار شتاب ــ زمان نظیر آن را رسم کنید.

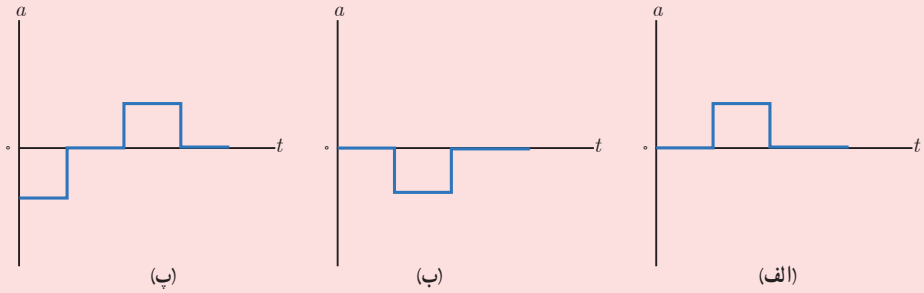
ب) شرح کوتاهی برای نوع حرکت هر یک بنویسید.



۱۱ در شکل زیر سه نمودار شتاب ــ زمان رسم شده است. برای هر کدام،

الف) نمودار سرعت ــ زمان نظیر آن را رسم کنید. فرض کنید حرکت جسم در امتداد محور x و $v_0 = 0$ است.

ب) شرح کوتاهی برای نوع حرکت هریک بنویسید.

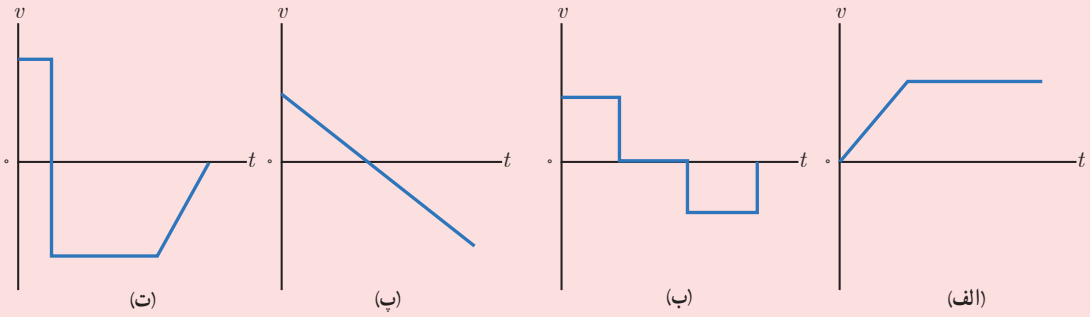


۱۲ در شکل زیر چهار نمودار سرعت ــ زمان رسم شده است. برای هر نمودار

الف) نمودار شتاب ــ زمان نظیر آن را رسم کنید.

ب) شرح کوتاهی برای نوع حرکت هر یک بنویسید.

فرض کنید حرکت جسم درامتداد محور x و $x_\circ = \circ$ است.

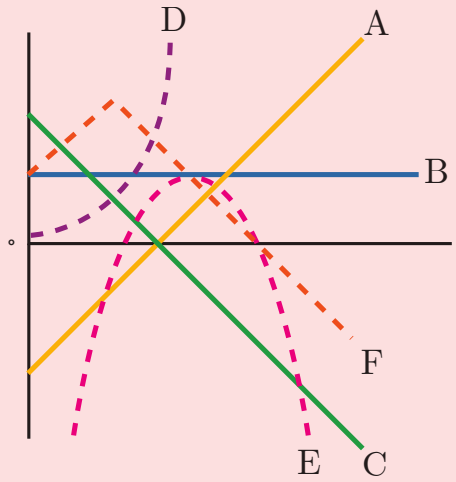


۱۳ شکل روبه‌رو چند نمودار را با محورهای بدون علامت نشان می‌دهد.

الف) کدام نمودار سرعت بر حسب زمان را برای جسمی که با سرعت ثابت و در امتداد محور x در حرکت است بهتر نشان می‌دهد.

ب) کدام نمودار مکان بر حسب زمان را برای جسمی که با شتاب منفی ثابت و در امتداد محور x در حرکت است بهتر نشان می‌دهد؟

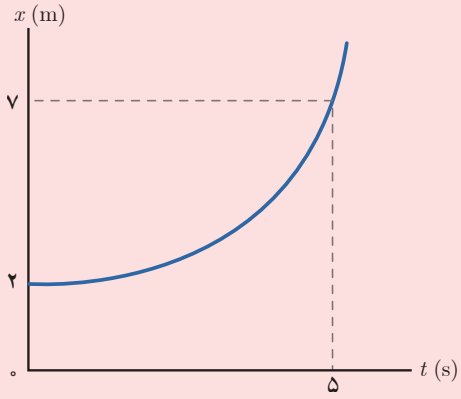
پ) اگر نمودار E مکان بر حسب زمان را نشان دهد، کدام نمودار سرعت بر حسب زمان آن را بهتر نشان می‌دهد؟



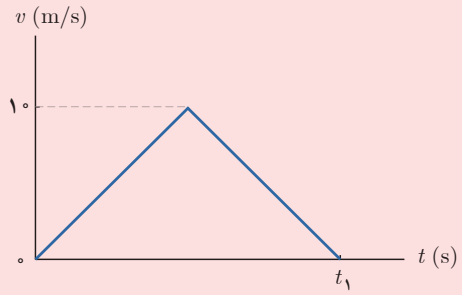
۱۴ نمودار مکان ــ زمان متحرکی که از حال سکون با شتاب ثابت بر خط راست به حرکت درمی‌آید مطابق شکل روبه‌رو است :

الف) سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۵s$ چقدر است؟

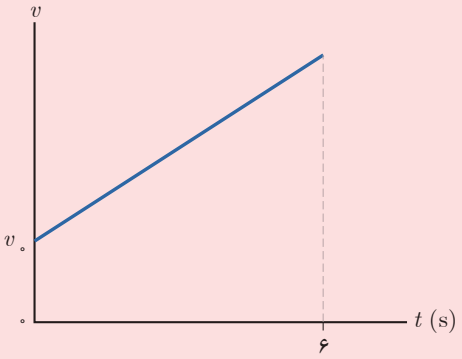
ب) نمودار سرعت ــ زمان این متحرک را رسم کنید.



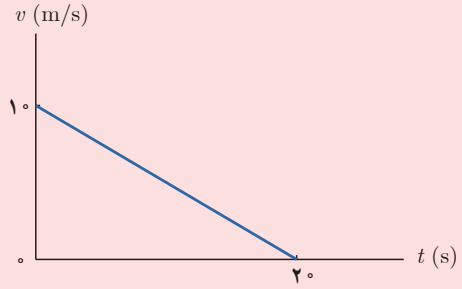
۱۵ نمودار سرعت ــ زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل روبه‌رو است : اگر مسافت پیموده شده توسط متحرک تا لحظهٔ $t_۱$ برابر ۵۵m باشد، $t_۱$ چقدر است؟



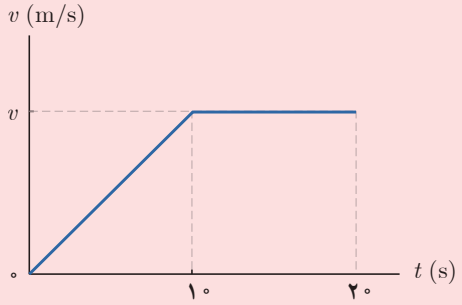
۱۶ نمودار سرعت ــ زمان متحرکی در مدت ۶ ثانیهٔ اول حرکت مطابق شکل روبه‌رو است : در چه لحظه‌ای سرعت آن با سرعت متوسط در کل زمان ۶ ثانیه برابر است؟



۱۷ نمودار t ــ v متحرکی که بر مسیری مستقیم در حرکت است مطابق شکل روبه‌رو است : معادلهٔ مکان ــ زمان این متحرک را پیدا کنید. در $t = ۰$ متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است.



۱۸ نمودار t ــ v متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل روبه‌رو است : اگر سرعت متوسط متحرک در مدت ۲۰ ثانیه برابر ۱۸m/s باشد، v چقدر است؟



۱۹ سرعت متحرکی در یک مسیر مستقیم در مکان $x_۱ = ۴m$ برابر ۸m/s است. اگر شتاب حرکت $\frac{۹}{۴} m/s^۲$ باشد، در چه مکانی سرعت متحرک برابر ۱۰m/s است؟

۲۰ متحرکی با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر سرعت آن در مکان $x_1 = 8m$ برابر $2m/s$ و در مکان $x_2 = 18m$ برابر $4m/s$ باشد، شتاب حرکت چند m/s^2 است؟

۲۱ معادلهٔ مکان ــ زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = -t^2 + 4t + 20$ است. حرکت آن از مبدأ زمان تا لحظهٔ $t = 8s$ چگونه است؟

الف) همواره کندشونده ب) همواره تندشونده پ) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده ت) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

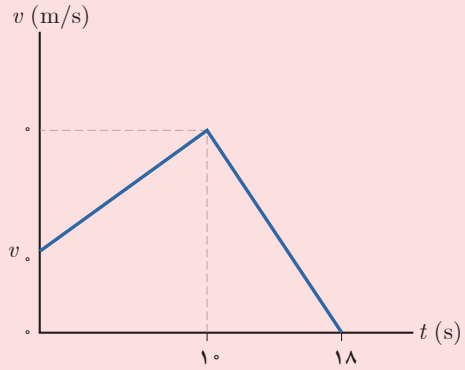
۲۲ جسمی با سرعت اولیهٔ $4m/s$ و شتاب ثابت $1m/s^2$ از مکان $x_0 = -8m$ در امتداد محور x به حرکت درمی‌آید. این متحرک پس از ۱۰ ثانیه در چند متری مبدأ مکان است؟

۲۳ خودوریی با شتاب ثابت و در امتداد محور x از سرعت خود می‌کاهد و پس از ۴ ثانیه و طی مسافت $50m$ می‌ایستد.

الف) سرعت آن درست در لحظه‌ای که از سرعت خود می‌کاهد چقدر است؟

ب) نمودارهای مکان، سرعت، و شتاب ــ زمان خودرو را در ۴ ثانیهٔ آخر حرکت آن رسم کنید. فرض کنید درست در لحظه‌ای که خودرو از سرعت خود می‌کاهد، از مبدأ مکان می‌گذرد.

۲۴ شکل زیر نمودار v ــ t متحرکی را در مسیری مستقیم نشان می‌دهد. اگر سرعت متوسط متحرک در مدت ۱۸ ثانیه برابر $\frac{20}{3} m/s$ باشد، v_0 چقدر است؟



۲۵ اتوبوسی در ایستگاه ایستاده است. شخصی با سرعت ثابت v می‌دود تا به اتوبوس برسد. وقتی فاصلهٔ این شخص تا اتوبوس $8m$ است، اتوبوس با شتاب $1m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. اگر سرعت شخص تغییر نکند، سرعت او دست کم چقدر باید باشد تا به اتوبوس برسد؟

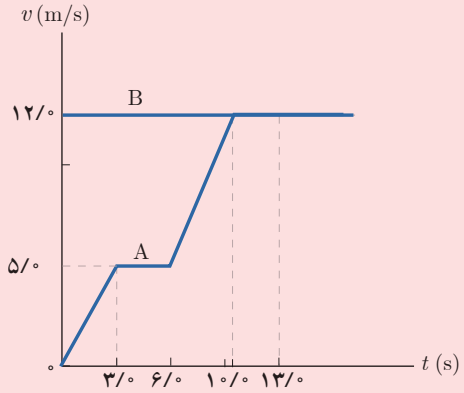
۲۶ دو متحرک A و B روی یک خط راست و در یک جهت حرکت می‌کنند. نمودار سرعت ــ زمان این دو متحرک که در لحظهٔ $t = 0$ در یک مبدأ بوده‌اند مطابق شکل روبه‌رو است. این دو متحرک:

الف) در ۱۵۶ متری مبدأ به هم می‌رسند.

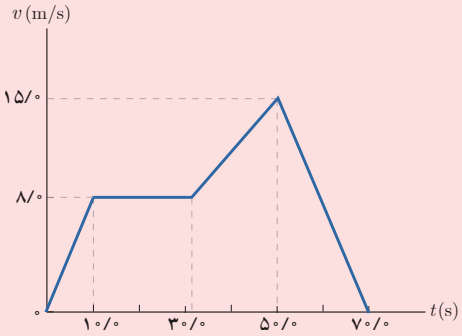
ب) پس از ۱۰ ثانیه به هم می‌رسند.

پ) پس از ۱۳ ثانیه به هم می‌رسند.

ت) اصلاً به هم نمی‌رسند.



۳۷ نمودار سرعت ــ زمان موتورسواری که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل روبه‌رو است :



الف) نوع حرکت و شتاب موتورسوار را در هر بازهٔ زمانی تعیین کنید.

ب) سرعت موتورسوار در لحظهٔ $t = ۲۰\,s$ چقدر است؟

پ) مسافت طی شده در کل مسیر چقدر است؟

۳۸ معادلهٔ مکان ــ زمان متحرکی در SI که در امتداد محور x حرکت می‌کند به‌صورت $x = -۵t^۲ + ۶t + ۱۲$ است. در مورد جهت و نوع حرکت کدام مطلب درست است؟

الف) همواره در جهت محور و کندشونده

ب) همواره در خلاف جهت محور و کندشونده

پ) همواره در جهت محور و تندشونده

ت) همواره در خلاف جهت محور و تندشونده

ث) ابتدا در جهت محور و کندشونده

ج) ابتدا در خلاف جهت محور و کندشونده

۱ـ۴ـ سقوط آزاد

راهنمای تدریس : همان‌طور که در کتاب درسی نیز اشاره شده است، حرکت سقوط آزاد را با نادیده گرفتن عواملی، می‌توان به‌صورت نوعی حرکت با شتاب ثابت در نظر گرفت، که در امتداد قائم (محور y) انجام می‌شود. ابتدا به اندازهٔ کافی روی چگونگی مدل‌سازی حرکت سقوط آزاد بحث کنید و سپس به استخراج معادله‌های سقوط آزاد برای حالت خاصی که صرفاً جسم از نقطه‌ای معین نسبت به سطح زمین رها شده است بپردازید. به‌طور کلی سقوط آزاد و معادله‌های آن را، برای حرکت هر جسمی که روبه بالا یا روبه‌پایین به‌طور آزادانه و صرفاً تحت تأثیر گرانش زمین در حرکت است می‌توان در نظر گرفت. همان‌طور که اشاره شد آموزش و ارزشیابی این کتاب برای حالت خاصی از سقوط آزاد است و حالت‌های دیگر جزء برنامهٔ آموزشی و ارزشیابی این کتاب نیستند. بنابراین توصیه جدی می‌شود تا همکاران محترم به محدودهٔ بحث سقوط آزاد و مسائلی که باید مورد بحث قرار گیرند توجه کافی داشته باشند.

انتخاب جهت مثبت برای حرکت سقوط آزاد اختیاری است ولی در کتاب درسی، برای هماهنگی با آموخته‌های قبلی دانش‌آموزان و همچنین آشنایی با بحث سقوط آزاد که سال‌های بعد در کتاب‌های درسی دانشگاهی فیزیک پایه دانشجویان با آن مواجه می‌شوند جهت روبه‌بالا را مثبت در نظر گرفته‌ایم.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}(9/8\,m/s^2)(1/0\,s)^2+0 \Rightarrow y\simeq -4/9\,m$$

جابه‌جایی گلوله در این مدت $\Delta y=y-y_0=-4/9m$ و مسافت طی شده $4/9m$ است.

همچنین با استفاده از معادلهٔ ۱ـ۱۲ سرعت گلوله پس از $1/0s$ برابر است با :

$$v=-gt=-(9/8m/s^2)(1/0s)=-9/8m/s$$

حرکت سقوط آزاد، حرکتی با شتاب ثابت $g=9/8m/s^2$ است، لذا با توجه به مفهوم شتاب، تندی گلوله در هر ثانیه $9/8m/s$ افزایش می‌یابد. به‌طوری که تندی گلوله در پایان ثانیهٔ اول به $9/8m/s$ می‌رسد.

ب) برای پیدا کردن سرعت برخورد گلوله با زمین از معادلهٔ ۱ـ۱۴ داریم :

$$v^2=-2g(y-y_0)=-2(9/8m/s^2)(-10/0m-0)=196m^2/s^2 \Rightarrow v=\pm 14m/s$$

چون جهت بالا را مثبت فرض کردیم، علامت منفی برای سرعت برخورد گلوله با سطح زمین قابل قبول است، یعنی $v=-14\,m/s$.

به دو روش می‌توان زمان کل را به‌دست آورد. از معادله‌های ۱ـ۱۲ و ۱ـ۱۳ داریم :

$$v=-gt \Rightarrow -14/0m/s=-(9/8m/s^2)t \Rightarrow t=1/4s$$

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0=-10m=-\frac{1}{2}(9/8\,m/s^2)t^2+0 \Rightarrow t^2=2/0 \Rightarrow t=1/4s$$

مثال ۱ـ ۱۶

سنگی از صخره‌ای به ارتفاع ۱۲۲/۵m نسبت به سطح زمین آزادانه سقوط می‌کند.

الف) زمان سقوط آزاد سنگ را به‌دست آورید.

ب) سرعت متوسط سنگ را در حین سقوط آزاد پیدا کنید.

ب) جابه‌جایی سنگ را بین دو لحظهٔ $t_1=3/0s$ و $t_2=4/0s$ به‌دست آورید.

ت) نمودارهای مکان ـ زمان، سرعت ـ زمان و شتاب ـ زمان سنگ را رسم کنید.

پاسخ : الف) جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را محل رها شدن سنگ فرض می‌کنیم. به این ترتیب از معادلهٔ ۱ـ۱۳ داریم :

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0 \Rightarrow -122/5\,m=-\frac{1}{2}(9/8\,m/s^2)t^2+0 \Rightarrow t=5/0\,s$$

ب) رابطهٔ ۱ـ۴ را برای امتداد قائم می‌توان به‌صورت $v_{av}=\Delta y/\Delta t$ در نظر گرفت. به این ترتیب داریم :

$$v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}=\frac{-122/5\,m}{5/0\,s}=-24\,m/s$$

ب) ابتدا با استفاده از رابطهٔ ۱ـ۱۳ جابه‌جایی سنگ را تا هر یک از لحظه‌های $t_1=3/0s$ و $t_2=4/0s$ پیدا می‌کنیم. سپس با کم کردن این دو جابه‌جایی از یکدیگر، جابه‌جایی سنگ بین این دو لحظه به‌دست می‌آید.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0 \Rightarrow y_1=-\frac{1}{2}(9/8\,m/s^2)(3/0\,s)^2+0 \Rightarrow y_1=-44\,m$$

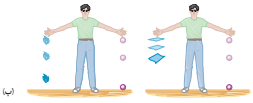
$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0 \Rightarrow y_2=-\frac{1}{2}(9/8\,m/s^2)(4/0\,s)^2+0 \Rightarrow y_2=-78\,m$$

$$\Delta y=y_2-y_1=-78m-(-44m)=-34m$$

شکل ۱ـ۱۷ تصویری از یک توپ در حال سقوط آزاد، که در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی رسم شده است.

زمین سقوط می‌کند و اثر مقاومت هوا را بتوان برای آن نادیده گرفت، آشناترین مثال برای حرکت با شتاب ثابت است. این حرکت آرمانی، **سقوط آزاد** نامیده می‌شود. شکل ۱ـ۱۶ تصویری بی‌دریی از یک توپ در حال سقوط آزاد را نشان می‌دهد که برای بازه‌های زمانی مساوی رسم شده است. فاصلهٔ رو به افزایش بین تصویرها نشان می‌دهد که سرعت توپ به‌طور پیوسته در حال افزایش است؛ یعنی توپ به طرف پایین شتاب می‌گیرد.

حرکت سقوط آزاد، افزون بر رها کردن جسم، شامل پرتاب کردن جسم رو به پایین یا رو به بالا نیز می‌شود. در هر سه حالت یاد شده، جهت شتاب رو به پایین و اندازهٔ آن ثابت است و معمولاً $g=9/8\,m/s^2$ فرض می‌شود. در اینجا تنها حرکت سقوط آزاد اجسام بدون سرعت اولیه بررسی می‌شود[1].



شکل ۱ـ۱۵ تجربه‌ای ساده برای مقایسهٔ اثر مقاومت هوا روی حرکت سقوط آزاد گلوله، برگهٔ کاغذ و برگهٔ کاغذ مچاله شده

سقوط آزاد بدون سرعت اولیه : با توجه به اینکه در این کتاب تنها سقوط آزاد بدون سرعت اولیه بررسی می‌شود، معادله‌های مورد استفاده برای حل مسئله‌های این حرکت، با فرض اینکه جهت رو به بالا را مثبت بگیریم، با قرار دادن $v_0=0$، y_0 به‌جای x_0 و $-g$ به‌جای a در معادله‌های حرکت با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به‌دست می‌آید. به این ترتیب معادله‌های سقوط آزاد بدون سرعت اولیه به‌صورت زیر است :

$$v=-gt \qquad (۱ـ۱۲)$$

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0 \qquad (۱ـ۱۳)$$

$$v^2=-2g(y-y_0) \qquad (۱ـ۱۴)$$

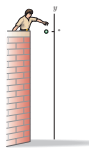
اگر در $t=0$ جسم در مبدأ مکان باشد ($y_0=0$) معادله‌ها را به شکل ساده‌تری نیز می‌توان نوشت.

مثال ۱ـ ۱۵

شکل مقابل شخصی را نشان می‌دهد که از بالای دیواری بلند، گلوله‌ای را رها می‌کند.

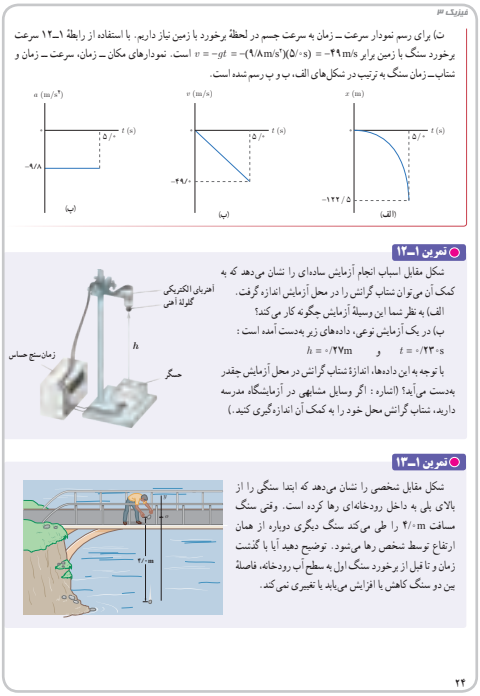
الف) پس از $1/0s$ گلوله چه مسافتی را طی می‌کند و سرعت آن به چقدر می‌رسد؟

ب) اگر ارتفاع دیوار $10/0m$ باشد سرعت برخورد گلوله به سطح زمین و مدت زمان کل حرکت آن را پیدا کنید.



پاسخ : الف) جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را محل رها شدن جسم فرض می‌کنیم. به این ترتیب از معادلهٔ ۱ـ۱۳ داریم :

۱ـ آموزش سایر حالت‌های سقوط آزاد خارج از برنامهٔ درسی این کتاب است و ارزشیابی از آن باید انجام نشود.


فیزیک ۳

ت) برای رسم نمودار سرعت ــ زمان به سرعت جسم در لحظهٔ برخورد با زمین نیاز داریم. با استفاده از رابطهٔ ۱ــ۱۲ سرعت برخورد سنگ با زمین برابر $v = -gt = -(۹/۸\,m/s^۲)(۵/۰\,s) = -۴۹\,m/s$ است. نمودارهای مکان ــ زمان، سرعت ــ زمان و شتاب ــ زمان سنگ به ترتیب در شکل‌های الف، ب و پ رسم شده است.

تمرین ۱ــ۱۲

شکل مقابل اسباب انجام آزمایش ساده‌ای را نشان می‌دهد که به کمک آن می‌توان شتاب گرانش را در محل آزمایش اندازه گرفت.

الف) به نظر شما این وسیلهٔ آزمایش چگونه کار می‌کند؟

ب) در یک آزمایش نوعی، داده‌های زیر به‌دست آمده است:

$t = ۰/۲۳\,s$ و $h = ۰/۲۷\,m$

با توجه به این داده‌ها، اندازهٔ شتاب گرانش در محل آزمایش چقدر به‌دست می‌آید؟ (اشاره: اگر وسایل مشابهی در آزمایشگاه مدرسه دارید، شتاب گرانش محل خود را به کمک آن اندازه‌گیری کنید.)

آهربای الکتریکی
گلولهٔ آهنی
h
زمان‌سنج حساس
حسگر

تمرین ۱ــ۱۳

شکل مقابل شخصی را نشان می‌دهد که ابتدا سنگی را از بالای پلی به داخل رودخانه‌ای رها کرده است. وقتی سنگ مسافت ۴/۰m را طی می‌کند سنگ دیگری دوباره از همان ارتفاع توسط شخص رها می‌شود. توضیح دهید آیا با گذشت زمان و تا قبل از برخورد سنگ اول به سطح آب رودخانه، فاصلهٔ بین دو سنگ کاهش یا افزایش می‌یابد یا تغییری نمی‌کند.

۴/۰m

۲۴

تمرین ۱ــ۱۲

الف) لحظهٔ قطع جریان در آهنربای الکتریکی و رها شدن گلوله، تا لحظهٔ برخورد آن به حسگر، توسط زمان‌سنج حساس اندازه‌گیری می‌شود. با خواندن t از روی زمان‌سنج و اندازه‌گیری h، به سادگی می‌توان g را در محل انجام آزمایش اندازه‌گیری کرد.

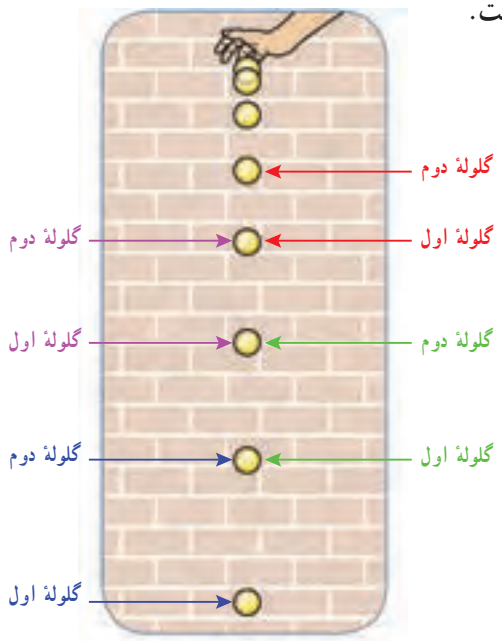
ب) از رابطهٔ ۱ــ۱۳ و با فرض $y_۰ = ۰$ داریم:

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰ \Rightarrow -۰/۲۷\,m = \frac{۱}{۲}g(۰/۲۳\,s)^۲ + ۰ \Rightarrow$$
$$g = ۱۰/۰۲\,m/s^۲$$

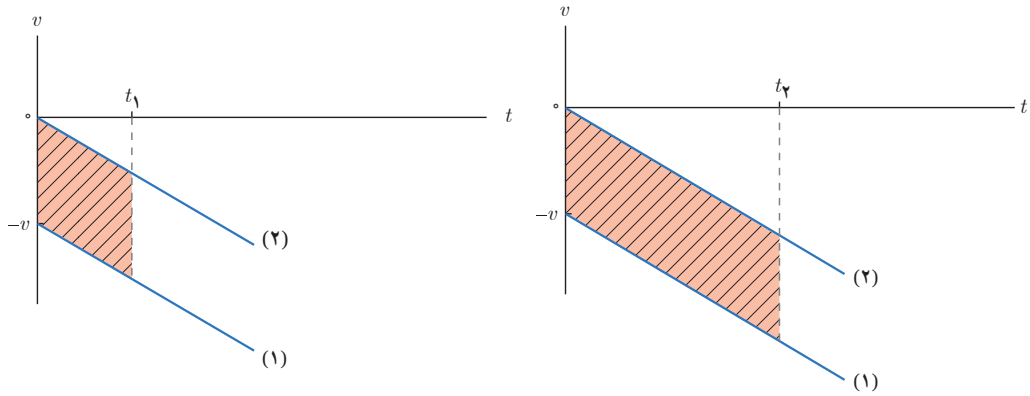
تمرین ۱ــ۱۳

به چندین روش می‌توان این تمرین را بررسی و پاسخ داد.

به کمک شکل ۱ــ۱۶ : هر دو گلولهٔ متوالی در این شکل، نمایندهٔ گلولهٔ دوم و اول هستند که در پی هم رها شده‌اند. همان‌طور که دیده می‌شود (با شمارش تعداد آجرها در امتداد قائم)، هرچه دو گلولهٔ متوالی انتخاب شده پایین‌تر باشند، فاصلهٔ آنها از یکدیگر بیشتر است.



به کمک نمودار سرعت ــ زمان : اگر لحظهٔ $t=0$ را، لحظه‌ای در نظر بگیریم که گلولهٔ دوم رها می‌شود، در این صورت وقتی گلولهٔ دوم رها می‌شود، گلولهٔ اول، به سرعت v رسیده است. لذا اختلاف سطح زیر نمودار سرعت ــ زمان این دو گلوله برای هر لحظهٔ دلخواه نسبت به لحظهٔ دلخواه ماقبل آن افزایش یافته است.



قسمت‌های هاشور خورده اختلاف جابه‌جایی بین دو سنگ را در دو لحظهٔ t_1 و t_2 نشان می‌دهد ($t_2 > t_1$). همان‌طور که دیده می‌شود با افزایش t، تفاوت سطح زیر نمودار v ــ t دو سنگ افزایش می‌یابد و این بدان‌معناست که با گذشت زمان، فاصلهٔ بین دو سنگ افزایش می‌یابد.

به کمک رابطهٔ ۱ــ۱۳ : با نوشتن معادلهٔ حرکت دو گلوله داریم ($y_0 = 0$)

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}g(t-t')^2$$

توجه کنید که گلولهٔ دوم چون بعد از گلولهٔ اول رها شده است، زمان کمتری در راه بوده است. بنابراین

$$y_1 - y_2 = -\frac{1}{2}gt^2 + \frac{1}{2}g(t^2 + t'^2 - 2tt') = -gt't + \frac{1}{2}gt'^2$$
$$= At + B$$

از آنجا که g و t' (و در نتیجه A و B) مقادیر ثابتی هستند، لذا همان‌طور که دیده می‌شود اختلاف ارتفاع بین دو گلوله، تابعی از زمان t است و با افزایش t، روبه افزایش است.

تمرین‌های پیشنهادی بخش ۱ــ۴

۱ گلوله‌ای را از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین رها می‌کنیم.

الف) گلوله پس از چه مدت به زمین می‌رسد؟

ب) سرعت آن در لحظهٔ برخورد به زمین چقدر است؟

پ) سرعت متوسط گلوله در مدت این حرکت چقدر است؟

ت) مسافتی که گلوله در ثانیهٔ آخر حرکت خود طی می‌کند چقدر است؟

۲ گلوله‌ای را باید از چه ارتفاعی رها کنیم تا پس از ۱۰s به زمین برسد؟ سرعت گلوله در نیمهٔ راه و همچنین در لحظهٔ برخورد به زمین چقدر است؟

۳ سنگی از ارتفاع ۵۰ متری بام ساختمانی رها می‌شود.

الف) سرعت متوسط سنگ در طول مسیر چقدر است؟

ب) نمودار سرعت ــ زمان سنگ را رسم کنید.

پ) با محاسبهٔ سطح زیر نمودار سرعت ــ زمان سنگ، ارتفاعی را که سنگ سقوط کرده است پیدا و با ارتفاع ساختمان مقایسه کنید.

۴ جسمی را در شرایط خلأ از یک بلندی رها می‌کنیم و پس از مدتی با سرعت ۳۰m/s به زمین برخورد می‌کند. ارتفاع بلندی چند متر است؟

۵ گلوله‌ای در شرایط خلأ و بدون سرعت اولیه از ارتفاعی رها می‌شود و در ثانیهٔ اول حرکت مسافتی به اندازهٔ h_1 و در ثانیهٔ دوم مسافت h_2 را طی می‌کند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ را پیدا کنید.

۶ دو گلوله به فاصلهٔ زمانی یک ثانیه از نقطه‌ای به ارتفاع h در شرایط خلأ رها می‌شوند. اگر بیشترین فاصلهٔ بین آنها در طول حرکت ۴۵m باشد، ارتفاع h چند متر است؟

۷ گلولهٔ A را در شرایط خلأ از ارتفاع h بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. سه ثانیه بعد گلولهٔ B را از ارتفاع $\frac{h}{4}$ بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. نسبت سرعت گلولهٔ A به سرعت گلولهٔ B در لحظهٔ رسیدن به زمین کدام است؟

الف) $\frac{2}{3}$ ب) ۱ پ) ۲ ت) $\frac{9}{4}$

۸ گلولهٔ کوچکی از ارتفاعی بالای سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود و ۸۰ متر آخر سقوط را در مدت ۲ ثانیه می‌پیماید. ارتفاع کل سقوط گلوله چند متر است؟

۹ سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود.

الف) اگر سنگ در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟

ب) سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چقدر است؟

۱۰ گلوله‌ای از ارتفاع ۸۰ متری بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ از بالای برجی به طرف زمین رها می‌شود. در لحظه‌ای که گلوله به ۲۰ متری سطح زمین می‌رسد، سرعت آن چه کسری از سرعت آن در لحظهٔ رسیدن به زمین است؟